

Продольная динамика пучка в коллайдере NICA под действием ВЧ систем 1, 2, 3.

В коллайдере NICA будут использоваться три ВЧ системы. Первая, барьерная ВЧ система, - для накопления частиц при помощи движущихся барьеров и охлаждения. Вторая и третья - для формирования многосгусткового пучка заданных размеров. Ниже приведены результаты расчетов продольной динамики пучка под действием этих трех ВЧ систем, с учетом действия пространственного заряда, наведенного напряжения, охлаждения и ВПР (в одномерном приближении).

Максимально возможный накопленный ток.

Расчеты продольной динамики пучка проводились в одномерном приближении. При этом используются данные по магнитной структуре коллайдера NICA (май 2018 г., Q=9.1), для определения коэффициента диффузии (одномерного) за счет ВПР, с помощью программы С.Нагайцева [1] полученной от А.В. Смирнова (ОИЯИ). Этот коэффициент диффузии $D(\sigma_p, \sigma_{s0}, N, \gamma)$ зависит от среднеквадратичных разброса по импульсам и длины пучка, числа частиц в нем и их энергии.

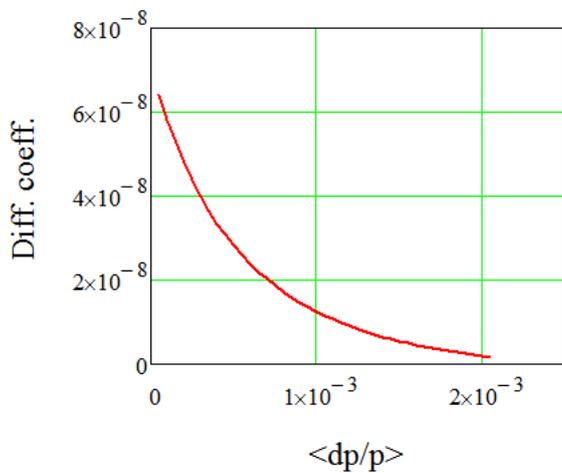


Рис.1. Коэффициент диффузии в зависимости от разброса по импульсам.

На рис. 1 приведена зависимость коэффициента диффузии для $N_0 = 6 \cdot 10^9$, $\sigma_{s0} = 0.6 м$, $E_k = 3 GeV / u$, в зависимости от разброса по импульсам. Для других числа частиц и длины пучка этот коэффициент пересчитывается как $D(\sigma_p, \sigma_s, N, \gamma) = D(\sigma_p, \sigma_{s0}, N_0, \gamma) \cdot \frac{N \cdot \sigma_{s0}}{N_0 \cdot \sigma_s}$.

Для оценок использовалось приближение охлаждения с постоянным временем охлаждения, при этом равновесный среднеквадратичный разброс по импульсам определяется из равенства постоянных времени роста за счет ВПР и охлаждения, в зависимости от длины пучка и числа частиц из равенства $\sigma_{pst}^2 = \tau D(\sigma_{pst}, \sigma_s, N, \gamma) / 2$. Для этого среднеквадратичного разброса по импульсам существует самосогласованная стационарная функция распределения, определяемая из системы уравнений

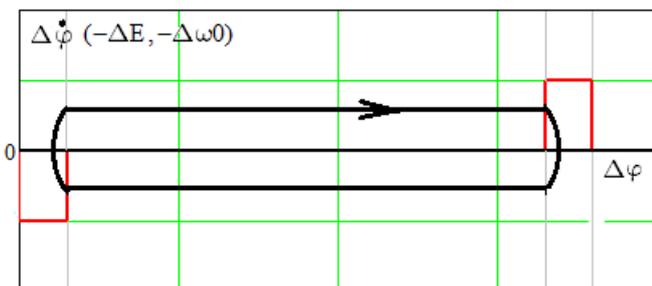


Рис. Напряжение двух барьеров и фазовая траектория частицы в сепаратрисе.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1(\varphi) = C \cdot \exp\left(-\frac{W_{bar}(\varphi) + W_{sc}(\varphi, \rho_1)}{\sigma_p^2}\right), \\ \int \rho_1(\varphi) d\varphi = Q_0 = 2\pi I_0 \\ W_{sc}(\varphi, \rho_1) = k_0 \cdot F(r_{b0}) \cdot Z_0 \cdot \frac{(\rho_1(\varphi) - \rho_1(\varphi_c))}{\beta\gamma^2}, \\ W_{bar}(\varphi) = -k_0 \cdot \int_{\varphi_c}^{\varphi} U_b(\varphi) d\varphi \end{array} \right.$$

