

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ЯДРА С СЕПАРАБЕЛИЗОВАННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ СКИРМА

© 2009 г. А. П. Северюхин^{1)*}, Н. Н. Арсеньев¹⁾, В. В. Воронов¹⁾, Нгуен Ван Джай²⁾

Поступила в редакцию 19.12.2008 г.

Дано краткое изложение метода сепарабелизации сил Скирма для исследования ядерной структуры. В качестве примера приведены результаты расчетов для различных мод ядерных возбуждений.

PACS: 21.60.Jz

1. ВВЕДЕНИЕ

Программы исследования ядер, удаленных от линий стабильности, находятся в центре внимания большинства мировых ядерных центров. При теоретическом изучении нестабильных ядер приходится экстраполировать в новую область параметры ядерных сил, подобранные так, чтобы воспроизвести свойства магических ядер. Существенную роль при этом играют условия самосогласования [1–6], и, конечно, необходимо учитывать спаривание [2, 7] в таких ядрах. Очень популярным в последнее время стало использование квазичастичного приближения случайных фаз с нерелятивистскими эффективными двухчастичными силами [3, 8, 9] или силами, полученными из релятивистских лагранжианов [10]. При этом среднее поле рассчитывается самосогласованным образом с тем же самым взаимодействием [11–15]. При необходимости учитывать связь со сложными конфигурациями становится весьма непросто проводить расчеты в большом конфигурационном пространстве. Использование простых сепарабельных сил [16] позволяет легко обходить эту трудность, но параметры таких сил зафиксировать для новых областей ядер довольно проблематично. Желание совместить простоту сепарабельных сил с условиями самосогласования стимулировало нас разработать процедуру сепарабелизации для популярного взаимодействия Скирма [17] и обобщить этот подход на случай учета спаривания и эффектов связи со сложными конфигурациями [18–20]. В нашем подходе среднее поле рассчитывается самосогласованным образом в приближении Хартри–Фока с силами Скирма, а

уравнения приближения случайных фаз решаются с сепарабелизованным взаимодействием. Учет связи конфигураций не требует введения новых параметров.

В настоящей работе мы проиллюстрируем возможности нашего метода на примере расчетов для различных мод ядерных возбуждений.

2. МЕТОД

Детальное изложение нашего метода можно найти в работах [17, 18, 20]. Среднее поле определяется путем решения уравнений Хартри–Фока (ХФ) с силами Скирма. Спаривание трактуется в приближении БКШ. Одночастичный континуум дискретизируется посредством диагонализации гамильтониана ХФ на базисе гармонического осциллятора [21]. Мы используем квазичастичное представление, определяемое каноническим преобразованием Боголюбова:

$$a_{jm}^+ = u_j \alpha_{jm}^+ + (-1)^{j-m} v_j \alpha_{j-m}, \quad (1)$$

здесь jm обозначают квантовые числа $nljm$. Гамильтониан включает взаимодействие Скирма в частично-дырочном канале и поверхностные силы нулевого радиуса в канале частица–частица:

$$V_{\text{pair}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_0 \left(1 - \frac{\rho(r_1)}{\rho_c} \right) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (2)$$

Параметр V_0 фиксируется так, чтобы воспроизвести разницу масс соседних нечетных и четно-четных ядер в изучаемой области.

Остаточные взаимодействия в частично-дырочном канале V_{res}^{ph} и канале частица–частица V_{res}^{pp} могут быть получены как вторые производные функционала плотности энергии по нормальной ρ и парной плотности $\tilde{\rho}$ соответственно. Мы представляем

¹⁾Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾Институт ядерной физики, CNRS-IN2P3, Университет Paris-Sud, Орсе, Франция.

*E-mail: sever@theor.jinr.ru

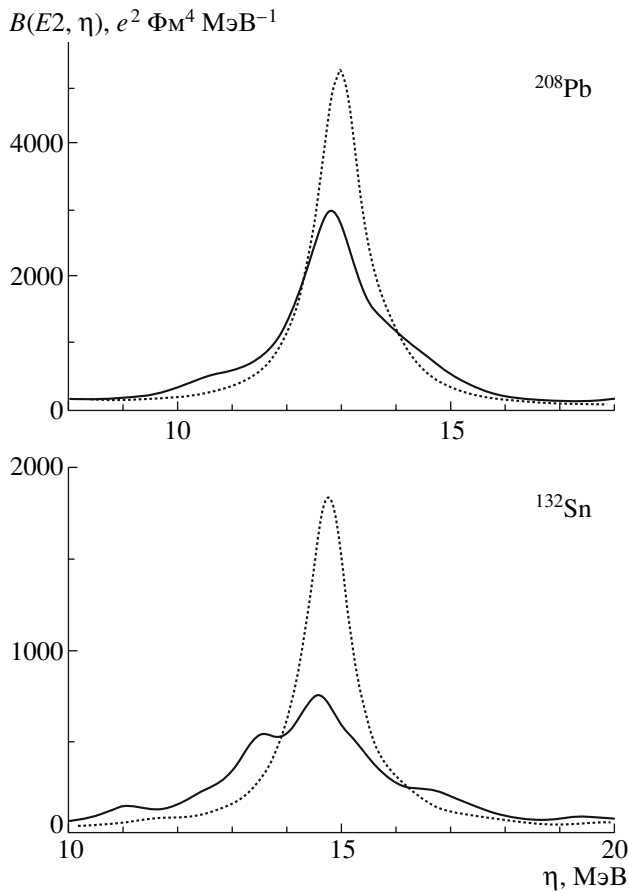


Рис. 1. $E2$ -силловые функции для ^{132}Sn и ^{208}Pb , рассчитанные в однофононном приближении (точечные кривые) и с учетом взаимодействия квазичастиц с фононами (сплошные кривые).

