

## СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССА ДРЕЛЛА–ЯНА В СТОЛКНОВЕНИИ ПРОТОНОВ НА LHC

© 2016 г. М. Г. Гавриленко, В. Ф. Конопляников,  
М. В. Савина, С. Г. Шульга, С. В. Шматов\*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

Поступила в редакцию 20.02.2015 г.; после доработки 03.09.2015 г.

В работе представлены результаты вычислений сечения процесса Дрелла–Яна при энергии  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ. Рассмотрены систематические погрешности, связанные с неопределенностями в кварковых и глюонных функциях распределения, выбором шкалы факторизации и бегущей константой связи КХД.

DOI: 10.7868/S0044002716010104

### ВВЕДЕНИЕ

Измерение сечения рождения лептонных пар в процессе Дрелла–Яна ( $q\bar{q} \rightarrow Z/\gamma^* \rightarrow l^+l^-$ ) [1] на Большом адронном коллайдере (LHC) представляет собой важнейший тест стандартной модели взаимодействия элементарных частиц (СМ) в новой области энергий [2]. Современные данные экспериментов на Большом адронном коллайдере, ATLAS и CMS, позволили провести измерения сечений процесса Дрелла–Яна при энергии столкновений пучков протонов 7 и 8 ТэВ в области инвариантных масс до 2000 ГэВ/ $c^2$  [3, 4]. Следующий сеанс работы LHC будет проходить при энергии в 13–14 ТэВ, что в значительной степени расширит достижимую для изучения область инвариантных масс. Очевидно, что сравнение результатов эксперимента с предсказаниями СМ опирается на точность самих этих предсказаний. Существуют несколько основных источников неопределенностей для подобных расчетов. Один связан с вкладом от диаграмм высших порядков теории возмущений (ТВ), учитываемых при расчете. В настоящее время сечение процесса Дрелла–Яна вычислено с точностью до второго порядка КХД (NNLO) [5]. Для проведения моделирования обычно используются программные пакеты: POWHEG [6] для вычислений методом Монте-Карло в первом порядке ТВ (NLO) и FEWZ [7] для NNLO-вычислений. Часто вклады высших порядков учитываются введением дополнительного множителя к сечениям, рассчитанным в главном порядке (LO), например, с помощью пакета

RYTHIA [8]. В литературе эти множители, как правило, обозначаются как множитель  $K$ , представляющий собой отношение сечений в NLO к сечениям в главном порядке,  $\sigma_{\text{NLO}}/\sigma_{\text{LO}}$ , и множитель  $F$ , отвечающий за учет NNLO-вкладов,  $\sigma_{\text{NNLO}}/\sigma_{\text{NLO}}$ . Величины значений этих множителей для процесса Дрелла–Яна при номинальной энергии LHC в области масс вокруг пика бозона  $Z$  составляют 1.15 и 1.03 соответственно для множителей  $K$  и  $F$ . Другие существенные неточности в вычислениях процесса Дрелла–Яна, особенно в области больших инвариантных масс, связаны с неопределенностями в кварковых и глюонных функциях распределения (т.е. с использованием различных наборов структурных функций), неопределенностями выбора шкалы факторизации КХД и бегущей константы связи КХД.

В настоящей работе представлены результаты расчетов сечений процесса Дрелла–Яна и их теоретических погрешностей для  $pp$ -взаимодействий при энергии 13 ТэВ с.ц.м.

### НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ PDF

Одна из важнейших теоретических неопределенностей связана с неточным знанием функций распределения партонов (PDF). Во-первых, неопределенность расчетов обусловлена использованием различных “семейств” PDF, например, STEQ [9], MSTW [10], NNPDF [11] и пр., которые, в свою очередь, включают несколько версий (наборов) структурных функций. Во-вторых, существуют неопределенности самих PDF, связанные с точностью того или иного набора структурных функций как такового. Очевидно, что, будучи некоторой глобальной феноменологической