где $W_{bar}(\varphi)$ - потенциал барьерного ВЧ напряжения, $W_{sc}(\varphi, \rho_1)$ - потенциал пространственного заряда, в свою очередь зависящий от распределения частиц, который определялся тем же методом, каким вычисляется импеданс пространственного заряда [2], и усредняется по поперечному сечению пучка.

Здесь $I_0 = Z_{Au} Ne \cdot f_0$, f_0 - частота обращения, $k_0 = \frac{1}{2\pi\beta^2\eta} \frac{Ze}{E_s}$, $\eta = \gamma^{-2} - \gamma_{cr}^{-2} > 0$, $\sigma_p^2 = \langle (\Delta p / p_s)^2 \rangle$,

$Z_0 = 120\pi \text{ Ohm}$, $Z = Z_{Au} / A_{Au} = 0.4$, $E_0 = 0.939 \text{ GeV}$, φ_c - координата центра сепаратрисы, $F(r_{b0}) \approx 2.55$ для круглого пучка радиуса $r_{b0} = 0.5 \text{ см}$ или $F(r_{b0}) \approx 1.9$ гауссовского поперечного распределения с rms радиусом $r_{b0} = 0.5 \text{ см}$.

Максимальный накопленный ток при этом определяется равенством порций вновь инжектированных частиц N_{i1} и выбитых кикером частиц $\Delta N_{kik}(N_{k-1}, \sigma_{p1,k-1})$ уже накопленного равновесного распределения при предыдущих значениях разброса по импульсам и числа частиц:

$$N_{i1} = \Delta N_{kik}(N_{k-1}, \sigma_{p1,k-1}) = \rho_1(\varphi_c + \pi) \varphi_{kick} \frac{N_{k-1}}{2\pi I_0} \approx \varphi_{kick} \cdot \frac{N_{k-1}}{\varphi_{bb}} e^{-k_0 U_1 \varphi_b / 2\sigma_{p1,k-1}^2}.$$

Расчет выполнен для длины сепаратрисы $\varphi_{bb} \approx 2.34$, длины области, из которой выбиваются частицы, $\varphi_{kick} \approx 2.55$.

На рис.2 приведены зависимости от разброса по импульсам максимально возможного накопленного тока, а также порогового тока микроволновой неустойчивости, определяемого [3] как

$$I_{th}(\sigma_p) = \frac{\varphi_{bb} E_0}{Z} \frac{|\gamma\eta| \sigma_p^2}{|Z(n\omega_0)/n|_{\max}},$$

С другой стороны, стационарный разброс по импульсам определяется равновесием между ВПР и затуханием. При этом можно определить, при каком времени затухания можно накопить заданный ток и охладить его до заданного разброса по импульсам.

Оценка $|Z(n\omega_0)/n|_{\max}$ для ВЧ1 по эквивалентной схеме дает 10 Ohm . С учетом импеданса пространственного заряда $|Z(n\omega_0)/n| = 60 \text{ Ohm}$ на энергии $E_k = 3 \text{ GeV} / u$ получаем

