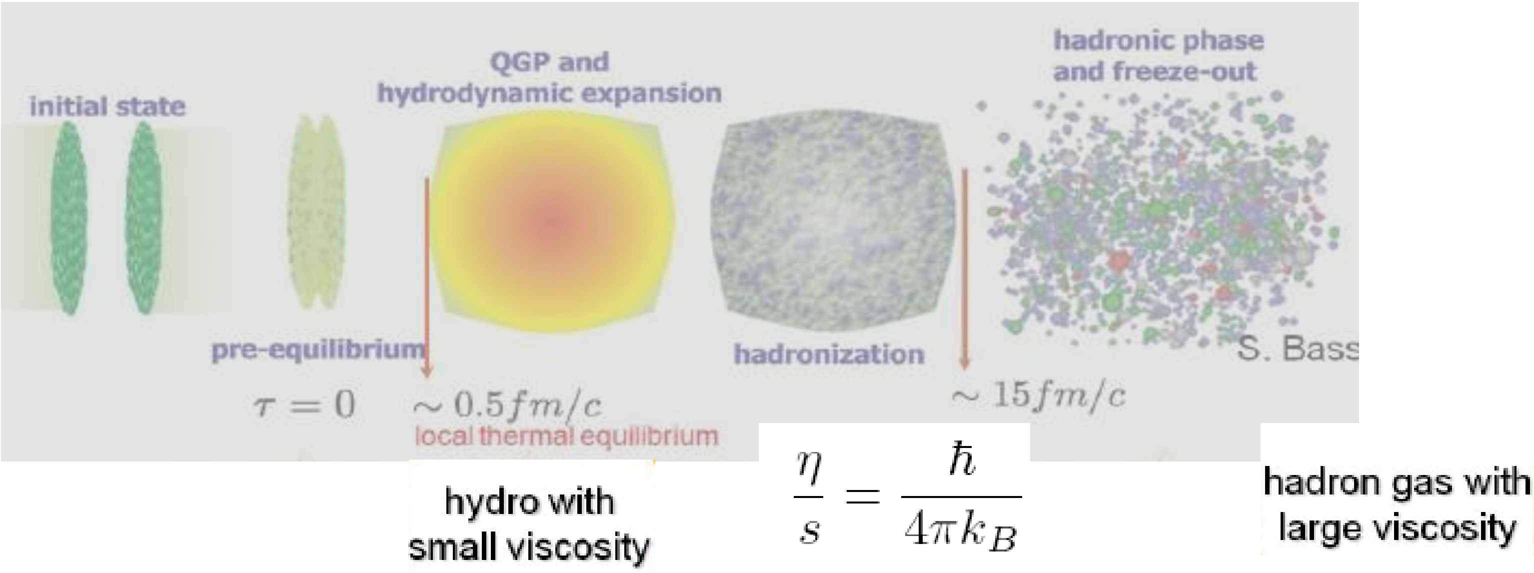
Fluid/gravity duality with chemical potential

Дуальность жидкость/гравитация



$$\frac{\eta}{s} = \frac{\hbar}{4\pi k_B}$$

Формула проверена на RICH,LHC

Гидродинамическая теория множественного рождения частиц при столкновения сверхбыстрых ядерных частиц была разработана Ландау в 1953 г.

Идея Ферми о возможности применения статистических методов для исследования этого процесса (1950); Померанчук (1951)

Три стадии - 1) столкновения (длина пробега частиц<<размер, нет понятия частицы),

2) гидродинамическот расширение (длина пробега частиц<размер),

3) разлет.

$$p = \frac{\epsilon}{3} \qquad N = K A^{3/4} \left(\frac{E}{Mc^2}\right)^{1/2}$$

Релятивистские уравнения вязкой и теплопроводной среды

$$T^{\mu\nu},\ \mu,\nu = 0,1,2,3 \qquad J_i^{\mu}, r = 1,2,...,n$$

EOM.: $$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \qquad \partial_\mu J_i^{\mu} = 0$$

Для идеальной жидкости, в пренебрежении эффектами диссипации

$$T_{(0)}^{\mu\nu} = \epsilon u^\mu u^\nu - p(g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu) \qquad J_{(0)i}^{\mu} = n_i u^\mu$$

$$p = p(\epsilon, n)$$ уравнение состояния

$$T^{\mu\nu} = T_{(0)}^{\mu\nu} + T_{(1)}^{\mu\nu} + ... \qquad J^{\mu} = J_{(0)}^{\mu} + J_{(1)}^{\mu} + ...$$

