

Стандартная Модель – 2020

А.Е.Калошин

Иркутский государственный университет

16 октября 2020 г.

Стандартная Модель – частицы

QUARKS	mass → $\approx 2.3 \text{ MeV}/c^2$ charge → 2/3 spin → 1/2	u up	mass → $\approx 1.275 \text{ GeV}/c^2$ charge → 2/3 spin → 1/2	c charm	mass → $\approx 173.07 \text{ GeV}/c^2$ charge → 2/3 spin → 1/2	t top	mass → 0 charge → 0 spin → 1	g gluon	mass → $\approx 126 \text{ GeV}/c^2$ charge → 0 spin → 0	H Higgs boson
	$\approx 4.8 \text{ MeV}/c^2$ -1/3 1/2	d down	$\approx 95 \text{ MeV}/c^2$ -1/3 1/2	s strange	$\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$ -1/3 1/2	b bottom		γ photon		
	$0.511 \text{ MeV}/c^2$ -1 1/2	e electron	$105.7 \text{ MeV}/c^2$ -1 1/2	μ muon	$1.777 \text{ GeV}/c^2$ -1 1/2	τ tau		Z Z boson		GAUGE BOSONS
LEPTONS	$<2.2 \text{ eV}/c^2$ 0 1/2	ν_e electron neutrino	$<0.17 \text{ MeV}/c^2$ 0 1/2	ν_μ muon neutrino	$<15.5 \text{ MeV}/c^2$ 0 1/2	ν_τ tau neutrino		W W boson		

Основные события

- 1954, R.Mills, C.Yang – Неабелева калибровочная симметрия
- 1956, C.-S.Wu – Нарушение Р-четности
- Долгая история – Структура слабых токов
- 1964, Эффект П.Хиггса и др.
Теорема Голдстоуна не работает для случая калибровочных теорий.
- 1967, S.Weinberg, A.Salam, S.Glashow
Электрослабая теория
- 1983, CERN – Открытие W и Z
- 2013, CERN – Открытие бозона Хиггса
-

Четырехмерный мир

Естественная система единиц

$$c = \hbar = 1$$

4-мерный вектор координат

$$x^\mu = (x^0, \vec{x}) = (t, \vec{x}), \quad \mu = 0, 1, 2, 3$$

Импульс:

$$p^\mu = (p^0, \vec{p})$$

4-мерный электромагнитный потенциал

$$A^\mu = (\varphi, \vec{A}), \quad A_\mu = (\varphi, -\vec{A})$$

Квадрат 4-вектора:

$$p^2 = p_\mu p^\mu = g^{\mu\nu} p_\mu p^\nu = (p^0)^2 - \vec{p}^2$$

Короткое обозначение для производной

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$$

Электродинамика

Строится тензор напряженности

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

Градиентное преобразование 2-го рода

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \varphi + \frac{\partial f}{\partial t}, \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} - \text{grad } f$$

в 4-мерных обозначениях:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu f(x)$$

Напряженность не меняется:

$$F_{\mu\nu} = F'_{\mu\nu}$$

Фермионы, калибровочное преобразование

Уравнение Дирака для спинора

$$(i\partial_\mu \gamma^\mu - m)\psi(x) = 0$$

Гамма-матрицы Дирака 4×4 :

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad \gamma^5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$$

Свободный лагранжиан фермионного поля

$$L_0 = \bar{\psi}(i\hat{\partial} - m)\psi = \bar{\psi}(i\partial_\mu \gamma^\mu - m)\psi, \quad \text{где } \bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$$

очевидно инвариантен относительно **глобальных** преобразований $U(1)$

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha} \psi(x)$$

А что, если сделать **локальное** преобразование?

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha(x)} \psi(x)$$

Локальная калибровочная симметрия

Как спасти инвариантность? Надо ввести безмассовое векторное поле

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu(x)$$

Лагранжиан

$$L = \bar{\psi}(i\hat{D} - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}A_\mu A^\mu$$

Преобразования полей:

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha(x)}\psi(x)$$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x)$$

оставляют лагранжиан инвариантным. Это называется $U(1)$ локальной симметрией.

Локальная калибровочная симметрия

- $U(1)$ локальная симметрия
- $SU(2)$ симметрия (ЭСТ)

$$\psi(x) \rightarrow e^{i \frac{\sigma^a}{2} \alpha^a(x)} \psi(x), \quad a = 1, 2, 3$$

3 параметра \Rightarrow 3 безмассовых (пока) переносчика (W^\pm, Z)

- $SU(3)$ симметрия (КХД)

$$\psi(x) \rightarrow e^{it^a \alpha^a(x)} \psi(x), \quad a = 1, \dots, 8$$

8 параметров \Rightarrow 8 безмассовых переносчиков (глюоны)

Фермионы: левые и правые

Еще раз:

$$L_0 = \bar{\psi}(i\hat{\partial} - m)\psi = \bar{\psi}(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)\psi, \quad \text{где } \bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$$

Введем такие матрицы

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2}, \quad P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2}, \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

Это проекторы

$$\left(\frac{1 \pm \gamma^5}{2}\right)^2 = \frac{1 \pm \gamma^5}{2}, \quad P_L + P_R = 1$$

Свойства γ^5

$$(\gamma^5)^2 = 1, \quad \gamma^5\gamma^\mu + \gamma^\mu\gamma^5 = 0$$

Фермионы: левые и правые

Фермионное поле:

$$\psi(x) = (P_L + P_R)\psi(x) = \psi_L + \psi_R, \quad \psi_L = \frac{1 - \gamma^5}{2}\psi(x)$$

Для дираковски сопряженных:

$$\bar{\psi}_L = \bar{\psi} \frac{1 + \gamma^5}{2}, \quad \bar{\psi}_R = \bar{\psi} \frac{1 - \gamma^5}{2}$$

В терминах левых и правых:

$$L_0 = \bar{\psi}_L i\hat{\partial}\psi_L + \bar{\psi}_R i\hat{\partial}\psi_R - m(\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L)$$

Для придания массы полю нужны оба !

Введение

Стандартная Модель:

Это есть: $SM = QCD + EWT$, $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)$

Мы будем в основном говорить о **электрослабой теории**(ЭСТ),
т.е. $SU(2)_L \otimes U(1)$.

ЭСТ успешно описывает слабые процессы при низких энергиях в виде 4-фермионного взаимодействия **ток** \otimes **ток**.

Эффективный слабый лагранжиан для мюонного распада

$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$:

$$L_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} J^\alpha(x) \times J_\alpha(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_\mu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \mu \times \bar{e} \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \nu_e,$$

$$\text{где } G_F = 1.1663787(6) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} (RPP - 2020) \approx \frac{10^{-5}}{m_p^2}$$

Размерность G_F есть $(mass)^{-2}$, поэтому интенсивность слабого процесса характеризуется параметром $G_F E^2$, где это типичная энергия данного процесса.

Для распада мюона $E \sim m_\mu$.

Введение

Поскольку

$$G_F E^2 \sim 10^{-5} \times \left(\frac{E}{m_p}\right)^2,$$

то при низких энергиях $E \sim m_p$ интенсивность (амплитуда) слабого процесса характеризуется величиной 10^{-5} . Давайте сравним ...

Weak interactions	Electromagnetic	Strong
10^{-5}	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137}$	$\frac{g^2}{4\pi} \sim 10$

Квадратичный рост не может продолжаться долго: это приведет к нарушению унитарности. Калибровочные бозоны останавливают этот рост при $E \sim M_W$. При более высоких энергиях интенсивность слабых взаимодействий определяется константой связи g_W или $\alpha_W = g_W^2/4\pi$.