взаимодействие Скирма V_{res}^{ph} в форме сил Ландау–Мигдала (ЛМ) и сохраняем только члены с $l = 0$ [17]. Тогда остаточное взаимодействие имеет следующий вид:

$$V_{\text{res}}^a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = N_0^{-1} [F_0^a(r_1) + F_0'^a(r_1)(\tau_1 \cdot \tau_2)] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (3)$$

где a — индекс канала, $a = \{ph, pp\}$; τ_i — операторы спина и изоспина, а $N_0 = 2k_F m^* / (\pi^2 \hbar^2)$ с k_F и m^* , соответствующими моменту Ферми и эффективной нуклонной массе. Выражения для F_0^{ph} , $F_0'^{ph}$ и F_0^{pp} , $F_0'^{pp}$ приведены в работах [22] и [20] соответственно.

Матричные элементы могут быть записаны в сепарабельном виде [17, 18, 20], и после интегрирования по угловым переменным необходимо вычислять радиальные интегралы:

$$I^a(j_1 j_2 j_3 j_4) = \quad (4)$$

$$= N_0^{-1} \int_0^\infty (F_0^a(r) + F_0'^a(r)(\tau_1 \cdot \tau_2)) \times \\ \times u_{j_1}(r) u_{j_2}(r) u_{j_3}(r) u_{j_4}(r) \frac{dr}{r^2},$$

где $u_j(r)$ — одночастичные радиальные волновые функции. Радиальные интегралы (4) могут быть вычислены с высокой точностью с использованием интегральной формулы Гаусса для N точек с абсциссами r_k и весовыми функциями w_k , если выбрать достаточно большим радиус обрезания R :

$$I^a(j_1 j_2 j_3 j_4) \simeq \quad (5) \\ \simeq N_0^{-1} \frac{R}{2} \sum_{k=1}^N \frac{w_k}{r_k^2} (F_0^a(r_k) + F_0'^a(r_k)(\tau_1 \cdot \tau_2)) \times \\ \times u_{j_1}(r_k) u_{j_2}(r_k) u_{j_3}(r_k) u_{j_4}(r_k).$$

Таким образом, остаточное взаимодействие может быть представлено в виде суммы N сепарабельных членов. В этом случае гамильтониан совпадает с гамильтонианом квазичастично-фононной модели (КФМ) [16], но одноквазичастичный спектр и остаточное взаимодействие вычисляются с силами Скирма.

Фононные операторы вводятся стандартным образом:

$$Q_{\lambda\mu}^+ = \frac{1}{2} \sum_{jj'} (X_{jj'}^{\lambda i} A^+(jj'; \lambda\mu) - (-1)^{\lambda-\mu} Y_{jj'}^{\lambda i} A(jj'; \lambda-\mu)), \quad (6)$$

где индекс λ обозначает угловой момент, а μ — его z -проекция в л.с. Предполагается, что основное состояние является фононным вакуумом. Возбужденные состояния генерируются действием операторов рождения на вакуум $Q_{\lambda\mu}^+ |0\rangle$, и для них справедливо условие нормировки:

$$\langle 0 | [Q_{\lambda\mu i}, Q_{\lambda\mu i'}^+] | 0 \rangle = \delta_{ii'}. \quad (7)$$

Используя метод линеаризации уравнения движения, можно вывести уравнения приближения случайных фаз [6]:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ -\mathcal{B} & -\mathcal{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Явный вид для матриц \mathcal{A} , \mathcal{B} , имеющих размерность пространства двухквазичастичных конфигураций, дан в [20]. Уравнения приближения случайных фаз могут быть сведены к секулярному уравнению, и размерность матрицы не превосходит $6N \times 6N$ независимо от размера конфигурационного

пространства. Если пренебречь каналом частица–частица в остаточном взаимодействии, то размерность матрицы уменьшится в 3 раза [17, 20]. Для учета сложных конфигураций волновые функции возбужденных состояний записываются в виде суперпозиции членов с различным числом фононных операторов, соответствующие уравнения приведены в работе [19].

3. ГИГАНТСКИЕ КВАДРУПОЛЬНЫЕ РЕЗОНАНСЫ

Как показано в работах [17, 18], результаты, полученные с сепарабельным приближением для сил Скирма, очень близки к результатам расчетов с полным взаимодействием Скирма. Применение нашего метода для изучения низколежащих квадрупольных возбуждений в ядрах в области вокруг ^{132}Sn [20] показало, что расчеты хорошо описывают имеющиеся экспериментальные данные и позволяют сделать предсказания для планируемых экспериментов.

