

Electroweak radiative corrections to dilepton production via photon fusion at LHC

V. A. Zykunov, JINR

Saint Petersburg, 10–14 October, 2022
VII International Conference “Models in Quantum
Field Theory”

Introduction

Despite the fact that the Standard Model (SM) keeps for oneself the status of consistent and experimentally confirmed theory, the search of New Physics (NP) manifestations is continued:

- ★ **the supersymmetry,**
- ★ **M-theory,**
- ★ **DM-particles,**
- ★ **axions,**
- ★ **feebly interacting particles,**
- ★ **extra spatial dimensions,**
- ★ **extra neutral gauge bosons, etc.**

One of powerful tool in the modern experiments at LHC is the investigation of **Drell–Yan dilepton production**

$$pp \rightarrow \gamma, Z \rightarrow l^+l^- X \quad (1)$$

at **large invariant mass** of lepton pair: $M \geq 1$ TeV.

Drell-Yan process (1970, BNL)

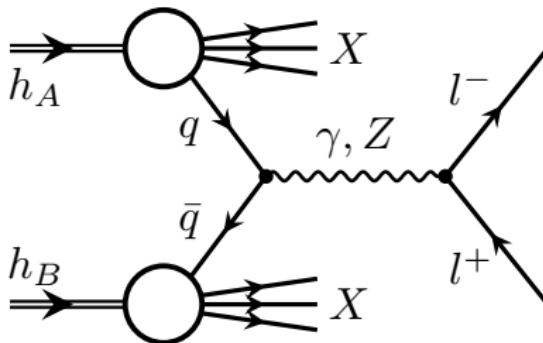


Figure 1: **Drell-Yan process with neutral current**

- ★ $\sqrt{\mathbf{S}}$ is total energy in c.m.s. of hadrons
- ★ \mathbf{M} is dilepton $\mathbf{l}^+\mathbf{l}^-$ invariant mass ($\mathbf{l} = \mathbf{e}, \mu$)
- ★ \mathbf{y} is dilepton rapidity

Pioneer papers on RCs to DY process

QED RCs:

★ **Mosolov, Shumeiko,**
Nucl.Phys.B **186**, 394
(1981),

★ **Soroko, Shumeiko,**
Yad.Fiz. **52**, 514 (1990)



*Figure 2: Nikolai Maximovich Shumeiko
(1942–2016)*

Pioneer papers on EWK and QCD RCs to DY process

EWK RCs:

★ **U. Baur, et al. (ZGRAD),**

Phys. Rev. D **65**: 033007, (2002)

QCD NLO RC:

★ **H. Baer, et al.,**

Phys. Rev. D **40**, 2844 (1989); Phys. Rev. D **42**, 61 (1990)

QCD NNLO RC:

★ **R. Hamber, W. L. van Neerven, T. Matsuura,**

Nucl. Phys. B **359**, 343 (1991)

Some modern codes for NLO and NNLO RC for DY process at hadronic colliders (in the ABC order)

- ★ DYNNLO (S. Catani, L. Cieri, G. Ferrera et al.)
- ★ FEWZ (R. Gavin, Y. Li, F. Petriello, S. Quackenbush)
- ★ HORACE (C. Carloni Calame, G. Montagna, et al.)
- ★ MC@NLO (S. Frixione, F. Stoeckli, P. Torrielli et al.)
- ★ PHOTOS (N. Davidson, T. Przedzinski, Z. Was et al.)
- ★ POWHEG (L. Barze, G. Montagna, P. Nason et al.)
- ★ RADY (S. Dittmaier, A. Huss, C. Schwinn et al.)
- ★ READY (V. Zykunov, RDMS CMS)
- ★ SANC (Dubna: A. Andonov, A. Arbuzov, D. Bardin et al.)
- ★ WINHAC (W. Placzek, S. Jadach, M. W. Krasny et al.)
- ★ WZGRAD (U. Baur, W. Hollik, D. Wackerlohe et al.)

Current experimental situation at CMS LHC

- ★ The measured Drell–Yan cross sections and forward-backward asymmetries **are consistent with the SM predictions** at

$\sqrt{S} = 7\text{--}8 \text{ TeV (19.7 fb}^{-1}\text{)} \text{ for } M \leq 2 \text{ TeV,}$

$\sqrt{S} = 13 \text{ TeV (85 fb}^{-1}\text{)} \text{ for } M \leq 3 \text{ TeV}$

- ★ differential cross section $\frac{d\sigma}{dM}$,
- ★ double-differential cross section $\frac{d^2\sigma}{dMdy}$,
- ★ forward-backward asymmetry A_{FB} .
- ★ NNLO RCs are taken into account by using of **FEWZ 3.1**
- ★ NNLO PDFs are **CT10 NNLO** and **NNPDF2.1**.

Mathematical Content

At the edges of kinematical region (extra large $\sqrt{\mathbf{S}}$, M) the important task is make the RC procedure both accurate and fast. For the latter it is desirable to obtain **the set of compact formulas** for the EWK and QCD RCs.

Leading effect of **Weak RCs** in the region of large M is described by the Sudakov Logarithms (**SL, V. Sudakov, Sov. Phys. JETP 3, 65 (1956)**):

$$\log \frac{m_B^2}{|r|} \quad (B = Z, W; \quad r = s, t, u). \quad (2)$$

Collinear Logarithms (**CL**) play leading role in description of **QED RCs and QCD RCs**:

$$\log \frac{m_f^2}{|r|} \quad (f = e, \mu, q; \quad r = s, t, u). \quad (3)$$

Notations and Born amplitude

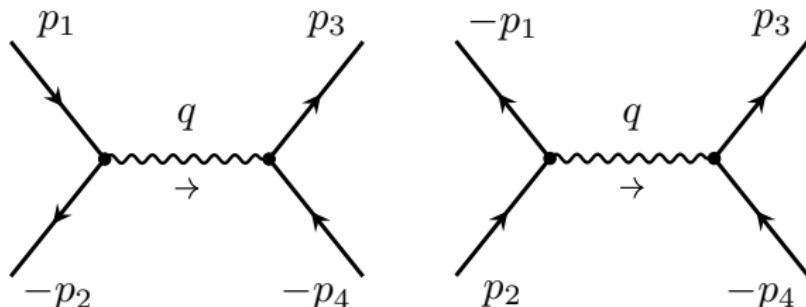


Figure 3: The lowest order graph giving contribution to the DY scattering at parton level

The standard set of Mandelstam invariants for the partonic elastic scattering:

$$s = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2, \quad t = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{k}_1)^2, \quad u = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{p}_2)^2. \quad (4)$$

Common convolution formula for Born and V-contribution

$$\begin{aligned}\sigma_V^H = & \frac{1}{3} \int d^3\Gamma \sum_{q=u,d,s,c,b} \theta_K \theta_M \theta_D [f_q^A(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}^B(x_2, Q^2) \sigma_V^{q\bar{q}}(t) + \\ & + f_{\bar{q}}^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2) \sigma_V^{\bar{q}q}(t)], \quad \int d^3\Gamma [...] = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_{-s}^0 dt [...],\end{aligned}$$

where $\mathbf{V} = \{\mathbf{0}, \text{BSE}, \text{LV}, \text{HV}, \mathbf{b}, \text{fin}\}$, $\mathbf{b} = \{\gamma\gamma, \gamma\mathbf{Z}, \mathbf{ZZ}, \mathbf{WW}\}$.

$\theta_K = \theta(s+t)$, θ_M , θ_D are kinematical factors.

The propagator for j -boson depends on its mass and width:

$$D^{js} = \frac{1}{s - m_j^2 + i m_j \Gamma_j}. \quad (5)$$

Born cross section and coupling constants

Born cross section looks like

$$\sigma_0^{q\bar{q}} = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \sum_{i,j=\gamma,Z} D^i D^{j*} [\lambda_{q+}^{i,j} \lambda_{l+}^{i,j} (t^2 + u^2) + \lambda_{q-}^{i,j} \lambda_{l-}^{i,j} (t^2 - u^2)],$$

where suitable combinations of coupling constants are:

$$\lambda_{f+}^{i,j} = v_f^i v_f^j + a_f^i a_f^j, \quad \lambda_{f-}^{i,j} = v_f^i a_f^j + a_f^i v_f^j, \quad (6)$$

$$v_f^\gamma = -Q_f, \quad a_f^\gamma = 0, \quad v_f^Z = \frac{I_f^3 - 2s_W^2 Q_f}{2s_W c_W}, \quad a_f^Z = \frac{I_f^3}{2s_W c_W}.$$

All notations (the Feynman rules, renormalization details, etc.) are inspired by **M. Böhm, H. Spiesberger, W. Hollik, Forschr.Phys. 34, 687 (1986)**.

Main features of EWK and QCD RCs calculation

- ★ the t'Hooft–Feynman gauge,
- ★ on-mass renormalization scheme ($\alpha, \alpha_s, m_W, m_Z, m_H$ and the fermion masses as independent parameters),
- ★ ultrarelativistic limit.

QCD result can be obtained from QED case by substitution:

$$Q_q^2 \alpha \rightarrow \sum_{a=1}^{N^2-1} t^a t^a \alpha_s = \frac{N^2 - 1}{2N} I \alpha_s \rightarrow \frac{4}{3} \alpha_s, \quad (7)$$

here $2t^a$ – Gell-Man matrices, $N = 3$.

