Even-even and even-odd nuclei decay within DNS approach

Рогов Иван

Алматы, 2022

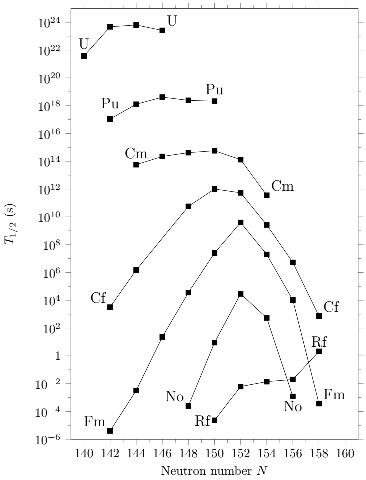
Введение

- Максимум стабильности Fm, No при $N = 152$, отсутствие эффекта для Rf, Sg...
- Экспериментальные данные Q_α не показывают отсутствие деформированной оболочки $N = 152$ у Rf
- Объяснение – исчезновение второй седловой точки потенциального барьера или уменьшение массовых параметров.
- Понимание процессов в данной области необходимо для предсказаний в области сверхтяжелых элементов.

[R. Smolanczuk *et al.*, Phys. Rev. C, 1995], [M. Warda *et al.*, Phys. Rev. C, 2012],

[A. Staszczak *et al.*, Phys. Rev. C, 2013],

[F.P. Hessberger, Eur. Phys. J. 2017], [R. Rodr *et al.*, Phys. Rev. C, 2018]



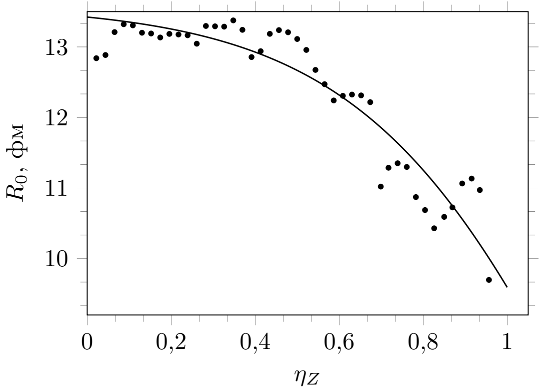
Введение

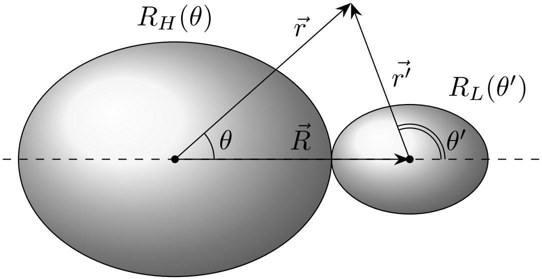
- При переходе от A-четных к A-нечетным изотопам наблюдается фактор запрета деления:
  ^{257}Fm: 1.31×10^2 y – ^{256}Fm: 1.02×10^4 s
  ^{259}Fm: 1.5 s – ^{258}Fm: 0.37 ms
- Порядки запрета: 10^2–10^7
- Имеющиеся экспериментальные данные периодов полураспада не проявляют систематики – сложности с извлечением величины фактора запрета в зависимости от величины спина

[D.C. Hoffman *et al.*, Radiochim. Acta, 1995], [F.P. Hessberger *et al.*, Eur. Phys. J. A, 2017],

[J. Randrup *et al.*, Nucl. Phys. A, 1973], [Z. Lojewski *et al.*, Z. Phys. A, 1985], [W. Brodzinski *et al.*, Acta Phys. Pol., 2018]

Двойная ядерная система (ДЯС)





Зарядовая асимметрия:

$$\eta_Z = \frac{Z_H - Z_L}{Z_H + Z_L}, \;\; Z_{H,L} \text{ – зарядовые числа}$$

Двойная ядерная система (ДЯС)

Формирование ДЯС

- Движение по координате η_Z
- Спектроскопический фактор (вероятность формирования) S_L

Распад ДЯС

- Движение по координате R
- Вероятность туннелирования P_L

Состояние ДЯС

Система описывается стационарной волновой функцией $\Psi(\eta_Z)$:

$$\hat{H}\Psi_n(\eta_Z) = E_n\Psi_n(\eta_Z),$$

где

$$\hat{H} = \hat{T}_{\eta_Z} + U(\eta_Z)$$

Кинетическая энергия

$$\hat{T}_{\eta_Z} = \frac{\hbar^2}{2}\frac{\partial}{\partial\eta_Z}B^{-1}_{\eta_Z}\frac{\partial}{\partial\eta_Z}$$

Потенциальная энергия

[G. Adamian *et al.* Int. J. Mod. Phys. A, 1996]

$$U(R,\eta_Z) = V(R,\eta_Z) - (Q_M - Q_L - Q_H)$$

$$V(R,\eta_Z) = V_{\mathrm{C}}(R,\eta_Z) + V_N(R,\eta_Z) + V_r(R,\eta_Z)$$

Управляющий потенциал

Кулоновский потенциал

[C.Y. Wong, Phys. Rev. Lett., 1973]

$$V_C = \frac{e^2 Z_L Z_H}{R}\left(1 + \frac{3}{5R^2}\sum_{i=L,H} R_i^2 \beta_{2i} Y_{20}(\theta_i) + \frac{12}{35R^2}\sum_{i=L,H}\left(R_i \beta_{2i} Y_{20}(\theta_i)\right)^2\right)$$

Форма ядра

$$R_i(\theta) = r_{0i} A_i^{1/3}\left(1 + \beta_{2i} Y_{20}(\theta)\right)$$

Центробежный потенциал

[Соловьев В.Г. Теория атомного ядра, 1981]

$$V_r = \hbar^2 \Omega(\Omega+1)/(2\Im),\ \ \Im = 0.85(j_L + j_H + \mu R^2)$$

Ядерное взаимодействие

[Мигдал А.Б. Теория конечных фермисистем и свойства атомных ядер, 1983]

$$V_N = \int \rho_H(\boldsymbol{r}_H)\rho_L(\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}_L)F(\boldsymbol{r}_H - \boldsymbol{r}_L)d\boldsymbol{r}_L d\boldsymbol{r}_H$$