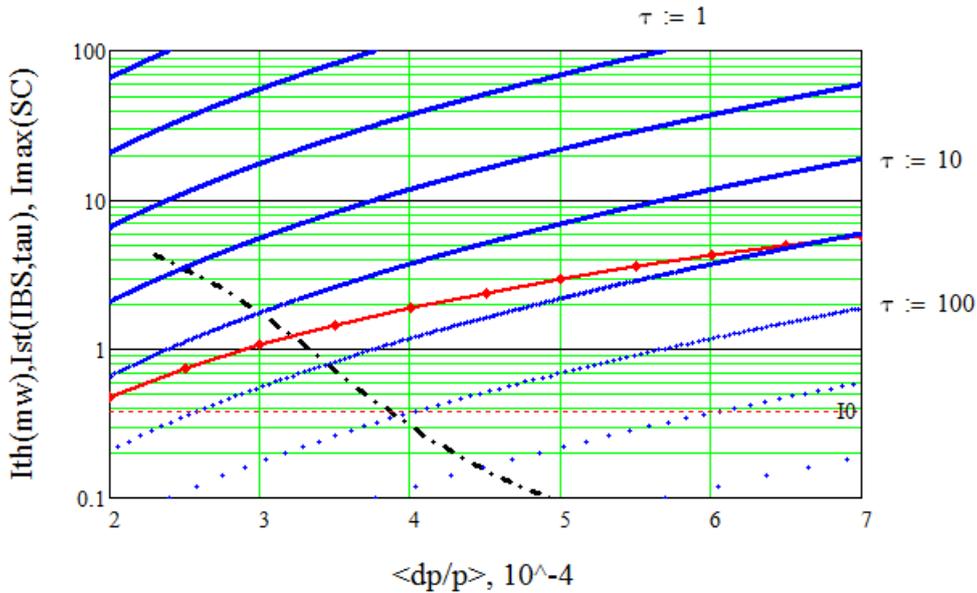


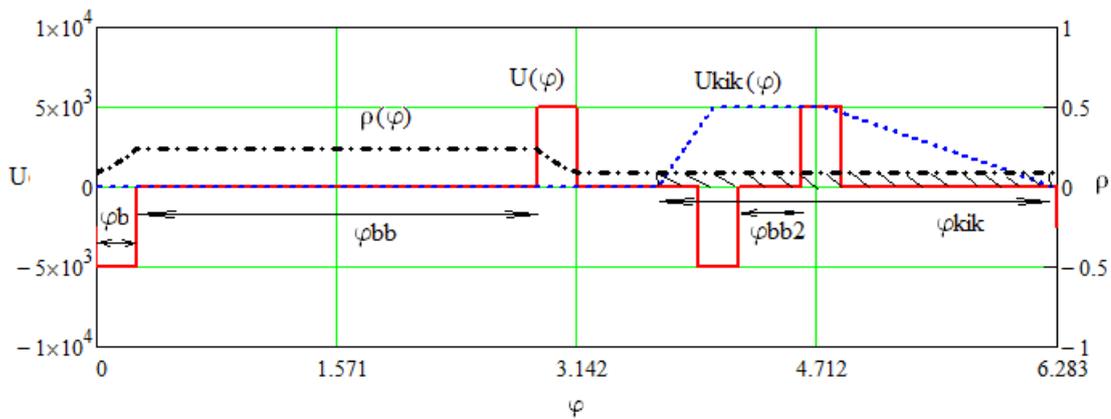
Рис.2. Пороговые токи по микроволновой неустойчивости (сплошная линия) и по пространственному заряду (пунктир) и токи, при которых достигается равновесие между ВПР и затуханием с различными временами τ (точки) в зависимости от разброса по импульсам. Здесь $I_0 = 0.386A$, соответствует $N_p = 5.28 \cdot 10^{10}$ ионов, $\max(|Z(n\omega_0)/n|) = 70 \text{ Ohm}$, $\varphi_{bb} = 2.343$, $\varphi_{kick} = 2.546$.

Вывод: ограничения по пространственному заряду и по микроволновой неустойчивости дают диапазон σ_p от $1.8 \cdot 10^{-4}$ до $4 \cdot 10^{-4}$, число инъекций не больше 55, при $\sigma_p < 3 \cdot 10^{-4}$. При этом возможные значения τ от 13 до 45 сек.

Инжекция и накопление частиц

Приведенная выше оценка выполняется, если за время накопления пучок успевает охладиться до стационарных значений. Однако за промежуток времени между двумя инъекциями 8 сек. равновесие не успеет установиться, поэтому процесс накопления также был промоделирован пошагово, с учетом изменения разброса по импульсам при сжатии накопленного пучка в пределах стека. При этом предполагалось, что передвижения барьеров адиабатически медленные, и пучок находится в равновесии, то есть времена перемещений барьером много больше периода движения частиц в сепаратрисе.