Для расчета характеристик высоковозбужденных состояний необходимо учитывать связь со сложными конфигурациями, обобщение нашего метода на случай связи с двухфононными состояниями приведено в [19]. Используя такой же набор параметров для сил Скирма [23], с которым рассчитывались низколежащие состояния, мы провели вычисления распределения квадрупольной силы в области изоскалярного квадрупольного резонанса в ^{132}Sn и ^{208}Pb . Силовые функции для квадрупольной силы, рассчитанные в приближении случайных фаз и с учетом связи с двухфононными конфигурациями, показаны на рис. 1. В качестве весовой функции бралась лоренцевская функция с параметром размазки $\Delta = 1.0$ МэВ [16]. Связь со сложными конфигурациями приводит к известному эффекту уширения резонанса по сравнению с приближением случайных фаз. В результате для ^{208}Pb получаем для энергии изоскалярного квадрупольного резонанса значение $E_x = 12.9$ МэВ, а для ширины — $\Gamma = 2.6$ МэВ, что хорошо согласуется с имеющимися экспериментальными данными [24]. Для ^{132}Sn наши расчеты предсказывают для энергии и ширины изоскалярного гигантского квадрупольного резонанса значения $E_x = 14.6$ МэВ, $\Gamma = 4.0$ МэВ.

4. ГАМОВ-ТЕЛЛЕРОВСКИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Применим наш метод к изучению гамов-теллеровских (ГТ) возбуждений. Так же как и в случае состояний нормальной четности, можно ввести зарядово-обменные фононы [16] и использовать наш метод. Явный вид параметра ЛМ

Результаты расчетов для гамов-теллеровских возбуждений

ПТД		ПТД (ЛМ)		ПСФ (ЛМ)	
$E, \text{МэВ}$	$B^-(\text{ГТ})$	$E, \text{МэВ}$	$B^-(\text{ГТ})$	$E, \text{МэВ}$	$B^-(\text{ГТ})$
^{48}Ca					
3.95	5.75	3.03	5.82	2.97	5.82
12.25	17.83	11.49	17.83	11.43	17.70
^{90}Zr					
9.39	7.70	8.62	7.78	8.56	7.77
17.15	22.03	16.49	21.94	16.44	21.73
^{132}Sn					
3.31	1.52	3.07	1.56	3.05	1.55
7.02	2.27	6.72	3.34	6.62	3.72
8.18	16.25	7.96	14.97	7.90	14.44
10.50	3.40	10.39	5.08	10.39	5.15
15.96	69.29	14.76	67.72	14.71	67.55

G'_0 , выраженный через параметры сил Скирма, представлен в [22]. Используя изложенную выше процедуру сепарабелизации частично-дырочного взаимодействия, получаем систему уравнений, которая имеет такой же вид, как в КФМ [16]. В качестве примера рассмотрим распределение силы ГТ-переходов на ^{48}Ca , ^{90}Zr , ^{132}Sn . В расчетах используется параметризация сил Скирма SGII [22]. Энергии возбуждений отсчитываются от основного состояния материнского четно-четного ядра.

Так как мы учитываем скоростные члены приближенно, важно проверить применимость этого приближения для изучения ГТ-возбуждений. В таблице представлены результаты расчетов в приближении Тамма–Данкова (ПТД) и приближении случайных фаз (ПСФ), как с полным остаточным взаимодействием Скирма, так и с учетом членов только с $l = 0$. Как видно из таблицы, наша процедура дает результаты, близкие к получающимся при точном учете скоростных членов, а корреляции ПСФ оказывают слабое влияние на распределение силы ГТ-переходов на ^{48}Ca , ^{90}Zr , ^{132}Sn . Результаты наших расчетов хорошо согласуются с существующими экспериментальными данными [22]. Для материнского ядра с незамкнутой протонной оболочкой ^{90}Zr представлены расчеты без учета парных корреляций.

Обсудим влияние парных корреляций на распределение силы ГТ-переходов на ^{90}Zr . Результаты расчетов в приближении случайных фаз представлены на рис. 2. Штриховыми линиями