EWK Boson Self Energies

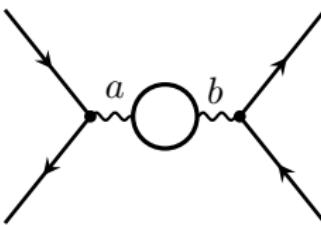


Figure 4: $\gamma\gamma$ -, γZ - and ZZ -Self Energy diagrams

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{BSE}}^{\text{q}\bar{\text{q}}} &= -\frac{4\alpha^2\pi}{s^2} \left[\sum_{i,j=\gamma,Z} \Pi^i D^i D^{j*} \sum_{\chi=+,-} \lambda_{q_\chi}^{i,j} \lambda_{l_\chi}^{i,j} (\mathbf{t}^2 + \chi \mathbf{u}^2) + \right. \\ &\quad \left. + \Pi^{\gamma Z} D^Z \sum_{i=\gamma,Z} D^{i*} \sum_{\chi=+,-} (\lambda_{q_\chi}^{\gamma,j} \lambda_{l_\chi}^{Z,j} + \lambda_{q_\chi}^{Z,j} \lambda_{l_\chi}^{\gamma,j}) (\mathbf{t}^2 + \chi \mathbf{u}^2) \right]\end{aligned}$$

is expressed via renormalized γ -, Z - and γZ -self energies:

$$\Pi^\gamma = \frac{\hat{\Sigma}^\gamma}{s}, \quad \Pi^Z = \frac{\hat{\Sigma}^Z}{s - m_Z^2}, \quad \Pi^{\gamma Z} = \frac{\hat{\Sigma}^{\gamma Z}}{s}.$$

Light and Heavy Vertices (EWK RCs)

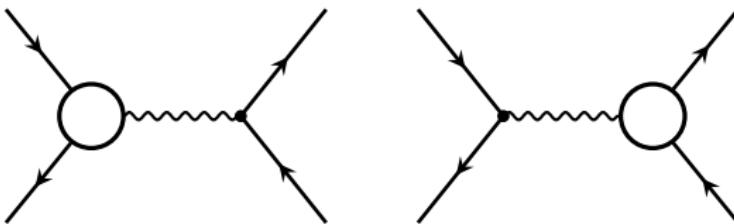


Figure 5: Feynman graphs for Vertices diagrams. Unsigned helix lines mean γ or Z .

We use the **ElectroWeak Form Factor** set $\delta F_{V,A}^{if}$ from **M. Böhm et al., Fortschr. Phys. 34, 687 (1986)**

$$v_f^j \rightarrow \delta F_{V}^{if}, \quad a_f^j \rightarrow \delta F_A^{if}. \quad (8)$$

EWK Light and Heavy Boxes

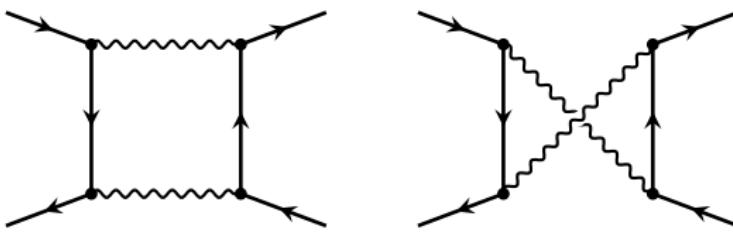


Figure 6: Feynman graphs for Box diagrams. Unsigned helix lines mean γ , Z or W

There are two new methods suitable for Run3/HL situation:

- ★ Asymptotic Approach (**V. A. Zykunov, Phys. Rev. D 75, 073019 (2007)**) is going to compact result via Sudakov logarithms **in HE region**.
- ★ Fast New Approach (**V. A. Zykunov, Phys. At. Nucl. 84, 492 (2021)**) is going to Exact compact result **in All regions**.

Photon bremsstrahlung

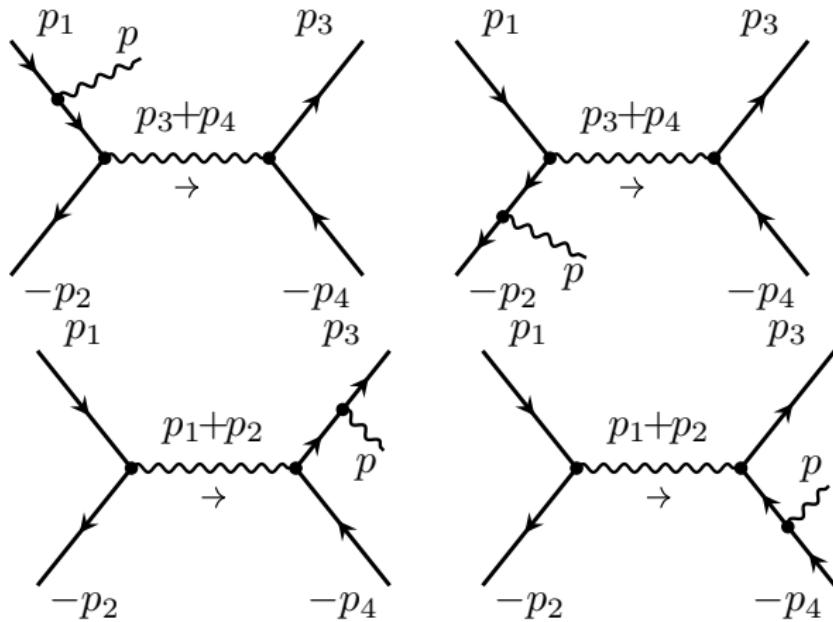


Figure 7: γ bremsstrahlung diagrams. Unsigned helix lines – γ or Z .

QCD NLO diagrams: direct and inverse gluon bremsstrahlung

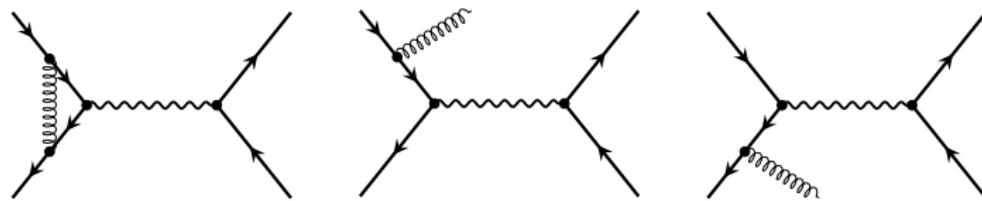


Figure 8: **Gluon vertex and bremsstrahlung diagrams.**

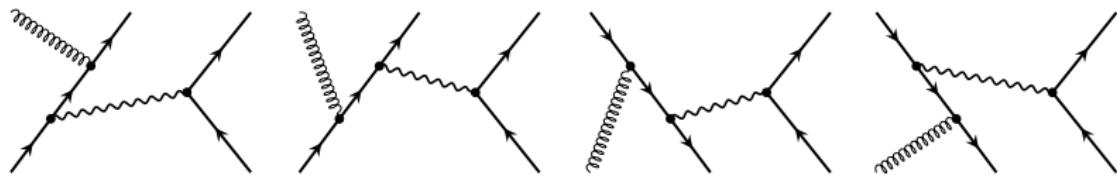


Figure 9: **Inverse gluon bremsstrahlung diagrams**

Phase space via 4 invariants (M -method)

Phase space looks like

$$I_{\Omega}^6[A] = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \frac{4s}{\pi^2} \int d\Phi \theta_M^R \theta_D^R A,$$

with phase space of 3-particle final state

$$\int d\Phi = \frac{\pi}{4s} \iiint_{\Omega} dt dv dz du_1 \frac{1}{\pi \sqrt{R_{u_1}}}$$

with Gram determinant R_{u_1} , radiative invariants based on 4-momenta of real photon/gluon, p :

$$z_1 = 2p_1 p, \quad u_1 = 2p_2 p, \quad z = 2k_1 p, \quad v = 2k_2 p.$$

For numerical integration we used Monte Carlo routine based on the **VEGAS** algorithm: **G. Peter Lepage'1978.**

Phase space

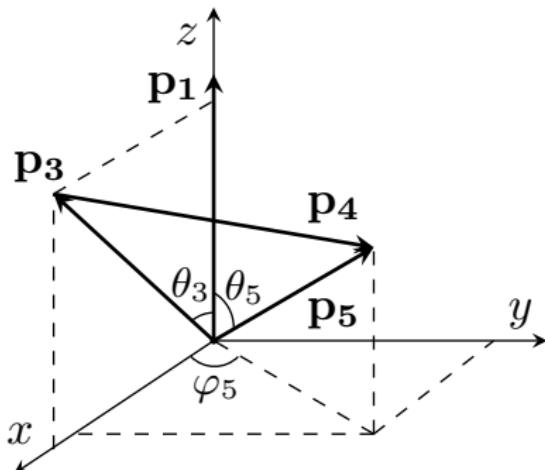


Figure 10: 3-vectors of final state
in c.m.s. of quarks

It is suitable to use

- ★ c.m.s. of quarks,
- ★ reverse vector

$$\vec{p}_5 = -\vec{p}$$

- ★ with

$$\theta_p = \pi - \theta_5, \varphi_p = \pi + \varphi_5.$$

$$\int d\Phi \dots = \int_{\omega}^{\Omega} \mathbf{p}_0 d\mathbf{p}_0 \int_{-1}^1 d\cos\theta_3 \int_{-1}^1 d\cos\theta_p \int_0^{2\pi} d\varphi_p \frac{\pi |\vec{p}_3| \dots}{4 \mathbf{p}_{40} \mathcal{F}(\mathbf{p}_{30})}.$$

One usefull feature of W -method

We can combine soft and hard photon/gluon parts to avoid of ω -dependance at all:

$$\text{soft + hard} = \int\limits_{\lambda}^{\omega} d\mathbf{p}_0 \dots + \int\limits_{\omega}^{\Omega} d\mathbf{p}_0 \dots = \int\limits_{\lambda}^{\Omega} d\mathbf{p}_0 \dots .$$

Let us note this feature as W -method (**whole** phase space, without terms “soft”, “hard” photons).

Problem of collinear singularity

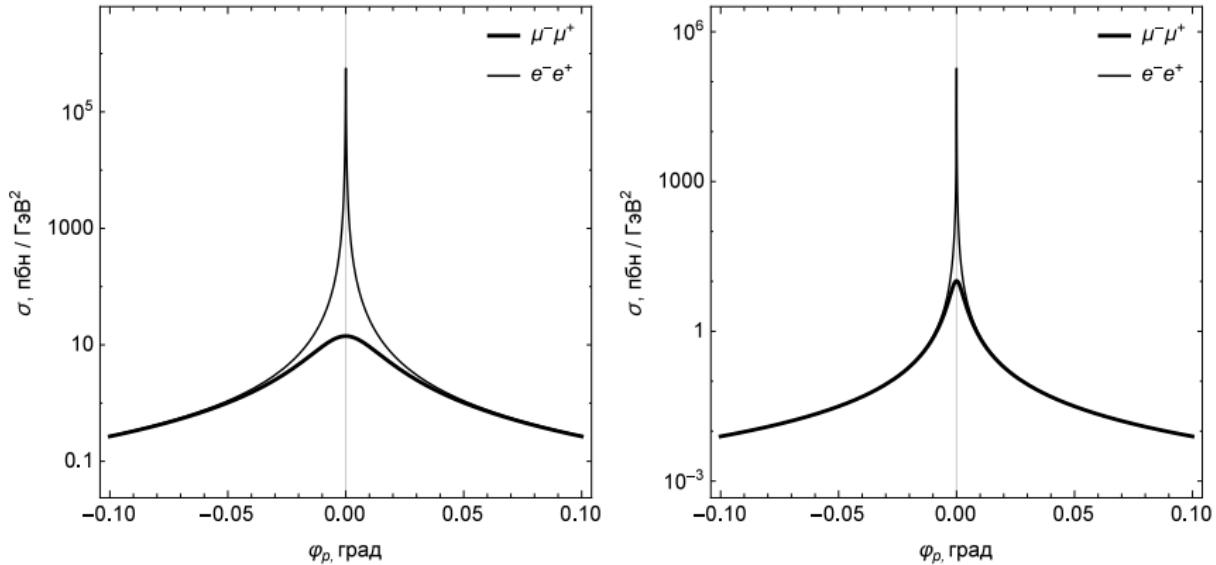


Figure 11: Зависимость сечения жесткого тормозного излучения от азимутального угла фотона φ_p при фиксированных полярных углах излучающего лептона и фотона 60° : слева – $M = 1$ ТэВ, справа – $M = 5$ ТэВ.