\*E-mail: Sergej.Shmatov@cern.ch

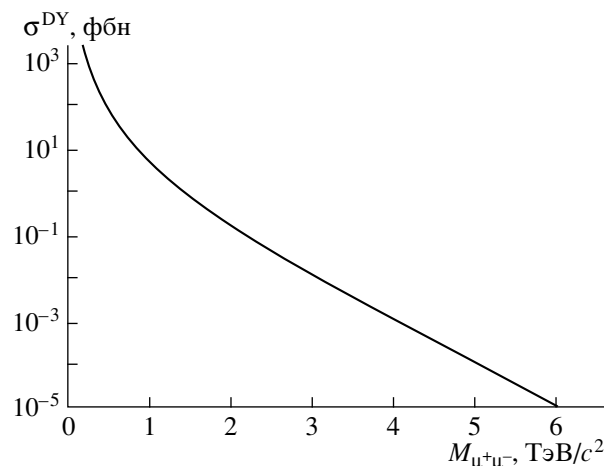
функцией аппроксимации, любой из наборов PDF должен иметь конечную точность. Эта точность ограничена погрешностями экспериментальных данных, которые используются при проведении глобальной аппроксимации, и качеством самой процедуры аппроксимации. Также, не в последнюю очередь, большое влияние на погрешности PDF оказывает вид уравнений КХД-эволюции структурных функций, применяемых для их экстраполяции в кинематическую область, где экспериментальные данные отсутствуют или имеют большую статистическую погрешность.

На рис. 1 приведены результаты расчетов сечений образования пар мюонов в процессе Дрелла–Яна в главном порядке теории возмущений при энергии сталкивающихся протонов 13 ТэВ в с.ц.м. для значений инвариантной массы пары, превышающих некоторый порог — от 0.2 до 6 ТэВ/ $c^2$ . Были использованы пять различных наборов структурных функций в LO: CTEQ6.1 [12], CTEQ6.6 [13], CT10 [14], MSTW2008 [15] из библиотеки LHApdf версии 5.8.9 [16]. Диапазон значений сечений  $\sigma^{\text{DY}}$ , получаемых с помощью различных наборов, варьируется в пределах 7–24% для инвариантных масс  $M_{\mu^+\mu^-} \geq M_{\mu^+\mu^-}^{\text{min}} = 1\text{--}5 \text{ ТэВ}/c^2$ .

Учет NLO PDF изменяет величину сечений для MSTW2008nlo [15] довольно существенно — поправка может превышать 20% в области больших инвариантных масс, в то время как для CT10nlo [14] величина сечения практически не меняется во всем диапазоне исследуемых инвариантных масс. Вклад последующих порядков теории возмущений (NNLO) также весьма значителен — от 0–2% для MSTW2008nnlo [15] до 30% для CT10nnlo [17] при значениях инвариантных масс  $\sim 5 \text{ ТэВ}/c^2$ .

Обычно набор PDF представляет собой программный пакет, в котором значения PDF представлены в сетке переменных  $(x, Q)$  с соответствующим кодом интерполяции заданных численных значений PDF в любую точку пространства переменных  $(x, Q)$ . Библиотека структурных функций LHApdf [16] содержит как функции, соответствующие параметрам  $a_k$ ,  $k = 1, \dots, d$ , обеспечивающим оптимальную “подгонку” к данным (центральное значение функций аппроксимации), так и  $d$  наборов PDF, соответствующих двум смещениям каждого из параметров набора CTEQ (с разными знаками  $+\delta_k$  и  $-\delta_k$ ) относительно центрального значения. Число параметров  $d$  зависит от набора PDF, например, для MSTW2008 [15] и CTEQ6.1 [12]  $d = 20$ , а для CTEQ6.6 [13] и CT10 [14]  $d = 22$  и 26 соответственно.