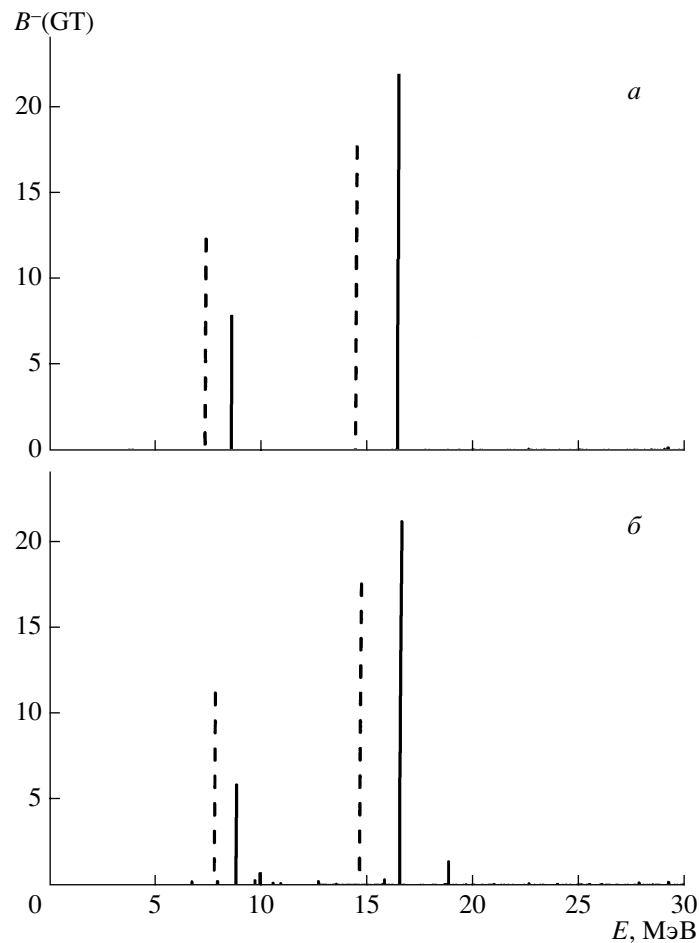


Рис. 2. Распределение силы ГТ-переходов на ^{90}Zr , рассчитанное без учета парных корреляций (а) и с учетом парных корреляций (б). Штриховые и сплошные линии — расчет без остаточного взаимодействия и с остаточным взаимодействием соответственно. Энергия отсчитывается от основного состояния ^{90}Zr .

обозначены расчеты без учета остаточного взаимодействия. Показано, что учет остаточного взаимодействия приводит к некоторому перераспределению силы. Рисунок наглядно демонстрирует, что влияние парных корреляций на энергию ГТ-резонанса для ^{90}Zr мало.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На базе эффективных сил Скимма построено сепарабельное приближение для остаточного взаимодействия и продемонстрирована возможность использования квазичастичного приближения случайных фаз и его модификации с учетом связи со сложными конфигурациями для исследования структуры сферических ядер. Представленный подход дает возможность существенно сократить размер матриц, которые необходимо диагонализировать, что позволяет проводить расчеты в больших конфигурационных пространствах. В качестве примера исследованы свойства изоскалярных квадрупольных резонансов и изучено распределение силы гамов-теллеровских возбуждений в некоторых ядрах. Показано, что предложенный метод хорошо воспроизводит имеющиеся экспериментальные данные. Результаты, полученные с сепарабельным приближением для сил Скимма, очень близки к результатам расчетов с полным взаимодействием Скимма.

Работа выполнена в рамках соглашения IN2P3—ОИЯИ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. T. Belyaev, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **31** (11), 1 (1959).
2. С. Т. Беляев, *ЖЭТФ* **39**, 1387 (1960).
3. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, Москва, 1965).
4. Э. Е. Саперштейн, С. А. Фаянс, В. А. Ходель, *ЭЧАЯ* **9**, 221 (1978).
5. О. Бор, Б. Моттelson, *Структура атомного ядра* (Мир, Москва, 1977), т. 2.

6. P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer, Berlin, 1980).
7. В. Г. Соловьев, *ЖЭТФ* **35**, 823 (1958).
8. D. Vautherin and D. M. Brink, *Phys. Rev. C* **5**, 626 (1972).
9. D. Gogny, in *Nuclear Self-Consistent Fields*, Ed. by G. Ripka and M. Porneuf (North-Holland, Amsterdam, 1975).
10. P. Ring, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **37**, 193 (1996) and references therein.
11. E. Khan, N. Sandulescu, M. Grasso, and Nguyen Van Giai, *Phys. Rev. C* **66**, 024309 (2002).
12. S. Péru, J. F. Berger, and P. F. Bortignon, *Eur. Phys. J. A* **26**, 25 (2005).
13. D. Vretenar, A. V. Afanasjev, G. A. Lalazissis, and P. Ring, *Phys. Rep.* **409**, 101 (2005).
14. J. Terasaki and J. Engel, *Phys. Rev. C* **74**, 044301 (2006).
15. N. Paar, D. Vretenar, E. Khan, and G. Colò, *Rep. Prog. Phys.* **70**, 691 (2007).
16. V. G. Soloviev, *Theory of Atomic Nuclei: Quasi-particles and Phonons* (Institute of Physics, Bristol; Philadelphia, 1992).
17. Nguyen Van Giai, Ch. Stoyanov, and V. V. Voronov, *Phys. Rev. C* **57**, 1204 (1998).
18. A. P. Severyukhin, Ch. Stoyanov, V. V. Voronov, and Nguyen Van Giai, *Phys. Rev. C* **66**, 034304 (2002).
19. A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, and Nguyen Van Giai, *Eur. Phys. J. A* **22**, 397 (2004).
20. A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, and Nguyen Van Giai, *Phys. Rev. C* **77**, 024322 (2008).
21. J. P. Blaizot and D. Gogny, *Nucl. Phys. A* **284**, 429 (1977).
22. Nguyen Van Giai and H. Sagawa, *Phys. Lett. B* **106**, 379 (1981).
23. E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, *et al.*, *Nucl. Phys. A* **635**, 231 (1998).
24. V. Voronov and V. Ponomarev, *Nucl. Phys. A* **520**, 619c (1990).

