

Расчет критических индексов и репрезентативных физических параметров скейлингового поведения стохастических систем методами квантовой теории поля.

Л.Ц. Аджемян^{1,2}, Н.В. Антонов^{1,2}, М. Гнатич^{1,3,4}, Ю. Хонконен^{5,6}, П. Какинъ², Г. Калагов¹, М. Компаниец^{1,2}, Т. Лучивянски³, Л. Мижишин^{1,4}, М.Ю. Налимов^{1,2}

¹ОИЯИ Дубна, ²СПбГУ Санкт Петербург, ³Университет П.Й. Шафарика в Кошице, Словакия, ⁴ИЭФ САН Кошице, Словакия ⁵Хельсинский университет, ⁶Национальный университет обороны Хельсинки, Финляндия

(цикл работ, выдвигаемый на премию ОИЯИ по направлению научно-исследовательские теоретические работы)

Теоретическое описание турбулентности – важнейшая нерешенная проблема классической физики. Разумеется, концепция турбулентности охватывает широкий класс физических явлений различной природы, и любая исчерпывающая и окончательная “теория турбулентности” вряд ли может быть построена. Однако канонический перечень проблем – существование и устойчивость решений уравнений гидродинамики, конвективная турбулентность, неустойчивость ламинарных течений, затухающая турбулентность и т. д., имеющих существенное практическое и концептуальное значение – находится в центре внимания теоретиков. Одной из них является задача описания развитой (однородной изотропной) гидродинамической турбулентности в инерционном интервале.

Турбулентные потоки, возникающие в различных жидкостях или газах при очень высоких числах Рейнольдса, обнаруживают ряд общих свойств и явлений (каскад энергии или других сохраняющихся величин, скейлинговое поведение с явно универсальными степенными “аномальными показателями” и т.д.), указывающих на то, что последние могут быть описаны в рамках внутренне непротиворечивой теории. Наиболее примечательной чертой развитой турбулентности, которая не укладывается в рамки классической феноменологической теории Колмогорова-Обухова, является перемежаемость, возникающая вследствие сильных флуктуаций скорости диссипации энергии и проявляющаяся в сингулярной зависимости, предположительно степенной, одновременных корреляционных и структурных функций от расстояния, характеризуемой бесконечным количеством независимых аномальных показателей (мультискейлинг). Как эксперименты, так и численное моделирование показывают, что аномальный скейлинг более ярко выражен для пассивного переноса скалярных/векторных полей температуры, плотности примеси, магнитного поля, чем для самого поля скорости, поэтому проблема пассивного переноса является неотъемлемой частью изучения скейлинга в турбулентной среде.

Близкий класс задач связан с исследованием роли турбулентности во флюидах, находящихся вблизи критической точки, в которой система оказывается чрезвычайно чувствительной к внешним воздействиям и гидродинамическим флуктуациям, что в конечном счёте приводит к появлению новых динамических скейлинговых классов универсальности как в классических, так и в квантовых системах, например в жидком гелии, где обращающаяся в нуль вязкость автоматически приводит к сколь угодно большим числам Рейнольдса даже при малой скорости потока.

Флуктуации случайного поля скорости, включая турбулентные, влияют на многие другие стохастические процессы в природе. Среди них особое место занимают химические реакции, протекающие в случайных средах; модели неравновесного критического поведения Кардара-Паризи-Занга, описывающие огрубление случайно растущей поверхности; модели направленной перколяции, описывающие распространение фронтов пожаров, эпидемий, рост опухолей и бактериальных колоний. Оказывается, что учет турбулентного движения среды существенно расширяет классы универсального поведения таких систем.

Нужно подчеркнуть, что основные динамические величины (скорость, концентрация, магнитное поле и др.) являются случайными полями, и их динамика описывается нелинейными стохастическими уравнениями. Основной целью теоретических исследований является нахождение разных осреднённых статистических характеристик этих полей: корреляционных функций, функций отклика, структурных функций и более сложных объектов. Подходящими методами для достижения этих целей являются методы квантовой теории поля – ренормализационная группа – и подходы неравновесной статистической физики. Авторы внесли большой вклад в адаптацию и усовершенствование данных методов для решения задач турбулентности. Были разработаны новые оригинальные методы для расчета репрезентативных констант и параметров турбулентных систем по теории возмущений и вычисления критических размерностей составных операторов, формирующих мультифрактальное (перемежаемое) поведение статистических корреляций исследуемых случайных полей.