Накопление без затухания.



Накопление и инжекция происходят в две различные сепаратрисы, После инжекции очередной порции частиц инжекционная сепаратриса (2-я) придвигается к той, в которой накапливается пучок (1-й); сжиманием сепаратрис достигается выравнивание разбросов по импульсам, после чего сепаратрисы сливаются, и при необходимости общая сепаратриса сжимается так, чтобы ее длина не превышала половины накопителя. При расчетах предполагалось, что все передвижения адиабатически медленные, и пучок находится в равновесии.

В результате, без учета потерь частиц, выбиваемых кикером при инжекции новой порции, и затухания, после N_{inj} в стеке длиной φ_{bb1max} окажется сгусток с разбросом по импульсам

$$\sigma_{p1} = N_{inj} \frac{\sigma_{pi0} \varphi_{bb2}}{\varphi_{bb1max}}$$

и числом частиц

$$N = N_{inj} N_{i1} = N_{i1} \frac{\sigma_{p1} \varphi_{bb1max}}{\sigma_{pi0} \varphi_{bb2}}$$

Накопление с затуханием, без выбивания частиц кикером.

Уменьшение σ_{p1} за время Δt_{inj}

$$\sigma_{p1,k+1} = \sigma_{p1,k} \cdot e^{-\Delta t_{inj}/\tau}$$

После N_{inj} инжекций

$$\sigma_{p1f} = \frac{1 - e^{-N_{inj} \Delta t_{inj}/\tau}}{1 - e^{-\Delta t_{inj}/\tau}} \frac{\sigma_{pi0} \varphi_{bb2}}{\varphi_{bb1max}}$$

Выбивание частиц при инжекции

φ_{bb1} и σ_{p1} пересчитываются так же, как и выше, пересчитываются только N_k :

$$N_k = N_{k-1} + N_{i1} - \Delta N_{kik} (N_{k-1}, \sigma_{p1,k-1}) .$$

$$N_{pmax} = 5.28 \times 10^{10}$$

$$E_k = 3 \times 10^9$$

$$\varphi_{bb} = 2.343$$

$$\varphi_{bb20} = 0.586$$

$$\varphi_{kik} = 2.546$$

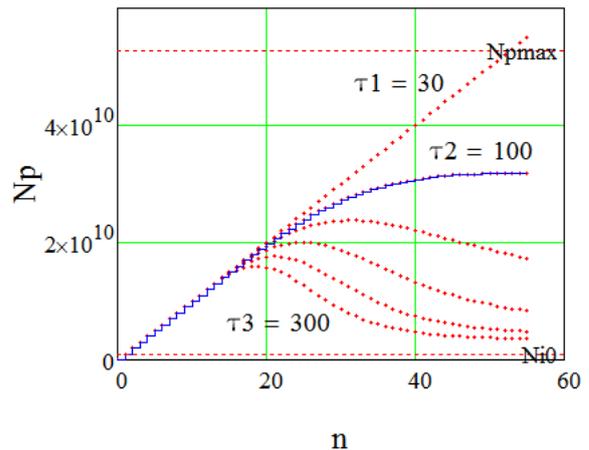
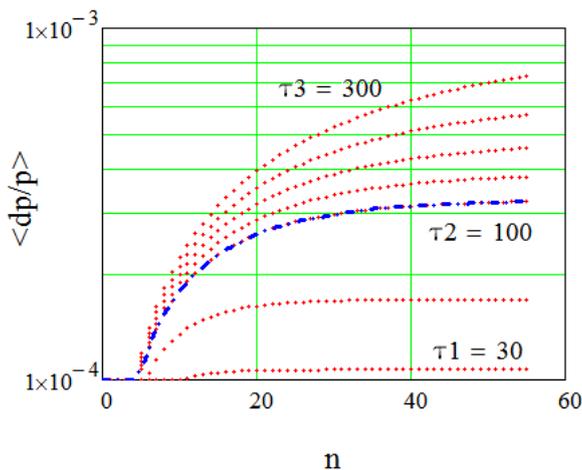


Рис.3. Накопление частиц при разных временах затухания τ (в sec). Слева - разброс по импульсам в конце накопления, справа - число накопленных частиц, в зависимости от числа инжекций n (инъекции через 8 сек.). Расчет при rms разбросе по импульсам и rms длине инжектированного сгустка $\sigma_{pi0} = 10^{-4}$ и для $E_k = 3 GeV / u$.