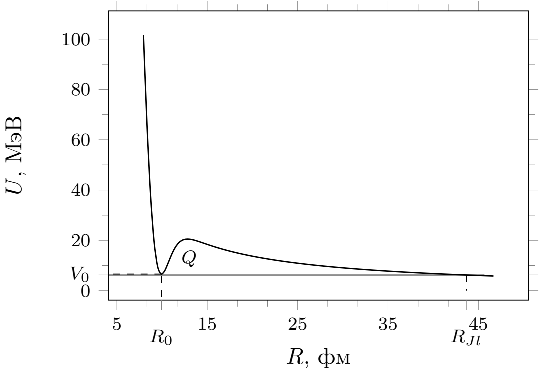
$$F(\boldsymbol{r}_H - \boldsymbol{r}_L) = C_0\left[F_{in}\frac{\rho(\boldsymbol{r}_H)}{\rho_0} + F_{ex}\left(1 - \frac{\rho(\boldsymbol{r}_H)}{\rho_0}\right)\right]\delta(\boldsymbol{r}_H - \boldsymbol{r}_L)$$

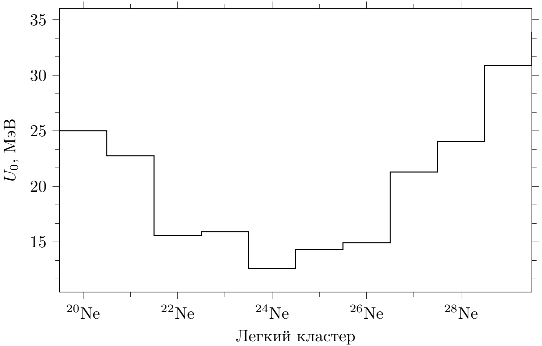
$$F_{\mathrm{in,ex}} = \xi_{\mathrm{in,ex}} + \xi'_{\mathrm{in,ex}}\frac{A_L - 2Z_L}{A_L}\frac{A_H - 2Z_H}{A_H}$$

$$\rho(\mathbf{r}_H) = \rho_H(\mathbf{r}_H) + \rho_L(\mathbf{R} - \mathbf{r}_L)$$

Константы $\xi_{\mathrm{in}} = 0,09$, $\xi_{\mathrm{ex}} = -2,59$, $\xi'_{\mathrm{in}} = 0,42$, $\xi'_{\mathrm{ex}} = 0,54$, $C_0 = 300$ МэВ·фм^3

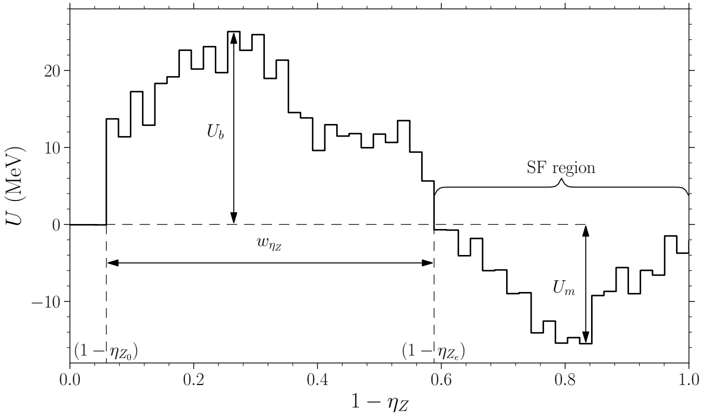
$$\rho_i(\boldsymbol{r}) = \frac{\rho_0}{1 + \exp(|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R_i}|/a_{0i})}.$$





$$a_0 = 0.47 - 0.56 \text{ фм}; \quad r_0 = 1.00 - 1.16 \text{ фм}$$

Характеристики управляющего потенциала (^{258}No)

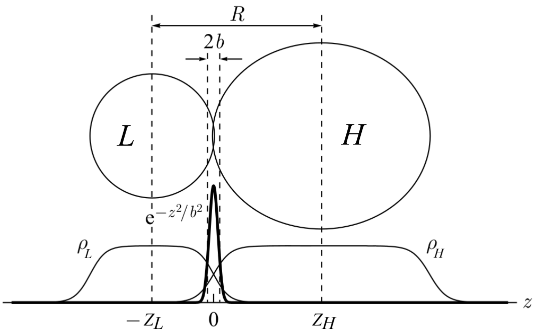


Массовый параметр:

[G. Adamian *et al.* Nucl. Phys. A. 1995]

$$B_{\eta_z}^{-1} = \frac{1}{2m_0}\frac{A_{neck}}{2\sqrt{2\pi}b^2 A^2}$$

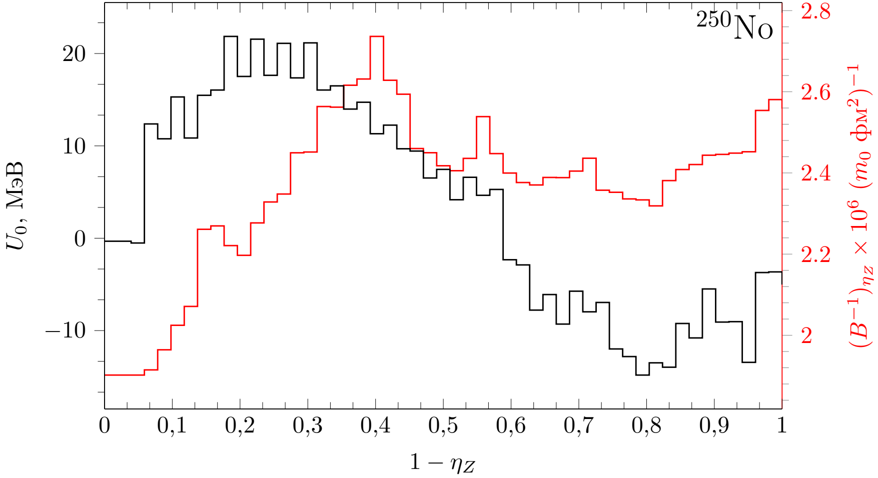
где b – параметр, характеризующий размер шейки ДЯС



