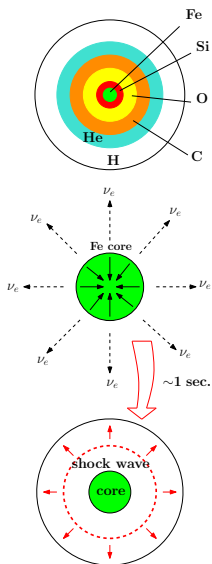


Астрофизические приложения метода супероператоров

Алан Джиев (ЛТФ ОИЯИ)

The International Workshop on Elementary Particles
and Nuclear Physics

Republic of Kazakhstan, Almaty, INP
24 – 30 April 2022



- В центре массивных звёзд ($M \geq 10M_{\odot}$) формируется железной кор.
- При $M_{Core} \approx M_{Ch} = 1.44(2Y_e)^2 M_{\odot}$ железный кор коллапсирует ($Y_e = n_e/n_N$ – доля электронов).
- Слабые реакции с ядрами играют **важную** роль при коллапсе:

- 1 захват электронов



уменьшает давлением электронного газа и определяет M_{Core} .

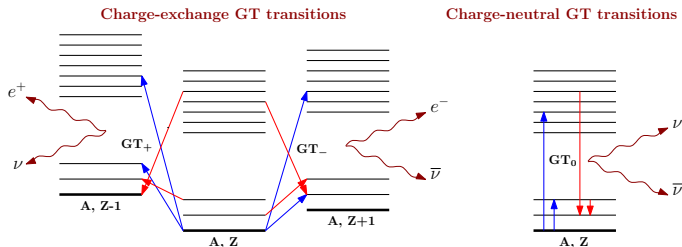
- 2 нейтрино-ядерные реакции важны при $\rho \gtrsim 10^{11} \text{ g/cm}^3$:



удерживают нейтрино в коре звезды и влияют на перенос энергии.

В веществе звезды энергия лептонов $E_{e,\nu} \leq 30$ МэВ и **Гамов-Теллеровские** (1^+) переходы определяют скорости и сечения слабых ядерных реакций:

- $e^- + A(N, Z) \rightarrow A(Z - 1, N + 1) + \nu_e$ ($GT_+ = \sum_i \sigma_i t_i^+$);
- $\nu_e + A(Z, N) \rightarrow A(Z + 1, N - 1) + e^-$ ($GT_- = \sum_i \sigma_i t_i^-$);
- $\nu + A(Z, N) \rightarrow A(Z, N) + \nu'$ ($GT_0 = \sum_i \sigma_i t_i^0$).



В коллапсирующих сверхновых слабые ядерные реакции происходят с ядрами нагретыми до $T = 0.1 \div 5$ МэВ (0.86 МэВ = 10^{10} К). Происходит тепловое заселение ядерных уровней согласно распределению Больцмана $p_i(T) \sim \exp(-E_i/T)$

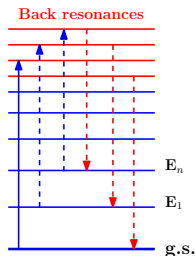
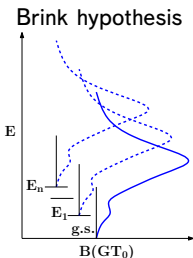
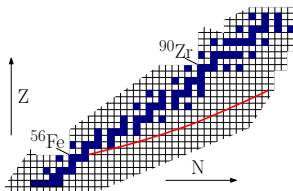
$$\sigma(T, E_l) = Z(T)^{-1} \sum_i e^{-E_i/T} \sigma_i(E_l), \quad \lambda(T) = Z(T)^{-1} \sum_i e^{-E_i/T} \lambda_i$$

K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, ADNDT 79 (2001) 1

Недостатки оболочечных расчётов при $T \neq 0$:

- применение гипотезы Бринка-Акселя;
- использование метода обратных резонансов;
- нарушение принципа детального баланса, т.е.

$$S(T, -E) \neq S(T, E) \exp(-E/T);$$
- недооценка вклада низкоэнергетических ГТ переходов;
- ограничение ядрами группы железа ($A=40-65$)