Peaks region

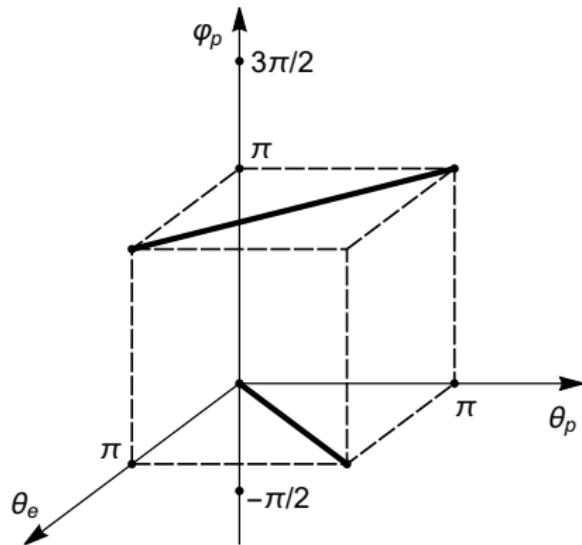


Figure 12: v-peak (upper bold line) and z-peak (bottom bold line).

Leading Logs for EWK bremsstrahlung, QCD gluon bremsstrahlung, and Inverse Gluon Emission (**IGE**)

Common features of formulas:

- ★ Collinear \mathbf{u}_1 - and \mathbf{z}_1 -peaks for ISR, $\mathbf{p} = (\mathbf{1} - \eta)\mathbf{p}_{1,2}$, γ/g is collinear to quark or antiquark
- ★ Collinear \mathbf{z} - and \mathbf{v} -peaks for FSR, $\mathbf{p} = \frac{\mathbf{1} - \eta}{\eta}\mathbf{k}_{1,2}$, γ/g is collinear to μ^+ or μ^-
- ★ Proportional to the Born expressions: \mathbf{J}_N and $\mathbf{t}_B^2 + \chi \mathbf{u}_B^2$
- ★ PDFs grouped into combinations $f_q^A(x_1^B)f_{\bar{q}}^B(\frac{x_2^B}{\eta})$
- ★ EWK/QCD and IGE splitting functions

$$\frac{\mathbf{1} + \eta^2}{\eta} \text{ and } \frac{(\mathbf{1} - \eta)^2 + \eta^2}{\eta}$$

are factorized at Collinear Logs.

Quark Mass Singularity in QED- and QCD-corrections

To solve Quark Mass Singularity (QS) problem in $\overline{\text{MS}}$ -scheme, then **CL-terms** are adsorbing into PDFs depending on the factorization scale, M_{sc} . The part to be subtracted is

$$\sigma_{QS} = \frac{1}{3} \int_0^{1-2\omega/M} d\eta \sum_{q=u,d,s,c,b} [(f_q(x_1, Q^2) \Delta \bar{q}(x_2, \eta) + \\ + \Delta q(x_1, \eta) f_{\bar{q}}(x_2, Q^2)) \sigma_0^{q\bar{q}} + (q \leftrightarrow \bar{q})] \theta_K \theta_M \theta_D,$$

$$\Delta q(x, \eta) = C_{RC} \left[\frac{1}{\eta} f_q \left(\frac{x}{\eta}, M_{sc}^2 \right) \theta(\eta - x) - f_q(x, M_{sc}^2) \right] \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta} \times \\ \times \left(\log \frac{M_{sc}^2}{m_q^2 (1 - \eta)^2} - 1 \right), \quad C_{QED} = \frac{\alpha}{2\pi} Q_q^2, \quad C_{QCD} = \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{2\pi}.$$

For IGE the result of QS-term subtraction is trivial:

$$\sigma_{IGE} - \sigma_{IGE, QS} = \sigma_{IGE}(m_q \rightarrow M_{sc}).$$

Discussion of numerical results. Code READY

In the following the scale of radiative corrections and their effect on the observables of Drell–Yan processes will be discussed using FORTRAN program **READY**: (**R**adiative corr**E**ctions to **I**Arge invariant mass **D**rrell–**Y**an process).

We used the following set of prescriptions:

- ★ standard PDG set of SM input electroweak parameters,
- ★ “effective” quark masses ($\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}(m_Z^2) = 0.0276$),
- ★ 5 active flavors of quarks in proton,
- ★ CTEQ, CT10, and MHHT14 sets of PDFs,
- ★ choice for PDFs: $\mathbf{Q} = \mathbf{M}_{\text{sc}} = \mathbf{M}$.

CMS detector setup

We impose the experimental restriction conditions

- ★ on the detected lepton angle $-\zeta^* \leq \cos \theta \leq \zeta^*$ and on the rapidity $|\mathbf{y}(\mathbf{l})| \leq \mathbf{y}(\mathbf{l})^*$; for CMS detector the cut values of ζ^* and $\mathbf{y}(\mathbf{l})^*$ are determined as

$$\mathbf{y}(\mathbf{l})^* = -\log \tan \frac{\theta^*}{2} = 2.5, \quad \zeta^* = \cos \theta^* \approx 0.986614,$$

- ★ the second standard CMS restriction $\mathbf{p}_T(\mathbf{l}) \geq 20 \text{ GeV}$,
- ★ **the “bare” setup** for muon identification requirements (no smearing, no recombination of muon and photon/gluon).

READY6.0 settings

Form of in60.dat input-file:

```
2      ! 1=PDG'08, 2=PDG'16, ...
4      ! 2=dσ/dM, 4=AFB
1      ! 1=EWK, 2=QCD, 3=EWK+QCD, ...
1      ! 1=muon, 2=electron
6      ! 1,2,3-CTEQ, 4-MRST4, 5-MMHT14, 6-CT10
10000   ! base number of iterations by VEGAS
14000.   ! LHC energy, GeV
0.986614 ! y limitation of CMS (y=2.5, cos(a)=0.986614)
20.0     ! pT limitation of CMS (20 GeV)
1.0      ! start CMS rapidity of pair
1.25     ! finish CMS rapidity of pair
```

Comparison at Hadronic Level

$$\frac{d\sigma}{dM dy} = \int_{-\zeta^*}^{\zeta^*} d\cos\theta \sigma^{(3)} \theta_D, \quad \frac{d\sigma}{dM} = \int_{-\zeta^*}^{\zeta^*} d\cos\theta \int_{-\log \frac{\sqrt{s}}{M}}^{+\log \frac{\sqrt{s}}{M}} dy \sigma^{(3)} \theta_D.$$

Comparing the relative EWK RCs to $d\sigma/dM$ with the results of

- ★ **HORACE** (C. M. Carloni Calame *et al.* // JHEP **10**, 109 (2007) [arXiv:0710.1722])
- ★ **SANC** (A. Andonov *et al.* Comput. Phys. Commun. **174**, 481 (2006) [hep-ph/0411186])
- ★ **ZGRAD2** (U. Baur *et al.* Phys. Rev. D. **65**, 033007 (2002) [hep-ph/0108274])

published in Proc. of Les Houches 2007, Physics at TeV colliders [arXiv:0803.0678] we get an agreement better than 1%

Differential cross sections for Run3 of CMS LHC

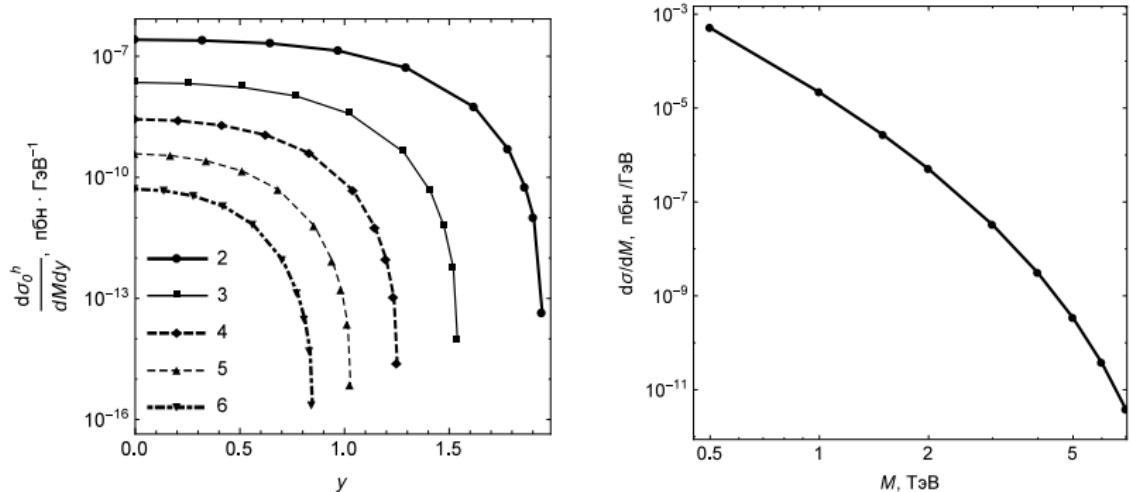


Figure 13: (a) дважды дифференциальное сечение $\frac{d\sigma}{dMdy}$ в зависимости от y при различных значениях M (в ТэВ, обозначены цифрами на рисунке). (б) дифференциальное сечение по инвариантной массе $\frac{d\sigma}{dM}$ в зависимости от M .