В Стандартной Модели:

$$\alpha_W = \frac{\sqrt{2}}{\pi} G_F M_W^2 = \frac{\alpha}{\sin \theta_W} \approx \frac{1}{30}$$

При высоких энергиях слабые взаимодействия перестают быть слабыми !

Введение

Радиус слабых взаимодействий очень мал:

$$r_W = \frac{\hbar c}{M_W} \approx 2.5 \cdot 10^{-16} \text{ cm}$$

Массы переносчиков:

$$m_W \approx 80 \text{ GeV}, \quad m_Z \approx 91 \text{ GeV}, \quad m_\gamma < 1 \cdot 10^{-18} \text{ eV}$$

$$m_W \approx m(Rb^{37}), \quad m_Z \approx m(Mo^{42})$$

Переносчики взаимодействуют с киральными компонентами:

$$\psi_L \equiv \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \psi, \quad \psi_R \equiv \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \psi, \quad \bar{\psi}_L = \bar{\psi} \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right), \quad \bar{\psi}_R = \bar{\psi} \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right)$$

Электрослабая теория

Основные черты:

- ЭСТ основана на неабелевой локальной калибровочной симметрии $SU(2)_L \otimes U(1)$. В лагранжиане существуют 4 калибровочных бозона.
- Происходит спонтанное нарушение симметрии (SSB). В результате SSB калибровочные бозоны становятся массивными: массивный заряженный бозон W^\pm и нейтральный Z. Одно поле остается безмассовым – это электромагнитное поле A_μ .
- Хиггсовский механизм спонтанного нарушения: главную роль играет набор скалярных полей φ^i . Как минимум одно из этих полей должно остаться в виде массивной бессpinовой частицы.

На групповом языке:

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{SSB} U(1)_{EM}$$

Идея слабого переносчика

Идея довольно очевидная и довольно старая (Э.Ферми)

Рассмотрим β - распад нейтрона: $n \rightarrow pe^-\bar{\nu}_e$, $(V-A)^\mu(V-A)_\mu$.



Амплитуда:

$$\frac{g^2}{4} \bar{u}_e \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) v_\nu \times \left[\frac{g^{\lambda\mu} - q^\lambda q^\mu / M^2}{M_W^2 - q^2} \right] \times \langle p | J_\mu(0) | n \rangle$$

Слагаемое $\frac{q^\lambda q^\mu}{M^2}$ в пропагаторе не исчезает (в отличие от КЭД), т.к. аксиальный ток не сохраняется: $\partial_\mu A^\mu \neq 0$. Это приводит к плохим последствиям при высоких энергиях, а также в петлевых вкладах. Такая теория является не-перенормируемой.

Невозможно ввести W^\pm простым способом.

Ограничимся одним поколением и введем обозначение:

$$\psi_1(x) = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad \psi_2(x) = u_R, \quad \psi_3(x) = d_R.$$

В лептонном секторе аналогично:

$$\psi_1(x) = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \quad \psi_2(x) = \nu_{eR}, \quad \psi_3(x) = e_R^-.$$

Свободный безмассовый лагранжиан:

$$L_0 = \bar{u}(x)i\hat{\partial}u(x) + \bar{d}(x)i\hat{\partial}d(x) = \sum_{j=1}^3 \bar{\psi}_j(x)i\hat{\partial}\psi_j(x)$$

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \quad (2)$$

L_0 инвариантен при глобальных преобразованиях:

$$\psi_1(x) \rightarrow \psi'_1(x) = e^{iy_1\beta} U_L \psi_1(x),$$

$$\psi_2(x) \rightarrow \psi'_2(x) = e^{iy_2\beta} \psi_2(x),$$

$$\psi_3(x) \rightarrow \psi'_3(x) = e^{iy_3\beta} \psi_3(x).$$

Здесь U_L есть $SU(2)_L$ преобразование

$$U_L = \exp \left(i \frac{\sigma^i}{2} \alpha^i \right)$$

Рассмотрим группу локальных преобразований: $\alpha^i \rightarrow \alpha^i(x)$, $\beta \rightarrow \beta(x)$. Чтобы сохранить симметрию, нам нужно иметь 4 безмассовых калибровочных бозона. Удобно ввести понятие ковариантной производной.

$$D_\mu \psi_1(x) \equiv [\partial_\mu - igW_\mu(x) - ig'y_1B_\mu(x)]\psi_1(x),$$

$$D_\mu \psi_2(x) \equiv [\partial_\mu - ig'y_2B_\mu(x)]\psi_2(x),$$

$$D_\mu \psi_3(x) \equiv [\partial_\mu - ig'y_3B_\mu(x)]\psi_3(x).$$

Здесь $W_\mu(x)$ – матрица 2×2 : $W_\mu(x) = W_\mu^a(x)\sigma^a/2$.

Локальная симметрия требует, чтобы $D_\mu \psi_i$ имела бы тот же закон преобразования, как ψ_i . Это фиксирует свойства калибровочных полей:

$$B_\mu(x) \rightarrow B'_\mu(x) = B_\mu(x) + \frac{1}{g'} \partial_\mu \beta(x)$$

$$W(x) \rightarrow W'(x) = U_L(x)W(x)U_L^\dagger(x) - \frac{i}{g} \partial_\mu U_L(x)U_L^\dagger(x)$$

Лагранжиан, симметричный относительно локальных $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ преобразований:

$$L = \sum_{j=1}^3 \bar{\psi}_j(x) i \hat{D} \psi_j(x).$$

Осталось добавить в лагранжиан кинетический вклад калибровочных полей. Для этого нам нужна напряженность поля и ее аналог в не-абелевом случае.

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu,$$

$$W_{\mu\nu} = \frac{i}{g} [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu - ig[W_\mu, W_\nu],$$

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k.$$

Преобразование напряженности:

$$B_{\mu\nu} \rightarrow B_{\mu\nu}, \quad W_{\mu\nu} \rightarrow U_L(x) W_{\mu\nu} U_L^\dagger(x)$$

Лагранжиан полностью (но пока безмассовый!):

$$L = \sum_{j=1}^3 \bar{\psi}_j(x) i \hat{D} \psi_j(x) - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{2} Tr[W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}].$$

Лагранжиан в подробностях (1)

Заряженные токи

Заряженные векторные поля: $W_\mu = (W_\mu^1 + iW_\mu^2)/\sqrt{2}$,

$$W_\mu^\dagger = (W_\mu^1 - iW_\mu^2)/\sqrt{2}$$

Взаимодействие с фермионами:

$$L_{CC} = \frac{g}{2\sqrt{2}} W_\mu^\dagger [\bar{u}\gamma^\mu(1-\gamma^5)d + \bar{\nu}_e\gamma^\mu(1-\gamma^5)e] + h.c.$$

Нейтральные токи

Есть два нейтральных поля: W_μ^3 и B_μ . Физические поля с определенной массой Z и γ – это их линейные комбинации.

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

После некоторых преобразований:

$$L_{QED} = eA_\mu \sum_j \bar{\psi}_j(x)\gamma^\mu Q_j \psi_j(x) \equiv eA_\mu J_{em}^\mu$$

$$L_{NC}^Z = \frac{e}{2\sin\theta_W \cos\theta_W} Z_\mu \sum_f \bar{f}\gamma^\mu(v_f - a_f\gamma^5)f,$$

Лагранжиан в подробностях (2)

где $a_f = T_3^f$ и $v_f = T_3^f(1 - 4|Q_f| \sin \theta_W^2)$.