Максимально достижимый по этой оценке ток меньше, чем по стационарной модели, как и должно быть. Кроме того, при достижении равенства числа вновь инжектированных частиц и числа ранее накопленных частиц, выбитых кикером из области инъекции, разброс по импульсам накопленного пучка продолжает расти, поэтому число накопленных частиц не выходит на константу, а начинает снижаться.

Формирование многосгусткового пучка с помощью ВЧ2,3.

После накопления пучка при адиабатическим подъеме напряжений ВЧ2 и ВЧ3 должен происходить адиабатический захват ионов продольно-однородного пучка в сепаратрисы напряжения 22-й гармоники (ВЧ2), а потом - в каждую 3-ю сепаратрису напряжения 66-й гармоники (ВЧ3), при этом финальный среднеквадратичный размер сгустков должен быть 0.6м, а число ионов, захваченных в боковые сепаратрисы, должно быть как можно меньше. Этот процесс был промоделирован одномерным трэкингом - численным интегрированием уравнений продольного движения частиц под действием заданных напряжений ВЧ2, ВЧ3, с учетом охлаждения и ВПР (одномерного). Причем пока генератор ВЧ3 еще не включен, учитывается наведенное пучком напряжение на резонаторах ВЧ3, которое определялось с помощью вычисления 66-й гармоники тока текущего распределения макрочастиц). Используемое для трэкинга число макрочастиц - $100 \div 5000$. Интегрирование уравнений движения выполняется методом Рунге-Кутты 4 порядка с переменным шагом $\sim 1/200$ текущего значения периода малых синхротронных колебаний. Кроме того, предполагая адиабатичность изменения напряжения, для сокращения времени расчета используется сжатие по времени, при котором в заданное число раз (10-100) уменьшаются все времена, кроме периода синхротронных колебаний. Для моделирования влияния ВПР на каждом шаге интегрирования частицы получают случайные приращения импульса со среднеквадратичным значением, соответствующим коэффициенту диффузии ВПР для текущего распределения макрочастиц.

Группировка пучка в сепаратрисы напряжения 22-й гармоники (ВЧ2) происходит при постепенном увеличении суммарного напряжения на всех резонаторах ВЧ2 от $U_{2\min} \approx 1.5kV$ до $U_{2\max} = 100kV$, а после - при увеличении напряжения на всех резонаторах ВЧ3 от $U_{3\min} \approx 22kV$ до $U_{3\max} = 800kV$ (при $E_k = 3GeV/u$). $U_{2,3\min}$ определяются из заданных максимальных значений, с учетом перестройки резонаторов от максимального, до минимального значений расстройки (без учета наведенного напряжения). При этом минимальная расстройка определяется из условий синфазности тока генератора и напряжения на резонаторе при максимальном напряжении, а максимальная расстройка равна $1/2$ частоты обращения.

Время подъема напряжения определяется максимальной скоростью перестройки частоты резонаторов ВЧ системы 10 полос в сек (адиабатичность сохраняется) На рис.4 приведен пример зависимости амплитуд напряжений на резонаторах ВЧ 2, 3 и их расстроек при максимальной скорости перестройки частот резонаторов.

