

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ РОЖДЕНИЯ АДРОНОВ,  
ОБРАЗОВАНИЯ ЯДЕР И ГИПЕРЯДЕР ПРИ  
СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЁЛЫХ ИОНОВ В МОДЕЛИ  
RHQMD И ВОЗМОЖНОСТИ ИХ ИССЛЕДОВАНИЯ НА  
ЭКСПЕРИМЕНТАХ УСКОРИТЕЛЬНОГО  
КОМПЛЕКСА NICA

*Диссертация на соискание учёной степени кандидата  
физико–математических наук*

*Специальность 01.04.16 — «Физика атомного ядра и  
элементарных частиц»*

Виктор Киреев

Дубна (2021)

На правах рукописи

# Содержание

\* \* \*

<b>I Введение</b>	<b>3</b>
<b>II Эксперименты на комплексе NICA</b>	<b>12</b>
2.1 Эксперимент BM@N . . . . .	13
2.2 Детектор MPD . . . . .	14
<b>III Описание генератора событий PHQMD</b>	<b>16</b>
3.1 Механизмы рождения частиц в элементарных столкновениях при релятивистских энергиях . . . . .	17
3.1.1 Подход PHSD . . . . .	19
3.1.2 Струна в PHSD . . . . .	20
3.1.3 “Настройки PHSD“ струнной модели . . . . .	21
3.1.4 “In-medium“ расширение струнной модели LUND в PHSD . . . . .	23
3.2 Стадии ядро-ядерных взаимодействий; Интеграл столкновения. . . . .	24
3.3 Инициализация ядра . . . . .	26
3.4 Квантовая Молекулярная Динамика . . . . .	28
3.5 Блокировка Паули . . . . .	35
3.6 Алгоритмы поиска ядер и гиперядер . . . . .	35
3.7 Динамика QMD и образование ядер . . . . .	38
<b>IV Результаты для адронов, ядер и гиперядер</b>	<b>44</b>
4.1 Результаты для адронов в элементарных реакциях . . . . .	45
4.1.1 Множественность адронов как функция $\sqrt{s_{NN}}$ . . . . .	45
4.1.2 Конечные адронные взаимодействия (FSI) PHSD в $N + N$ столкновениях . . . . .	48
4.1.3 $x_F$ распределения при $\sqrt{s_{NN}} = 17.3$ ГэВ . . . . .	50
4.1.4 Сравнение быстротных распределений при $\sqrt{s_{NN}} = 6.2 - 17.3$ ГэВ . . . . .	52
4.1.5 Сравнение спектров поперечного импульса $p_T$ при $\sqrt{s_{NN}} = 6.2 - 17.3$ ГэВ . . . . .	54
4.1.6 Параметр обратной крутизны $m_T$ -спектров $K^\pm$ мезонов . . . . .	57
4.1.7 Сравнение $y$ и $p_T$ распределений при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ . . . . .	58

---

4.1.8	Сравнение $p_T$ спектров при энергиях LHC, взаимодействия в конечном состоянии . . . . .	60
4.1.9	Сравнение множественности мультистранных частиц при энергиях LHC . . . . .	63
4.1.10	Промежуточные выводы для подсекции 4.1 . . . . .	65
4.2	Результаты для адронов в столкновениях тяжёлых ионов . . . . .	67
4.2.1	Энергии AGS . . . . .	67
4.2.2	Энергии SPS . . . . .	68
4.2.3	Энергии RHIC BES . . . . .	69
4.2.4	Энергии Top RHIC . . . . .	73
4.2.5	Энергии SIS . . . . .	76
4.3	Результаты для ядер и гиперядер . . . . .	80
4.3.1	Лёгкие ядра . . . . .	80
4.3.2	Тяжёлые ядра . . . . .	84
4.3.3	Гиперядра . . . . .	89
<b>V</b>	<b>Библиотека поиска ядер "psMST"</b>	<b>92</b>
5.1	Применение psMST к транспортным подходам . . . . .	94
5.2	Результаты применения psMST . . . . .	96
5.3	Сравнение алгоритмов MST и коалесценции для поиска дейтронов . . . . .	98
5.4	Выводы для главы V . . . . .	101
<b>VI</b>	<b>Заключения</b>	<b>114</b>
<b>A</b>	<b>Динамическая Модель Квазичастиц (DQPM)</b>	<b>118</b>
<b>B</b>	<b>Адронизация</b>	<b>121</b>
<b>C</b>	<b>Список литературы</b>	<b>123</b>

# Введение

\* \* \*

Современный научно-технический прогресс и новые ускорительные комплексы предоставляют нам интересную возможность создавать и изучать новый тип материи, который не может существовать в “нормальных” условиях – кварк-глюонную плазму (QGP)[1]. QGP была предсказана решеточными калибровочными расчетами (lQCD) [2, 3], в которых лагранжиан квантовой хромодинамики (QCD), описывающий сильно взаимодействующую материю, вычисляется численными методами. “Суп” из кварков и глюонов, который существовал в первые микросекунды после Большого взрыва, может быть воссоздан на ускорителях RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) и на LHC (Large Hadron Collider). В будущем эксперименты при более низких энергиях на ускорительных комплексах NICA (Nuclotron based Ion Collider fAcility) в Дубне и FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research) в Дармштадте расширят исследования в сторону изучения сильно взаимодействующей материи при высоких барионных плотностях.

Один из нерешенных вопросов заключается в том, как изменяется доля кварк-глюонной плазмы при понижении энергии пучка и при какой энергии QGP перестает создаваться. При низких энергиях, около нескольких А.ГэВ, столкновения тяжелых ионов (НИС) успешно описываются моделями, основанными только на адронных степенях свободы. Из экспериментальных данных на RHIC и LHC мы знаем, что при ультрарелятивистских энергиях барионный химический потенциал в области средних быстрот близок к нулю. При уменьшении энергии пучка барионный химический потенциал возрастает. Феноменологические модели, подобные тем, которые основаны на Лагранжиане Намбу-Йона-Лазинио, предсказывают, что плавный переход (кроссовер) между адронным миром и QGP при исчезающем барионном химическом потенциале [2, 3] становится фазовым переходом первого порядка для конечных химических потенциалов [4, 5].

Для изучения ядерной материи при высоких барионных плотностях в настоящее время строятся два новых ускорительных комплекса: Facility for Antiproton and Ion Research (FAIR) в Дармштадте и Nuclotron-based Ion Collider fAcility (NICA) в Дубне. Они начнут действовать в ближайшие годы. Кроме того, уже существующая программа BES-II (Beam Energy Scan) на RHIC, которая включает в себя эксперименты с фиксированной мишенью, предоставляет экспериментальные данные в этой области энергий. Научная цель всех этих экспериментов состоит в том, чтобы изучить те наблюдаемые, которые могут нести информацию о существовании QGP и о характере фазового перехода в адронную фазу: выходы частиц, спектры быстрот и поперечного импульса рождаемых адронов, их флуктуации и корреляции, особенно флуктуации барионов, выходы странных и мультистранных барионов, а также ядер и гиперядер.

Изучение образования ядер и гиперядер, отражающих плотность фазового пространства при расширении, представляет особый интерес как с экспериментальной, так и с теоретической стороны. Экспериментально ядра наблюдаются при всех энергиях: от низких энергий экспериментов ALADIN Аладин [6, 7], INDRA [8], FOPI [9], НурНИ [10], до (ультра-)релятивистских энергий экспериментов NA49 [11], STAR [12, 13], ALICE [14, 15, 16].