NUCLEAR STRUCTURE STUDIES WITH SEPARABLE APPROXIMATION FOR SKYRME INTERACTION

A. P. Severyukhin, N. N. Arseniev, V. V. Voronov, Nguyen Van Giai

A method to study the nuclear structure with a separable approximation for the Skyrme interaction is described briefly. As an illustration of this method results of calculations for different nuclear excitations are presented.

Investigation of Nuclear Structure by Using Separable Skyrme Interaction

A. P. Severyukhin^{1)*}, N. N. Arseniev¹⁾, V. V. Voronov¹⁾, and Nguyen Van Giai²⁾

Received December 19, 2008

Abstract—A method of separabilization of Skyrme forces for nuclear-structure studies is briefly described. The results of relevant calculations for various nuclear-excitation modes are presented by way of example.

PACS numbers: 21.60.Jz

DOI: 10.1134/S1063778809070060

1. INTRODUCTION

Investigation of nuclei lying far off the drip line is a key point in the programs of studies at the majority of nuclear centers worldwide. In theoretically studying unstable nuclei, one has to extrapolate, to a new region, nuclear-force parameters chosen in such a way as to reproduce the properties of magic nuclei. In doing this, the self-consistency conditions proposed in [1–6] play a significant role; in addition, it is of course necessary to take into account pairing [2, 7] in such nuclei. The use of the quasiparticle random-phase approximation (QRPA) involving nonrelativistic effective two-body forces [3, 8, 9] or forces obtained from relativistic Lagrangians [10] has become very popular in recent years. Within this approach, the mean field is calculated self-consistently with the same interaction [11–15]. If it is necessary to take into account coupling to complex configurations, the respective calculations in a large configuration space become quite involved. The use of simple separable forces [16] makes it possible to sidestep readily this difficulty, but the problem of determining the parameters of such forces for new regions is nontrivial. The quest for matching the simplicity of separable forces with the self-consistency conditions was a motivation for us to develop a separabilization procedure for the popular Skyrme interaction [17] and to generalize this approach to the case of taking into account pairing and effects of coupling to complex configurations [18–20]. In our approach, the mean field is calculated self-consistently in the Hartree–Fock approximation with Skyrme forces, while the

equations of the random-phase approximation (RPA) are solved with a separabilized interaction. The inclusion of coupling to complex configurations does not require introducing new parameters.

In this study, we illustrate the potential of our method by performing calculations for various nuclear-excitation modes.

2. METHOD OF CALCULATIONS

The method used in the present study was described in detail in [17, 18, 20]. The mean field is determined by solving the Hartree–Fock equations with Skyrme forces. Pairing is treated in the Bardeen–Cooper–Schrieffer approximation. A single-particle continuum is discretized by diagonalizing the Hartree–Fock Hamiltonian in the harmonic-oscillator basis [21]. We use the semiclassical representation specified by the Bogolyubov canonical transformation; that is,

$$a_{jm}^{\dagger} = u_j \alpha_{jm}^{\dagger} + (-1)^{j-m} v_j \alpha_{j-m}, \quad (1)$$

where jm stands for the quantum numbers $nljm$. The Hamiltonian includes Skyrme interaction in the particle–hole channel and zero-range surface forces in the particle–particle channel:

$$V_{\text{pair}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_0 \left(1 - \frac{\rho(\mathbf{r}_1)}{\rho_c} \right) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (2)$$

The parameter V_0 is fixed in such a way to reproduce the mass difference between the neighboring odd and even–even nuclei in the region under consideration.

The residual interactions in the particle–hole and particle–particle channels (V_{res}^{ph} and V_{res}^{pp} , respectively) can be obtained as the second derivatives of the energy-density functional with respect to the normal density ρ and the pair density $\tilde{\rho}$, respectively. We represent the Skyrme interaction V_{res}^{ph} in the form

¹⁾Bogolyubov Laboratory for Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Moscow oblast, 141980 Russia.

²⁾Institut de Physique Nucléaire, 15 rue Georges Clémenceau, F-91406 Orsay Cedex, France.