Обозначим вычисляемую величину  $X$ . В нашем случае эта величина — полное сечение рождения



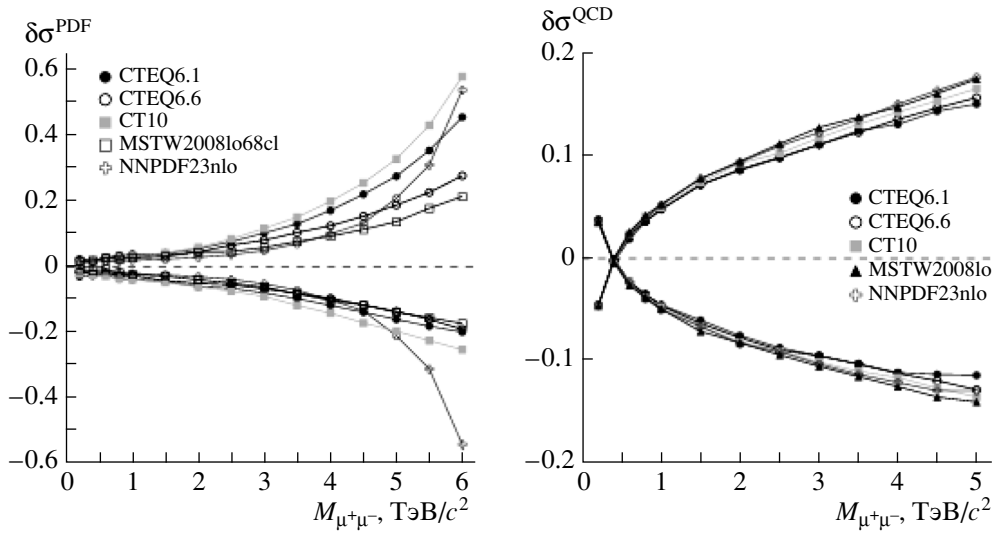
**Рис. 1.** Сечения образования пар мюонов в процессе Дрелла–Яна при  $\sqrt{s} = 13 \text{ ТэВ}$ , вычисленные в главном порядке с теории возмущений с использованием LO PDF.

пары мюонов в процессе Дрелла–Яна с инвариантной массой больше определенно заданной величины  $M_{\mu^+\mu^-}^{\text{min}}$ , т.е.  $X \equiv \sigma^{\text{DY}}(M_{\mu^+\mu^-} \geq M_{\mu^+\mu^-}^{\text{min}})$ . Определение  $X$  с применением PDF, соответствующих лучшей функции аппроксимации (центральное значение функции аппроксимации), обозначим как функцию от PDF-параметров  $X_0(a_1, a_2, \dots, a_d)$ . Для функций PDF со смещенными параметрами используем обозначение  $X_k(a_1, a_2, \dots, a \pm \delta_k, \dots, a_d)$ , где  $\delta_k$  — некоторое определенное в процессе подгонки PDF значение, характеризующее среднее отклонение PDF-параметра относительно оптимального значения  $a_k$ . Тогда погрешность, связанную с неопределенностью PDF, можно найти, например, так [16]:

$$\Delta X_+^{\text{PDF}} = \sqrt{\sum_{k=1}^d \max[(X_k^+ - X_0), (X_k^- - X_0), 0]^2}, \quad (1)$$

$$\Delta X_-^{\text{PDF}} = \sqrt{\sum_{k=1}^d \max[(X_0 - X_k^+), (X_0 - X_k^-), 0]^2}.$$

Вычисленное значение неопределенностей сечений рождения мюонов в процессах Дрелла–Яна при энергии LHC приведено на рис. 2а. По принятым соглашениям для процессов на LHC приводятся неопределенности на уровне 68% С.Л. [18]. Значение относительной погрешности ( $\delta X \equiv \Delta X/X_0$ ) проанализированных наборов PDF не превышает 35% для диапазона инвариантных масс пар лептонов до 5 ТэВ/ $c^2$ , причем неопределенности сечений для наборов



**Рис. 2.** Зависимость относительной погрешности вычисления сечения процесса Дрелла–Яна для ЛHC, связанной с неопределенностью PDF  $\delta\sigma^{\text{PDF}}$  (а) и неопределенностью шкалы факторизации  $\delta\sigma^{\text{QCD}}$  (б), от инвариантной массы пары мюонов.

PDF “семейства” CTEQ систематически имеют большие значения, чем неопределенности для набора MSTW2008. Эта тенденция сохраняется и для больших значений инвариантных масс, при этом значения неопределенностей для MSTW2008 достигают 22% при  $M_{\mu^+\mu^-} = 6 \text{ ТэВ}/c^2$ , тогда как  $\delta\sigma_{\text{CTEQ}}^{\text{PDF}} \approx 60\%$ . Вклады высших порядков (NNLO) приводят к дополнительной неопределенности PDF, например, для CT10nlo неопределенности уменьшаются, и особенно значительно в области больших инвариантных масс — на 6% при  $M_{\text{inv}} \sim 5 \text{ ТэВ}/c^2$ .