Множественность рождённых ядер в центральных быстротах связана с распределением барионов в фазовом пространстве в точке их рождения и, поэтому, изменение флуктуаций, как и ожидалось в области фазового перехода первого порядка, будет непосредственно отражено в множественности ядер [17]. С другой стороны, без идентификации ядер спектры барионов могут быть неправильно интерпретированы. Это особенно важно при низких энергиях столкновений: например, в центральных столкновениях Au+Au при 1.5 АГэВ только 65% полного барионного заряда наблюдается в виде свободных протонов [9], остальные заряды связаны преимущественно в легкие ядра. Быстротные распределения, in-plane потоки и  $p_T$  спектры ядер отличаются от аналогичных спектров свободных протонов, поэтому для теоретического объяснения одиночных барионных спектров, измеренных при этих энергиях, необходимо учитывать образование ядер, иначе предсказания наблюдаемых явлений не будут точными.

Среди ядер наибольший интерес представляют гиперядра, содержащие по крайней мере один гиперон (странный барион). Образование гиперядер в реакциях тяжелых ионов было предметом многих теоретических исследований: [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25]. Последние экспериментальные результаты [10, 13, 15] показали, что гиперядра и антигиперядра могут рождаться в столкновениях тяжелых ионов при энергиях SIS и LHC. В области перекрытия мишени и пучка гипероны образуются при первой же возможности выше пороговой энергии. Детальные теоретические расчеты выявили два источника рождения гиперядер в этих реакциях, они могут:

- мигрировать в холодную материю нуклонов-наблюдателей, поглощаясь там с образованием тяжелых гипер ядер;
- остаться в расширяющейся области частиц-участников, и их взаимодействие с окружающими нуклонами позволяет им образовывать легкие ядра и, следовательно, легкие гипер ядра.

Ввиду малой энергии связи ядер и горячей окружающей среды, процесс их рождения сравнивают с процессом образования “льда в огне”. Тем не менее, лёгкие ядра и гиперядра были обнаружены в центральной области быстрот в экспериментах на RHIC и LHC [10, 15].

Два механизма образования гиперядер могут пролить свет на теоретическое понимание динамической эволюции реакций тяжелых ионов. В частности, образование тяжелых гипер ядер, подобных пучку/мишени, проясняет физику в области перехода между материей в области нуклонов-наблюдателей и материей частиц-участников. Поскольку гипероны образуются в области перекрытия, множественность и быстротные распределения гиперядер, образующихся в области мишени/пучка, в решающей степени зависят от взаимодействий гиперонов с адронной материей, т.е. от сечений и потенциалов. С другой стороны, гиперядра в центральных быстротах зависят от распределения барионов в фазовом пространстве расширяющейся материи частиц-участников взаимодействия (партисипантов), на них влияет в том числе разница распределения фазового пространства странных и не странных барионов и их нахождение в тепловом равновесии.

Существующие данные [26, 27] не позволяют дать окончательный ответ. Описание образования ядер и гиперядер является сложной теоретической задачей, требующей:

- динамическое микроскопическое описание эволюции столкновений тяжелых ионов;
- описание рождения ядер.

Современные транспортные подходы в основном можно разделить на две большие группы:

- подходы, основанные на квантовой молекулярной динамике (QMD) для описания движения частиц с зависимыми от взаимной плотности потенциальными взаимодействиями двух тел: QMD [28, 29, 30, 26], IQMD [31], UrQMD [32, 33] и другие.
- подходы, основанные на динамике среднего поля, такие как различные типы полуклассических моделей (Власова-)Больцмана-Уэлинга-Уленбека ((V)BUU), реализованных в различных моделях: BUU [34, 35, 36], AMPT [37], HSD [38, 39], PHSD [40], GiBUU [41], SMASH [42] и другие.

Кроме того, существуют модели каскадного типа, такие как Quark-Gluon String Model (QGSM) [43].

Модели среднего поля хорошо воспроизводят экспериментальные данные для одиночных (свободных) частицы, однако они не подходят для описания образования ядер, поскольку они распространяют функцию распределения одиночных частиц (реализованную с помощью метода тестовых частиц) в потенциале среднего поля, рассчитанном путем усреднения по многим параллельным ансамблям. Этот подход “размывает” начальные многочастичные и динамические корреляции, обусловленные развивающимися в течение эволюции системы взаимодействиями.

Для получения ядер, которые являются многочастичными корреляциями в фазовом пространстве, необходимо рассчитать эволюцию плотности Вигнера для  $n$ -тел [44]. Большинство доступных в настоящее время подходов QMD (QMD, IQMD) ограничены нерелятивистскими энергиями. Единственным исключением является подход UrQMD, который был использован для изучения образования дейтронов и легких ядер с помощью коалесценции [45].

Для описания рождения ядер часто используют модели коалесценции [24, 45], либо статистические методы [22, 23, 46], предполагая, что в ходе реакции тяжелых ионов по крайней мере одна подсистема достигает теплового равновесия. Оба этих подхода имеют некоторые недостатки, но наиболее существенным является то, что они не в состоянии дать ответ на вопрос о том, как образуются ядра и что мы можем узнать с их помощью о динамике реакции.

В модели коалесценции множественность ядер существенно зависит от внешних параметров и времени  $t_C$  когда запускается алгоритм коалесценции, а также от параметров модели коалесценции. Она не учитывает то, что сохранение энергии и импульса требует присутствия другого адрона в процессе формирования ядер, и предполагает, что после идентификации ядер в  $t_C$  дальнейшие взаимодействия нуклонов ядра не происходят.

Такое внезапное замораживание не согласуется с другими наблюдаемыми явлениями, например с рождением резонансов. Продукты распада резонансов могут взаимодействовать с окружающей средой - поглощаться или перерассеиваться, поэтому резонансы не могут быть идентифицированы методом инвариантной массы. Следовательно, экспериментально наблюдается уменьшение множественности резонансов по сравнению с предсказаниями статистических моделей. Этот эффект не может быть должным образом обработан в рамках коалесценции.

Предпринимаются некоторые усилия по улучшению картины коалесценции путем наложения ее на плотностный подход Вигнера. В этом случае образование ядра при  $t_C$  вычисляется путем проецирования многочастичной плотности Вигнера, которая распространяется в транспортной модели, на плотность Вигнера основных состояний 2-х, 3-х или 4-частичных ядер. Используется простая параметризация волновой функции основного состояния ядер, которая воспроизводит

их среднеквадратичный радиус. Метод плотностей Вигнера позволяет предсказать распределение импульса этих ядер и был применен для образования дейтрона в реакциях тяжелых ионов [24]. Однако недостатками остается то, что происхождение образования ядер не может быть изучено, и динамическое образование ядер сводится к проекции на плотность Вигнера ядра в заданный момент времени  $t_C$ .