A_{neck} – число нуклонов шейки ДЯС

$$A_{neck} = \int [\rho_L(\boldsymbol{r}) + \rho_H(\boldsymbol{R}-\boldsymbol{r})]\exp\left(-\frac{z^2}{b^2}\right) d\boldsymbol{r}$$

Управляющие потенциалы и массовые параметры для ^{250}No



$$\eta_Z \to x = 1 - \eta_Z; \quad \Delta = 1/Z; \quad \Psi_n = \sum_i \psi_{ni}$$

Решение уравнения Шредингера

$$\hat{H}\sum_i \psi_{ni}(x) = E_n \sum_i \psi_{ni}(x)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2}\left(B_j^{-1}\right)_{\eta_z}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi_j(x) + U_j\psi_j(x) = E_n\psi_j(x)$$

$$\psi_j(x) = a_j e^{ik_jx} + b_j e^{-ik_jx};\ k_j = \sqrt{\frac{2}{\hbar^2\left(B_j^{-1}\right)_{\eta_z}}\left(E_n - U_j\right)}$$

Условия сшивки:

$$\left\{\begin{array}{c} \psi_j(x_j) = \psi_{j+1}(x_j) \\ \frac{\partial\psi_j(x_j)}{\partial x} = \frac{\partial\psi_{j+1}(x_j)}{\partial x} \end{array}\right\}_{j=0\ldots(N-1)}$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial\psi_0(0)}{\partial x} = 0,\ \frac{\partial\psi_N(1)}{\partial x} = 0$$

Решение уравнения Шредингера

$$a_j e^{ik_j x_j} + b_j e^{-ik_j x_j} = a_{j+1} e^{ik_{j+1} x_j} - b_{j+1} e^{-ik_{j+1} x_j}$$

$$a_j k_j e^{ik_j x_j} - b_j k_j e^{-ik_j x_j} = a_{j+1} k_{j+1} e^{ik_{j+1} x_j} - b_{j+1} k_{j+1} e^{-ik_{j+1} x_j}$$

$$\underset{\underset{L_j}{\uparrow}}{\begin{pmatrix} e^{ik_j x_j} & e^{-ik_j x_j} \\ k_j e^{ik_j x_j} & -k_j e^{-ik_j x_j} \end{pmatrix}} \underset{\underset{C_j}{\uparrow}}{\begin{pmatrix} a_j \\ b_j \end{pmatrix}} = \underset{\underset{L_{j+1}}{\uparrow}}{\begin{pmatrix} e^{ik_{j+1} x_j} & e^{-ik_{j+1} x_j} \\ k_{j+1} e^{ik_{j+1} x_j} & -k_{j+1} e^{-ik_{j+1} x_j} \end{pmatrix}} \underset{\underset{C_{j+1}}{\uparrow}}{\begin{pmatrix} a_{j+1} \\ b_{j+1} \end{pmatrix}}$$

$$C_j = L_j^{-1} L_{j+1} C_{j+1}$$

$$T_j^{j+1} = L_j^{-1} L_{j+1} \Rightarrow C_j = T_j^{j+1} C_{j+1}$$

Решение уравнения Шредингера

$$\left.\frac{\partial \Psi_n}{\partial x}\right|_{x=1} = 0 \Rightarrow b_n = \exp\left[-\sqrt{\frac{8U_n}{\hbar^2 B_n^{-1}}}\right] a_n$$

$$C_n = \gamma \left(\frac{1}{\exp\left[-\sqrt{\frac{8U_n}{\hbar^2 B_n^{-1}}}\right]} \right)$$

$$C_{n-1} = T_{n-1}^{n} C_n,$$

$$\ldots$$

$$C_1 = T_1^2 C_2$$

Решение уравнения Шредингера

$$C_0 = T_0^1 \left(U_0\right) C_1$$

$$\left.\begin{array}{l} C_0 = T_0^1 \left(U_0, E = 0\right) C_1 \\ \left.\frac{\partial \Psi_0}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \Rightarrow a_0 = b_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_0 \\ a_0 \end{pmatrix} = T_0^1(U_0, E = 0)C_1$$

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} a_1(-k_0 - k_1)e^{-ik_0x_0}e^{ik_1x_1} + b_1(k_1 - k_0)e^{-ik_0x_0}e^{-ik_1x_1} \\ a_1(k_1 - k_0)e^{ik_0x_0}e^{ik_1x_1} + b_1(-k_0 - k_1)e^{ik_0x_0}e^{-ik_1x_1} \end{pmatrix}$$

Решение уравнения Шредингера

Решая уравнение

$$\frac{(k_0+k_1)e^{-2ik_0x_0}-k_0+k_1}{k_0+k_1-(k_0-k_1)e^{-2ik_0x_0}}=\frac{b_1}{a_1}e^{-2ik_1x_1}$$

относительно k_0, находим энергию U_0 моноядра:

$$U_0=-\frac{\hbar^2\left(B_0^{-1}\right)_{\eta_z}}{8x_0^2}k_0^2.$$

Решение уравнения Шредингера

Полученный набор коэффициентов a_j, b_j. необходимо нормировать:

$$\int\limits_0^1 |\Psi(\eta_Z)|^2 d\eta_Z = 1 \to \gamma$$

Спектроскопический фактор:

$$S_L = \int\limits_{\eta_Z(Z_l)-\Delta}^{\eta_Z(Z_L)+\Delta} |\Psi(\eta_Z)|^2 d\eta_Z$$

$$\Delta = 1/Z$$

Периоды полураспада

$$\Gamma_L = \frac{\hbar\omega_0}{\pi} S_L P_L, \;\; T_{1/2} = \frac{\hbar \ln 2}{\Gamma_L}$$