Relative EWK corrections to double differential cross sections for Run3 of CMS LHC

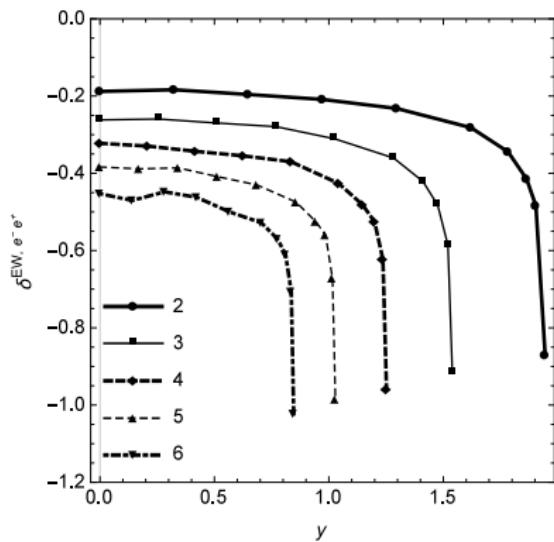
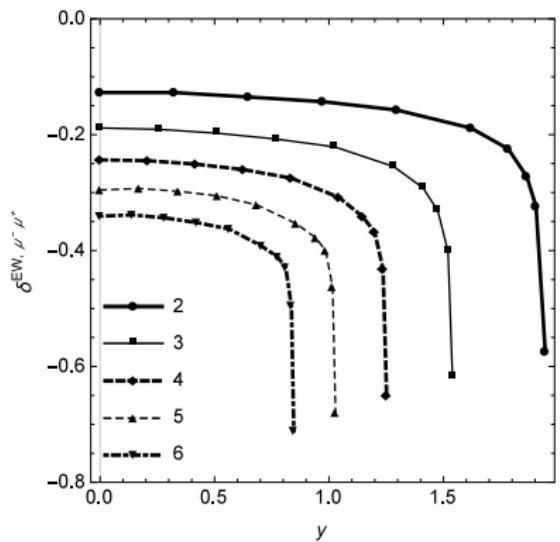


Figure 14: Относительные электрослабые поправки к дважды дифференциальному сечению $\frac{d\sigma}{dMdy}$ в зависимости от y при различных M : (a) рождение димюона, (б) диэлектрона.

Relative QCD corrections to double differential cross sections for Run3 of CMS LHC

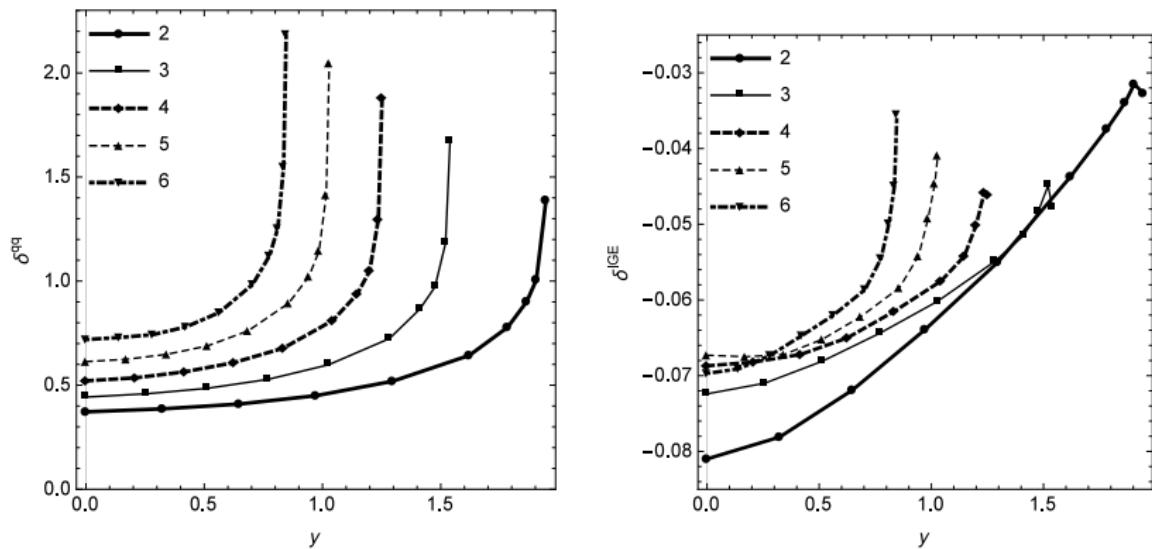


Figure 15: Относительные КХД-поправки к дважды дифференциальному сечению $\frac{d\sigma}{dMdy}$ в зависимости от y при различных M : (а) начальное кварковое состояние, (б) инверсное глюонное излучение.

Total relative EWK and QCD corrections to double differential cross sections for Run3 of CMS LHC

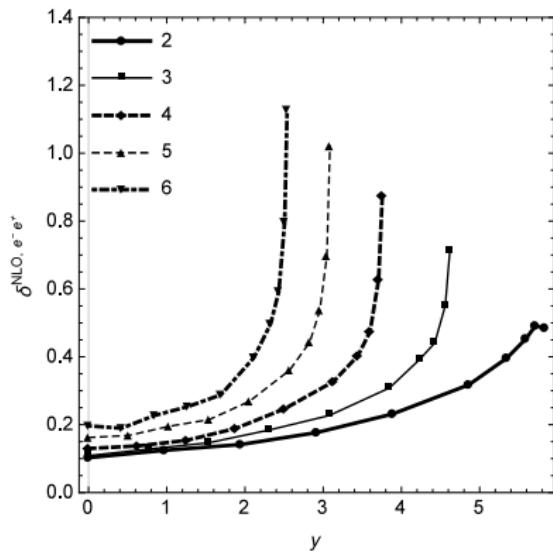
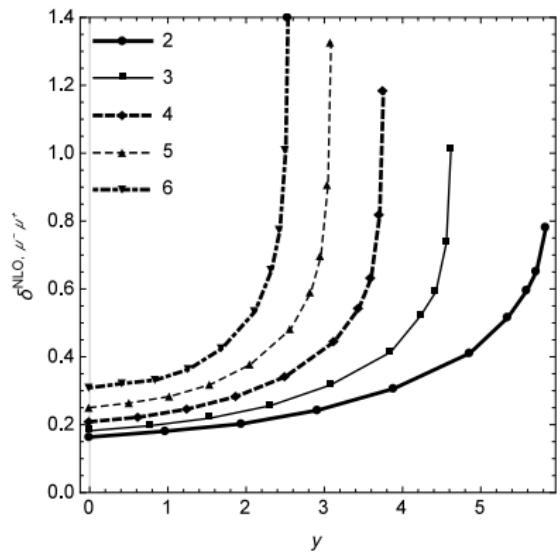


Figure 16: Полные относительные электрослабые и КХД- поправки к дважды дифференциальному сечению $\frac{d\sigma}{dM dy}$ в зависимости от y при различных M : (а) рождение димюона, (б) рождение диэлектрона.

Relative EWK and QCD corrections to differential cross sections for Run3 of CMS LHC

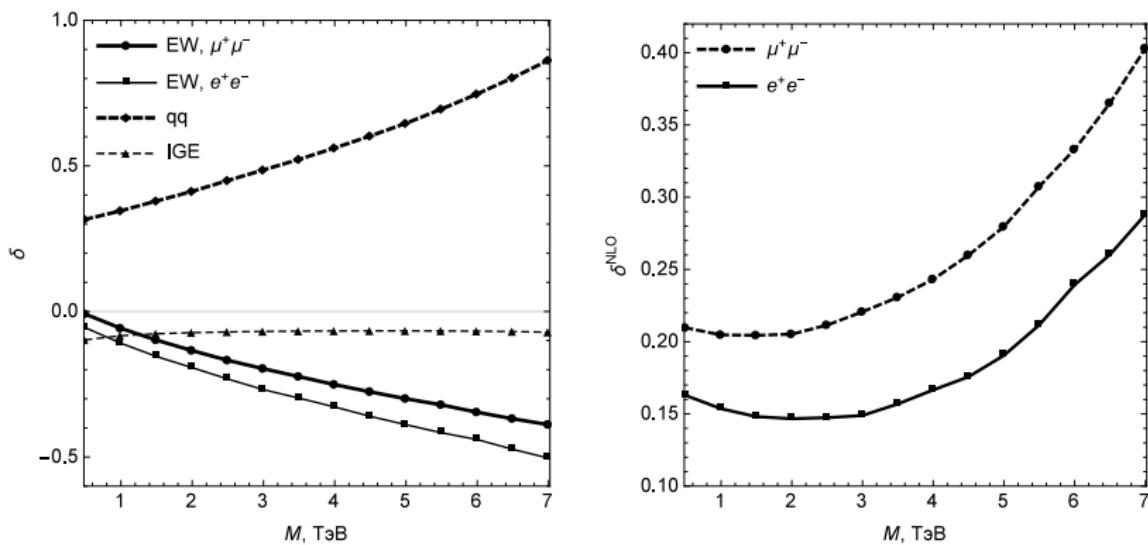


Figure 17: Относительные поправки к дифференциальному сечению по инвариантной массе $\frac{d\sigma}{dM}$ в зависимости от M : (а) электрослабые и QCD-поправки, (б) полные однопетлевые поправки.