Статистические модели фрагментации основаны на том предположении, что в реакциях с тяжелыми ионами достигается тепловое равновесие, по крайней мере в ограниченном интервале быстрот. Спектры одиночных протонов и образующихся адронов не подтверждают такого предположения [47], по крайней мере при промежуточных энергиях ( $1\text{ AGeV} \leq E_{beam} \leq 30\text{ AGeV}$ ). Кроме того, статистическая модель фрагментации предполагает, что равновесие поддерживается в процессе расширения системы до очень низких плотностей, когда начинается формирование ядер. Компоненты модели, такие как обработка свободных и связанных нейтронов, начальная температура и барионный химический потенциал, соответствуют экспериментальным наблюдениям. Множественность ядер, наблюдаемых при высоких энергиях в экспериментах RHIC и LHC, может быть количественно описана статистической моделью с использованием тех же параметров, что и для описания множественности адронов. Образование легких ядер также может быть описано моделью коалесценции [15]. Более того, в [36] дейтроны рождаются и распространяются методами функции Грина. В [48] рождение дейтронов в центральных столкновениях Pb+Pb при энергиях LHC предполагается как взаимодействие конечного состояния, моделируемое двухступенчатым процессом  $p + n \rightarrow d'$  и  $d' + \pi \rightarrow d + \pi$  включая фиктивный резонанс  $d'$ .

Чтобы преодолеть эти ограничения, был предложен новый транспортный подход Parton-Hadron-Quantum-Molecular Dynamics (PHQMD). Цель этого подхода – дать основанное на взаимодействии между нуклонами и гиперонами динамическое микроскопическое описание образования легких и тяжелых ядер и гипер ядер в релятивистских столкновениях тяжелых ионов. Поскольку ядра являются слабо связанными объектами, они очень чувствительны к общей динамике системы а также к взаимодействиям составляющих, то есть к движению и столкновениям, описываемых уравнениями движения:

- PHQMD основан на динамике QMD для движения барионов, которая реализована зависящими от плотности потенциальными взаимодействиями двух тел [28, 49, 50], что позволяет, в отличие от подходов среднего поля, распространять многочастичные корреляции фазового пространства между барионами.
- В столкновениях тяжелых ионов при высоких энергиях в динамике преобладает рождение множества частиц на ранней стадии реакции с образованием QGP и взаимодействием партонов. Для описания столкновений и динамики QGP в PHQMD применяется подход Parton-Hadron-String Dynamics (PHSD) [40, 51,



52, 53, 54], который был проверен при воспроизведении экспериментальных данных по общей динамике от энергий SIS до LHC. Кроме того, оригинальное движение барионов в среднем поле PHSD (реализованное в рамках метода параллельных ансамблей) также сохраняется в качестве опции, что позволяет исследовать различия между обоими подходами – то есть влияние QMD или среднего поля на общие наблюдаемые.

Таким образом, PHQMD дает полностью микроскопическое описание эволюции системы и взаимодействий между частицами на адронном и партонном уровнях, благодаря чему в PHQMD ядра формируются динамически. Это означает, что в конце реакции столкновения тяжелых ионов то же самое потенциальное взаимодействие, которое присутствует в течение всей эволюции реакции, образует связанные состояния нуклонов, которые хорошо отделены в фазовом пространстве от других ядер и свободных нуклонов. Это отличает наш подход от моделей коалесценции, где в данный момент времени используется радиус коалесценции в фазовом пространстве без учета того, сильно ли коалесцирующие нуклоны все еще взаимодействуют с нуклонами, которые не принадлежат ядру.

Ядра в PHQMD могут быть идентифицированы двумя методами:

- Алгоритмом Minimum Spanning Tree (MST) [28]. Алгоритм MST основан на пространственных корреляциях и эффективен в поиске ядер в конце реакции.
- Для того чтобы идентифицировать рождённые ядра уже на ранних стадиях реакции, когда столкновения между нуклонами еще продолжаются и плотность ядер высока, используется подход Simulated Annealing Clusterization Algorithm (SACA) [55, 56]. Он основан на идее Дорсо и Рандруп [57] о том, что наиболее связанная конфигурация ядер и нуклонов эволюционирует во времени к конечному распределению ядер. Справедливость этой идеи была подтверждена в исследованиях [58, 59, 60].

В настоящее время находится в разработке расширенная версия алгоритма SACA – “Fragment Recognition In General Application“ (FRIGA) [61]. Она включает в себя энергии симметрии и связи, а также гиперон-нуклонные взаимодействия.

Первые результаты комбинированного подхода PHSD/SACA были представлены в [62]. Там алгоритм SACA был применён в выбранное фиксированное время и использовал распределение нуклонов из PHSD при 11.45 А ГэВ для полупериферийных столкновений Au+Au. Кроме того, первые результаты определения гипер ядер с помощью FRIGA были опубликованы в [62, 61].

Целью диссертационной работы является развитие генератора событий с динамическим образованием ядер и гиперядер Parton-Hadron-Quantum-Molecular Dynamics (PHQMD) и проведение с его помощью расчетов по выходам ядер и гиперядер для области энергий ускорителя NICA.

Для достижения целей диссертации необходимо решить следующие задачи:

- Провести детальный анализ энергетической зависимости выходов странных адронов в элементарных  $p + p$  столкновениях в области энергий (в системе центра масс) от 3 до 30 ГэВ. Полученные параметризации для сечений рождения адронов, формы быстротных распределений и спектров по поперечному импульсу необходимо использовать для развития и тестирования процессов рождения странных частиц в микроскопической транспортной модели RHQMD.
- Развить генератор событий RHQMD для реализации процесса динамического образования лёгких ядер, гиперядер и тяжёлых ядерных фрагментов в столкновениях тяжёлых ионов. В частности, модель RHQMD необходимо адаптировать к области энергий экспериментов на ускорительном комплексе NICA.
- Разработать и протестировать универсальный алгоритм поиска ядер и гиперядер, который может быть применён с различными генераторами событий.
- С использованием модели RHQMD провести исследование механизмов образования ядер и гиперядер в столкновениях тяжёлых ионов в области энергий ускорителя NICA. В частности изучить зависимость выходов ядер от энергии столкновения, атомного веса сталкивающихся ионов, прицельного параметра столкновения, а также от уравнения состояния ядерной материи.
- Провести расчеты по выходам лёгких ядер и гиперядер в области энергии ускорителя NICA для различных комбинаций пучков в широком диапазоне кинематических переменных реакции.

Научная новизна диссертационной работы отражена в положениях, выносимых на защиту, и включает в себя развитие уникального транспортного подхода RHQMD, в котором ядра и гиперядра формируются динамически.

Была разработана независимая от транспортных моделей библиотека с открытым исходным кодом “Phase-space Minimum Spanning Tree“ (psMST), предназначенная для поиска ядер, в том числе и гиперядер.

При помощи этой библиотеки впервые было проведено исследование и сравнение предсказаний для выходов ядер в различных транспортных подходах с полностью идентичным алгоритмом поиска фрагментов.

Полученные результаты расширяют наше понимание динамики столкновений тяжёлых ионов. Наглядно показаны отличия в модельных предсказаниях, связанные с различиями в описании движения барионов в транспортных подходах.

На основе моделирования показана возможность изучения рождения ядер и гиперядер в области энергий ускорительного комплекса NICA.