В “семействах” PDF NNPDF [11] структурные функции получают с помощью алгоритмов нейронных сетей, обучаемых на больших коллекциях смоделированных монте-карло-событий, воссоздающих первичные экспериментальные данные. В библиотеке LHApdf эти наборы приводятся для вкладов NLO (и выше) и представляют собой коллекцию из 100 функций аппроксимации для каждого из доступных значений бегущей константы связи КХД  $\alpha_s$ , которые разбросаны вокруг некоторого центрального значения. Число доступных значений  $\alpha_s$  зависит от версии набора, например, в используемой в настоящей работе версии NNPDF2.3 [19] представлены функции аппроксимации для различных значений  $\alpha_s$ . Неопределенности получают усреднением вычисляемой величины  $X$  по совокупности доступных функций аппроксимации  $N$  в соответствии с распределением величины  $\alpha_s$  в наборе. Таким образом, вычисленное значение  $\delta X^{\text{NNPDF}}$  соответствует комбинированной вариации как PDF, так и бегущей константы связи  $\alpha_s$ .

Вклад неопределенностей, обусловленных вариацией  $\alpha_s$  для наборов MSTW2008 и CTEQ, подробно рассмотрен в работе [20] и не превышает 0.1%. Вклад NNLO-поправок в NNPDF23nnlo [21] достигает 10%.

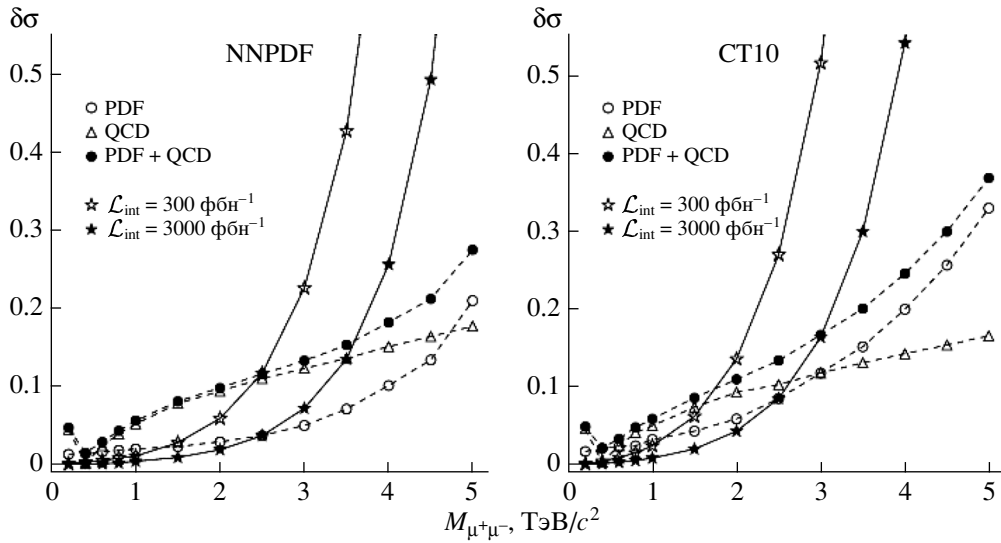
Полученные значения неопределенности  $\delta X^{\text{NNPDF}}$  довольно близки к значениям неопределенности  $\delta X^{\text{MSTW2008}}$  в области инвариантных масс до 5 ТэВ и начинают быстро расти при больших значениях инвариантной массы (рис. 2а). В заключение можно констатировать, что в пределах “коридора” неопределенностей различные “семейства” PDF дают совпадающие значения сечений.

### НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ШКАЛЫ ФАКТОРИЗАЦИИ

Если учитывать все порядки теории возмущений КХД, то вычисляемое сечение процесса не зависит от масштабов факторизации  $\mu_F$  и перенормировки  $\mu_R$ . В действительности число порядков теории возмущений, используемое для вычислений, конечно. По зависимости результата вычисления от этих параметров можно судить о теоретической неопределенности, связанной с неучтенными вкладами высших порядков КХД. Для сохранения условия применимости теории возмущений обычно полагают  $\mu_F \approx c_F Q$  и  $\mu_R \approx c_R Q$ , где  $c_F = c_R = c \approx 1$ . Поскольку

$$\frac{\mu \partial \sigma}{\partial \mu} = \frac{\Delta \sigma}{\delta c} \approx O(\alpha_s^{N+1}),$$

где  $N$  — порядок разложения, то величину  $\Delta \sigma$  часто берут как меру, характеризующую вклады от



**Рис. 3.** Относительные погрешности вычисления сечения процесса Дрелла–Яна для LHC (PDF, QCD, комбинированная) как функции  $M_{\mu^+\mu^-}$  для наборов PDF NNP2.3 (а) и CT10 (б). Приведены статистические погрешности, соответствующие значениям интегральной светимости 300 и 3000  $\text{fb}^{-1}$ .

высших порядков КХД, полагая, например,  $0.5 \leq c \leq 2$ . Тогда неопределенность наблюдаемой  $X$ , связанная со шкалой КХД, будет задаваться соотношением  $\Delta X = X^{(c=2)} - X^{(c=0.5)}$ , где  $X^{(c=2)}$  и  $X^{(c=0.5)}$  — значение наблюдаемой  $X$ , вычисленное для значений  $c_F = c_R = 2$  и  $c_F = c_R = 0.5$  соответственно.

На рис. 2б приведена зависимость относительной погрешности вычисления сечения процесса Дрелла–Яна для LHC, связанной с неопределенностью шкалы КХД, от инвариантной массы пары мюонов. Были использованы четыре различных набора структурных функций PDF в LO: STEQ61 [12], STEQ6.6 [13], CT10 [14] и MSTW2008 [15] и NLO NNP23 [19]. Можно отметить значительное увеличение погрешности с ростом инвариантной массы: до 18% при значениях  $M_{\mu^+\mu^-} \sim 5 \text{ ТэВ}/c^2$ . При этом наблюдается довольно слабая (в пределах 3–4%) зависимость величины исследуемой неопределенности от используемого набора PDF. Учет высших порядков КХД в PDF практически не изменяет ее значение:  $\delta\sigma_{\text{NLO}}/\delta\sigma_{\text{LO}} \leq 3\%$ , а  $\delta\sigma_{\text{NNLO}}/\delta\sigma_{\text{NLO}} \leq 2\%$  для рассмотренных PDF в NLO (MSTW2008nlo и MSTW2008nnlo) во всем диапазоне исследуемых инвариантных масс.

### КОМБИНИРОВАННАЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Теоретические погрешности вычисления сечений процесса Дрелла–Яна в области инвариантных масс 0.2–6 ТэВ систематизированы на рис. 3.

На этом рисунке представлены неопределенности вычисления сечений процесса Дрелла–Яна, связанные с PDF, шкалой КХД, и их комбинированные значения с учетом неопределенности  $\alpha_s$ . Комбинированная погрешность вычислялась как

$$\Delta\sigma_{\pm} = \sqrt{(\Delta\sigma_{\pm}^{\text{PDF}})^2 + (\Delta\sigma_{\pm}^{\alpha_s^{\text{PDF}}})^2 + (\Delta\sigma_{\pm}^{\text{QCD}})^2}.$$

Кроме того, приведены статистические погрешности, ожидаемые при значениях интегральной светимости ( $\mathcal{L}_{\text{int}}$ ) 300 и 3000  $\text{fb}^{-1}$ . Учитывались вклады NLO теории возмущений (множитель  $K = 1.15$ ), эффективность пространственного обрезания установки (аксептанса) в диапазоне значений псевдобыстрот  $|\eta| \leq 2.4$  и обрезание по поперечному импульсу мюонов  $p_T \geq 20 \text{ ГэВ}/c$ .

В области инвариантных масс  $\sim 2.5 \text{ ТэВ}/c^2$  для всех наборов PDF доминируют погрешности PDF, выше — неопределенности шкалы факторизации и ренормировки КХД.