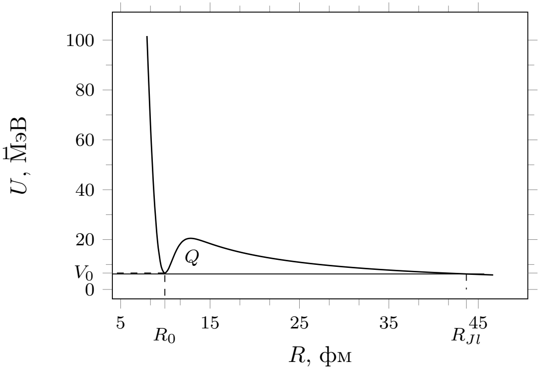
$$T_{1/2} = \frac{\pi \ln 2}{\omega_0 S_L P_L}$$

$$P_L = \left(1 + \exp\left[\frac{2}{\hbar} \int\limits_{R_0}^{R_{Jl}} \sqrt{2\mu(V(R,\eta_Z) - Q)}\, dR\right]\right)^{-1}$$

где:

$$\mu = m_0 \frac{A_L A_H}{A_L + A_H}$$

$$\hbar\omega_0 = E_1 - E_0$$



Спектроскопический фактор спонтанного деления

Ширина распада по каналу спонтанного деления определяется как сумма ширин для каждой из конфигурации Γ_L из области спонтанного деления:

$$\Gamma_{SF} = \sum_L \Gamma_L = \frac{\hbar\omega_0}{\pi} \sum_L S_L P_L$$

Принимая допущение, что проницаемости $P_L = 1$:

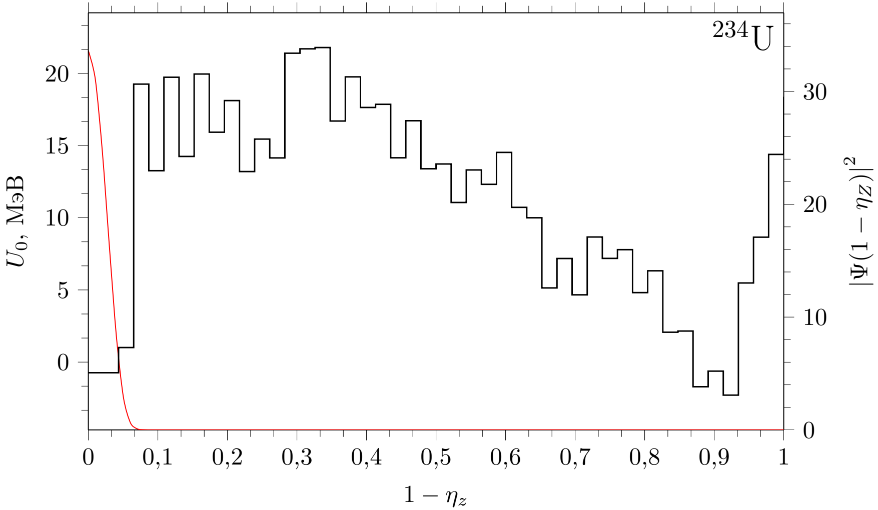
$$\Gamma_{SF} = \frac{\hbar\omega_0}{\pi} \sum_L S_L = \frac{\hbar\omega_0}{\pi} S_{SF},$$

Спектроскопический фактор S_{SF} для спонтанного деления:

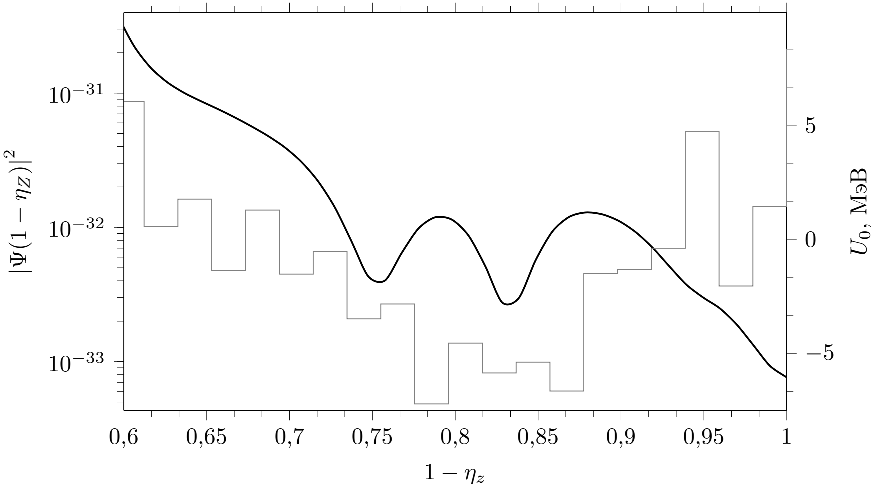
$$S_{SF} = \sum_L S_L,$$

где S_L – спектроскопические факторы для каждой ДЯС, находящихся в области, отвечающей спонтанному делению.

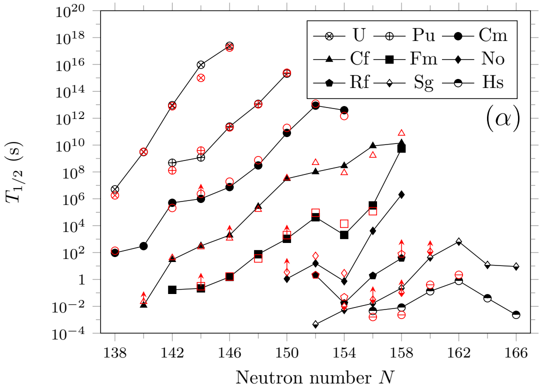
Волновая функция

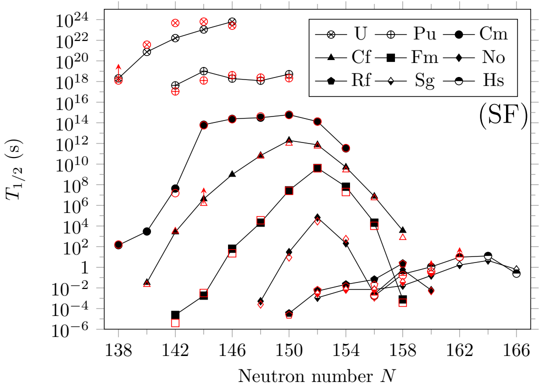


Спонтанное деление (^{248}Cf)