Вершины нейтрального тока:

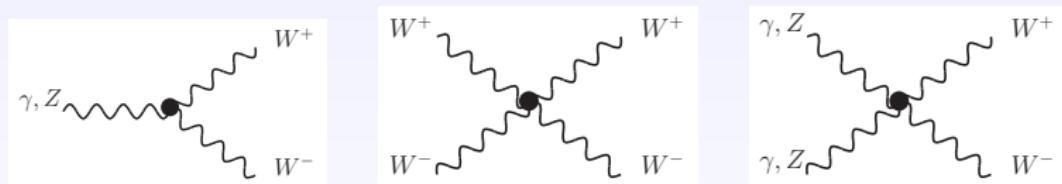
	u	d	ν_e	e
$2v_f$	$1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_W$	$-1 + \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$	1	$-1 + 4 \sin^2 \theta_W$
$2a_f$	1	-1	1	-1

Самодействие векторных бозонов

Напомним напряженность поля :

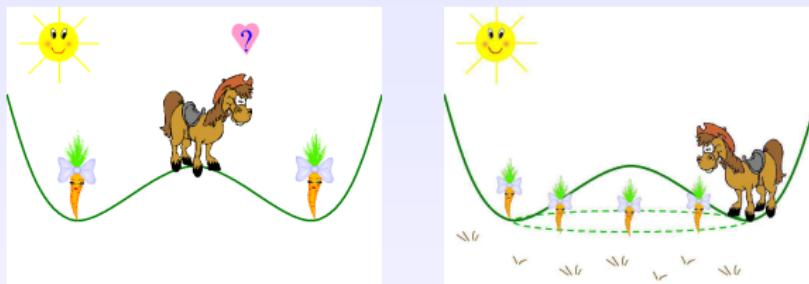
$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k$$

Это приводит к самодействию калибровочных бозонов.



Специфика $SU(2)_L$: отсутствие нейтральных вершин с участием только γ и Z .

Спонтанное нарушение симметрии (1)



Переносчики слабых взаимодействий должны быть массивными, поэтому мы должны нарушить калибровочную инвариантность. Но нам нужен полностью симметричный лагранжиан, чтобы сохранить перенормируемость теории. Можно ли получить несимметричный ответ для симметричного лагранжиана? Предположим, что мы имеем лагранжиан, который

- Является инвариантом при преобразованиях из группы G .
- Имеет вырожденный набор состояний с минимальной энергией, которые преобразуются относительно G .

Если каким-то образом одно из этих состояний выбрано в качестве основного состояния, мы говорим, что симметрия спонтанно нарушена.

Хорошо известный пример – ферромагнетик

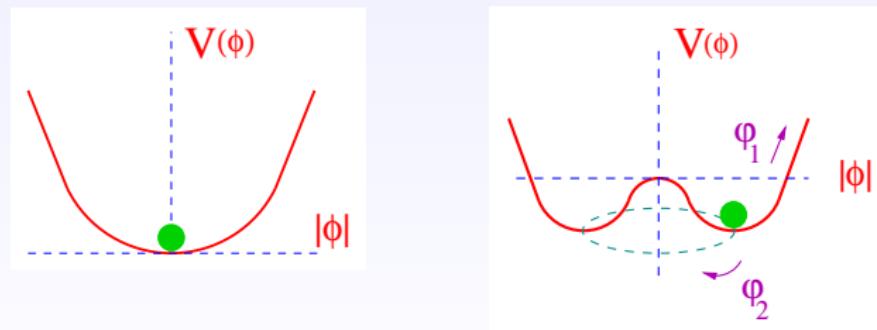
Спонтанное нарушение симметрии (2)

Рассмотрим комплексное скалярное поле $\phi(x)$

$$L = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - V(\phi), \quad V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + h(\phi^\dagger \phi)^2$$

Лагранжиан инвариантен относительно глобальных фазовых преобразований

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = \exp\{i\theta\} \cdot \phi(x)$$



Нетривиальный случай возникает при $\mu^2 < 0$. Минимум возникает для всех полей, удовлетворяющих условию

Спонтанное нарушение симметрии (3)

$$|\phi_0| = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2h}} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad V(\phi_0) = -\frac{h}{4}v^4$$

Таким образом, мы имеем набор вырожденных состояний с минимальной энергией $\phi_0(x) = \frac{v}{\sqrt{2}} \exp\{i\theta\}$. Выбрав $\theta = 0$, мы получим спонтанное нарушение симметрии.

Новые "координаты":

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \phi_1(x) + i\phi_2(x)]$$

"Потенциал":

$$V(\phi) = V(\phi_0) - \mu^2\phi_1^2 + hv\phi_1(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{h}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2$$

ϕ_1 – массивное поле $m_{\phi_1}^2 = -2\mu^2$, а ϕ_2 является безмассовым.

Наличие безмассовой моды видно из картинки и это проявление так называемой **теоремы Голдстоуна**.

СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ СИММЕТРИИ С НЕОБХОДИМОСТЬЮ ПРИВОДИТ К ПОЯВЛЕНИЮ СКАЛЯРНЫХ БЕЗМАССОВЫХ ЧАСТИЦ.

Механизм Хиггса (1)

Пусть калибровочная симметрия является локальной.
 $SU(2)_L$ дублет скалярных комплексных полей:

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^{(+)}(x) \\ \phi^{(0)}(x) \end{pmatrix}$$

Калибровочный лагранжиан модели Голдстоуна:

$$L = (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - \mu^2 \phi^\dagger \phi - h(\phi^\dagger \phi)^2, \quad (\mu^2 < 0, \quad h > 0)$$

$$D_\mu \phi = [\partial_\mu - igW_\mu - ig'y_\phi B_\mu] \phi, \quad y_\phi = Q_\phi - T_3 = \frac{1}{2}$$

Вырожденные минимумы:

$$| \langle 0 | \phi^{(0)} | 0 \rangle | = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2h}} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}}$$

Новая параметризация дублета:

$$\phi(x) = \exp \left\{ i \frac{\sigma^i}{2} \theta^i(x) \right\} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}$$

Механизм Хиггса (2)

Давайте выберем физическую калибровку $\theta^i(x) = 0$

$$(D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi \longrightarrow \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + (v + H)^2 \left[\frac{g^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu \right]$$

Массы:

$$m_Z \cos \theta_W = m_W = \frac{1}{2} v g, \quad m_\gamma = 0$$

Три из четырех скалярных полей были “съедены” векторными бозонами, чтобы сделать массу (или добавить продольную поляризацию полю). Одно поле из четырех осталось в виде физического скалярного поля – Хиггсовского поля.



Higgs

Kibble

Guralnik

Hagen

Englert

Brout[†]

Фиксация EW параметров

- Диагонализация массовых членов нейтральных калибровочных полей:

$$\frac{g}{\bar{g}} = \cos \theta_W, \quad \frac{g'}{\bar{g}} = \sin \theta_W, \quad \bar{g} = \sqrt{g^2 + g'^2}.$$

- Массы:

$$\frac{m_W}{m_Z} = \cos \theta_W.$$

- Заряд электрона:

$$e^2 = \frac{g^2 g'^2}{g^2 + g'^2}.$$

- Фермиевская слабая константа:

$$\frac{g^2}{8m_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}.$$

- Величина вакуумного конденсата вычисляется:

$$v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} = 246 \text{ GeV}$$

Наиболее точные EW измерения (1)

- Постоянная тонкой структуры $\alpha = \alpha(0)$

Наилучшее место для “измерения” α – это аномальный магнитный момент электрона

$$\alpha^{-1} = 137.035999084(21)$$

Для этого нужны рекордные теоретические вычисления (4 петли в КЭД) , Davier, Marciano

$$a_e^{SM} = \frac{\alpha}{2\pi} - 0.328478444 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + 1.181234 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 - 1.7502 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + \\ + 1.6 \times 10^{-12}$$