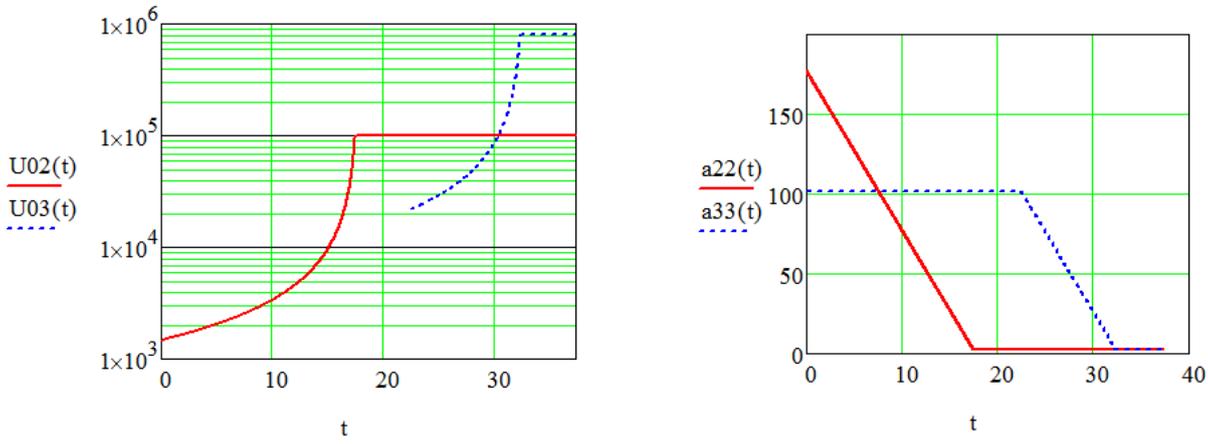


Рис.4. Напряжение ВЧ систем 2, 3, и расстройки резонаторов при постоянной скорости перестройки резонаторов

После подъема напряжения ВЧ2 начинается подъем напряжения ВЧ3. В процессе подъема напряжения среднеквадратичная длина сгустков уменьшается. Когда напряжение ВЧ3 сравнивается с максимальным напряжением ВЧ2, начинается образование боковых сепаратрис. Если к этому моменту τ_{ms} длина сгустка будет больше, чем $1/6$ длины волны 66-й гармоники (1.27м), в боковых сепаратрисах останется заметная доля частиц пучка, чего не должно быть. Таким образом, к этому моменту пучок должен быть не только сжат ВЧ напряжением, но и дополнительно охлажден. Минимальная длина сгустка, до которой возможно охлаждение, зависит от постоянной времени охлаждения и амплитуд ВЧ напряжения и определяется равновесием между ВПР и охлаждением (с учетом того, что для сгруппированного пучка $\sigma_{s, st} \propto \sigma_{p, st}$) как $\sigma_{p, st}^2 = \tau D(\sigma_{p, st}, \sigma_{s, st}, N, \gamma) / 2$. На рис.8 приведены графики, показывающие, до каких длин может быть охлажден сгусток, в зависимости от постоянной времени охлаждения, после подъема напряжения ВЧ2, к моменту образования боковых сепаратрис и после подъема напряжения ВЧ3.