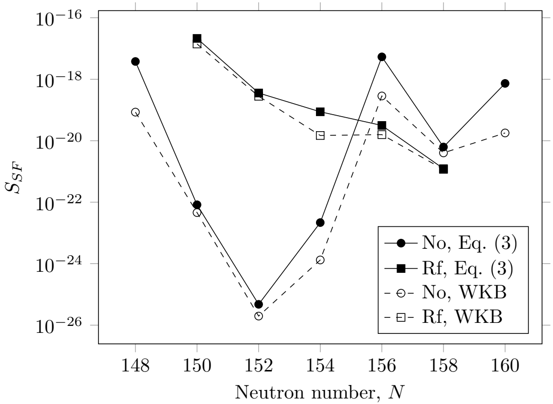


Изотопические зависимости периодов полураспада



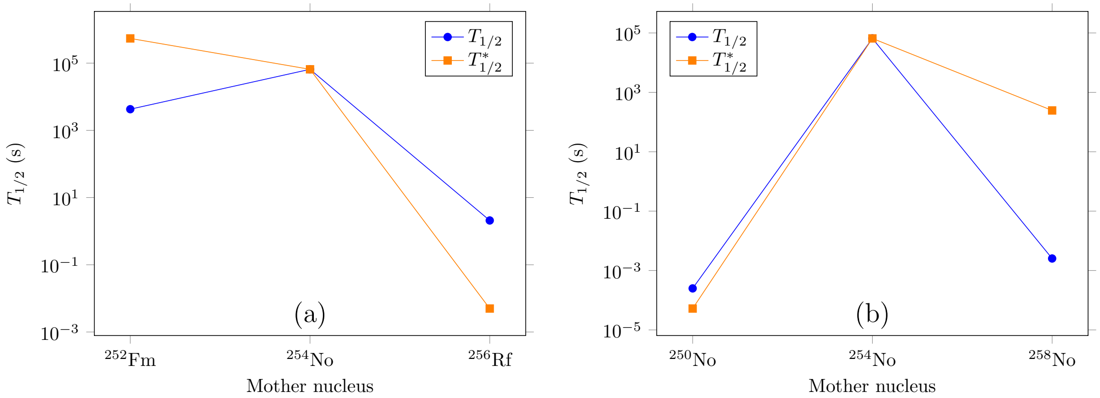


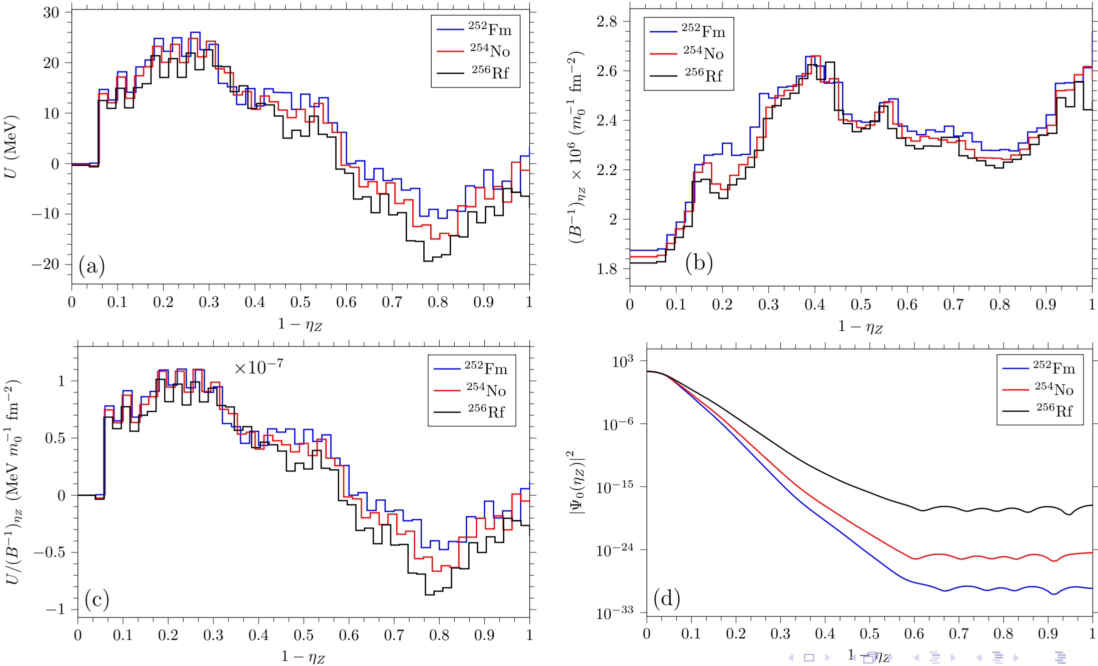
ВКБ-приближение



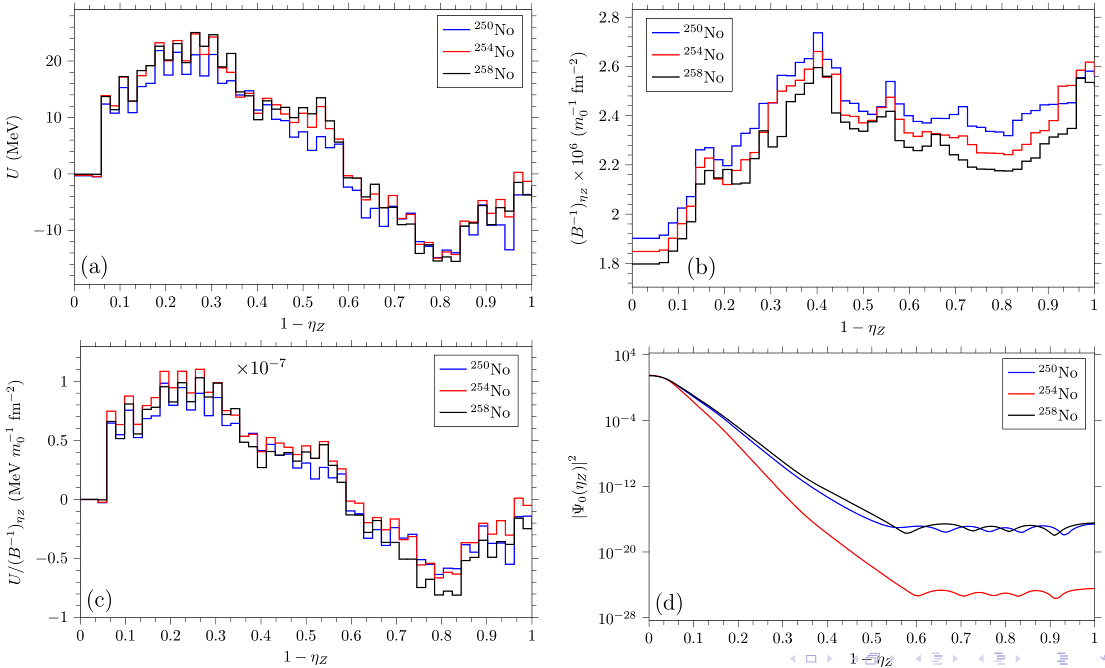
$$S_{SF} = \left(1 + \exp\left[\frac{2}{\hbar}\int\limits_{\eta_{Z0}}^{\eta_Z}\sqrt{2U(R,\eta_Z,\Omega)/\left(B^{-1}\right)_{\eta_Z}}d\eta_Z\right]\right)^{-1}$$