и рекордно точные измерения:

$$a_{e^-}^{exp} = (1159.65218091 \pm 0.00000026) \cdot 10^{-6}$$

Наиболее точные EW измерения (2)

- **Фермиевская слабая константа G_F**

Из времени жизни мюона:

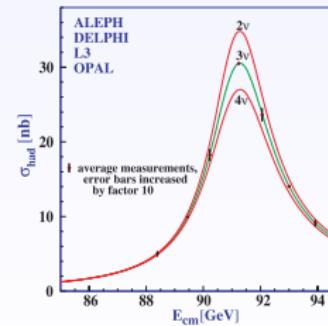
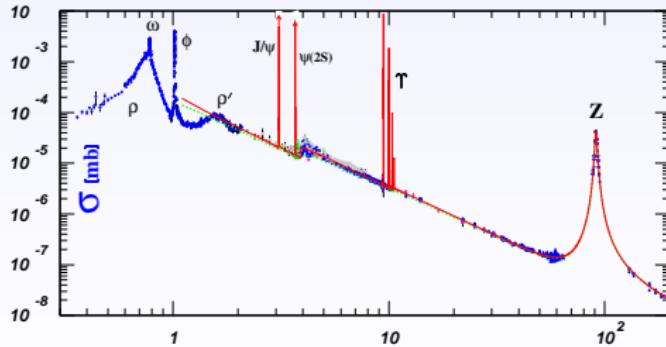
$$\tau_\mu = 2.1969811(22) \times 10^{-6} \text{ s}$$

получено (с учетом радиационных поправок)

$$G_F = 1.1663787(6) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

- **m_Z and m_W**

Масса Z бозона измеряется в $e^+e^- \rightarrow \gamma, Z \rightarrow hadrons(leptons)$



Наиболее точные EW измерения (3)

Наилучшее место для измерения массы W это
 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ реакция.

Итак,

$$m_z = 91.1876(21) \text{ GeV} \quad (\text{LEPII})$$

$$m_W = 80.379(12) \text{ GeV} \quad (\text{LEPII} + \text{Tevatron})$$

- **Перенормированный слабый угол $\sin^2 \theta_W$**

$$\sin^2 \theta_W^R = \sin^2 \theta_W^0 + \delta s^2$$

δs^2 это контрчлен, зависящий от определения.

Экспериментально, наилучшее место для измерения эффективного угла $\sin^2 \theta_W^{eff}$ из реакции $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$: асимметрия “вперед-назад” на Z пике.

С теоретической точки зрения лучше использовать другую величину: $\sin^2 \theta_W_{\overline{MS}}$.

Наиболее точные EW измерения (4)

Лептонная асимметрия дает: $\sin^2 \theta_W(m_Z)^{leptonic} = 0.23121(4)$,
 $\sin^2 \theta_W(m_Z)_{\overline{MS}} = 0.23121(4)$.

Список наиболее точных EW величин (0.1 % level or better)

$$\alpha^{-1} = 137.035999084(21)$$

$$G_F = 1.1663787(6) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

$$m_z = 91.1876(21) \text{ GeV}$$

$$m_W = 80.379(12) \text{ GeV}$$

$$\sin^2 \theta_W(m_Z)^{leptonic} = 0.23146(12)$$

$$\Gamma_Z = 2.4952 \pm 0.0023 \text{ GeV}$$

$$\Gamma(Z \rightarrow l^+ l^-) = 83.984 \pm 0.08 \text{ MeV}$$

$$\Gamma(Z \rightarrow invisible) = 499.0 \pm 1.5 \text{ MeV}$$

Из последней величины можно найти

$$N_\nu = 2.9841 \pm 0.0083$$

$$e^+ e^- \rightarrow (\gamma, Z) \rightarrow f\bar{f} \text{ at } Z \text{ peak}$$

Для неполяризованных e^+, e^- :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{8s} N_f \left\{ A(1 + \cos^2 \theta) + B \cos \theta - h_f [C(1 + \cos^2 \theta) + D \cos \theta] \right\}$$

Здесь h_f – знак спиральности фермиона f , θ – угол между e^- и f^- в СЦМ,

$$A = 1 + 2v_e v_f \operatorname{Re}(\chi) + (v_e^2 + a_e^2)(v_f^2 + a_f^2) |\chi|^2$$

$$B = 4a_e a_f \operatorname{Re}(\chi) + 8v_e a_e v_f a_f |\chi|^2$$

$$C = 2a_e a_f \operatorname{Re}(\chi) + 2(v_e^2 + a_e^2)v_f a_f |\chi|^2$$

$$D = 4a_e a_f \operatorname{Re}(\chi) + 4v_e a_e (v_f^2 + a_f^2) |\chi|^2$$

$$\chi = \frac{G_F m_Z^2}{2\sqrt{2}\pi\alpha} \frac{s}{(s - m_Z^2 + is\Gamma_Z/m_Z)}$$

Коэффициенты A,B,C,D могут быть определены из экспериментов различных типов

Полное сечение

$$\sigma(s) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} N_f A$$

Асимметрия “вперед-назад”

$$A_{FB} \equiv \frac{N_F - N_B}{N_F + N_B} = \frac{3B}{8A}$$

Поляризационная асимметрия

$$A_{Pol} \equiv \frac{\sigma^{h_f=+1} - \sigma^{h_f=-1}}{\sigma^{h_f=+1} + \sigma^{h_f=-1}} = -\frac{C}{A}$$

“Вперед-назад” поляризационная асимметрия

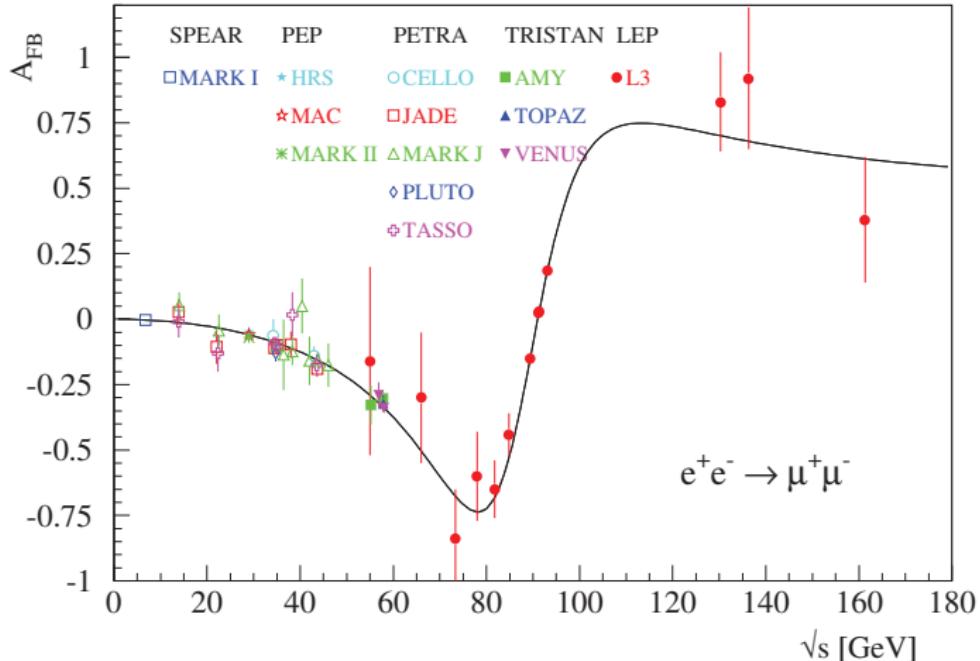
$$A_{FB,Pol}(s) \equiv \frac{N_F^{h_f=+1} - N_F^{h_f=-1} - N_B^{h_f=+1} + N_B^{h_f=-1}}{N_F^{h_f=+1} + N_F^{h_f=-1} + N_B^{h_f=+1} + N_B^{h_f=-1}} = -\frac{3D}{8A}$$