---

Основные положения, выносимые на защиту

- Проведён детальный анализ энергетической зависимости выходов странных адронов в элементарных  $p + p$  столкновениях в области энергий от 3 до 30 ГэВ.
- Развита и адаптирована к области энергий экспериментов на ускорительном комплексе NICA генератор событий RHQMD, в котором впервые реализован процесс динамического образования лёгких ядер, гиперядер и тяжёлых ядерных фрагментов.
- На основе детального Монте-Карло моделирования с использованием генератора событий RHQMD впервые продемонстрированы зависимости выходов ядер и гиперядер от:
  - энергии столкновения;
  - атомного веса сталкивающихся ядер;
  - прицельного параметра столкновения;
  - уравнения состояния ядерной материи.
- С помощью генератора событий RHQMD проведены расчеты по выходам лёгких ядер и гиперядер в области энергий ускорителя NICA для различных комбинаций пучков в широком диапазоне кинематических переменных реакции.
- Проведено детальное моделирование столкновений ионов  $^{209}\text{Bi}$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 9.2$  и даны оценки множественности рождения гиперядер для планируемого первого периода набора данных эксперимента NICA/MPD.
- Разработан новый универсальный алгоритм для поиска ядер и гиперядер, реализованный в библиотеке “Phase-space Minimum Spanning Tree“ (psMST), который может быть применён с различными генераторами событий и интегрирован в экспериментальное программное обеспечение.
- С применением библиотеки “psMST“ впервые было проведено исследование зависимости множественности рождения ядер и гиперядер от реализации динамики нуклонов в различных генераторах событий в диапазоне энергий комплекса NICA.
- С помощью библиотеки psMST впервые было проведено сравнение двух различных алгоритмов поиска ядер, коалесценции и MST, в рамках одного кода, применённого к двум различным транспортным генераторам событий, UrQMD и RHQMD.

### Апробация работы

Основные результаты работы неоднократно обсуждались на совещаниях коллораборации MPD, на методических семинарах, совещаниях рабочих групп: в Лаборатории физики высоких энергий ОИЯИ, Центре по изучению тяжёлых ионов имени Гельмгольца (Дармштадт), Франкфуртском университете, а также докладывались на международных конференциях: “The 5th International Conference on Particle Physics and Astrophysics” (ICPPA 2020, Россия), “Workshop on analysis techniques for centrality determination and flow measurements at FAIR and NICA” (2020, Россия, Германия), “The 18th International Conference on Strangeness in Quark Matter” (SQM 2019, Италия), “The 27th International Conference on Ultrarelativistic Nucleus-Nucleus Collisions” (QM 2018, Италия), “VI International Conference on Particle Physics and Astrophysics” (ICPPA 2018, Россия), “The International Conference on Strangeness in Quark Matter” (SQM 2017, Нидерланды), “The XXIVth International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems” (2018, Россия), “International Workshop on Simulations of NICA for NICA energies”, (2017, Россия) и др.

Диссертация состоит из шести глав, включая введение и заключения, и двух приложений. Полный объем диссертации 134 страницы текста с 70 рисунками и 2 таблицами. Список используемой литературы содержит 164 библиографические ссылки.

Работа организована следующим образом: в разделе **II** будет дано короткое описание будущих экспериментов на ускорительном комплексе NICA; в разделе **III** дано описание основных идей транспортного генератора событий RHQMD, механизмов рождения частиц в элементарных столкновениях при релятивистских энергиях, также будут подробно рассмотрены алгоритмы SACA и MST, позволяющие идентифицировать ядра; в разделе **IV** приведено сравнение результатов RHQMD для быстрых распределений, спектров поперечных масс или импульсов, с имеющимися данными от  $E_{beam} = 1.5A$  ГэВ до  $21.3A$  ТэВ, кроме того, в этом же разделе показаны результаты генератора событий RHQMD для ядер и гиперядер: приведены сравнения с существующими в настоящее время данными для тяжелых ядер, исследовано образование легких ядер в центральной области быстрой. В разделе **V** описана библиотека поиска ядер Phase-space Minimum Spanning Tree и показаны результаты её совместной работы с различными транспортными подходами. Наконец, в разделе **VI** приведены выводы.

# Эксперименты на комплексе NICA

\* \* \*

В Объединённом Институте Ядерных Исследований (ОИЯИ) в Дубне в качестве одной из приоритетных принята программа изучения горячей и плотной материи. Основные цели программы: создание ускорительного комплекса ионов с высокой светимостью в диапазоне энергий до 11 ГэВ/нуклон и современного многофункционального детектора для исследования столкновений тяжёлых ионов. Для реализации этой задачи в настоящее время идёт строительство нового ускорительного комплекса NICA на базе модернизированного Нуклотрона. Новый ускорительный комплекс будет работать в широком диапазоне атомных масс и энергий до  $\sqrt{s_{NN}} = 11$  ГэВ. Ожидаемая светимость ускорителя для пучков тяжёлых ионов  $L = 10^{27} \text{ см}^{-1} \text{ с}^{-1}$ , для протонных пучков  $L = 10^{30} \text{ см}^{-1} \text{ с}^{-1}$ , при этом энергия столкновений  $\sqrt{s_{pp}} = 20$  ГэВ.

Схема ускорительного комплекса NICA показана на рисунке 1. На коллайдере предусмотрено два места встречи пучков, что позволит установить два детектора и проводить одновременно два эксперимента. Комплекс NICA включает различные типы ускорителей: линейный ускоритель, ускоритель-накопитель на промежуточных энергиях (бустер), Нуклотрон и коллайдер.

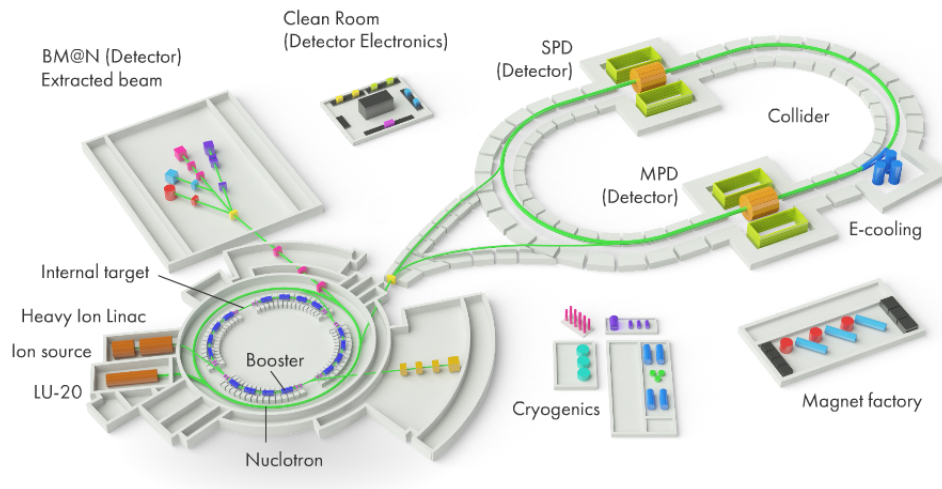


Рис. 1: Общий вид ускорительного комплекса NICA.

## 2.1 Эксперимент BM@N

Эксперимент BM@N (Baryonic Matter at Nuclotron) – первый эксперимент, работающий на ускорительном комплексе NICA. Целью эксперимента BM@N является изучение взаимодействия пучков релятивистских тяжелых ионов с фиксированными мишенями и включает в себя следующие темы: исследование динамики реакции и уравнения состояния (EoS) ядерной материи, исследование свойств адронов в среде (in-medium), изучение рождения странных частиц, таких как гипероны, и поиск гиперядер.

Ускоритель Нуклотрон обеспечит эксперимент пучками самых разных частиц, от протонов с максимальной кинетической энергией пучка 13 ГэВ до ионов золота с максимальной кинетической энергией до 4.5 ГэВ/нуклон. Планируемая интенсивность пучка ионов золота составляет  $10^6$  ионов/с. Энергия пучка эксперимента BM@N находится в промежуточном диапазоне между экспериментами на установках SIS-18 и NICA/FAIR и частично перекрывает диапазон энергий HADES (GSI). Скорость регистрации центральных и полу-периферических столкновений будет находиться в диапазоне от 20 до 50 кГц на втором этапе эксперимента BM@N.