Начиная со второй половины 90-ых годов прошлого столетия их использование привело к получению ряда важных результатов в теории развитой турбулентности и при изучении ее влияния на другие стохастические процессы в открытых системах. Ниже мы приводим основные результаты, опубликованные в ведущих международных журналах в 1995-2021 годах, включая четыре обзорные статьи [6, 14, 27, 35]

1. В рамках размерно-аналитической регуляризации [1] вычислены константа Колмогорова и “skewness” фактор (асимметрия), согласующиеся с экспериментальными значениями [2]–[5]. С использованием уравнения спектрального баланса энергии найден спектр кинетической энергии в энерго-содержащем и инерционном интервале, а также функция переноса, выражающаяся через тройную корреляционную функцию поля скорости [7]. Вычисленная константа Колмогорова C_k и спектр кинетической энергии хорошо согласуются с экспериментальными данными (Рис. 1).

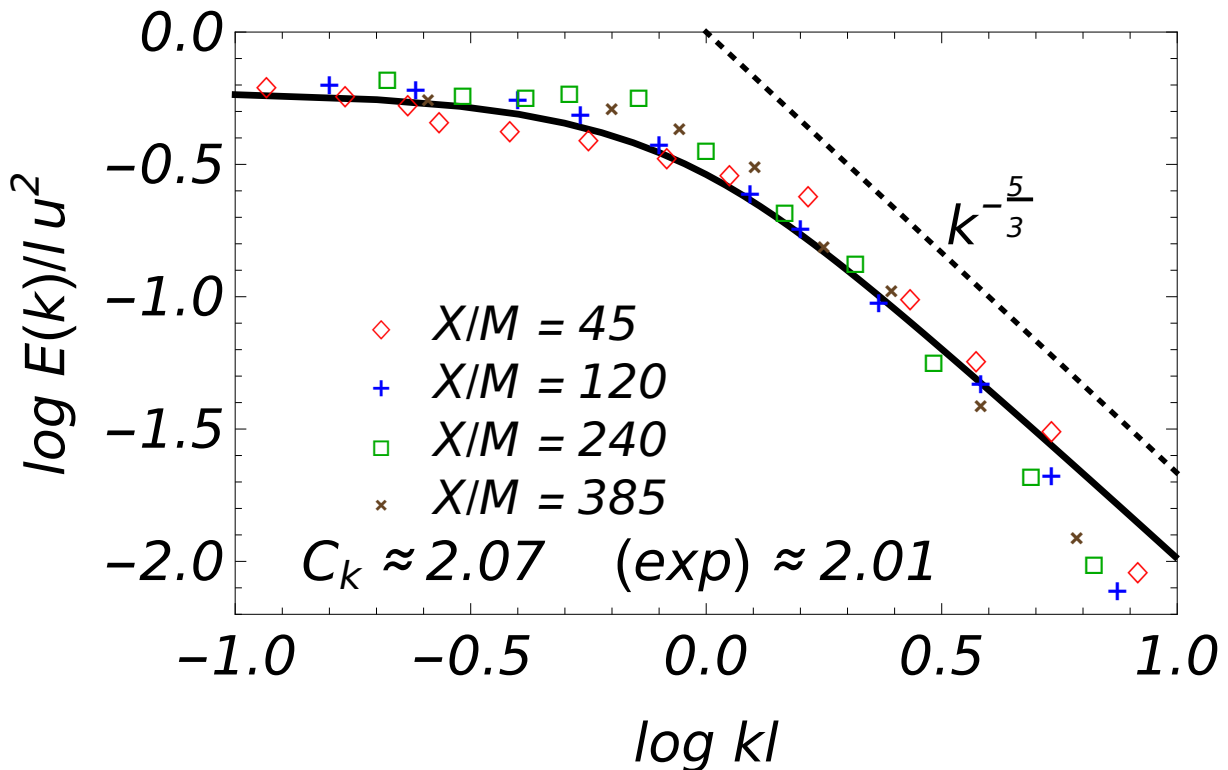


Рис. 1: Продольный спектр кинетической энергии как функции волнового числа (детали см. в [7])