С поляризованными пучками e^+, e^- (SLD) мы можем также изучать

$$A_{LR}^0 \equiv A_{LR}(m_Z^2) = \frac{\sigma_L(m_Z^2) - \sigma_R(m_Z^2)}{\sigma_L(m_Z^2) + \sigma_R(m_Z^2)} = -P_e,$$
$$A_{FB,LR}^{0,f} \equiv A_{FB,LR}(m_Z^2) = -\frac{3}{4}$$

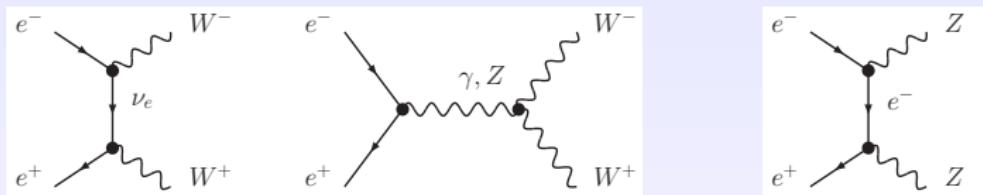
На Z пике A_{LR}^0 измеряет среднюю поляризацию начальных лептонов P_e , а $A_{FB,LR}^{0,f}$ определяет поляризацию конечных фермионов P_f .

Асимметрия “вперед-назад”

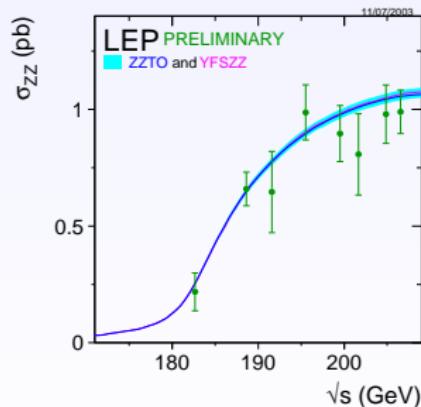
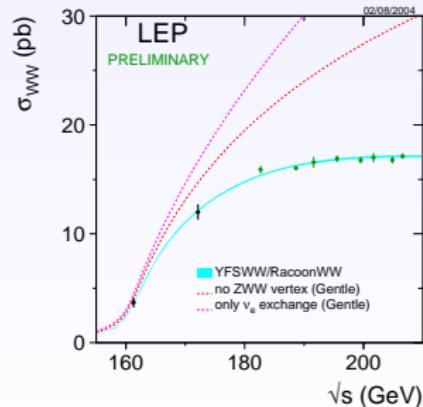


Самодействие калибровочных бозонов

Диаграммы процессов $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ и $e^+e^- \rightarrow ZZ$:



Взглянем на данные LEP:

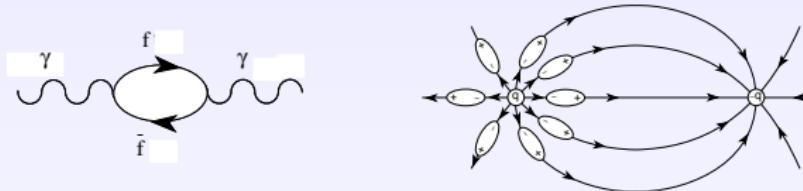


Прекрасное согласие.

О радиационных поправках

Поляризация вакуума в КЭД;

$$\alpha^{-1}(0) = 137.035999074(44) > \alpha^{-1}(m_Z^2) = 128.95 \pm 0.05$$



Другой знаменитый пример из КХД: “бегущая” сильная константа связи $\alpha_S(q^2)$.

Все электрослабые измеряемые величины содержат радиационные поправки всех типов: электромагнитные, сильные и электрослабые. Учет этих поправок абсолютно необходим при имеющейся точности электрослабых измерений.

Плодотворная идея: поиск новых эффектов непрямым методом: через радиационные поправки (петлевые вклады). Хороший пример: история t-кварка.

Об электрослабых рад. поправках

Точность измерения масс M_W M_Z есть $\sim 0.1\%$.

Оценка EW поправок:

$$\delta \sim \frac{g^2}{16\pi^2} = \frac{\alpha_W}{4\pi} = \frac{\alpha}{4\pi \sin \theta_W} \approx 0.2\%.$$

Однопетлевые вычисления в КЭД:

$$e = e_0 \left[1 + c_e \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{\Lambda^2}{m_e^2} \right], \quad m = m_0 \left[1 + c_m \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{\Lambda^2}{m_e^2} \right].$$

Давайте найдем затравочные величины

$$e_0 = f(e, \Lambda), \quad m_0 = g(m, \Lambda)$$

и подставим их в вычисленные амплитуды. После этого Λ исчезает в данном порядке.

В ЭСТ ситуация сложнее:

- Есть два заряда g, g' , которые не измеряются прямо. Их величины известны из эксперимента, но не слишком хорошо.
- Массы переносчиков M_W M_Z не являются параметрами исходного лагранжиана.

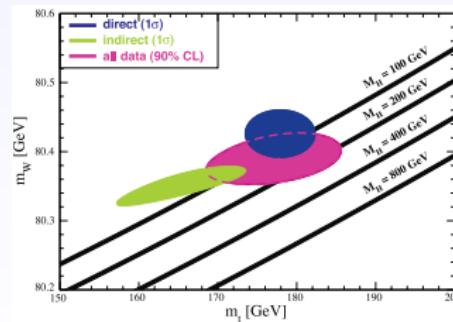
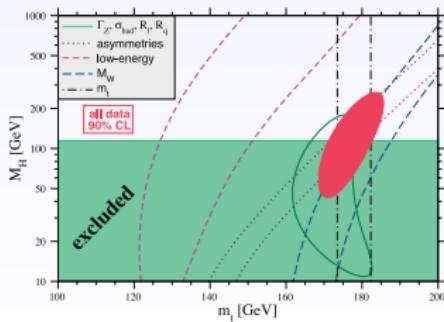
О EW радиационных поправках

Есть поправки от виртуального t -кварка, которые зависят квадратично от его массы. Поэтому эти поправки являются чувствительными к m_t .

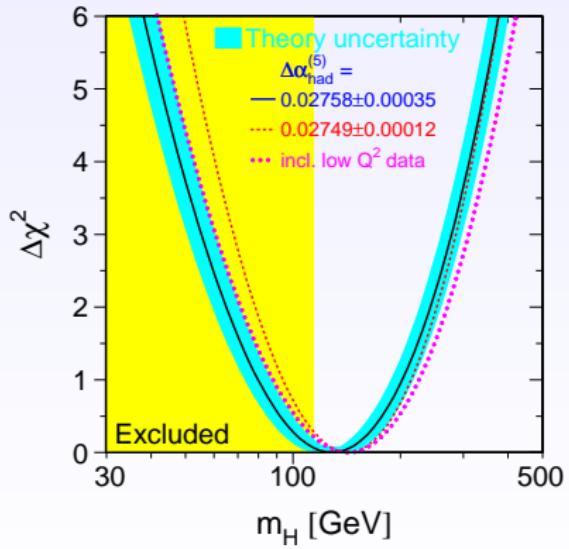
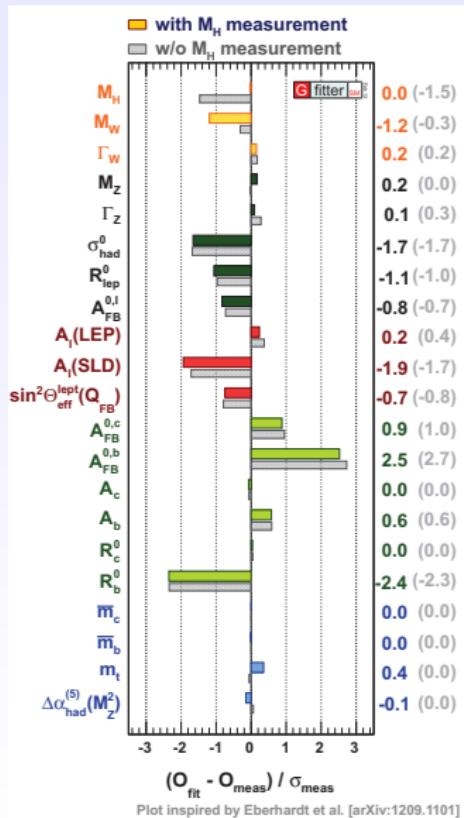
Пример петлевых вычислений (Ferroglia et. al.):