Влияние массовых параметров

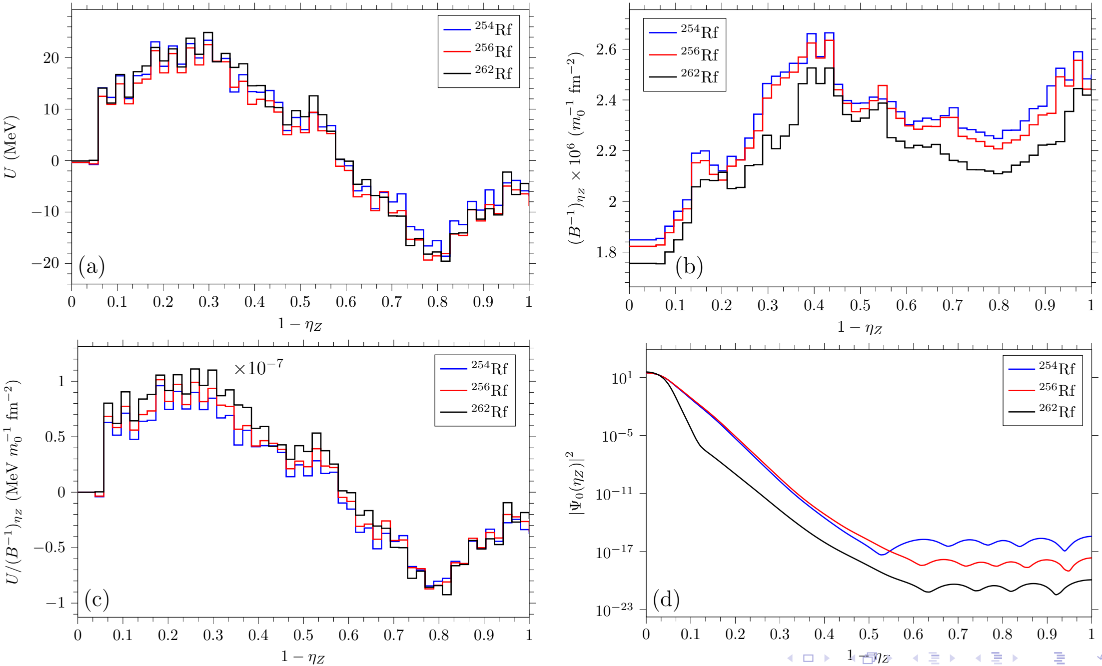




^{252}Fm
^{254}No
^{256}Rf
(a)
U (MeV)
$1-\eta_Z$
(b)
$(B^{-1})_{\eta_Z} \times 10^6$ $(m_0^{-1}$ fm$^{-2})$
(c)
$\times 10^{-7}$
$U/(B^{-1})_{\eta_Z}$ (MeV m_0^{-1} fm^{-2})
(d)
$|\Psi_0(\eta_Z)|^2$

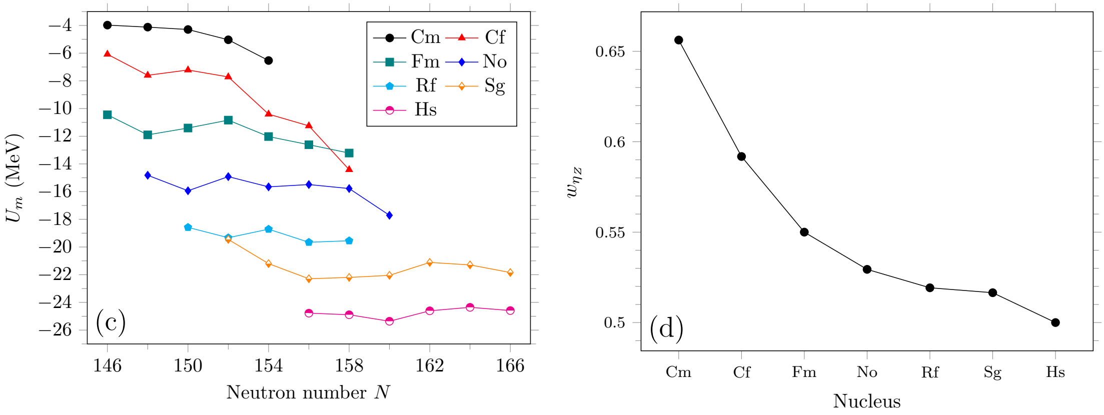


U (MeV)
$1-\eta_Z$
(a)
^{250}No
^{254}No
^{258}No
$(B^{-1})_{\eta_Z} \times 10^6$ (m_0^{-1} fm^{-2})
$1-\eta_Z$
(b)
^{250}No
^{254}No
^{258}No
$U/(B^{-1})_{\eta_Z}$ (MeV m_0^{-1} fm^{-2})
$\times 10^{-7}$
$1-\eta_Z$
(c)
^{250}No
^{254}No
^{258}No
$|\Psi_0(\eta_Z)|^2$
$1-\eta_Z$
(d)
^{250}No
^{254}No
^{258}No