Вычислена ведущая поправка по числу Маха к колмогоровскому спектру и анизотропные поправки к константе Колмогорова. Доказана справедливость второй гипотезы Колмогорова для спектра энергии, базирующейся на предположении об изотропизации среды в инерционном интервале [8]–[12]. Вычислены значения турбулентного числа Прандтля для пассивной скалярной примеси и магнитного числа Прандтля в моделях развитой турбулентности с нарушенной зеркальной симметрией [13, 14].

2. Исследован перенос скалярных и векторных примесей турбулентной средой. Вплоть до трёхпетлевого приближения вычислены критические размерности “опасных” составных операторов, определяющих аномальное (перемежаемое) поведение концентрации и магнитного поля в инерционном интервале [15]–[20]. Установлено, что анизотропия, нарушение зеркальной симметрии и учет сжимаемости среды не разрушают устойчивость критических режимов, но дают вклад в аномальные размерности составных операторов [21]–[30].
3. Сформулирована квантово-полевая модель, описывающая кинетику автокаталитической реакции аннигиляции при наличии флуктуаций плотности и поля скорости. Исследовано асимптотическое поведение плотности частиц при больших временах вблизи критической размерности два и показано, что сколь угодно малые флуктуации поля скорости доминируют над флуктуациями плотности, ускоряя процесс аннигиляции частиц. Расчеты проведены вплоть до двух петель [31, 32, 33]. Изучено влияние источников и стоков, моделирующих взаимодействие активных частиц с химически активной средой (химическими радикалами), и построены соответствующие полевые модели [34]. Получено интегро-дифференциальное нелинейное уравнение для средней плотности частиц, которое является обобщением известного кинетического уравнения в приближении среднего поля [35, 36].

Рассмотрено влияние гидродинамических флуктуаций на процессы направленной перколяции. Установлены новые скейлинговые режимы, вычислены критические показатели, определяющие временные асимптотики среднего числа активных агентов, вероятности выживания активных кластеров и эффективного радиуса [37]–[43].

4. Систематически исследовано [44]–[51] влияние движения среды (в том числе турбулентной) на скейлинговое поведение ряда моделей случайного роста поверхностей (границы раздела сред, фронты дыма и пламени, ландшафты – модели Кардара-Паризи-Занга [44, 47] и Пастора-Саторраса-Ротмана [45, 46] и их модификации) и стохастических моделей самоорганизованной критичности (модель Хуа-Кардара [49, 50] и ее варианты). Во всех случаях были найдены все возможные типы скейлингового поведения (“классы универсальности”) и области их устойчивости. Соответствующие критические показатели вычислены в ведущих порядках ренормгрупповых разложений, а в некоторых случаях – точно.
5. Изучено влияние турбулентных флуктуаций на фазовый переход в сверхтекучее состояние гелия, описываемый в рамках моделей критической динамики. Установлен новый критический режим, и показано, что развитые турбулентные флуктуации, появляющиеся вследствие исчезновения вязкости, подавляют фазовый переход в сверхтекучее состояние. Они влияют на устойчивость ранее известных фиксированных точек, в одной из которых, как принято считать, реализуется фазовый переход [52]–[56]. Выполненный анализ подкрепляет предложенную на основе квантовой кинетической теории обобщенную А-модель, учитывающую сжимаемые инфракрасно существенные гидродинамические моды, в которой фиксированная точка определяется однозначно [57, 58].