*E-mail: sever@theor.jinr.ru

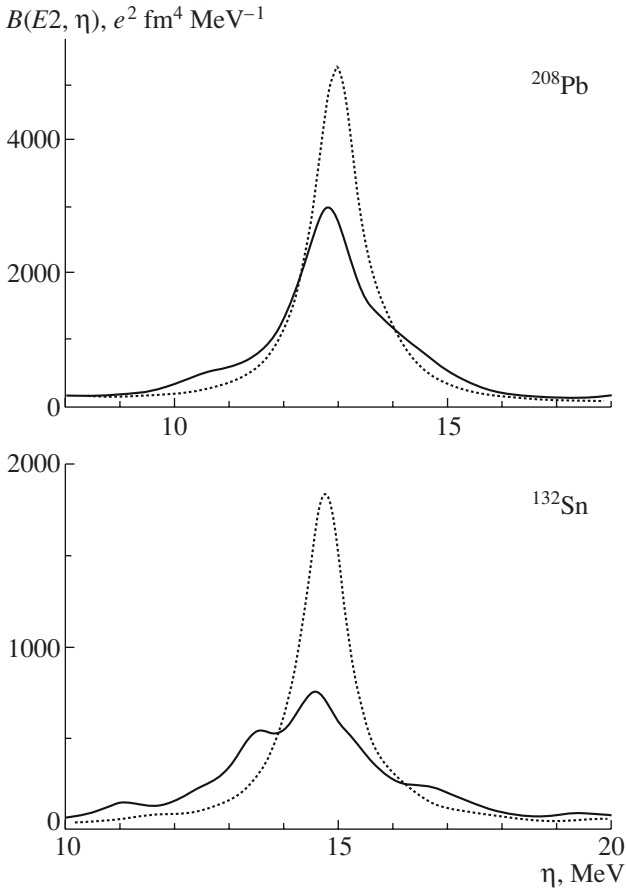


Fig. 1. $E2$ strength functions for the ^{132}Sn and ^{208}Pb nuclei according to calculations (dotted curves) in the single-phonon approximation and (solid curves) with allowance for quasiparticle–phonon interaction.

of the Landau–Migdal forces and retain only $l = 0$ terms [17]. The residual interaction then has the form

$$V_{\text{res}}^a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = N_0^{-1} [F_0^a(r_1) + F_0'^a(r_1)(\tau_1 \cdot \tau_2)] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (3)$$

where a is the channel index, $a = \{ph, pp\}$; τ_i are, respectively, the spin and isospin operators; and $N_0 = 2k_F m^* / (\pi^2 \hbar^2)$, with k_F and m^* being, respectively, the Fermi momentum and the effective nucleon mass. The expressions for F_0^{ph} and $F_0'^{ph}$ are given in [22], while the expressions for F_0^{pp} and $F_0'^{pp}$ can be found in [20].

The relevant matrix elements can be written in a separable form [17, 18, 20]. After integration with respect to angular variables, it is necessary to calculate the radial integrals

$$I^a(j_1 j_2 j_3 j_4) = N_0^{-1} \int_0^\infty (F_0^a(r) + F_0'^a(r)(\tau_1 \cdot \tau_2)) \times u_{j_1}(r) u_{j_2}(r) u_{j_3}(r) u_{j_4}(r) \frac{dr}{r^2}, \quad (4)$$

where $u_j(r)$ are single-particle radial wave functions. The radial integrals on the right-hand side of (4) can be calculated to a high precision by using the Gaussian integration formula for N points, whose abscissas and weight functions are denoted by r_k and w_k respectively, if the cutoff radius R is taken to be sufficiently large. Specifically, we have

$$I^a(j_1 j_2 j_3 j_4) \simeq N_0^{-1} \frac{R}{2} \sum_{k=1}^N \frac{w_k}{r_k^2} (F_0^a(r_k) + F_0'^a(r_k)(\tau_1 \cdot \tau_2)) \times u_{j_1}(r_k) u_{j_2}(r_k) u_{j_3}(r_k) u_{j_4}(r_k). \quad (5)$$

Thus, the residual interaction can be represented as the sum of N separable terms. In this case, the Hamiltonian is coincident with the Hamiltonian of the quasiparticle–phonon model [16], but the quasiparticle spectrum and the residual interaction are calculated on the basis of Skyrme forces.

The phonon operators are introduced in the standard form

$$Q_{\lambda\mu i}^+ = \frac{1}{2} \sum_{jj'} \left(X_{jj'}^{\lambda i} A^+(jj'; \lambda\mu) - (-1)^{\lambda-\mu} Y_{jj'}^{\lambda i} A(jj'; \lambda-\mu) \right), \quad (6)$$

where the subscript λ denotes the angular momentum and μ is its z projection in the laboratory frame. We assume that the ground state is the phonon vacuum. Excited states are generated by applying the creation operators to the vacuum, $Q_{\lambda\mu i}^+ |0\rangle$, the following normalization condition being valid for them:

$$\langle 0 | [Q_{\lambda\mu i}, Q_{\lambda\mu i'}^+] | 0 \rangle = \delta_{ii'}. \quad (7)$$

By using the method of linearization of the equations of motion, one can derive the RPA equations [6],

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ -\mathcal{B} & -\mathcal{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}. \quad (8)$$

The explicit form of the matrices \mathcal{A} and \mathcal{B} , whose dimension coincides with the dimension of the space of two-quasiparticle configurations, is given in [20]. The RPA equations are reducible to a secular equation, and the matrix dimension does not exceed $6N \times 6N$, irrespective of the dimension of the configuration space. If we neglect the particle–particle channel in the residual interaction, the matrix dimension decreases by a factor of three [17, 20]. In order to take into account complex configurations, the wave functions of excited states are written in the form of a superposition of terms involving different numbers of

phonon operators. The respective equations are given in [19].

3. GIANT QUADRUPOLE RESONANCES

As was shown in [17, 18], the results obtained in the separable approximation for Skyrme forces are close to the results obtained with the full Skyrme interaction. The application of the method we proposed for studying low-lying quadrupole excitations of nuclei in the vicinity of the ^{132}Sn nucleus [20] revealed that the calculations describe well available experimental data, and this makes it possible to make predictions for planned experiments.