Relative EWK and QCD corrections to total cross sections

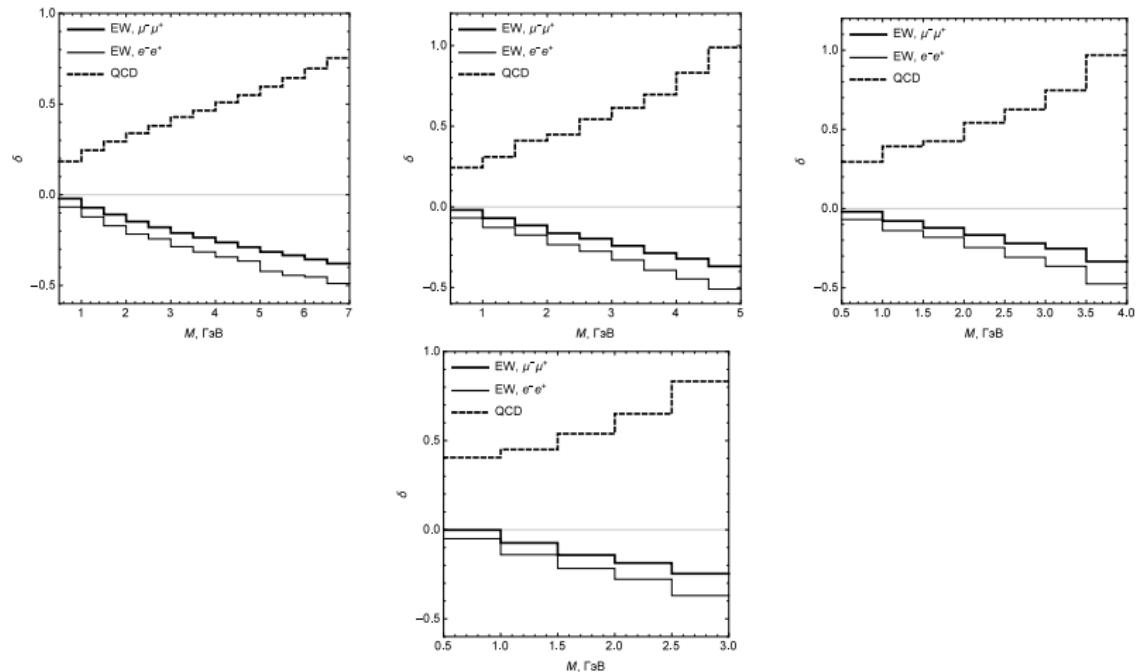


Figure 18: Относительные поправки к полному сечению: (а) $|y| < 1$, (б) $1 < |y| < 1.25$, (в) $1.25 < |y| < 1.5$, (г) $1.5 < |y| < 2.5$.

Two mechanisms: DY and $\gamma\gamma$

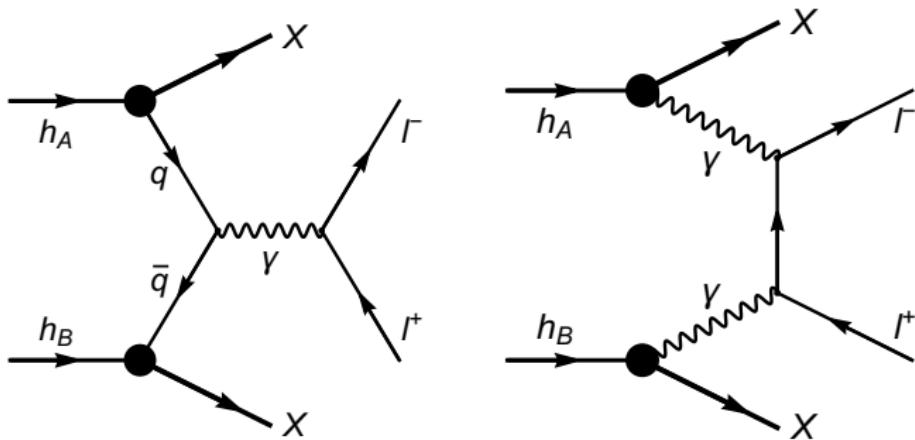


Figure 19: Процесс рождения дилептона в адронных столкновениях: слева – процесс Дрелла–Яна с виртуальным фотоном, справа – механизм фотонного слияния. На линиях указаны наименования частиц.

$\gamma\gamma$ -fusion Born: diagrams and cross sections

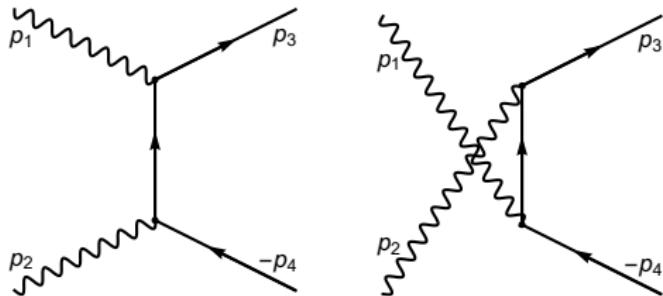


Figure 20: Фейнмановские диаграммы процесса $\gamma\gamma \rightarrow l^- l^+$ в борновском приближении.

Parton level:

$$d\sigma_0^{\gamma\gamma} = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \frac{t^2 + u^2}{tu} dt. \quad (9)$$

Hadron level ($\mathcal{C} = \cos\theta$):

$$\frac{d^3\sigma_0^h}{dM dy d\mathcal{C}} = 8\pi\alpha^2 f_\gamma^A(x_1) f_\gamma^B(x_2) \frac{t^2 + u^2}{SM^5(1 - \mathcal{C}^2)} \Theta. \quad (10)$$

DY vs $\gamma\gamma$: diff. cross section $d\sigma/dM$

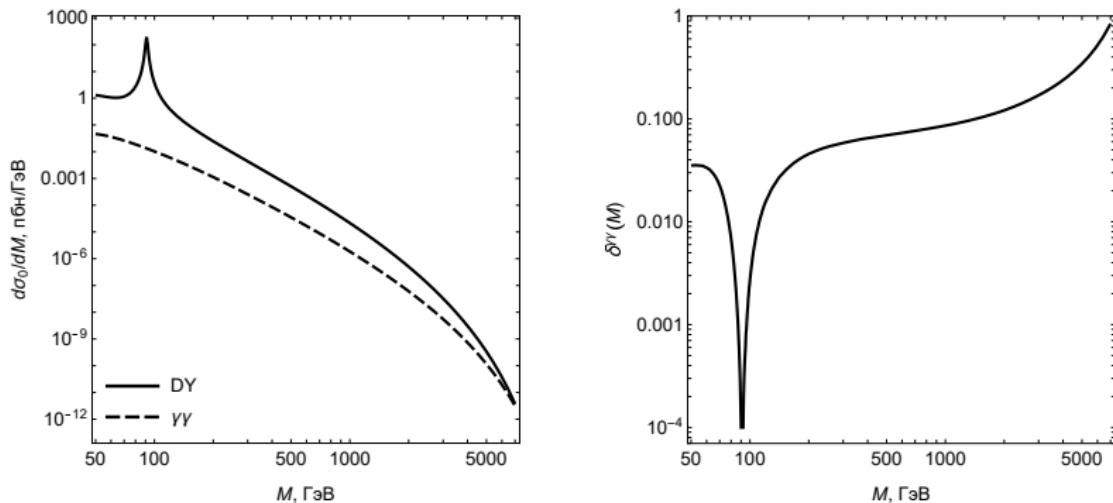


Figure 21: а – дифференциальные борновские сечения по инвариантной массе $\frac{d\sigma_0}{dM}$ в зависимости от M .
 б – относительная поправка $\delta^{\gamma\gamma}(M)$ в зависимости от M .

$$\delta^{\gamma\gamma}(M) = \frac{d\sigma_0^{\gamma\gamma}/dM}{d\sigma_0^{\text{DY}}/dM}. \quad (11)$$

DY vs $\gamma\gamma$: double diff. cross section $d^2\sigma/dMdy$

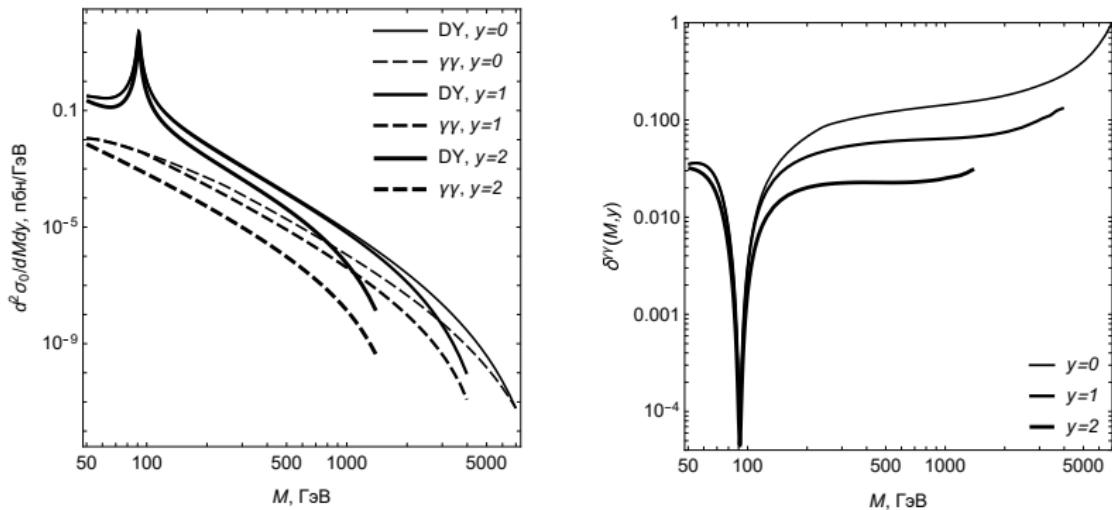


Figure 22: а – дважды дифференциальные борновские сечения $\frac{d^2\sigma_0}{dMdy}$ в зависимости от M при различных значениях y .
 б – относительные поправки $\delta^\gamma(M, y)$ в зависимости от M при различных значениях y .