Список литературы

- [1] J.Honkonen, M.Yu.Nalimov, *Z. Phys. B* **99** (1996) 297
- [2] L.Ts.Adzhemyan, N.V.Antonov, M.V.Kompaniets, A.N.Vasil'ev, *Int. J. Mod. Phys. B*, **17** (2003) 2137
- [3] L.Ts.Adzhemyan, J.Honkonen, M.V.Kompaniets, A.N.Vasil'ev, *Phys. Rev. E* **68** (2003) 055302(R)
- [4] L.Ts.Adzhemyan, J.Honkonen, M.V.Kompaniets, A.N.Vasil'ev, *Phys. Rev. E* **71** (2005) 036305
- [5] L.Ts.Adzhemyan, M.Hnatic, J.Honkonen, *Eur. Phys. J. B* **73** (2010), 275
- [6] M.Hnatic, J.Honkonen, T.Lučivjanský, *Acta Physica Slovaca* **66(2-3)** (2016) 69
- [7] L.Ts.Adzhemyan, M.Hnatic, D.Horvath, M.Stehlik, *Phys. Rev. E* **58** (1998) 44511
- [8] L.Ts.Adzhemyan, M.Yu.Nalimov, M.M.Stepanova, *Theor. Math. Phys.* **104** (1995) 971
- [9] D.Yu.Volchenkov, M.Yu.Nalimov, *Theor. Math. Phys.* **106** (1999) 375
- [10] J.Buša, M.Hnatic, J.Honkonen, D.Horvath, *Phys. Rev. E* **55** (1997) 382
- [11] N.V.Antonov, M.Hnatic, M.Yu.Nalimov, *Phys. Rev. E* **60** (1999) 4043
- [12] J.Honkonen, *Phys. Rev. E* **104** (2021) 027101
- [13] M.Hnatic, P.Zalom, *Phys. Rev. E* **94** (2016) 053113
- [14] M.Hnatic J.Honkonen, T.Lučivjanský, *Symmetry MDPI* **11(10)** **11(10)** (2019) 1193
- [15] L.Ts.Adzhemyan, N.V.Antonov, A.N.Vasil'ev, *Phys. Rev. E* **58** (1998), 1823
- [16] L.Ts.Adzhemyan, N.V.Antonov, *Phys. Rev. E* **58** (1998), 7381
- [17] N.V.Antonov, *Phys. Rev. E* **60** (1999), 6691
- [18] N.V.Antonov, *Physica D* **144** (2000), 370
- [19] L.Ts.Adzhemyan, N.V.Antonov, V.A.Barinov, Yu.S.Kabrits, A.N.Vasiliev, *Phys. Rev. E* **63** (2001), 025303(R)
- [20] L.Ts.Adzhemyan, N.V.Antonov, V.A.Barinov, Yu.S.Kabrits, A.N.Vasiliev, *Phys. Rev. E* **64** (2001), 056306(R)
- [21] L.Ts.Adzhemyan, N.V.Antonov, M.Hnatic, S.V.Novikov, *Phys. Rev. E* **63** (2001), 016309
- [22] N.V.Antonov, J.Honkonen, *Phys. Rev. E* **63** (2001), 036302
- [23] L.Ts.Adzhemyan, N.V.Antonov, A.V.Runov, *Phys. Rev. E* **64** (2001), 046310
- [24] N.V.Antonov, J.Honkonen, *Phys. Rev. E* **66** (2002), 046105