Базовая установка BM@N состоит из дипольного магнита с большим аксептансом, внутреннего трекового детектора, основанного на двухсторонних кремниевых микростриповых датчиках, и газовых детекторов. Трекинг вне магнитного поля основан на дрейфовых камерах и строу-детекторе. Идентификация частиц основывается на измерениях времени пролета.

## 2.2 Детектор MPD

Главной целью проекта NICA/MPD является изучение столкновений тяжёлых ионов при энергиях  $\sqrt{s_{NN}} = 4 - 11$  ГэВ для исследования свойств адронов в сверхплотной ядерной среде, уравнения состояния ядерной материи и свойств фазовых переходов, включая поиск возможных сигналов деконфайнмента, критической точки и частичного восстановления киральной симметрии.

Задачи, которые планируется решать на ускорительном комплексе NICA, требуют создания экспериментальной установки, способной с высокой эффективностью регистрировать частицы, рождающиеся в столкновениях тяжелых ионов, идентифицировать их тип, определять энергию, восстанавливать вершины первичного взаимодействия и координаты рождения вторичных частиц.

Общий вид и масштаб многоцелевого детектора MPD (Multi Purpose Detector), разрабатываемого для изучения столкновений встречных пучков тяжёлых ионов коллайдера NICA, представлены на рисунке 2. Детектор MPD разрабатывается как  $4\pi$  спектрометр, он включает в себя точную 3D систему трекера и высокопроизводительную систему идентификации частиц, основанную на измерениях времени пролёта и калориметрии. Детектор представляет собой цилиндр (баррель) с торцевыми частями, который расположен вокруг области столкновения пучков и перекрывает область вылета частиц в диапазоне псевдобыстрот  $|\eta| \leq 2$ .

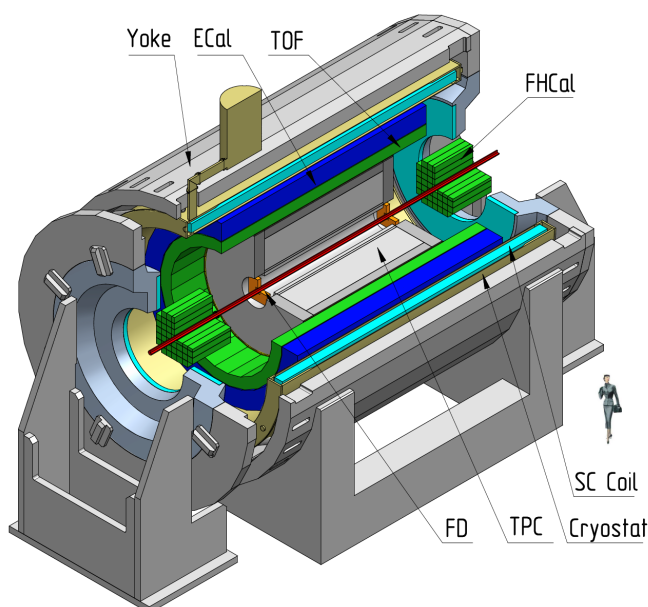


Рис. 2: Общий вид первой стадии Многоцелевого Детектора MPD.

Детектор MPD состоит из четырёх основных подсистем:

- Сверхпроводящий магнит-соленоид, создающий однородное магнитное поле внутри детектора MPD.
- Триггерная система, которая состоит из быстрого переднего детектора, счетчика встречных соударений пучков и переднего адронного калориметра.
- Трековая система: внутренний трекер для высокоточного трекинга и восстановления вершин вблизи точки взаимодействия, время-проекционная камера – основной трекер для заряженных частиц, торцевой строу трекер, предназначенный для улучшения трекинга частиц с малыми углами вылета.
- Система идентификации частиц, которая включает: время-проекционную камеру для определения импульса частиц и для их идентификации по ионизационным потерям  $dE/dx$ , время-пролетную систему, позволяющую различать заряженные частицы ( $\pi$ ,  $K$ ,  $p$ ) в области импульсов до 2 ГэВ/с и электромагнитный калориметр, способный регистрировать и идентифицировать фотоны и электроны, и измерять их энергию. На рисунке 3 показано энерговыделение различных типов частиц во время-проекционной камере Многоцелевого Детектора MPD, полученное в результате компьютерного моделирования с помощью транспортного подхода PHQMD.

Все подсистемы многоцелевого детектора MPD обеспечивают точные измерения, что необходимо для изучения физических процессов, происходящих в столкновениях тяжёлых ионов в диапазоне энергий NICA со множественным рождением частиц и в широкой области фазового пространства.

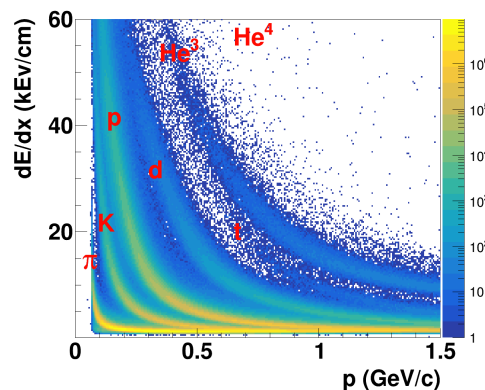


Рис. 3: Энерговыделение различных типов частиц во время-проекционной камере Многоцелевого Детектора MPD. Результат моделирования с помощью транспортного подхода PHQMD.



# Описание генератора событий RHQMD

\* \* \*

В этом разделе будет дано описание основных идей подхода RHQMD [63].

RHQMD - это микроскопический многочастичный транспортный подход, описывающий эволюцию взаимодействующей системы путем решения уравнений движения, включающий в себя:

- Распространение степеней свободы с их потенциальным взаимодействием.
- Рассеяние степеней свободы, описываемое “интегралами столкновения”.
- Кроме того, динамически формируемые ядра и гиперядра идентифицируются алгоритмами SACA и MST.

• Движение барионов в RHQMD следует уравнениям квантовой молекулярной динамики (QMD) в которой барионы описываются Гауссовыми волновыми функциями. В QMD частицы распространяются под действием взаимных сил 2-х тел, которые, чтобы аппроксимировать многочастичные силы ( $n > 2$ ), зависят от плотности. Плотность определяется суммой квадратов волновых функций всех остальных нуклонов. Как независимые, так и зависящие от плотности силы двух тел необходимы для получения максимума энергии связи при нормальной плотности ядерной материи. При таком подходе “actio” равно “reactio” и, следовательно, энергия и импульс строго сохраняются. Сила взаимодействия выбирается таким образом, чтобы в бесконечной материи воспроизводилось заданное ядерное уравнение состояния (equation of state, EoS). Временная эволюция волновых функций определяется в

соответствии с вариационным принципом [64]. Этот подход сохраняет корреляции фазового пространства в системе и не подавляет флуктуации как основанные на среднем поле подходы. Поскольку ядра и гиперядра являются многочастичными корреляциями, этот алгоритм хорошо подходит для решения задач рождения и эволюции ядер.

- PHQMD включает в себя интегралы столкновений из Parton-Hadron-String Dynamics (PHSD) [40, 51, 52, 53, 54], подхода, описывающего все взаимодействия в системе – от первичных адронных столкновений до образования кварк-глюонной плазмы с помощью сильно взаимодействующих квазичастиц (массивных кварков и глюонов), партонные взаимодействия с последующей динамической адронизацией вплоть до адронных взаимодействий на заключительном этапе расширения системы. Более того, движение партонных степеней свободы также заимствовано из PHSD и основано на уравнениях Каданоффа-Бейма для динамики сильно взаимодействующих систем [51, 40].