$$m_W/(GeV) = 80.409 - 0.507 \left(\frac{\Delta\alpha_h^5}{0.02767} - 1 \right) - 0.542 \left[\left(\frac{m_t}{178 \text{ GeV}} \right)^2 - 1 \right] - \\ - 0.05719 \ln \left(\frac{m_H}{100 \text{ GeV}} \right) - 0.00898 \ln^2 \left(\frac{m_H}{100 \text{ GeV}} \right)$$

Пример из анализа данных:



Глобальный фит



О массе фермионов

Как фермионы приобретают массу?

$$L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \quad e_R, \quad \nu_R.$$

Дублет скалярных полей и зарядово-сопряженный

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \phi^C = \begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix}.$$

Ковариантная производная

$$D_\mu = \partial_\mu - igt^i A_\mu^i(x) - ig' \frac{Y}{2} B_\mu(x)$$

Написать массовый член в ланранжиане “руками”

$$L_m = -m_e \bar{e} e = -m_e (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L)$$

нельзя – нарушится $SU(2)_L$ симметрия.

О массе фермионов

Масса возникает из взаимодействия фермионов со скалярным полем

$$\Delta L = -f_e(\bar{L}e_R \cdot \phi + \phi^\dagger \cdot \bar{e}_R L) + (\nu)$$

Пользуясь калибровочной инвариантностью, можно сделать

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + H(x) \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$\Delta L = -f_e \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta + H(x))(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) + (\nu)$$

Масса:

$$m_e = -f_e \frac{\eta}{\sqrt{2}}, \quad \frac{f_e}{\sqrt{2}} = \frac{m_e}{\eta}$$

Связь с лептонами пропорциональна массе лептона.

А как быть с нейтрино?

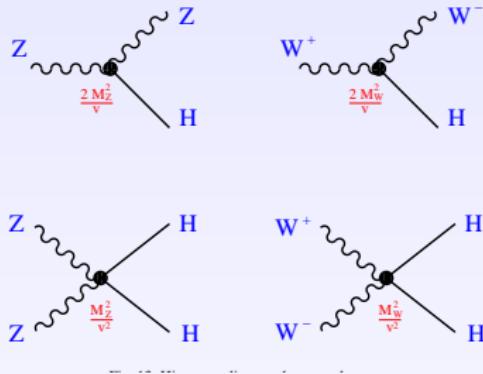
Свойства хиггсовского бозона

Взглянем снова на Хиггсовский лагранжиан

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_H = & \frac{1}{2} (\partial_\mu H) (\partial^\mu H) - \frac{M_H^2}{2} H^2 - \frac{M_H^2}{2v} H^3 - \frac{M_H^2}{8v^2} H^4 \\ & + \left(M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{M_Z^2}{2} Z_\mu Z^\mu \right) \left(1 + \frac{H}{v} \right)^2 - \sum_f m_f \bar{\psi}_f \psi_f \left(1 + \frac{H}{v} \right),\end{aligned}$$

Свойства хиггсовского бозона

Вершины с калибровочными бозонами:



Вершины с фермионами: константы связи пропорциональны массе фермиона $g_{Hf\bar{f}} = m_f/\eta$

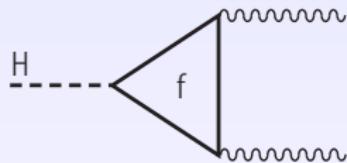
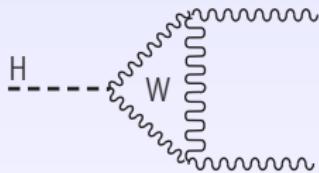
$$\Gamma(H \rightarrow f\bar{f}) = N_C \frac{G_F M_H m_f^2}{4\pi\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{M_H^2}} \text{ with } N_C = 3 \text{ for } f = q,$$

$$\Gamma(H \rightarrow VV) = \frac{G_F M_H^3}{16\pi\sqrt{2}} R_V(x_V), \quad x_V = \frac{M_V^2}{M_H^2}, \quad (V = W, Z)$$

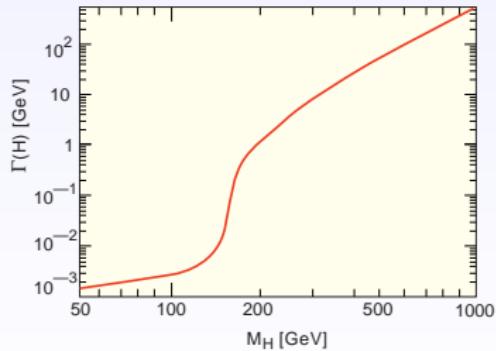
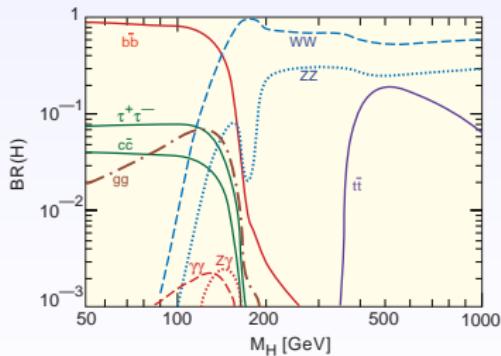
$$R_Z = R(x_Z), \quad R_W = 2 R(x_W), \quad R(x) = \sqrt{1 - 4x} (1 - 4x + 12x^2).$$

Свойства хиггсовского бозона

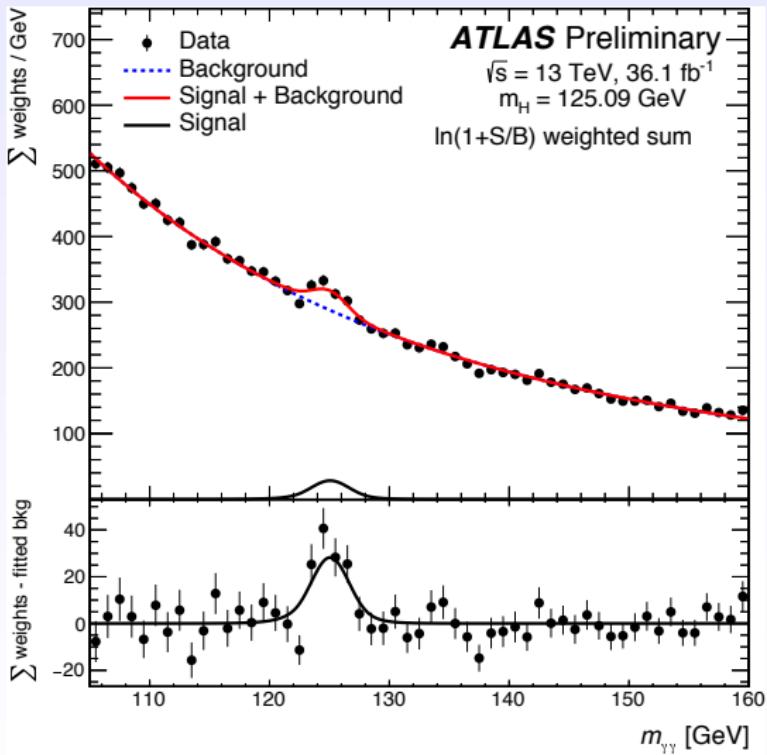
Двухфотонный распад:



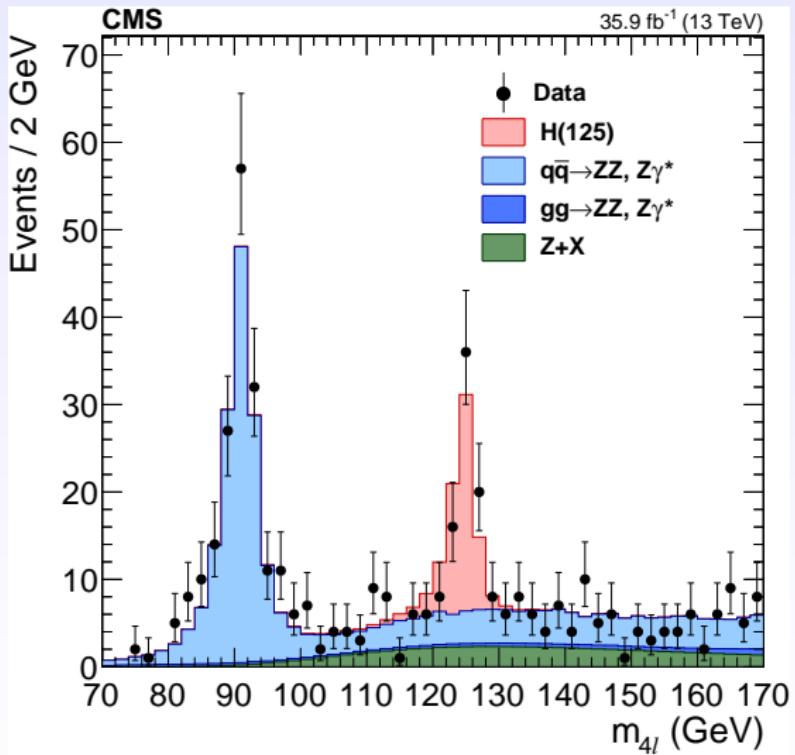
Ширина хиггсовского бозона:



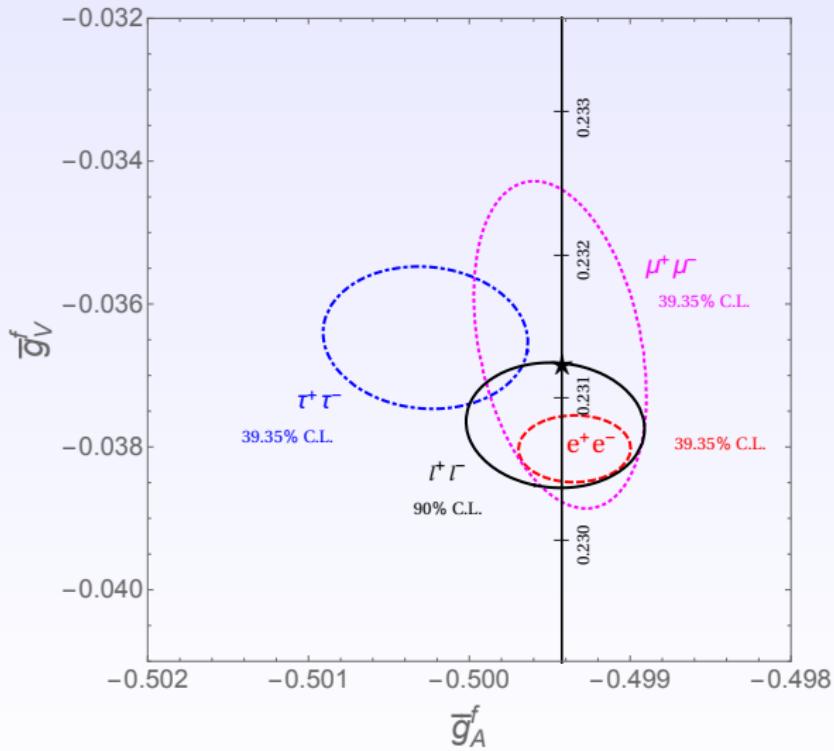
Свойства хиггсовского бозона



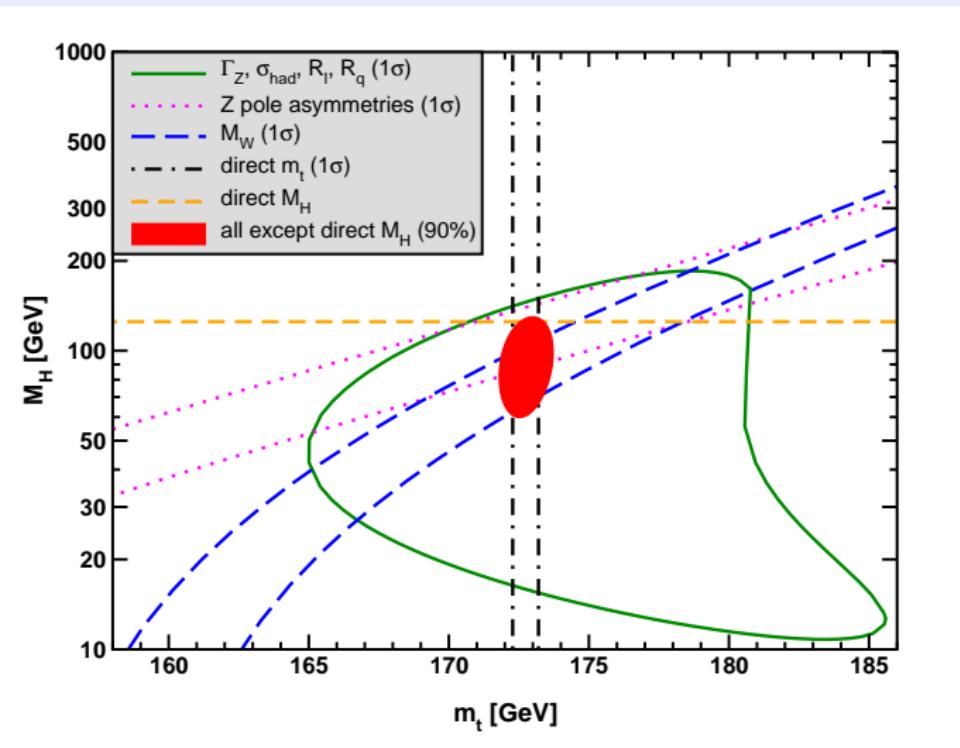
Свойства хиггсовского бозона



Свойства хиггсовского бозона



Свойства хиггсовского бозона



Смешивание夸克ов

Кварковые поля, взаимодействующие с заряженным током это не есть поля с определенной массой.

$$D' = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = V D$$

Здесь V это унитарная матрица смешивания Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). Стандартная параметризация:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23}-c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23}-s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23}-c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23}-s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

содержит четыре параметра θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} and δ .