Сечение полуплеутоновых реакций на нагретом ядре

$$\sigma(\varepsilon_l, T) = \sum_{if} p_i(T) \sigma_{if}(\varepsilon_l) = \frac{2G_F^2}{\hbar^4 c^4} \frac{\varepsilon_l}{p_l} \int_{-\infty}^{\varepsilon_l - m_{l'} c^2} dE \varepsilon_{l'} p_{l'} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \left\{ \sum_{J \geq 0} \eta_J^{CL}(E, T) + \sum_{J \geq 1} \eta_J^T(E, T) \right\},$$

где $\eta_J^{CL}(E, T)$ и $\eta_J^T(E, T)$ – линейная комбинация спектральных плотностей $S_{A,B}(E, T)$ корреляционных функций мультипольных операторов слабого нуклонного тока

$$S_{A,B}(E, T) = \int \frac{dt}{2\pi} e^{iEt} \langle\langle A(t)B(0) \rangle\rangle, \quad (A, B = M_J, L_J, T_J^{el}, T_J^{mag}).$$

Явный вид операторов $M_J, L_J, T_J^{el}, T_J^{mag}$ получен на основе метода Доннелли-Валечки.

Метод супероператоров для расчёта спектральных плотностей

Статистическое среднее $\langle\langle A(t)B(0) \rangle\rangle = \langle 0(T) | A(t)B(0) | 0(T) \rangle$, а тепловой гамильтониан $\mathcal{H} = H(\mathbf{a}^\dagger, \mathbf{a}) - H(\mathbf{a}^\dagger, \mathbf{a})$ определяет спектральные характеристики нагретого ядра:

$$S_{A,B}(E, T) = \sum_k \left\{ \langle 0_k | B | 0(T) \rangle \langle 0_k | A | 0(T) \rangle^* \delta(E - \varepsilon_k) + \langle \tilde{0}_k | B | 0(T) \rangle \langle \tilde{0}_k | A | 0(T) \rangle^* \delta(E + \varepsilon_k) \right\},$$

где $|0(T)\rangle$ ($\mathcal{H}|0(T)\rangle = 0$) – тепловой вакуум, $\mathcal{H}|0_k\rangle = +\varepsilon_k|0_k\rangle$ и $\mathcal{H}|\tilde{0}_k\rangle = -\varepsilon_k|\tilde{0}_k\rangle$.

СУПЕРОПЕРАТОРЫ – операторы в пространстве Лиувилля

Левые и **правые** фермионные супероператоры рождения и уничтожения:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_k^\dagger |mn\rangle &\leftrightarrow \mathbf{a}_k^\dagger |m\rangle \langle n|, & \mathbf{a}_k^\dagger |mn\rangle &\leftrightarrow \beta(m, n) |m\rangle \langle n| \mathbf{a}_k, \\ \mathbf{a}_k |mn\rangle &\leftrightarrow \mathbf{a}_k |m\rangle \langle n|, & \mathbf{a}_k |mn\rangle &\leftrightarrow \alpha(m, n) |m\rangle \langle n| \mathbf{a}_k^\dagger. \end{aligned}$$

Требования $\{\mathbf{a}_k, \mathbf{a}_{k'}\} = 0$, $\{\mathbf{a}_k, \mathbf{a}_{k'}^\dagger\} = \delta_{kk'}$ и $(\mathbf{a}_k)^\dagger = \mathbf{a}_k^\dagger$ приводят к

$$\beta(m, n) = c(-1)^{m+n}, \quad \alpha(m, n) = c^*(-1)^{m+n+1} \quad \text{где } cc^* = 1.$$

Если положить $c = i$, то справедливы

- уравнение движения: если $|\mathcal{O}_k\rangle = \mathcal{O}_k^\dagger |0(T)\rangle$ и $\mathcal{O}_k |0(T)\rangle = 0$, то

$$\langle 0(T) | [\delta\mathcal{O}, [\mathcal{H}, \mathcal{O}_k^\dagger]] | 0(T)\rangle = \varepsilon_k \langle 0(T) | [\delta\mathcal{O}, \mathcal{O}_k^\dagger] | 0(T)\rangle.$$

- условие теплового состояния

$$\langle \tilde{\mathcal{O}}_k | A | 0(T)\rangle = e^{-\varepsilon_k/2T} \langle \mathcal{O}_k | A^\dagger | 0(T)\rangle^* \quad \text{и поэтому} \quad S_{B^\dagger A^\dagger}(-E, T) = e^{-E/T} S_{AB}(E, T).$$

Ядерный гамильтониан : $H = H_{sp} + H_{pair} + H_{ph}$, где H_{sp} и $H_{ph} = \sum_k h_k^\dagger h_k$ получены из сил Скирма.