- На более поздней стадии реакции, после адронизации и распадов резонансов, происходит поиск ядер алгоритмами SACA или MST, которые определяют, связаны ли барионы в ядрах или нет.

В следующих подразделах подход PHQMD будет описан более подробно, однако, для читателей, которые знакомы с PHSD и QMD можно резюмировать, что PHQMD сочетает описание QGP и адронных взаимодействий PHSD с многочастичной динамикой и начальными распределениями барионов из QMD. Кроме того применяются алгоритмы поиска ядер и гиперядер MST и SACA. Последний основан на нахождении конфигураций с минимальной (отрицательной) энергией связи, рассчитанной по формуле массы Вайцшакера.

### **3.1 Механизмы рождения частиц в элементарных столкновениях при релятивистских энергиях**

Понимание механизмов рождения множества частиц в элементарных нуклон-нуклонных  $NN$  столкновениях в широком диапазоне энергий от нескольких ГэВ до нескольких ТэВ – одна из сложных тем в физике адронов. Это так же влияет на физику тяжелых ионов, так как в столкновениях тяжелых ионов (НИС) можно исследовать материю, созданную множеством отдельных  $NN$ -рассеиваний из первичных высокоэнергетических  $NN$ -рассеяний на начальной стадии перекрывающихся ядер вплоть до вторичных низкоэнергетических  $NN$  столкновений в конечном состоянии расширяющейся системы. Таким образом, для описания столкновений тяжёлых ионов необходимо понимать элементарные адрон-адронные ( $hh$ ) столкновения: барион-барионные ( $BB$ ), мезон-барионные ( $mB$ ) и мезон-мезонные

( $mm$ ) столкновения, в частности для описания множественности адронов, то есть “химии” ароматов, а также их импульсных распределений. Более того, в столкновениях тяжёлых ионов используются элементарные  $NN$  реакции в качестве “системы отсчета” для изучения многих физических эффектов, связанных с свойствами горячего и плотного вещества, создаваемого в НИС. Например, наиболее распространенный способ представления результатов НИС для жестких процессов состоит в том, чтобы показать отношение вероятности их рождения в  $A + A$  столкновениях относительно  $p + p$ , нормированных на количество бинарных столкновений  $N_{bin}$ :  $R_{AA}^i = \sigma_{AA}^i / (\sigma_{pp}^i \cdot N_{bin})$  ( $i$  – очарование или выбросы струи). Отклонение отношения от единицы дает информацию об эффектах среды.

Струнная модель LUND [65] – это одна из самых удачных и часто используемых моделей для описания элементарных столкновений в диапазоне энергий от ГэВ до ТэВ. Она описывает адрон-адронные столкновения путем создания возбужденных цветных синглетных состояний, называемых “струнами”. Эти струны реализуются в генераторах событий FRITIOF [66] и PYTHIA [67]. Струна состоит из двух концов струны, соответствующих ведущим составляющим кваркам (антикваркам) сталкивающихся адронов и трубки цветного потока (цветно-электрическое поле) между ними. Когда концы струны удаляются, виртуальные пары  $q\bar{q}$  или  $qq\bar{q}$  создаются в однородном цветовом поле за счет процесса туннелирования (описываемого формулой Швингера [68]), вызывающего разрыв струны и создание новой материи из энергии поля.

Модель LUND чрезвычайно успешно описывает огромное количество экспериментальных данных при высоких энергиях. Генератор событий PYTHIA очень часто используется экспериментальными коллаборациями для сравнения с измеренными данными, а также для моделирования установки детектора. Модель LUND используется в транспортных подходах столкновений тяжёлых ионов для моделирования множественного рождения частиц в элементарных адрон-адронных столкновениях, которые происходят во время эволюции реакций тяжелых ионов.

Генераторы событий FRITIOF и PYTHIA встроены в подход Parton-Hadron-String Dynamics (PHSD) [40, 51, 52, 53, 54] и его более раннюю версию Hadron-String Dynamics (HSD) [39] (см. обзор HSD [39] для описания динамики струн в НИС), а также в недавнем расширении PHSD для динамического образования ядер, Parton-Hadron-Quantum-Molecular Dynamics (PHQMD) [63]. Кроме того, PYTHIA используется в UrQMD [32, 33], GiBUU [41], SMASH [42] и др. Отметим, что существуют альтернативные генераторы событий для адрон-адронных столкновений, такие как EPOS [69, 70], QGSJET [71], HERWIG [72] и т. д.

Большинство генераторов адрон-адронных столкновений построены для описания ультрарелятивистских  $p + p$  столкновений или космических лучей при очень высоких энергиях. Однако использование генераторов событий  $hh$  в транспортных подходах для НИС имеет очень важную особенность: как упоминалось выше, диа-

пазон энергий  $hh$  реакций, происходящих во время эволюции НИС, очень широк, например, если рассматривать столкновения  $A + A$  при энергиях ЛНС, вторичные реакции, которые происходят после адронизации кварк-глюонной плазмы, созданной в таких столкновениях, охватывают очень широкий интервал инвариантной энергии  $\sqrt{s}$ . Таким образом, генератор  $hh$  должен иметь широкий диапазон применимости, т.е. от нескольких ГэВ до нескольких ТэВ. В этом отношении генераторы событий LUND (FRITIOF и PYTHIA) вполне пригодны и достаточно убедительно описывают неупругие столкновения  $hh$  от высоких энергий к более низким. Однако некоторое улучшение модели, т.е. “настройка“ требуется для расширения до низких энергий: настройка химического состава аромата образовавшихся частиц и их распределения. Более того, в НИС струна распадается в горячей и плотной среде, что может привести к изменению механизма фрагментации и свойств образовавшихся адронов. Такие модификации были включены в модели FRITIOF 7.02 и PYTHIA 6.4 во время разработки подхода PHSD (HSD), мы будем называть их “настройками PHSD“.

### 3.1.1 Подход PHSD

Parton-Hadron-String Dynamics (PHSD) [40, 51, 52, 53, 54] представляет собой микроскопический транспортный подход вне оболочки для описания сильно взаимодействующих адронных и партонных материй в равновесии и вне его. Он основан на решении уравнения Каданова-Байма в градиентном разложении первого порядка [51] с использованием “пере-суммированных“ пропагаторов из динамической квазичастичной модели (DQPM) [51, 73] для партонной фазы. DQPM дает эффективное описание свойств КГП в терминах сильно взаимодействующих кварков и глюонов со свойствами и взаимодействиями, которые настроены для воспроизведения результатов QCD по термодинамике уравновешенной КГП при конечной температуре  $T$  и барионного (или кваркового) химического потенциала  $\mu_q$ . В фазе КГП партонны (кварки, антикварки и глюоны) движутся в само-генерированном скалярном потенциале среднего поля [52]. С партонной стороны включены следующие упругие и неупругие взаимодействия:  $qq \leftrightarrow qq$ ,  $\bar{q}\bar{q} \leftrightarrow \bar{q}\bar{q}$ ,  $gg \leftrightarrow gg$ ,  $gg \leftrightarrow g$ ,  $q\bar{q} \leftrightarrow g$  используя “детальный баланс“ с сечениями, зависящими от температуры, оцениваемыми на уровне дерева с помощью пропагаторов и связей из DQPM.