In order to calculate the properties of highly excited states, it is necessary to take into account coupling to complex configurations. The generalization of the proposed method to the case of coupling to two-phonon states was given in [19]. Adopting the same set of parameters for Skyrme forces [23] as that which was used in calculations for low-lying states, we calculate the quadrupole-strength distribution in the vicinity of the isoscalar quadrupole resonance in the ^{132}Sn and ^{208}Pb nuclei. The quadrupole strength functions calculated in the random-phase approximation and with allowance for coupling to two-phonon configurations are shown in Fig. 1. As a weight function, we use a Lorentz function that involves the smearing parameter of $\Delta = 1.0$ MeV [16]. Coupling to complex configurations leads to the known effect of resonance broadening against the background of the RPA results. From the calculations for the ^{208}Pb nucleus, we obtain the values of $E_x = 12.9$ MeV and $\Gamma = 2.6$ MeV for, respectively, the energy and the width of the isoscalar quadrupole resonance. These values agree well with available experimental data [24]. In the case of the ^{132}Sn nucleus, our calculations predict the following values for the energy and the width of the isoscalar giant quadrupole resonance: $E_x = 14.6$ MeV and $\Gamma = 4.0$ MeV.

4. GAMOW–TELLER (GT) EXCITATIONS

Let us now apply our method to studying Gamow–Teller excitations. In just the same way as in the case of normal-parity states, we can introduce charge-exchange phonons [16] and make use of our method. The explicit form of the Landau–Migdal (LM) parameter G'_0 as expressed in terms of the parameter of Skyrme forces is given in [22]. Employing the above procedure to separabilize particle–hole interaction, we arrive at a set of equations that has the same form as in the quasiparticle–phonon model [16]. By way of example, we consider the distribution of the strength of Gamow–Teller transitions to the ^{48}Ca , ^{90}Zr , and

Results of calculations for Gamow–Teller excitations

TDA		TDA (LM)		RPA (LM)	
E, MeV	$B^-(\text{GT})$	E, MeV	$B^-(\text{GT})$	E, MeV	$B^-(\text{GT})$
^{48}Ca					
3.95	5.75	3.03	5.82	2.97	5.82
12.25	17.83	11.49	17.83	11.43	17.70
^{90}Zr					
9.39	7.70	8.62	7.78	8.56	7.77
17.15	22.03	16.49	21.94	16.44	21.73
^{132}Sn					
3.31	1.52	3.07	1.56	3.05	1.55
7.02	2.27	6.72	3.34	6.62	3.72
8.18	16.25	7.96	14.97	7.90	14.44
10.50	3.40	10.39	5.08	10.39	5.15
15.96	69.29	14.76	67.72	14.71	67.55

^{132}Sn nuclei. In our calculations, we employ the SGII parametrization of Skyrme forces [22]. The excitation energies are reckoned from the ground state of the even–even parent nucleus.

Since we take into account velocity-dependent forces approximately, it is of importance to test the applicability of this approximation to studying Gamow–Teller excitations. The table presents the results of our calculations performed in the Tamm–Dankov approximation (TDA) and in the random-phase approximation both with allowance for the complete residual Skyrme interaction and with allowance for only the $l = 0$ terms. From the table, one can see that our procedure yields results close to those that are obtained upon precisely taking into account velocity-dependent forces and that RPA correlations have but a slight effect on the distribution of the strength of Gamow–Teller transitions to ^{48}Ca , ^{90}Zr , and ^{132}Sn . The results of our calculations agree well with the existing experimental data [22]. For the ^{90}Zr parent nucleus, which has an unfilled proton shell, we present the results that take no account of two-particle correlations.

Let us now discuss the effect of two-particle correlations on the distribution of the strength of Gamow–Teller transitions to ^{90}Zr . The results of our calculations in the random-phase approximation are given in Fig. 2. The dashed lines represent the results of the calculations performed without a residual interaction. We have shown that the inclusion of the residual interaction leads to some redistribution of the strength.