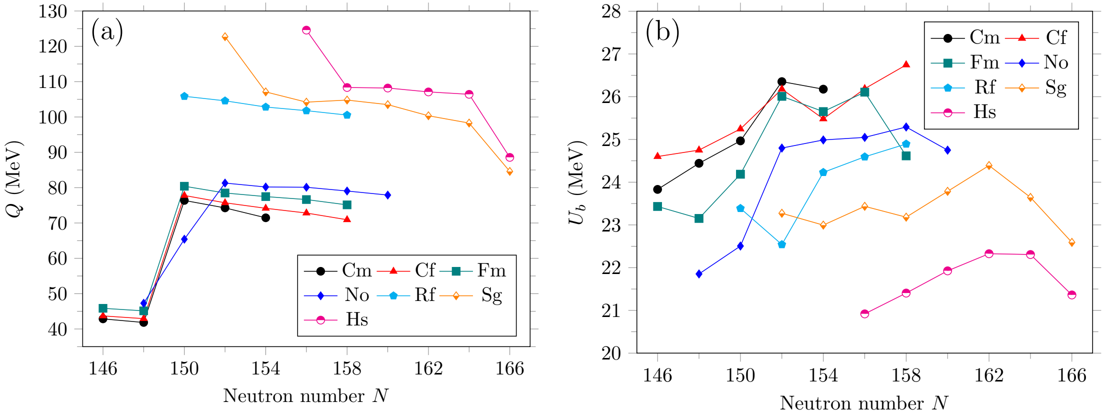


U (MeV)
$1-\eta_Z$
(a)
^{254}Rf
^{256}Rf
^{262}Rf
$(B^{-1})_{\eta_Z} \times 10^6$ $(m_0^{-1}$ fm$^{-2})$
(b)
$U/(B^{-1})_{\eta_Z}$ (MeV m_0^{-1} fm^{-2})
$\times 10^{-7}$
(c)
$|\Psi_0(\eta_Z)|^2$
(d)

Характеристики управляющего потенциала

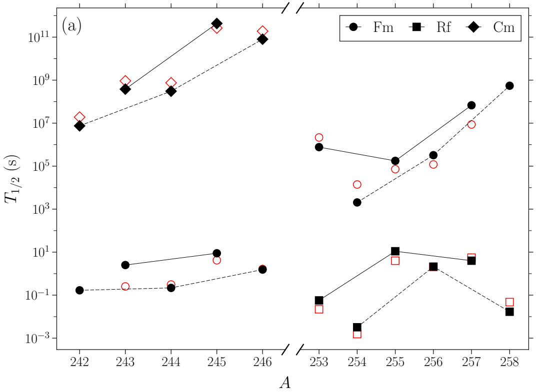


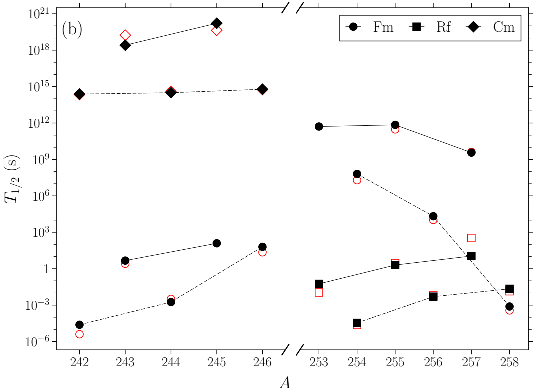
Характеристики управляющего потенциала



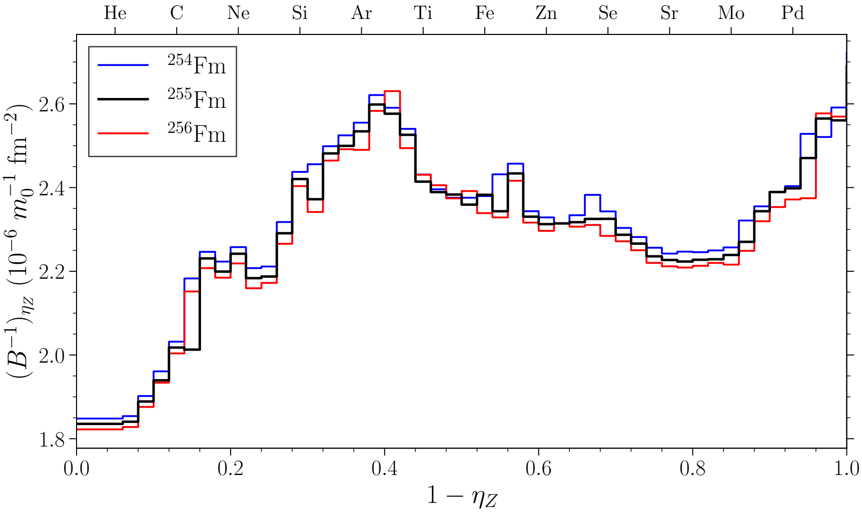
$$Q = (Q_M - Q_L - Q_H),\ \text{для}\ \eta_Z\ \text{при}\ U_b$$