Первый порядок по градиентам

$$T_{(1)}^{\mu\nu} = \eta\partial^{<\mu}u^{\nu>} - \xi\partial_\alpha u^\alpha \Delta^{<\mu\nu>} \qquad T_{(1)}^{\mu\nu}u_\nu = 0$$

$$J_{(1)}^{\nu}u_\nu = 0$$

коэффициенты вязкости **1-ый --нестабильность и нарушению причинности**

Релятивистские уравнения вязкой и теплопроводной среды

Второй порядок (Израэль-Стюарт). Конформная жидкость

$$T^{\mu\nu}_{(2)} = -\tau_{(2)}\eta[\Delta^{\mu}_{\alpha}\Delta^{\nu}_{\beta}D\sigma^{\alpha\beta} + \frac{4}{3}\sigma^{\mu\nu}(\partial_{\alpha}u^{\alpha})] - \lambda_1\sigma^{<\mu}_{\alpha}\sigma^{\nu>\alpha} + \lambda_2\sigma^{<\mu}_{\alpha}\omega^{\nu>\alpha} - \lambda_3\omega^{<\mu}_{\alpha}\omega^{\nu>\alpha}$$

$$D = u^{\alpha}\partial_{\alpha},\ \nabla^{\mu} = \Delta^{\mu\nu}\partial_{\nu},\ \sigma^{\mu\nu} = \nabla^{<\mu}u^{\nu>},\ \omega_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(\nabla_{\nu}u_{\mu} - \nabla_{\mu}u_{\nu})$$

$\tau_{(2)}, \lambda_1, \lambda_2$ и λ_3 - коэффициенты переноса

Дуальность жидкость/гравитация

Решения уравнений Эйнштейна в 5-мерном простр. с асимпт. AdS **=** **Решения уравнений релятивистской гидродинамики с диссипацией (разложение по градиентам)**

Соотношение между 2-я классическими теориями

Bhattacharyya,.. (2008), Hubeny, Minwalla, Rangamani, 1107.5780

1) Движущаяся черная брана в координатах Эддингтона-Финкельштейна

$$ds^2 = -2\, u_\mu\, dx^\mu dr - r^2\, f(b\, r)\, u_\mu\, u_\nu\, dx^\mu dx^\nu + r^2\, P_{\mu\nu}\, dx^\mu dx^\nu$$

$$f(r) = 1 - \frac{1}{r^4}, \quad u^0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad u^i = \frac{\beta_i}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad i = 1, 2, 3, \qquad P^{\mu\nu} = u^\mu u^\nu + \eta^{\mu\nu}$$

b и β_i константы, $\beta^2 = \beta_i \beta^i$

медленно меняющиеся функции

$$T = 1/\pi b$$

$$b(x^\alpha) = T(x^\alpha)/\pi \text{ и } \beta_i(x^\alpha)$$

Дуальность жидкость/гравитация

2) Ур-ния Эйшт. выполняются если

$$T^{\mu\nu} = (\pi T)^4 (\eta^{\mu\nu} + 4 u^\mu u^\nu) \quad \boxed{\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0}$$

$$ds^2 = -2 u_\mu dx^\mu dr - r^2 f(b r) u_\mu u_\nu dx^\mu dx^\nu + r^2 P_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$
$$+ 2 r^2 b F(b r) \sigma_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{2}{3} r u_\mu u_\nu \partial_\lambda u^\lambda dx^\mu dx^\nu - r u^\lambda \partial_\lambda (u_\nu u_\mu) dx^\mu dx^\nu$$

$$T^{\mu\nu} = (\pi T)^4 (\eta^{\mu\nu} + 4 u^\mu u^\nu) - 2 (\pi T)^3 \sigma^{\mu\nu}$$

вязкость $\eta = \pi^3 T^3$ плотность энтропии $s = 4\pi^4 T^3$

$$\boxed{\frac{\eta}{s} = \frac{1}{4\pi}} + \frac{15\zeta(3)}{4\pi} \frac{1}{\lambda^{3/2}}$$

Формула проверена на RICH,LHC

Buchel, Liu, Starenetc, 08

Shear viscosity at of finite chemical potential

$$S = \int d^5x\sqrt{-g}\Big[R - 2\Lambda - \frac{F^2}{4} + \frac{\kappa}{3}\epsilon^{\lambda\mu\nu\rho\sigma}A_\lambda F_{\mu\nu}F_{\rho\sigma} + c_1 R_{\mu\nu\rho\lambda}R^{\mu\nu\rho\lambda}$$

$$+c_2 R_{\mu\nu\rho\lambda}F^{\mu\nu}F^{\rho\lambda} + c_3(F^2)^2 + c_4 F^4 + c_5\epsilon^{\lambda\mu\nu\rho\sigma}A_\lambda R_{\mu\nu\tau\upsilon}R_{\rho\sigma}{}^{\tau\upsilon}\Big]$$

$$\frac{\eta}{s} = \frac{1}{4\pi}\left(1 - 8c_1 + 4(c_1 + 6c_2)\frac{q^2}{z_h^6}\right)$$

Chemical potential $\mu \propto q/z_h^2$

Maeda at all hep-th/060201
Myers et al :0903.2834
Cremonini, arXiv:0903.3244

Fluid/gravity duality. Generalizations

Anizotropic	Jain et al 1506.01899
	Narayan at al 1612.05950
Non-conformal	Kleinert, Probst, 1610.01081

Sean A. Hartnoll, Andrew Lucas and Subir Sachdev
"Holographic quantum matter",1612.07324