- [25] L.Ts.Adzhemyan, N.V.Antonov, J.Honkonen, *Phys. Rev. E* **66** (2002), 036313
- [26] N.V.Antonov, M.Hnatič, J.Honkonen M.Jurčišin, *Phys. Rev. E* **68** (2003), 046306
- [27] N.V.Antonov, *Journal of Physics A* **39** (2006), 7825
- [28] L.Ts.Adzhemyan, N.V.Antonov, P.B.Gold'in, M.V.Kompaniets, *Journal of Physics A* **46** (2013), 135002
- [29] N.V.Antonov, M.Kostenko, *Phys. Rev. E* **92** (2015), 053013
- [30] N.V.Antonov, N.M.Gulitskiy, M.M.Kostenko, T.Lučivjansky, *Phys. Rev. E* **95** (2017), 033120
- [31] M.Hnatič, J.Honkonen, *Phys. Rev. E* **61** (2000), 3904
- [32] M.Hnatič, J.Honkonen, T.Lučivjanský, *Theor. Math. Phys.* **169** (2011), 1489
- [33] M.Hnatič, J.Honkonen, T.Lučivjanský, *Theor. Math. Phys.* **169** (2011), 1481
- [34] M.Hnatič, J.Honkonen, T.Lučivjanský, *Theor. Math. Phys.* **176** (2013), 873
- [35] M.Hnatič, J.Honkonen, T.Lučivjanský, *Physics of Particles and Nuclei Letters* **44** (2013), 316 – 348
- [36] M.Hnatič, J.Honkonen, T.Lučivjanský, *Eur. Phys. J. B* **86** (2013), 214
- [37] M.Dančo, M.Hnatič, T.Lučivjanský, L.Mižišin, *Theor. Math. Phys.* **176** (2013) 898
- [38] N.V.Antonov, M.Hnatič, A.S.Kapustin, T.Lučivjanský, L.Mižišin, *Phys. Rev. E* **93** (2016) 012151
- [39] N.V.Antonov, M.Hnatič, A.S.Kapustin, T.Lučivjanský, L.Mižišin, *Theor. Math. Phys.* **190(3)** (2017) 323
- [40] N.V.Antonov, M.Hnatič, A.S.Kapustin, T.Lučivjanský, L.Mižišin, *Physics of Particles and Nuclei Letters* **14(6)** (2017) 944
- [41] M.Hnatič, G.Kalagov, T.Lučivjanský, *Eur. Phys. J. B* **91** (2018), 269
- [42] M.Hnatič, G.Kalagov, M.Yu.Nalimov, *Nucl. Phys. B* **926** (2018), 1
- [43] Š.Birnšteinová, M.Hnatič, T.Lučivjanský, L.Mižišin, V.Škultéty, *Theor. Math. Phys.* **200(3)** (2019) 1335
- [44] N.V.Antonov, P.I.Kakin, *Theor. Math. Phys.* **185** (2015), 1391
- [45] N.V.Antonov, P.I.Kakin, *Theor.Math.Phys.* **190** (2017), 193
- [46] N.V.Antonov, P.I.Kakin, *Journal of Physics A* **50** (2017), 085002
- [47] N.V.Antonov, P.I.Kakin, N.M.Lebedev, *Journal of Physics A* **52** (2019), 505002
- [48] N.V.Antonov, P.I.Kakin, N.M.Lebedev, *J. Stat. Phys.* **178** (2020), 392
- [49] N.V.Antonov, N.M.Gulitskiy, P.I.Kakin, G.E.Kochnev, *Universe* **6** (2020), 145

- [50] **N.V.Antonov**, N.M.Gulitskiy, **P.I.Kakin**, V.D.Serov, **Phys. Rev. E** **103** (2021), 042106
- [51] **N.V.Antonov**, M.M.Kostenko, **J. Math. Sciences** **257** (2021) 425
- [52] M.V.Komarova, D.M.Krasnov, **M. Yu.Nalimov**, **Theor. Math. Phys.** **169** (2011) 1441
- [53] **M.Hnatic**, M.V.Komarova, **M.Yu.Nalimov**, **Theor. Math. Phys.** **175** (2013) 781
- [54] M.Dančo, **M.Hnatič**, M.V.Komarova, D.M.Krasnov, **T.Lučivjanský**, **L.Mižišin**, **M.Yu.Nalimov**, **Theor. Math. Phys.** **176** (2013) 888
- [55] M.Dančo, **M.Hnatič**, M.V.Komarova, **T.Lučivjanský**, **M.Yu.Nalimov**, **Phys. Rev. E** **93** (2016) 012109
- [56] M.Dančo, **M.Hnatič**, **T.Lučivjanský**, **L.Mižišin**, **Phys. Rev. E** **102(2)** (2020) 02211
- [57] Yu.A.Zhavoronkov, M.V.Komarova, Yu.G.Molotkov, **M.Yu.Nalimov**, **J.Honkonen**, **Theor. Math. Phys.** **169** (2019) 1237
- [58] **J.Honkonen**, M.V.Komarova, Yu.G.Molotkov, **M.Yu.Nalimov**, **Theor. Math. Phys.** **200** (2019) 1360