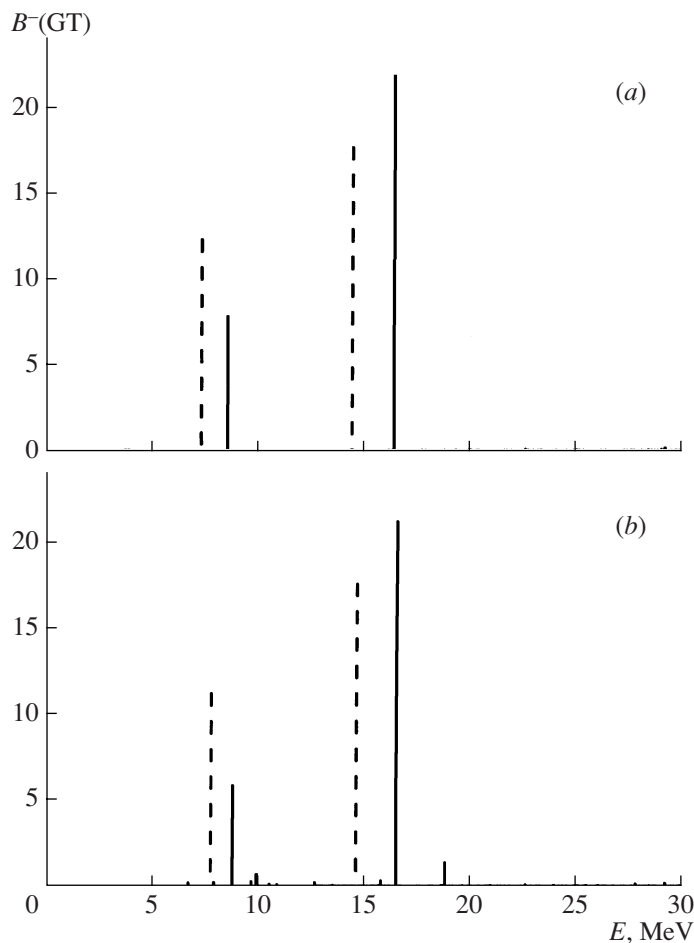


Fig. 2. Distribution of the strength of Gamow–Teller transitions to the ^{90}Zr nucleus according to calculations (a) without and (b) with allowance for pair correlations. The dashed and solid curves represent the results of our calculations without and with the residual interaction, respectively. The energy is reckoned from the ^{90}Zr ground state.

Figure 2 clearly demonstrates that the effect of two-particle correlations on the energy of the Gamow–Teller resonance for ^{90}Zr is weak.

5. CONCLUSIONS

On the basis of effective Skyrme forces, a separable approximation for the residual interaction has been constructed, and the possibility of employing the quasiparticle random-phase approximation and its modification with allowance for coupling to complex configurations to study the structure of spherical nuclei has been demonstrated. The proposed approach makes it possible to reduce significantly the dimension of the matrices that must be diagonalized, and this enables one to perform calculations in large configuration spaces. By way of example, we have investigated the properties of isoscalar quadrupole resonances and the distribution of the strength of Gamow–Teller excitations in a number of nuclei. We have shown that the proposed method reproduces

well available experimental data. The results obtained in the separable approximation for Skyrme forces are very close to the results of calculations with the full Skyrme interaction.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the IN2P3–JINR agreement.

REFERENCES

1. S. T. Belyaev, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **31** (11), 1 (1959).
2. C. T. Belyaev, *Zh. Éksp. Teor. Fiz.* **39**, 1387 (1960) [*Sov. Phys. JETP* **12**, 968 (1960)].
3. A. B. Migdal, *Theory of Finite Fermi Systems and Applications to Atomic Nuclei* (Nauka, Moscow, 1965; Intersci., New York, 1967).
4. E. E. Saperstein, S. A. Fayans, and V. A. Khodel, *Fiz. Élem. Chastits At. Yadra* **9**, 221 (1978) [*Sov. J. Part. Nucl.* **9**, 91 (1978)].

5. O. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure*, vol. 2: *Nuclear Deformations* (Benjamin, New York, 1975; Mir, Moscow, 1977).
6. P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer, Berlin, 1980).
7. V. G. Solov'ev, Zh. Éksp. Teor. Fiz. **35**, 823 (1958) [Sov. Phys. JETP **8**, 572 (1958)].
8. D. Vautherin and D. M. Brink, Phys. Rev. C **5**, 626 (1972).
9. D. Gogny, in *Nuclear Self-Consistent Fields*, Ed. by G. Ripka and M. Porneuf (North-Holland, Amsterdam, 1975).
10. P. Ring, Prog. Part. Nucl. Phys. **37**, 193 (1996) and references therein.
11. E. Khan, N. Sandulescu, M. Grasso, and Nguyen Van Giai, Phys. Rev. C **66**, 024309 (2002).
12. S. Péru, J. F. Berger, and P. F. Bortignon, Eur. Phys. J. A **26**, 25 (2005).
13. D. Vretenar, A. V. Afanasjev, G. A. Lalazissis, and P. Ring, Phys. Rep. **409**, 101 (2005).
14. J. Terasaki and J. Engel, Phys. Rev. C **74**, 044301 (2006).
15. N. Paar, D. Vretenar, E. Khan, and G. Colò, Rep. Prog. Phys. **70**, 691 (2007).
16. V. G. Soloviev, *Theory of Atomic Nuclei: Quasi-particles and Phonons* (Inst. of Physics, Bristol, Philadelphia, 1992).
17. Nguyen Van Giai, Ch. Stoyanov, and V. V. Voronov, Phys. Rev. C **57**, 1204 (1998).
18. A. P. Severyukhin, Ch. Stoyanov, V. V. Voronov, and Nguyen Van Giai, Phys. Rev. C **66**, 034304 (2002).
19. A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, and Nguyen Van Giai, Eur. Phys. J. A **22**, 397 (2004).
20. A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, and Nguyen Van Giai, Phys. Rev. C **77**, 024322 (2008).
21. J. P. Blaizot and D. Gogny, Nucl. Phys. A **284**, 429 (1977).
22. Nguyen Van Giai and H. Sagawa, Phys. Lett. B **106**, 379 (1981).
23. E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, et al., Nucl. Phys. A **635**, 231 (1998).
24. V. Voronov and V. Ponomarev, Nucl. Phys. A **520**, 619c (1990).

Translated by A. Isaakyan