Смешивание夸рков

В факторизованном виде:

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{i\varphi} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\varphi} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Смешивание кварков

Углы θ_{ij} заметно отличаются

$$s_{12} \equiv \lambda, \quad s_{23} = A\lambda^2, \quad s_{13}e^{-i\phi} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$$

Параметризация Вольфенстейна:

$$V = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix} + o(\lambda)$$

Если переопределить:

$$\rho - i\eta = \frac{\bar{\rho} - i\bar{\eta}}{\sqrt{1 - \lambda^2}}$$

Смешивание кварков

Экспериментальные величины:

$$\lambda = 0.2254 \pm 0.0006$$

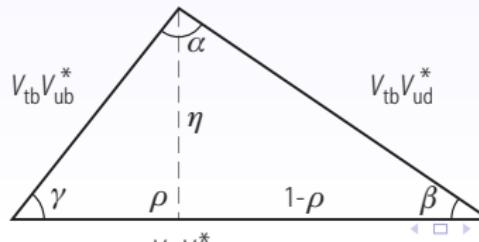
$$A = 0.824 \pm 0.013$$

$$\bar{\rho} = 0.139 \pm 0.021; \quad \bar{\eta} = 0.352 \pm 0.016$$

В стандартной форме

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 0.97427 \pm 0.00015 & 0.22534 \pm 0.00065 & 0.00351^{+0.00015}_{-0.00014} \\ 0.22520 \pm 0.00065 & 0.97344 \pm 0.00016 & 0.0412^{+0.0011}_{-0.0005} \\ 0.00867^{+0.00029}_{-0.00031} & 0.0404^{+0.0011}_{-0.0005} & 0.999146^{+0.000021}_{-0.000046} \end{pmatrix}$$

Унитарный треугольник:

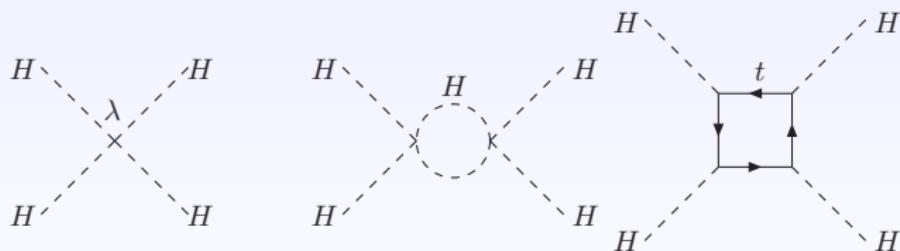


Эффективный потенциал

Хиггсовские члены в лагранжиане:

$$\mathcal{L}_\Phi = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - \underbrace{\left(m^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \right)}_{V(\Phi)}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix}$$

Учтем рад. поправки:



Получаем эффективный лагранжиан (Coleman, Weinberg)

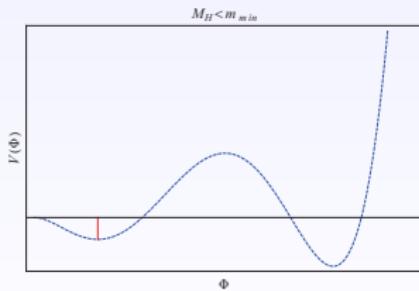
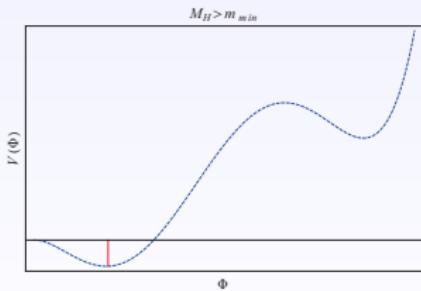
$$V \rightarrow V_{eff}(\Phi) \approx \lambda(\Phi) \Phi^4$$

Эффективный потенциал

В однопетлевом приближении:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{1}{16\pi^2} (12\lambda^2 + 6\lambda g_t^2 - 3g_t^4 + \dots), \quad t = \log \frac{Q^2}{v^2},$$

В результате:



Заключение

- Стандартная Модель – реально работающая теория. Она проверена как Квантовая Теория Поля, в некоторых экспериментах на 2-петлевом уровне. Открытие Хиггсовского бозона – последний элемент полной картины.
- В настоящее время Стандартная Модель во многом становится физикой радиационных поправок. Это общая тенденция: точные измерения требуют повышения точности теоретических расчетов.
- После всех успехов СМ у нас есть много вопросов без ответов: величины констант связи, соотношения между массами, их величины, параметры смешивания и т.д. Стандартная Модель не отвечает на подобные вопросы.

Замечание о массе и ширине

Нестабильная частица ассоциируется с формулой Брейта-Вигнера

$$\frac{1}{m^2 - p^2 - i\varepsilon} \Rightarrow \frac{1}{m^2 - p^2 - i\Gamma m}$$

Если мы хотим получить подобную формулу в КТП, нам надо решить уравнение Дайсона-Швингера для пропагатора с учетом поправок

$$S(p^2) = S_0(p^2) + S(p^2)J(p^2)S_0(p^2)$$

$$S_0^{-1}(p^2) = m^2 - p^2, \quad J(p^2) \text{ -- петлевой вклад.}$$

В результате:

$$\frac{1}{m_0^2 - p^2 - i\varepsilon} \Rightarrow \frac{1}{m_0^2 - p^2 - J(p^2)}$$

- Наивное определение массы и ширины (на вещественной оси):
 $Re(S^{-1})_{p^2=m^2} = 0, \quad Im(S^{-1})_{p^2=m^2} = -\Gamma m$.
- Полюсная масса и ширина (в комплексной плоскости)

$$(S^{-1})_{p^2=s_0} = 0 \quad (\text{на втором Римановом листе } s \equiv p^2 \text{ плоскости})$$

Замечание о массе и ширине

$$s_0 = m^2 - i\Gamma m$$

Кроме того, в КТП все параметры с учетом рад. поправок приобретают зависимость от энергии.

$$\frac{1}{m^2(s) - s - i\Gamma(s)m}$$

Это относится ко всем перенормированным параметрам: массам, ширинам, углам, ...

Замечание о массе и ширине

Свойства Z бозона из Review of Particle Physics - 2020:

Z	$J = 1$
Charge = 0	
Mass $m = 91.1876 \pm 0.0021$ GeV	[d]
Full width $\Gamma = 2.4952 \pm 0.0023$ GeV	
$\Gamma(\ell^+ \ell^-) = 83.984 \pm 0.086$ MeV	[b]
$\Gamma(\text{invisible}) = 499.0 \pm 1.5$ MeV	[e]
$\Gamma(\text{hadrons}) = 1744.4 \pm 2.0$ MeV	
$\Gamma(\mu^+ \mu^-)/\Gamma(e^+ e^-) = 1.0001 \pm 0.0024$	
$\Gamma(\tau^+ \tau^-)/\Gamma(e^+ e^-) = 1.0020 \pm 0.0032$	[f]

54.2. S-matrix approach to the Z

While most experimental analyses of LEP/SLC data have followed the ‘Breit-Wigner’ approach, an alternative S-matrix-based analysis is also possible. The Z , like all unstable particles, is associated with a complex pole in the S matrix. The pole position is process-independent and gauge-invariant. The mass, \overline{M}_Z , and width, $\overline{\Gamma}_Z$, can be defined in terms of the pole in the energy plane via [11–14]

$$\overline{s} = \overline{M}_Z^2 - i\overline{M}_Z\overline{\Gamma}_Z \quad (54.8)$$

leading to the relations

$$\begin{aligned}\overline{M}_Z &= M_Z / \sqrt{1 + \Gamma_Z^2/M_Z^2} \\ &\approx M_Z - 34.1 \text{ MeV}\end{aligned} \quad (54.9)$$

$$\begin{aligned}\overline{\Gamma}_Z &= \Gamma_Z / \sqrt{1 + \Gamma_Z^2/M_Z^2} \\ &\approx \Gamma_Z - 0.9 \text{ MeV}.\end{aligned} \quad (54.10)$$