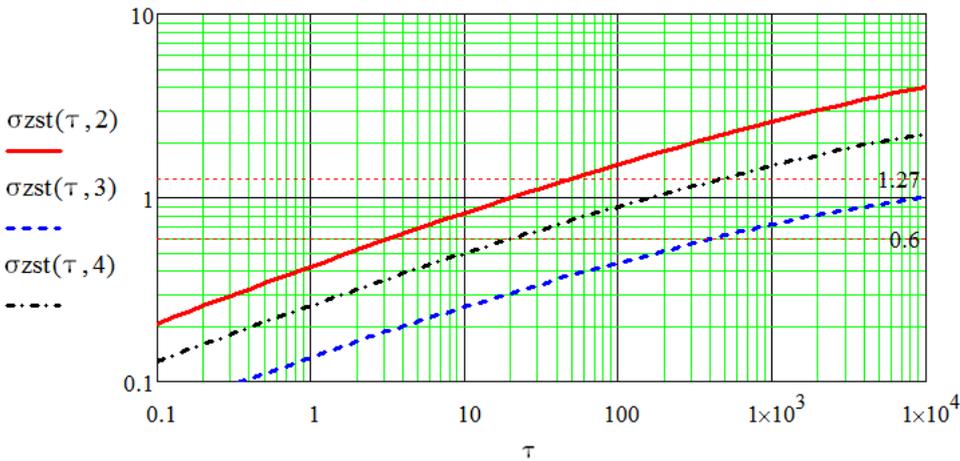


Рис.5. Стационарные значения τ_{ms} длины сгустка, после подъема напряжения ВЧ2 ($U_2 = 100kV, U_3 = 0$, сплошная линия) и после подъема ВЧ3 ($U_2 = 100kV, U_3 = 800kV$, штрихи), в момент образования боковых сепаратрис ($U_2 = 100kV, U_3 = U_2 = 100kV$, пунктир).

Если к моменту образования боковых сепаратрис пучок охлажден до $\sigma_z \leq \lambda_{66} / 6 = 1.27m$, то в боковых сепаратрисах останется не больше $erfc(3/\sqrt{2}) = 2.7 \cdot 10^{-3}$ от полного числа частиц. Из рис. видно, что это возможно при $\tau < 450$ сек. (чем меньше τ , тем меньше время охлаждения.) Отметим, что при

$\tau = 450 \text{ sec}$ до подъема ВЧЗ пучок можно охладить только до $\sigma_z = 2.2 \text{ м}$, дальнейшее сжатие обеспечивается только подъемом напряжения ВЧЗ.

Как видно из рис.5, самым эффективным является охлаждение при максимальных напряжениях., при этом требуются меньшие времена охлаждения и бо`льшие постоянные времени охлаждения. На рис. 6 показан процесс охлаждения при $U_3 = U_{2\text{max}}$ от $\sigma_s = 3 \text{ м}$ до $\sigma_{s0} = 1.27 \text{ м}$ при различных постоянных времени охлаждения.

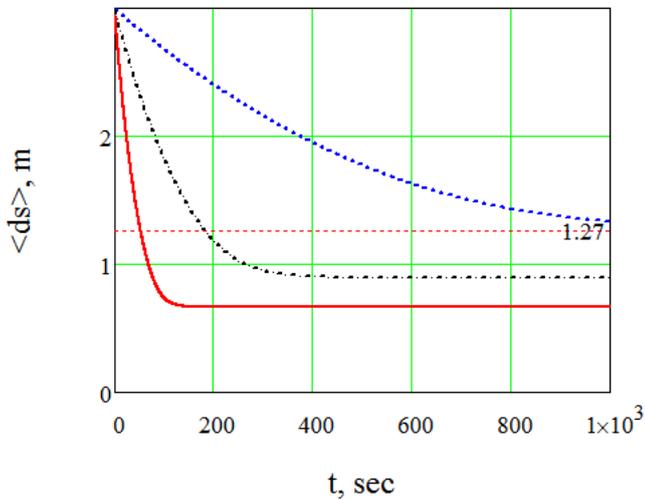


Рис.6. Процесс охлаждения при $U_3 = U_{2\text{max}}$ от $\sigma_s = 3 \text{ м}$ до $\sigma_{s0} = 1.27 \text{ м}$ при $\tau = 450, 100, 30 \text{ sec}$. Соответствующие времена охлаждения до $\sigma_{s0} = 1.27 \text{ м}$ равны $t = \infty, 182, 52 \text{ sec}$.

На рис.7 приведен один из результатов трэкинга: изменение среднеквадратичной длины пучка при подъеме напряжения ВЧ2 и последующем охлаждении при $\tau = 100 \text{ sec}$. Начальное распределение частиц - продольно-однородное. Установившееся значение среднеквадратичной длины сгустка после $\sim 250 \text{ sec}$ охлаждения 1.34 м , соответствует равновесному значению для $U_3 = 0$, $U_2 = U_{2\text{max}}$ на рис.5., что демонстрирует соответствие результатов трэкинга и аналитических оценок.