При  $\mathcal{L}_{\text{int}} = 300 \text{ fb}^{-1}$  погрешности расчетов сечений в рамках стандартной модели превышают потенциальную точность измерения этих сечений в областях значений инвариантных масс до 1.8 и 2.5  $\text{ТэВ}/c^2$  для наборов CT10nlo и NNP2.3 (MSTW2008nlo) соответственно. В области больших значений инвариантных масс ситуация меняется — точная проверка предсказаний СМ становится невозможной. С увеличением значения интегральной светимости  $\mathcal{L}_{\text{int}}$  до 3000  $\text{fb}^{-1}$  эта область соответственно расширяется до 3.0 и 3.5  $\text{ТэВ}/c^2$ .

Работа поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках Соглашения от 17 октября 2014 г. № 14.610.21.0004, идентификатор ПНИЭР RFMEFI61014X0004.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. D. Drell and T.-M. Yan, Phys. Rev. Lett. **25**, 316 (1970).
2. G. L. Bayatian *et al.* (CMS Collab.), J. Phys. G **34**, 995 (2007).
3. V. Khachatryan *et al.*, Eur. Phys. J. C **75**, 147 (2015), arXiv:1412.1115; S. Chatrchyan *et al.*, JHEP **10**, 007 (2011), arXiv:1108.0566; JHEP **12**, 030 (2013), arXiv:1310.7291.
4. G. Aad *et al.*, Phys. Lett. B **725**, 223 (2013), arXiv:1305.4192.
5. K. Melnikov and F. Petriello, Phys. Rev. D **74**, 114017 (2006); S. Catani, L. Cieri, G. Ferrera, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **103**, 082001 (2009); S. Catani and M. Grazzini, Phys. Rev. Lett. **98**, 222002 (2007).
6. S. Alioli *et al.*, JHEP **0807**, 060 (2008).
7. R. Gavin *et al.*, Comput. Phys. Commun. **182**, 2388 (2011).
8. T. Sjöstrand *et al.*, Comput. Phys. Commun. **135**, 238 (2001).
9. J. Pumplin *et al.*, JHEP **0207**, 012 (2002), hep-ph/0201195.
10. <http://mstwpdf.hepforge.org/>
11. <http://nnpdf.hepforge.org/>
12. D. Stump *et al.*, JHEP **0310**, 046 (2003), hep-ph/0303013.
13. P. M. Nadolsky *et al.*, Phys. Rev. D **78**, 013004 (2008), arXiv:0802.0007.
14. H.-L. Lai *et al.*, Phys. Rev. D **82**, 074024 (2010), arXiv:1007.2241; [http://hep.pa.msu.edu/cteq/public/ct10\\_2010.html](http://hep.pa.msu.edu/cteq/public/ct10_2010.html)
15. A. D. Martin *et al.*, Eur. Phys. J. C **63**, 189 (2009), arXiv:0901.0002.
16. J. Alwall *et al.*, Comput. Phys. Commun. **176**, 300 (2007), hep-ph/0609017; E. Boos *et al.*, hep-ph/0109068; <https://lhapdf.hepforge.org/>
17. Jun Gao *et al.*, Phys. Rev. D **89**, 033009 (2014), arXiv:1302.6246.
18. M. Botje *et al.*, arXiv:1101.0538.
19. R. D. Ball *et al.*, Nucl. Phys. B **867**, 244 (2013), arXiv:1207.1303.
20. В. Ф. Конопляников и др., Письма в ЭЧАЯ **11**, 1122 (2014) [Phys. Part. Nucl. Lett. **11**, 722 (2014)].
21. R. D. Ball *et al.*, Phys. Lett. B **707**, 66 (2012), arXiv:1110.2483.

## DRELL–YAN PRODUCTION CROSS SECTION IN $pp$ COLLISIONS AT THE LHC

M. G. Gavrilenko, V. F. Konoplyanikov, M. V. Savina, S. G. Shulga, S. V. Shmatov

The uncertainties of the Drell–Yan production cross section at the energy  $\sqrt{s} = 13$  TeV have been computed. The effects of parton distribution functions, QCD scale, and QCD running couplings were considered.