Тепловой гамильтониан : $\mathcal{H} = H(\mathbf{a}^\dagger, \mathbf{a}) - H(\mathbf{a}^\dagger, \mathbf{a}) = \mathcal{H}_{sp} + \mathcal{H}_{pair} + \mathcal{H}_{ph}$.

1. Тепловые квазичастицы :

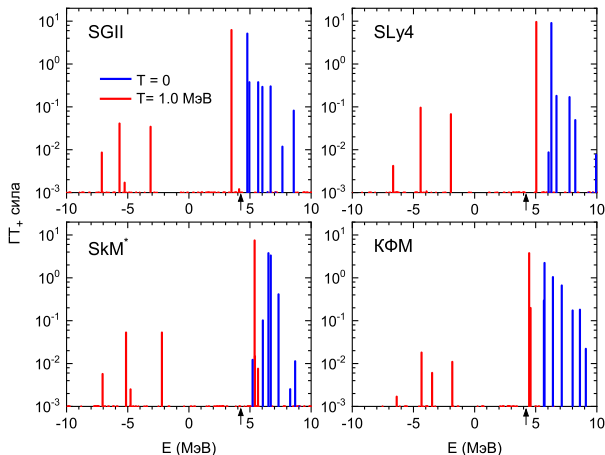
$$\mathcal{H}_{sp+pair} \approx \sum_{jm} \varepsilon_j(T) (\beta_{jm}^\dagger \beta_{jm} - \tilde{\beta}_{jm}^\dagger \tilde{\beta}_{jm})$$

2. Тепловые фононы:

$$\mathcal{H} \approx \sum_{JM_i} \omega_{Ji}(T) (Q_{JM_i}^\dagger Q_{JM_i} - \tilde{Q}_{JM_i}^\dagger \tilde{Q}_{JM_i}) + \mathcal{H}_{qph}, \quad Q_{JM_i} |\phi_0(T)\rangle = \tilde{Q}_{JM_i} |\phi_0(T)\rangle = 0, \quad \text{где}$$

$$Q_{JM_i}^\dagger = \sum_{12} \psi_{12} \beta_1^\dagger \beta_2^\dagger + \dots + \sum_{12} \varphi_{12} \beta_1 \beta_2 + \dots$$

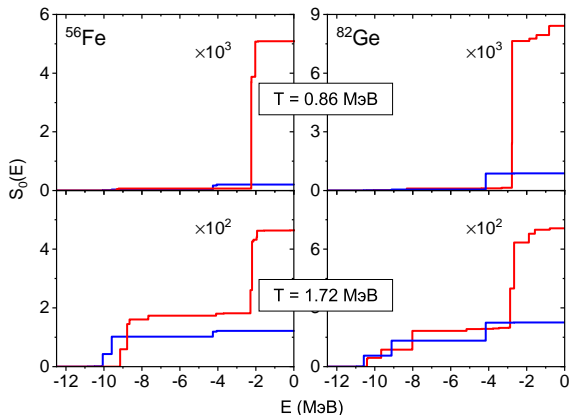
Температурная зависимость Γ_{+} распределения в ^{56}Fe



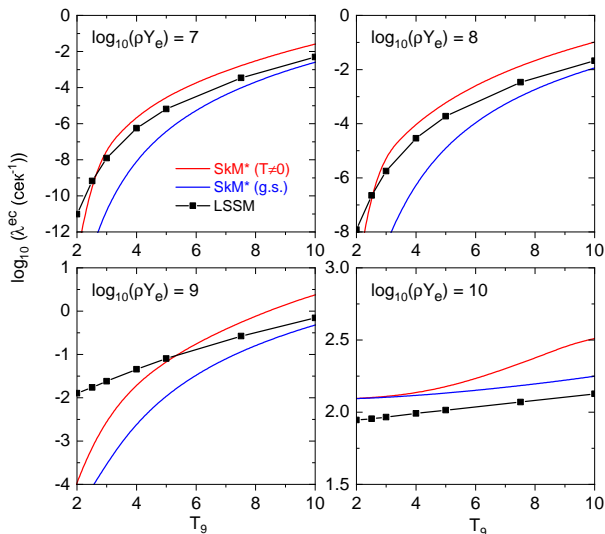
Стрелка показывает пороговую энергию захвата электрона при $T = 0$:

$$Q = M(^{56}\text{Mn}) - M(^{56}\text{Fe}) = 4.2 \text{ МэВ}.$$

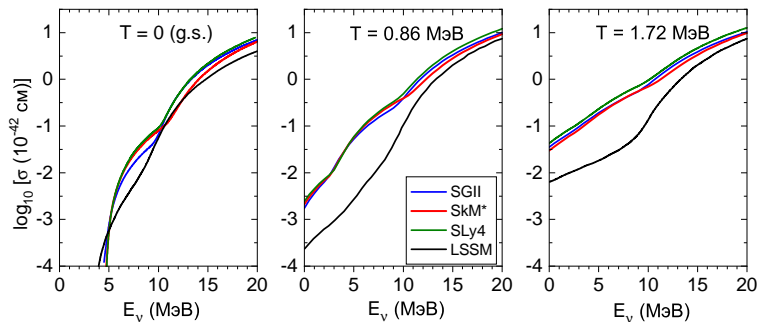
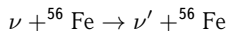
Бегущие суммы для $E < 0$ компоненты ΓT_0 распределения



Бегущие суммы $S_0(E, T) = \int_{-\infty}^E S_{\Gamma T_0}(E', T) dE'$ при $E < 0$, рассчитанные **без применения** и **с применением** гипотезы Бринка-Акселя.



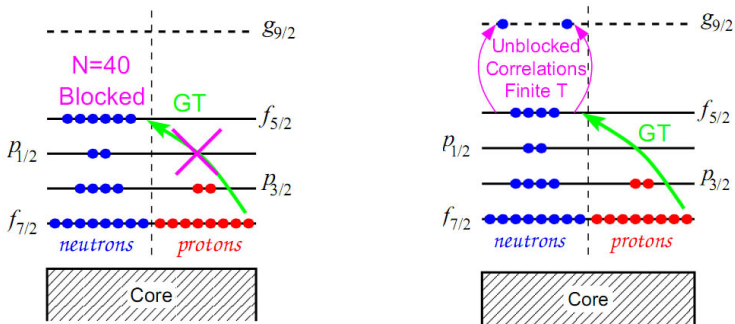
$T_9 = 10^9 \text{ K (0.086 MeV)}$, ρY_e – плотность электронного газа



$$\text{ТКПСФ} : \sigma(E_\nu, T) = \sigma_\uparrow(E_\nu, T) + \sigma_\downarrow(E_\nu, T)$$

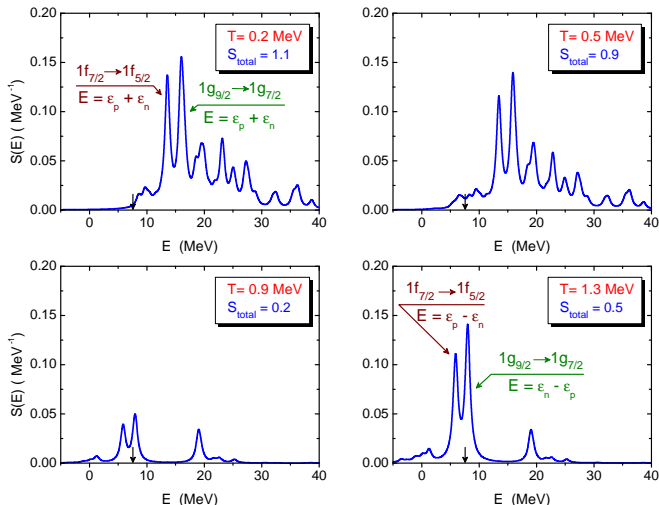
$$\text{LSSM} : \sigma(E_\nu, T) = \sigma_{g.s.}(E_\nu) + \sigma_\downarrow(E_\nu, T)$$

Нейтронно-избыточные ядра ($N > 40$, $Z < 40$)

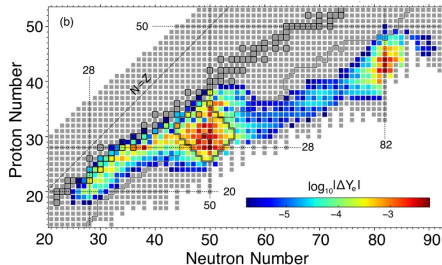


Механизмы разблокировки GT_+ переходов: конфигурационное смешивание и тепловые эффекты.