Virtual diagrams: γ and Z

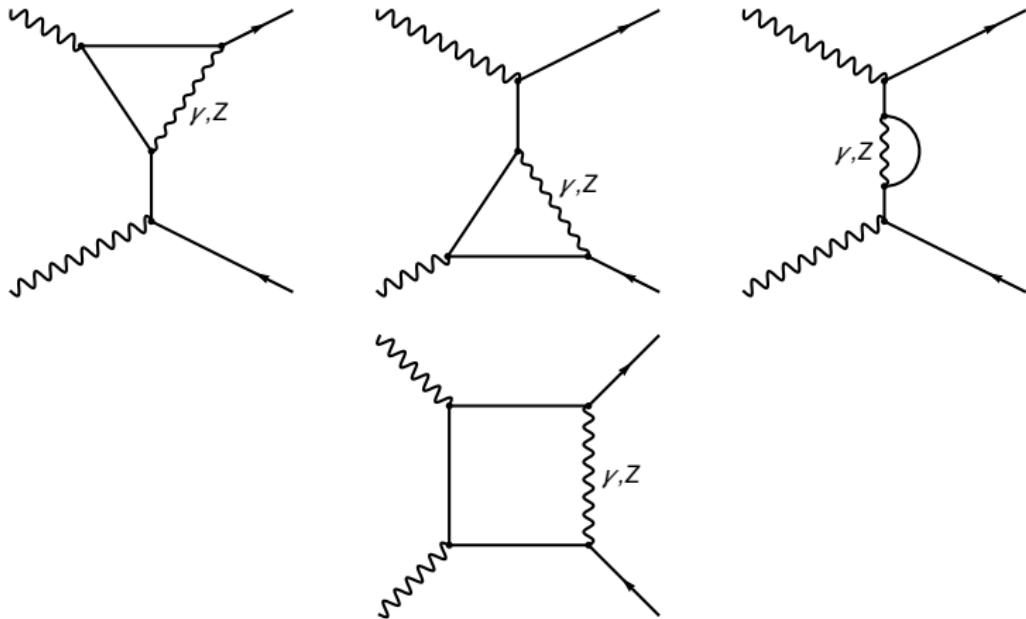


Figure 23: Половина набора фейнмановских диаграмм процесса $\gamma\gamma \rightarrow l^-l^+$ с дополнительным виртуальным фотоном и Z -бозоном: вершинны, собственная энергия электрона, бокс. Оставшиеся диаграммы получаются заменой $p_1 \leftrightarrow p_2$.

Virtual diagrams: W

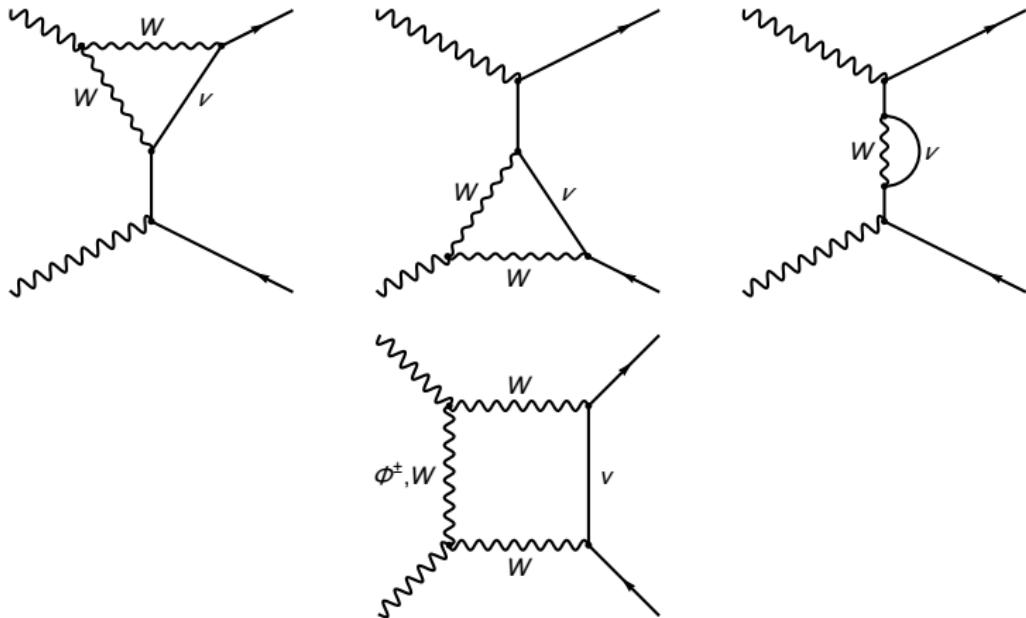


Figure 24: Половина набора фейнмановских диаграмм процесса $\gamma\gamma \rightarrow l^-l^+$ с дополнительным виртуальным W -бозоном: вершины, собственная энергия электрона, бокс. Оставшиеся диаграммы получаются заменой $p_1 \leftrightarrow p_2$.

Bremsstrahlung diagrams

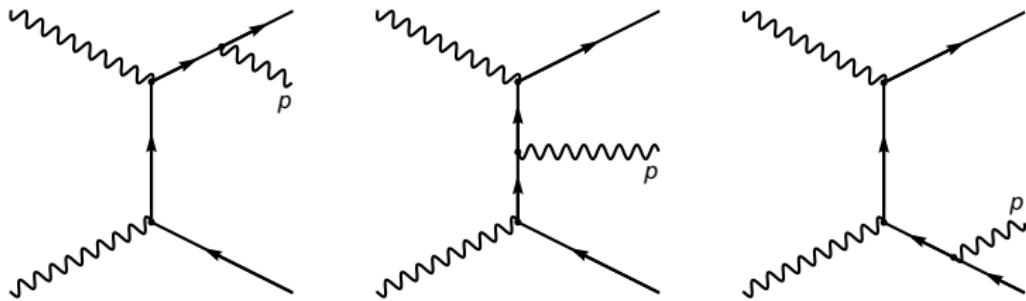


Figure 25: Половина набора фейнмановских диаграмм процесса $\gamma\gamma \rightarrow l^- l^+ \gamma$. Оставшиеся диаграммы могут быть получены заменой $p_1 \leftrightarrow p_2$.

Virtual + soft contribution

Вклад от дополнительных диаграмм с виртуальным и мягким фотонами полностью факторизуется перед борновским сечением, см. напр. M. Böhm and T. Sack, Z. Phys. C 33, 157 (1986):

$$\delta_{\text{QED}} = \frac{\alpha}{\pi} \left(\log \frac{4\omega^2}{s} (L - 1) + \frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} + \frac{tu}{t^2 + u^2} [f(t, u) + f(u, t)] \right),$$

где коллинеарный (“большой”) логарифм и логарифм, зависящий от угла рассеяния такие:

$$L = \log \frac{s}{m^2}, \quad L_{st} = \log \frac{s}{-t}, \quad (12)$$

a

$$f(t, u) = \frac{s^2 + t^2}{2tu} L_{st}^2 - \frac{3u}{2t} LL_{st} - L_{st}.$$

Weak contributions: Z and W

Слабые поправки также полностью факторизуются:

$$\delta_Z = -\frac{\alpha}{\pi} (v_Z^2 + a_Z^2) \frac{tu}{t^2 + u^2} [G_Z(t, u) + G_Z(u, t)],$$

$$\delta_W = -\frac{\alpha}{\pi} \frac{1}{4s_W^2} \frac{tu}{t^2 + u^2} [G_W(t, u) + G_W(u, t)],$$

при условии асимптотики $\sqrt{s} \gg m_Z$, соответствующей НЕ-режиму, получим:

$$G_Z^{HE}(t, u) = \frac{t^3 L_{st}^2}{2u^3} + \frac{t L_{tz}}{2u} (L_{sz} + L_{st} - 1) - \frac{t L_{sz}}{u} - \frac{t^2 L_{st}}{u^2} + \frac{t(27 - 2\pi^2)}{12u},$$

$$G_W^{HE}(t, u) = \frac{t^2}{su} (\pi^2 - L_{sW}^2) + \frac{t}{u} \left(\frac{\pi^2}{3} + L_{tW}^2 \right) - \frac{3u}{2t} L_{tW} - L_{st} + \frac{5u}{4t},$$

где судаковские логарифмы:

$$L_{tB} = \log \frac{-t}{m_B^2}, \quad L_{sB} = \log \frac{s}{m_B^2}; \quad B = Z, W.$$

Independance of unphysical ω

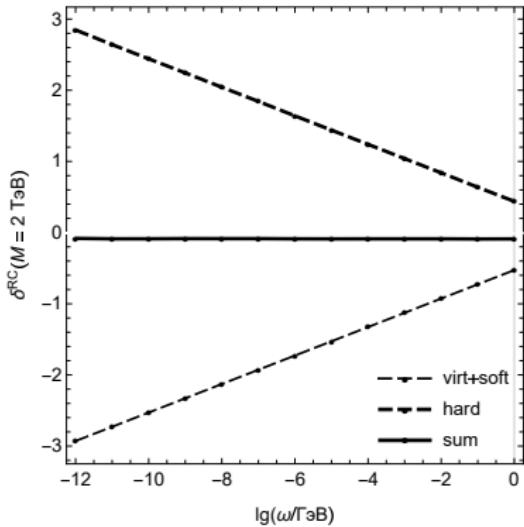


Figure 26: Относительные поправки δ^{RC} к дифф. сечению $\frac{d\sigma}{dM}$ (виртуальный и мягкий вклад, жесткий вклад и их сумма) в зависимости от ω (рождения димюона, $M=2$ ТэВ).

$$\delta^{\text{RC}}(M) = \frac{d\sigma_{\text{RC}}^{\gamma\gamma}/dM}{d\sigma_0^{\gamma\gamma}/dM}. \quad (13)$$

ElectoMagnetic corrections to diff. cross section $d\sigma/dM$

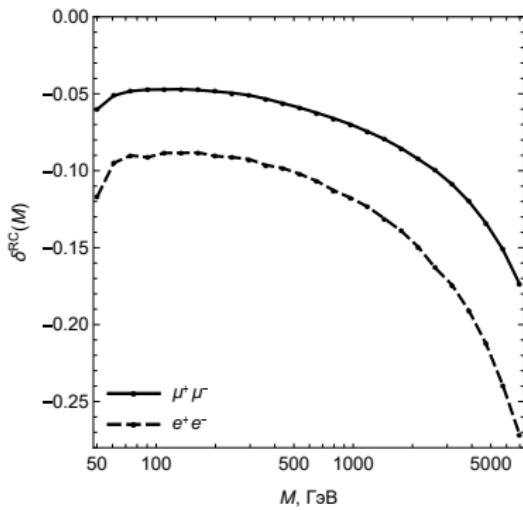


Figure 27: Полные относительные электромагнитные поправки $\delta^{\text{RC}}(M)$ к $\frac{d\sigma}{dM}$ в зависимости от M .