Расширение системы приводит к уменьшению локальной плотности энергии, и, когда локальная плотность энергии становится близкой к  $\epsilon_c = 0.5$  ГэВ/фм<sup>3</sup> или ниже, массивные окрашенные кварки и антикварки вне оболочки адронизируются до бесцветных мезонов и барионов вне оболочки. С адронной стороны, PHSD явно включает барионные октет и декуплет, нонеты  $0^-$  - и  $1^-$  - мезонов, а также более высокие резонансы, как в подходе Hadron-String Dynamics (HSD) [39]. В

подходе PHSD полная эволюция столкновения релятивистских тяжелых ионов, от начальных жестких  $NN$  столкновений, выходящих из равновесия, до адронизации и окончательных взаимодействий образовавшейся адронной материи описываются на той же основе. Этот подход успешно применялся для  $p+p$ ,  $p+A$  и  $A+A$  реакции от SIS до LHC энергии [40, 51, 52, 53, 54].

### 3.1.2 Струна в PHSD

В PHSD/HSD возбуждение и распад струны играет решающую роль для неупругих столкновений  $BB$ ,  $mB$ ,  $mm$  в широком диапазоне энергий. На начальном этапе высокоэнергетические адрон-адрон столкновения описываются струнной моделью LUND [65], где два сталкивающихся нуклона вызывают реакцию в виде двух возбужденных цветных синглетных состояний, то есть “струны”. Струна характеризуется ведущими составляющими кварков сталкивающихся адронов в виде концов струны, связанных цветовым потоком (цветно-электрическое поле). Барионная ( $qq - q$ ) и мезонная ( $q - \bar{q}$ ) струны рассматриваются с разными ароматами ( $q = u, d, s$ ). Когда концы струны удаляются, виртуальные пары  $q\bar{q}$  или  $qq\bar{q}\bar{q}$  создаются в однородном цветовом поле в результате процесса туннелирования (описывается формулой Швингера [68]), вызывающего разрыв струны. Образовавшиеся кварки и антикварки рекомбинируют с соседними партонами к “доадронным” состояниям, которые приблизятся к адронным квантовым состояниям (мезоны или пары барион-антибарион) после времени образования  $\tau_F \sim 0.8$  фм/с (в системе покоя струны).  $\tau_F$  - это внутренний параметр PHSD, представленный в [38], для управления динамикой “преадронных” состояний в HIC, одинаковый для всех энергий от SIS до LHC. В системе отсчёта столкновения тяжелых ионов (которая выбрана в качестве начальной системы координат центра масс  $NN$ ) время образования тогда равно  $t_F = \tau_F \cdot \gamma$ , где  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2}$ , а  $v$  - скорость частицы в системе отсчёта.

Численная реализация модели LUND в PHSD основана на FORTRAN кодах FRITIOF 7.02 [66], которые включают PYTHIA 5.5, JETSET 7.3, ARIADNE 4.02, для энергий до RHIC, и PYTHIA 6.4 [67] с настройками “Innsbruck pp” (390) [74] с плотностями вероятностей STEQ5 LO (июль 2013 г.) для энергий LHC. Плавный переход между обоими описаниями реализуется при “промежуточных” энергиях  $\sqrt{s_{NN}} \leq 250$  ГэВ. В PHSD программы LUND “настраиваются”, то есть корректируются для лучшего согласования с экспериментальными данными для элементарных столкновений.

Здесь важно подчеркнуть, что существует принципиальная разница при рассмотрении “свободных”  $hh$  реакций (т.е.  $hh$  столкновений в вакууме) в PHSD и в PYTHIA (или FRITIOF) без “настроек” программ LUND: В PHSD, в отличие от PYTHIA, моделируются элементарные  $hh$  столкновения в вакууме динамиче-

ски, аналогично столкновениям  $p + A$  или  $A + A$ , т.е. мы следим за эволюцией во времени реакций  $hh$  - начиная со струнных возбуждений для реакций  $hh$  высоких энергий, к фрагментации струн в адроны, распространению адронов и динамическому распаду барионных и мезонных резонансов при расширении системы. Более того, образовавшиеся адроны могут повторно взаимодействовать упруго и неупруго. Неупругие реакции включают вторичные, менее энергетические состояния  $hh$ -струн и низкоэнергетические столкновения  $hh \rightarrow n$ , где  $n = 2, 3, 4, \dots$  [39], а также реакции многомезонного синтеза на пары барион-антибарион и обратные реакции ( $n \text{ mesons} \leftrightarrow B + \bar{B}$ ) [75, 76]. Подпрограммы LUND (FRITIOF и PYTHIA) используются только как генераторы событий для неупругих столкновений выше “струнного порога”, что дает нам множественность и распределение образовавшихся адронов по импульсам. Упругое рассеяние реализуется согласно кодам, а также распад резонансов, мезонных и барионных, осуществляется посредством подпрограмм PHSD, разыгрывая методами Монте-Карло вероятности распада с временем жизни, обратным полной ширине резонанса.

Таким образом, для элементарных реакций  $hh$  (т.е.  $BB, mB, mm$ ) в вакууме мы решаем микроскопические транспортные уравнения движения во времени всех степеней свободы в терминах столкновений для их взаимодействий. Здесь отметим, что недавно была разработана модель перерасеяния адронов в  $p + p$ -столкновениях для PYTHIA в работе [77]. Включение взаимодействий в конечном состоянии может немного изменить финальные множественности адронов по сравнению с точкой рождения при распаде струны, а также их импульсное распределение из-за упругого рассеяния.

Отметим, что все вышеизложенное относится и к подходу PHQMD [63], поскольку обработка интеграла столкновений в PHQMD идентична в PHSD. Технически говоря, PHQMD всегда синхронизируется с последними версиями PHSD и все разработки по моделированию столкновений автоматически включают PHQMD.

### 3.1.3 “Настройки PHSD” струнной модели

Здесь мы обсуждаем основные изменения кодов LUND (FRITIOF 7.02 и PYTHIA 6.4), которые были введены для их использования в изучении столкновений тяжёлых ионов в подходе PHSD. Мы будем называть эти изменения “настройками PHSD”.

- Мы расширяем применимость струнных программ к более низким энергиям снижая порог со значения по умолчанию  $\sqrt{s_{min}} = 10$  ГэВ для минимально возможной энергии, до  $\sqrt{s_{BB}} = 2.65$  ГэВ для столкновений  $BB$ ,  $\sqrt{s_{mB}} = 2.4$  ГэВ для столкновений  $mB$  и  $\sqrt{s_{mm}} = 1.3$  ГэВ для  $mm$  столкновений. Даже при использовании намного ниже диапазона “по умолчанию”, FRITIOF 7.02 и PYTHIA 6.4 дают

очень разумное описание элементарных столкновений, которое мы продемонстрируем в следующем разделе.