Периоды полураспада четно-нечетных ядер

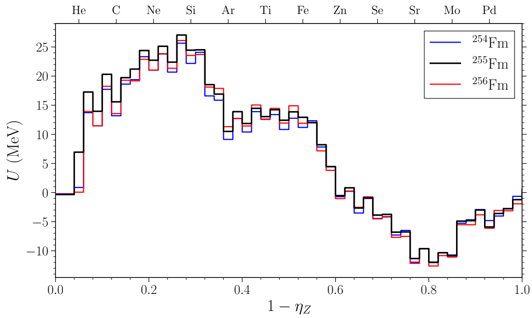


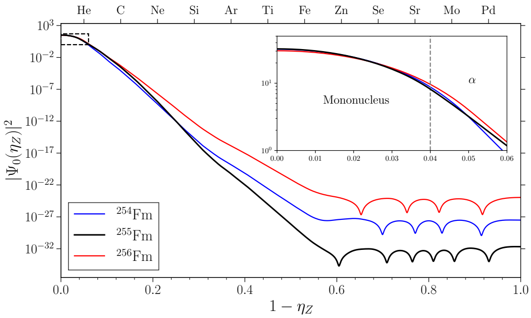


Влияние массового параметра

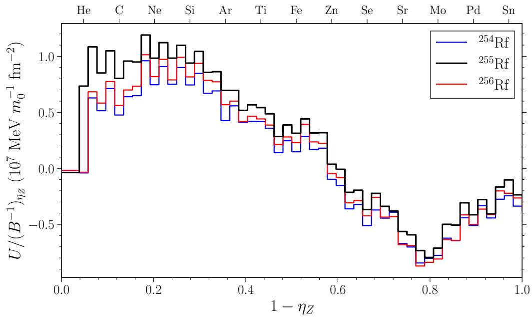


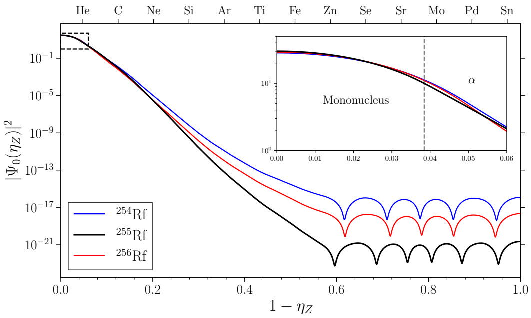
Влияние управляющего потенциала



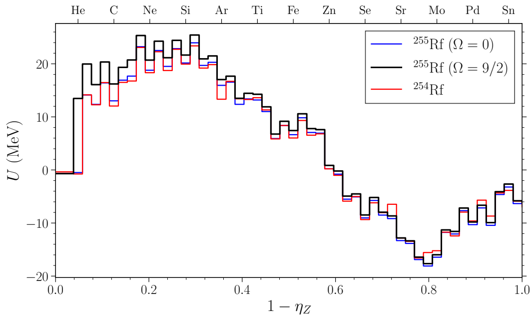


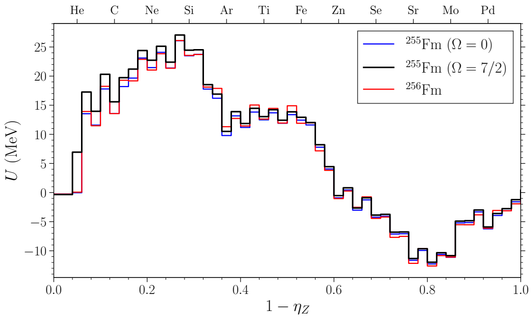
Влияние управляющего потенциала





Вклад вращательной части в управляющий потенциал





Вклад вращательной части в управляющий потенциал

	Ω	S_α	S^*_α	$T_{1/2}$, s	$T^*_{1/2}$, s	$T^{\mathrm{est}}_{1/2}$, s
^{243}Cm	$5/2$	0.0526	0.0707	2.57×10^{18}	1.02×10^{14}	2.75×10^{14}
^{245}Cm	$7/2$	0.0428	0.0947	1.65×10^{20}	7.34×10^{14}	4.35×10^{14}
^{243}Fm	$7/2$	0.0712	0.0904	3.51	3.14×10^{-4}	2.08×10^{-4}
^{255}Fm	$7/2$	0.0527	0.0816	3.01×10^{11}	1.62×10^{6}	1.16×10^{6}
^{257}Fm	$9/2$	0.0481	0.0888	4.13×10^{9}	1.19	4.02
^{253}Rf	$7/2$	0.0888	0.0947	5.64×10^{-2}	2.21×10^{-5}	–
^{255}Rf	$9/2$	0.0691	0.0930	2.00	2.95×10^{-3}	4.14×10^{-4}
^{257}Rf	$1/2$	0.0893	0.0918	1.11×10^{1}	3.99×10^{-2}	1.05×10^{-2}

Приближенный расчет периодов полураспада

$$T_{1/2} = F \cdot T_{1/2}(\Omega = 0), F = \exp\left[\frac{c \cdot \Omega(\Omega+1)}{\sqrt{(B^{-1})_{\eta z_\alpha}}}\right], \quad c = 0.086\ \mathrm{MeV}^{-1/2}\mathrm{s}^{-1}$$

Nucleus	Ω	$T_{1/2}(\Omega=0)$ (s)	F	$T_{1/2}^{\text{fit}}$ (s)	$T_{1/2}^{exp}$ (s)
^{243}Cm	$5/2$	1.02×10^{14}	3.47×10^{3}	3.54×10^{17}	2.57×10^{18}
^{243}Fm	$7/2$	3.14×10^{-4}	1.20×10^{4}	3.77	4.64
^{245}Cm	$7/2$	7.34×10^{14}	2.63×10^{6}	1.93×10^{21}	1.65×10^{20}
^{253}Rf	$1/2$	2.21×10^{-5}	1.54	3.40×10^{-5}	5.64×10^{-2}
^{255}Fm	$7/2$	1.62×10^{6}	7.72×10^{5}	1.25×10^{12}	7.04×10^{11}
^{255}Rf	$9/2$	2.95×10^{-3}	3.17×10^{4}	9.38×10^{1}	2.00
^{257}Fm	$9/2$	1.19	3.33×10^{8}	3.96×10^{8}	3.64×10^{9}
^{257}Rf	$1/2$	2.02×10^{-2}	1.59	3.21×10^{-2}	1.15×10^{1}

Заключение

- Подход ДЯС позволяет получать корректные абсолютные значения периодов полураспада для спонтанного деления и α-распада для четно-четных четно-нечетных ядер из основного состояния.
- Для ядер Sg и Hs результаты демонстрируют наличие локального максимума стабильности для спонтанного деления при деформированной нейтронной оболочке $N = 164$, а для α-распада при $N = 162$.
- Эффекты формы потенциального барьера и массового параметра крайне важны для описания деления. Поэтому период полураспада не дает нам возможности сделать однозначное заключение о высоте потенциального барьера на пути формирования предразрывной конфигурации.
- Для четно-нечетных ядер фактор запрета деления связан с влиянием вращательной части управляющего потенциала. При этом, влияние массового параметра на фактор запрета деления гораздо слабее, чем влияние потенциала.
- В качестве грубого приближения возможно рассчитать фактор запрета как $F \approx \exp[0.75\Omega(\Omega + 1)]$

Спасибо за внимание!