ElectoMagnetic corrections to double diff. cross section $d^2\sigma/dMdy$

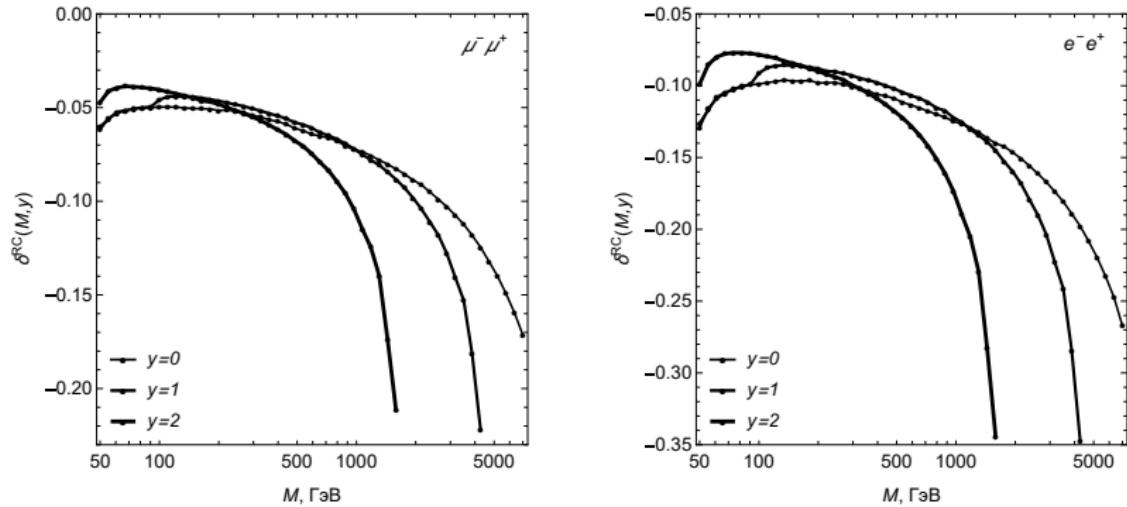


Figure 28: Полные относительные электромагнитные поправки $\delta^{RC}(M,y)$ к $\frac{d^2\sigma_0}{dMdy}$ в зависимости от M при различных y .

ElectoWeak corrections to diff. and double diff. cross sections

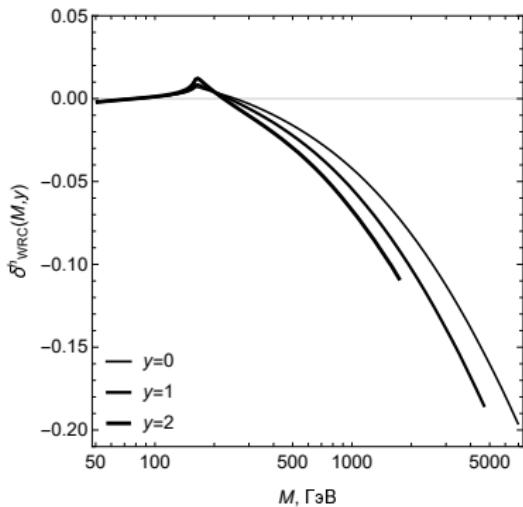
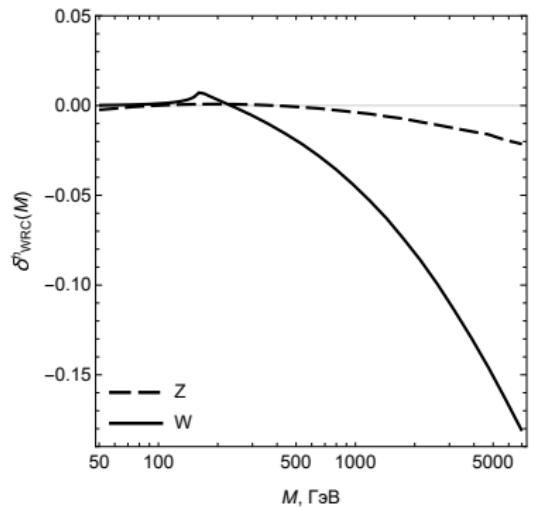
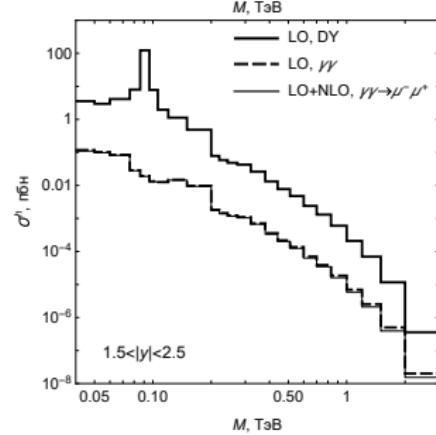
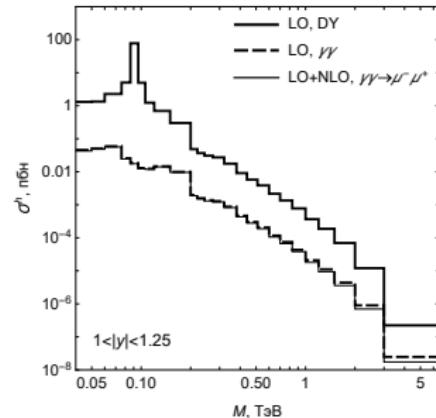
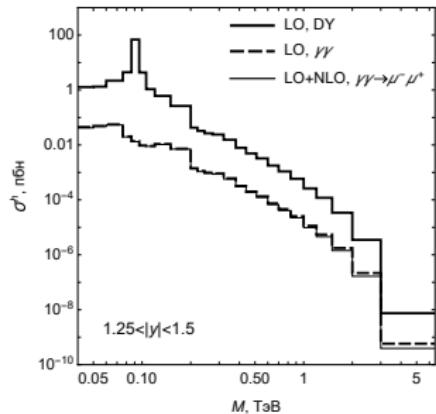
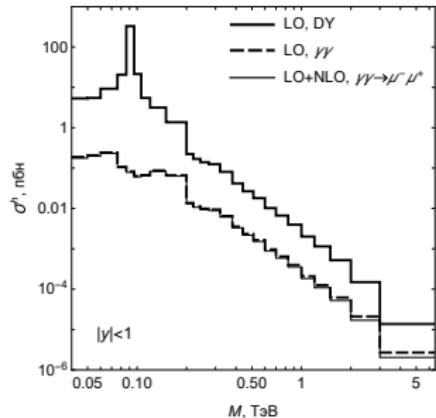


Figure 29: (a) относительные электрослабые поправки к дифф. сечению в зависимости от M ,
(б) полные относительные электрослабые поправки к дважды дифф. сечению в зависимости от M при различных y .

Total cross sections: standard CMS bins



Forward-backward asymmetry A_{FB}

Асимметрия вперед-назад A_{FB} – важная наблюдаемая для рождения дилептона в адронных столкновениях – имеет **двойную природу** (электрослабую и кинематическую):

$$A_{FB} = \frac{\sigma_F^h - \sigma_B^h}{\sigma_F^h + \sigma_B^h}, \quad (14)$$

где

σ_F^h – сечение “вперед” ($\cos \theta^* > 0$),

σ_B^h – сечение “назад” ($\cos \theta^* < 0$).

В системе Коллинза–Сопера $\cos \theta^*$ выглядит так:

$$\cos \theta^* = \text{sgn}[\mathbf{x}_2(\mathbf{t} + \mathbf{u}_1) - \mathbf{x}_1(\mathbf{t}_1 + \mathbf{u})] \frac{\mathbf{t}\mathbf{t}_1 - \mathbf{u}\mathbf{u}_1}{M \sqrt{s(\mathbf{u} + \mathbf{t}_1)(\mathbf{u}_1 + \mathbf{t})}}. \quad (15)$$

Boundaries for Forward and Backward regions

В случае безрадиационной кинематики выражение для $\cos \theta^*$ имеет особенно простой вид:

$$\cos \theta^* = \operatorname{sgn}[\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2] \frac{\mathbf{u} - \mathbf{t}}{\mathbf{s}} = \operatorname{sgn}[\mathbf{e}^y - \mathbf{e}^{-y}] \frac{(1 + \mathcal{C})\mathbf{e}^{-y} - (1 - \mathcal{C})\mathbf{e}^y}{(1 + \mathcal{C})\mathbf{e}^{-y} + (1 - \mathcal{C})\mathbf{e}^y}.$$

Решая уравнение $\cos \theta^* = 0$, получим **два условия** на границу, разделяющую области сечений σ_F^h и σ_B^h :

$$y = 0, \quad \mathcal{C} \equiv \cos \theta = \operatorname{th} y.$$

Условие $|\cos \theta| < \zeta^*$ – тривиально, а $|\cos \alpha| < \zeta^*$ – нет:

$$\cos \left(\arccos \frac{\cos \theta - \operatorname{th} y}{r} + \arcsin \frac{\sin \theta \operatorname{th} y}{r} \right) = \pm \xi^*,$$

где

$$r = \sqrt{1 - 2 \cos \theta \operatorname{th} y + \operatorname{th}^2 y}.$$

Forward and Backward regions

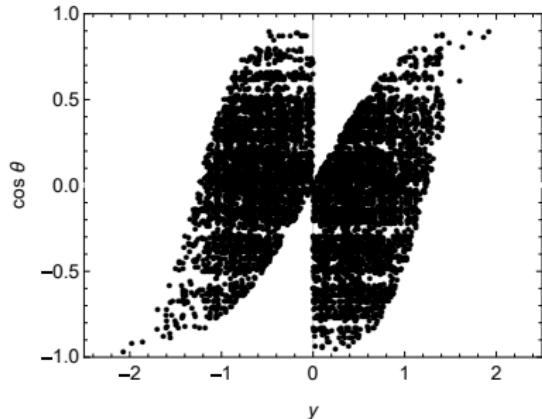
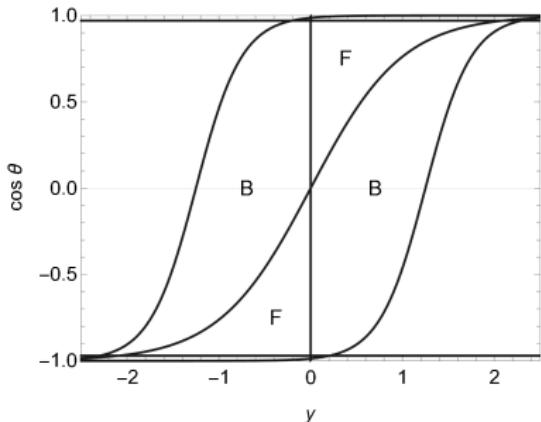


Figure 31: (a) области интегрирования для сечений вперед σ_F^h и назад σ_B^h в переменных y и $\cos \theta$ (границы описываются уравнениями $y = 0$, $\cos \theta = th y$, $\cos \theta = \pm \zeta^*$ и $\cos \alpha = \pm \zeta^*$, где $\zeta^* \approx 0.986614$), (б) точками на диаграмме обозначены разыгранные с помощью программы VEGAS события, соответствующие области “назад”.