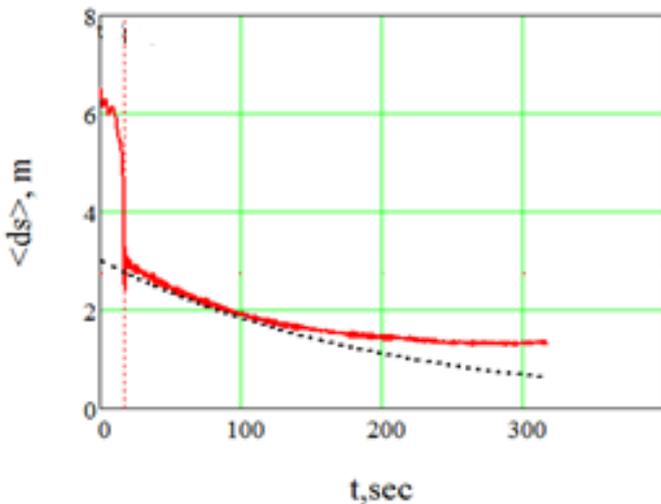
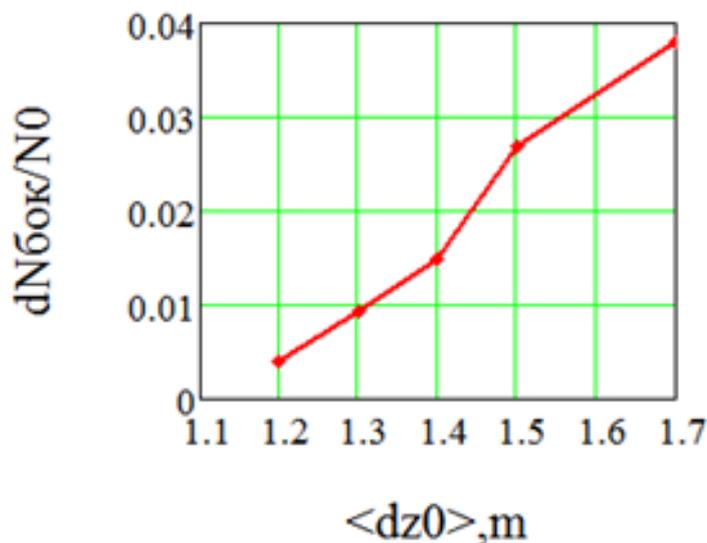


Рис.7. Изменение среднев. длины сгустка при захвате частиц в сепаратрису ВЧ2 при при адиабатическом подъеме напряжения ВЧ2 и последующем охлаждении.

На рис.8 приведен основной результат, полученный трэкигом: доля частиц в боковых сепаратрисах. Рассматривается подъем напряжения ВЧ3 без охлаждения и адиабатическое уменьшение длины сгустка в зависимости от длины сгустка в начале подъема напряжения ВЧ3. Как видно из рисунка,

При rms длине сгустка перед подъемом напряжения ВЧ3 1.5м в боковых сепаратрисах остается 2.7% ионов, а при длине сгустка перед подъемом напряжения ВЧ3 1.4м - 1.5% ионов:



Для уменьшения количества ионов в боковых сепаратрисах можно продолжить охлаждать пучок при напряжении ВЧ3 меньше или равном напряжению ВЧ2 (до момента образования боковых сепаратрис), не поднимая дальше напряжение ВЧ3, пока rms длина сгустка не уменьшится до 1.27м (при $U_{ВЧ3} = 100 kV$ сгусток можно охладить до меньшей длины, чем при $U_{ВЧ3} = 0 kV$). При этом доля частиц в боковых сепаратрисах будет меньше 0.3%.

При охлаждении пучка после подъема напряжения ВЧ3 возможно достичь проектного значения $\sigma_{sf} = 0.6m$, если время затухания $\tau < 300sec$ (рис.5).

Дальнейшими шагами может быть сравнение полученных результатов результатами 3мерного моделирования с учетом зависимости охлаждения и ВПР от поперечного движения частиц пучка.

Ссылки

[1] Sergei Nagaitsev. Intrabeam scattering formulas for fast numerical evaluation. PHYSICAL REVIEW SPECIAL TOPICS - ACCELERATORS AND BEAMS 8, 064403 (2005)

[2] A.Chao. Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators. New York, 1993.