Температурная зависимость Γ_+ распределения в ^{76}Ge



Ch. Sullivan et al, The Astrophysical Journal 816 (2016)



Вклад в e^- -захват от 500 ядер. Величина $|\Delta Y_e|$ соответствует изменению электронной компоненты от начала записывания нейтрино до отскока.

R. Titus et al, PRC 100 (2019)

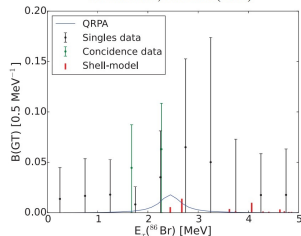


FIG. 5. Gamow-Teller strength distribution extracted from the $^{86}\text{Kr}(t, ^3\text{He})$ data and comparison with shell-model and QRPA calculations, as described in the text.

J.C. Zamora et al, PRC100(R), 2019

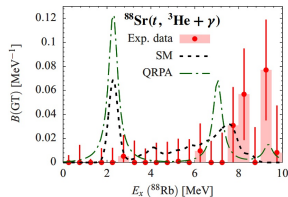
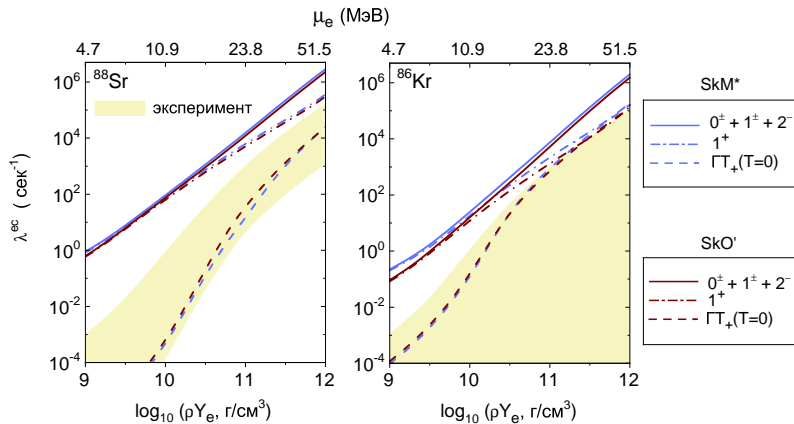


FIG. 2. $B(\text{GT})$ distribution extracted from MDA for $E_x < 10$ MeV. The error bars denote only the statistical uncertainties.

Захват электронов нейтронно-избыточными ядрами с $N = 50$



Скорости захвата электронов ядрами с $N = 50$ при $T = 10^{10}$ К (0.86 МэВ)

A. A. Dzhiyev et al, PRC101 (2020)

- 1 Используя формализм супероператоров и метод уравнения движения, построен термодинамически последовательный способ расчёта спектральных плотностей и силовых функций в нагретых ядрах в рамках большого канонического ансамбля. Получены уравнения теплоквазичастичного приближения случайных фаз в модели с сепарабельизованным взаимодействием Скимма в канале частица-дырка.
- 2 Предложен статистический подход для расчёта сечений и скоростей слабых ядерных реакций с нагретыми ядрами в астрофизических условиях, основанный на комбинации формализма супероператоров и метода Доннелли-Валечки, описывающего полулептонные ядерные процессы.
- 3 Расчёты температурной эволюции силовой функции $\Gamma_{0,\pm}$ переходов в ядрах $^{54,56}\text{Fe}$ и в ряде нейтронно-избыточных ядер с $N \approx 50$ показали, что отказ от использования гипотезы Бринка-Акселя в нагретых ядрах, равно как и последовательное выполнение принципа детального баланса заметно усиливают вклад возбуждённых ядерных состояний в скорости и сечения полулептонных процессов в сравнении с расчётами в рамках оболочечной модели, использующимися в симуляциях взрыва коллапсирующих сверхновых. В частности, предсказана более существенная роль экзоэнергетических процессов.
- 4 В нейтронно-избыточных ядрах с развитым спариванием обнаружена и получила объяснение сильная зависимость энергии и силы разблокированных гамов-теллеровских $p \rightarrow n$ переходов от температуры. Показано, что тепловые эффекты – главный механизм разблокировки низкоэнергетических переходов. Благодаря этому процесс захвата электронов нагретыми ядрами звёздного вещества не останавливается на нейтронно-избыточных ядрах с $N = 50$.