Interplay of DY and $\gamma\gamma$ for A_{FB} : numerical effect

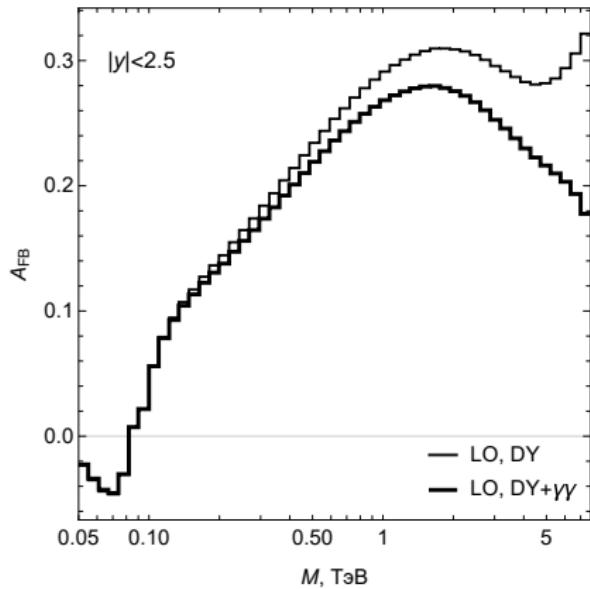


Figure 32: Борновские асимметрии вперед-назад рождения димюона в зависимости от M в условиях CMS LHC: механизм Дрелла–Яна (тонкая линия), с учетом обоих механизмов – Дрелла–Яна и фотонного слияния (жирная линия).

Interplay of DY and $\gamma\gamma$ for A_{FB} : explanation

Так как борновский процесс фотонного слияния имеет чисто электромагнитную природу, для него

$$\mathbf{A}_{FB}^{\gamma\gamma} = \mathbf{0},$$

откуда заключаем, что

$$\sigma_F^{\gamma\gamma} = \sigma_B^{\gamma\gamma} = \Delta.$$

Сечение фотонного слияния становится сравнимым с сечением процесса Дрелла–Яна только при больших M . Раскладывая асимметрию, обусловленную суммарным эффектом, в ряд по Δ , получим

$$\mathbf{A}_{FB}^{DY+\gamma\gamma} \approx \mathbf{A}_{FB}^{DY} \left(1 - \frac{2\Delta}{\sigma_{F+B}^{DY}} \right).$$

Описываемый эффект понижения асимметрии при больших M виден на рис. 32, начиная с $M \sim 300$ ГэВ.

A_{FB} for Run3 of CMS LHC: $\mu^+\mu^-$, DY

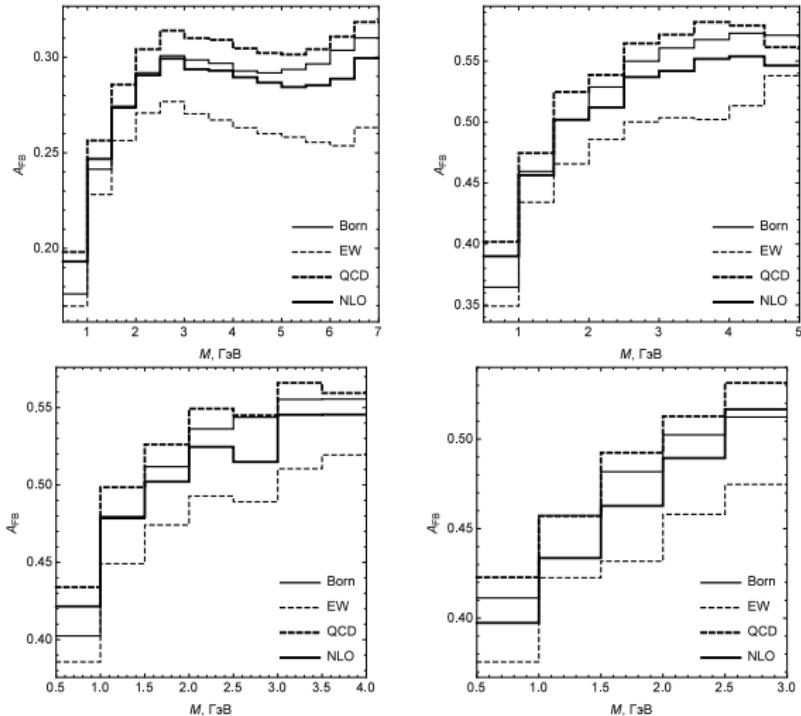


Figure 33: Асимметрия вперед-назад A_{FB} для $\mu^+\mu^-$ -рождения:
 (а) $|y| < 1$, (б) $1 < |y| < 1.25$, (в) $1.25 < |y| < 1.5$, (г) $1.5 < |y| < 2.5$.

A_{FB} for Run3 of CMS LHC: e^+e^- , DY

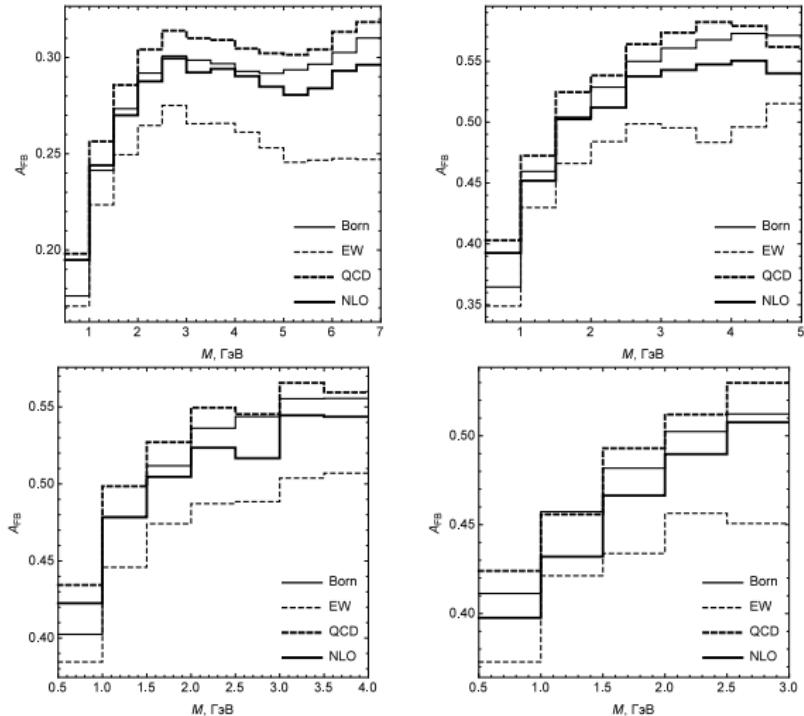


Figure 34: A_{FB} для e^+e^- -рождения: (а) $|y| < 1$, (б) $1 < |y| < 1.25$, (в) $1.25 < |y| < 1.5$, (г) $1.5 < |y| < 2.5$.

A_{FB} for Run3 of CMS LHC: $\mu^+\mu^-$, DY and $\gamma\gamma$

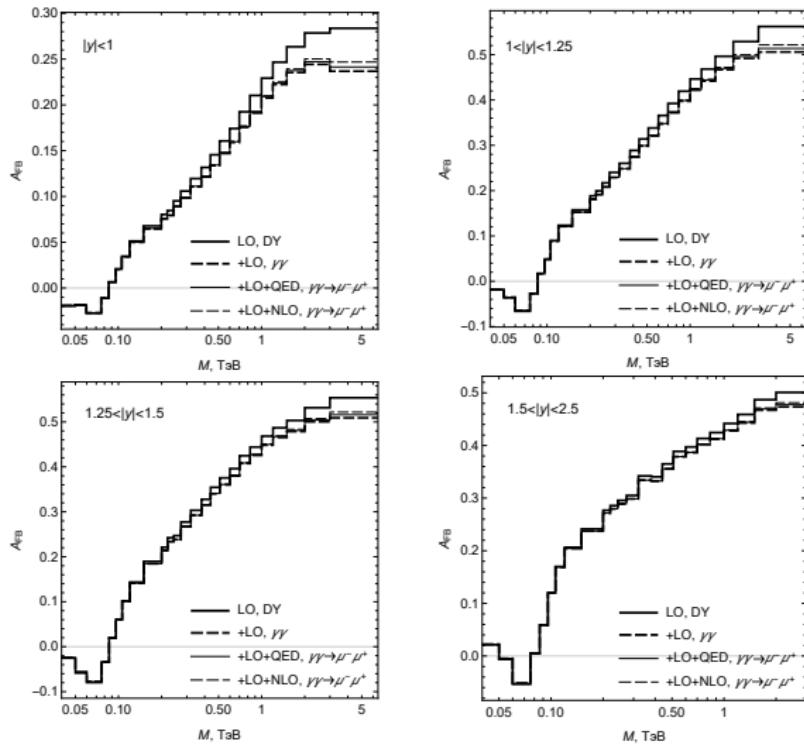


Figure 35: Асимметрия вперед-назад A_{FB} для $\mu^+\mu^-$ -рождения.

Conclusions

- ★ The NLO EWK+QCD to Drell–Yan process in **fully differential form** have been studied. The results expand in Sudakov and collinear logarithms.
- ★ The new *W-method* does **not use any nonphysical division of phase space** on soft and hard parts of photon/gluon emission region.
- ★ At the parton/hadron level FORTRAN code **READY** gives a good coincidence for cross section and A_{FB} with other groups and **fast convergence**.
- ★ $\gamma\gamma$ -fusion mechanism is important contribution in A_{FB} .
- ★ It has been ascertained that the considered in Run 3 region radiative corrections change the cross section and A_{FB} very significantly.

ACKNOWLEDGMENTS

- ★ I would like to thank the **RDMS CMS group** members for the stimulating discussions and **CERN (CMS Group)**, where part of this work was carried out, for warm hospitality during my visits.
- ★ Grateful to groups **SANC** and **ZGRAD** for a detailed comparison of the results.
- ★ Работа частично выполнена при поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь “Конвергенция” (подпрограмма “Микромир, плазма и Вселенная”).
- ★ Численный расчет наблюдаемых величин в режиме Run3/HL LHC частично проведен на Гетерогенной платформе **HybriLIT** Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.