- При распаде струны “химия ароматов“ образующихся кварков определяется через механизм Швингера [68], обобщенный на пары  $q\bar{q}$  в работах [78, 79, 80], который определяет вероятность рождения массивных пар  $s\bar{s}$  по отношению к легким парам ( $u\bar{u}, d\bar{d}$ ):

$$\frac{P(s\bar{s})}{P(u\bar{u})} = \frac{P(s\bar{s})}{P(d\bar{d})} = \gamma_s = \exp\left(-\pi \frac{m_s^2 - m_{u,d}^2}{2\kappa}\right) \quad (1)$$

где  $\kappa \approx 0.176 \text{ ГэВ}^2$  обозначает натяжение струны, а  $m_{u,d,s}$  - массы странных и легких кварков. Массы кварков  $m_u \approx 0.35 \text{ ГэВ}$  и  $m_s \approx 0.5 \text{ ГэВ}$  приняты в вакууме и выбираются в соответствии с расчетами Дайсона-Швингера [81]. Из уравнения 1 следует, что рождение странных кварков, таким образом, подавляется в  $\gamma_s \approx 0.3$  по отношению к легким кваркам, что также является настройкой по умолчанию в подпрограммах LUND. В то время как рождение странности в протон-протонных столкновениях при энергиях SPS достаточно хорошо воспроизводятся с этим значением, выход странности для  $p + Be$  столкновений при энергиях AGS занижен примерно на 30% (ср. [82]). Поэтому в модели PHSD / HSD используются относительные нормировки:

$$u : d : s : uu = \begin{cases} 1 : 1 : 0.3 : 0.07 & , \text{ от SPS до RHIC} \\ 1 : 1 : 0.4 : 0.07 & , \text{ для энергий AGS,} \end{cases} \quad (2)$$

- Мы модифицируем разложение ароматов для создания некоторых мезонных ( $\eta, \eta', \rho, \omega, \phi$ ) и барионных состояний ( $\bar{p}, \Delta^{++}$ ) для лучшего согласования с доступными экспериментальными данными в  $pp$  столкновениях. Для этого мы изменили соответствующие параметры в подпрограммах LUND и/или напрямую скорректировали адронное конечное состояние. Например, мы позволяем некоторой части образовавшихся векторных мезонов  $\rho, \omega$  распадаться на пионы ( $\phi$  распадается на каоны), т.е. принимаем пионы (каоны) в качестве конечных продуктов распада струны [39, 83, 84].

- Образование всех очарованных и прелестных состояний осуществляется в PHSD и не заимствовано из PYTHIA [85].

- Образование электромагнитных наблюдаемых, прямых фотонов и лептонных пар, также осуществляется PHSD [39, 84].

- Распределение ново-образовавшихся адронов в импульсном пространстве, т. е. доля энергии и импульса, которые они получают от распадающейся струны, определяется функцией фрагментации  $f(x, m_T)$ . Она дает распределение вероятности образования адрона с поперечной массой  $m_T$  с долей энергии-импульса  $x$  из фрагментирующей струны:

$$f(x, m_T) \approx \frac{1}{x} (1-x)^a \exp\left(-bm_T^2/x\right), \quad (3)$$

где  $a, b$  - параметры. В PHSD мы используем  $a = 0.23$  и  $b = 0.34 \text{ ГэВ}^{-2}$  [82]. Было обнаружено, что эти настройки для распада струны на адроны хорошо соответствуют экспериментальным наблюдениям рождения частиц в реакциях  $p + p$  и  $p + A$  [39].

- В стандартной версии FRITIOF/PYTHIA барионный и мезонный резонансы формируются согласно нерелятивистской спектральной функции Брейта-Вигнера с постоянной шириной. Более того, форма Брейта-Вигнера усечена симметрично относительно полюсной массы,  $|M - M_0| < \delta$ , с  $\delta$  выбираемой правильно для каждой частицы, так что проблем в цепочках распада частиц не возникает. В струны PHSD мы включаем полностью релятивистские спектральные функции Брейта-Вигнера с ширинами, зависящими от массы [84]. Также удалено усечение спектральной функции по массе, т.е. резонансная масса выбирается в пределах физических порогов. По-прежнему строго сохраняется закон сохранения полной энергии и импульса в расширенных программах LUND.

### 3.1.4 “In-medium“ расширение струнной модели LUND в PHSD

PHSD добавляет эффекты среды (“in-medium“) к струнной модели LUND, т.е. изменения адронных свойств в плотной и горячей среде, созданной в столкновениях тяжёлых ионов. Движение адронов вне оболочки осуществляется уравнения переноса Кассинга-Чучема на основе теории Каданова-Байма (см. обзор [51]).

Отметим, что модификации “в среде“ не используются в  $pp$  столкновениях, поскольку плотность барионной материи там довольно мала, однако они становятся актуальными для столкновений тяжёлых ионов, где происходит образование струн в горячей и плотной среде. Изменение “эффектов среды“ касаются столкновений тяжёлых ионов в рамках PHSD.

- Мы включаем спектральные функции “в среде“ для мезонных и барионных резонансов в модели LUND путем включения зависящих от плотности собственной энергии и ширины в среде (в зависимости от локальной плотности барионов и температуры). Это позволяет изучать эффекты в среде, такие как уширение спектральной функции векторных мезонов ( $\rho, \omega, \phi, a_1$ ) [84, 54], что обязательно для описания дилептонных наблюдаемых в столкновениях тяжёлых ионов. Также это позволяет изучать эффекты в среде для странных мезонов  $K, \bar{K}$  [86] и странных векторных мезонов  $K^*, \bar{K}^*$  [87, 88].

- Эффект восстановления киральной симметрии (CSR) был включен в PHSD по механизму Швингера для распада струны в плотной среде, которая образована первичными столкновениями нуклонов и формированием струн при прохождении сталкивающихся ядер друг через друга. На этом начальном этапе происходит частичное восстановление киральной симметрии, что приводит к уменьшению скалярного кваркового конденсата в адронной среде конечных барионной и мезонной



плотностей, который можно оценить в рамках нелинейной модели  $\sigma - \omega$ . Падение скалярного кваркового конденсата приводит к модификации масс лёгких и странных кварков и, таким образом, влияет на “химию” распадающихся струны по механизму Швингера [89, 90]. Это приводит к увеличению рождения странности в плотной барионной среде до фазы деконфаймента.

- Мы учитываем эффект Крониана в начальном состоянии, который мы моделируем динамически, т.е.  $\langle k_T^2 \rangle$  - средний поперечный импульс в квадрате партонов в ядерной среде, образованных в столкновениях  $p + A$  или  $A + A$ , усиливается за счет индуцированного начального полужёсткого глюонного излучения в среде, которого нет в вакууме из-за ограничения нейтральности цвета [91].

### 3.2 Стадии ядро-ядерных взаимодействий; Интеграл столкновения.

Ядро-ядерные столкновения в RHQMD (аналогично PHSD) проходят следующие этапы:

- В начале столкновения два ядра приближаются друг к другу до тех пор, пока они не начнут перекрываться так, что начнут происходить отдельные первичные нуклон-нуклонные столкновения. При релятивистских энергиях описание таких первичных столкновений с многочастичным рождением основано на струнной модели LUND [65], которая описывает адрон-адронные столкновения путем создания возбужденных цветовых синглетных состояний, называемых “струнами“, которые реализованы в моделях FRITIOF [66] и PYTHIA [67] (см. обзор HSD [39] для описания динамики струн в столкновениях тяжёлых ионов). Струна состоит из двух концов, соответствующих ведущим составляющим кваркам (антикваркам) сталкивающихся адронов, и трубки цветового потока (цвет-электрическое поле) между ними. Так как концы струны удаляются, виртуальные  $q\bar{q}$  или  $qq\bar{q}\bar{q}$  пары рождаются в равномерном цветовом поле с помощью туннельного процесса (описываемого формулой Швингера [68]), вызывающего разрыв струны. Полученные кварки и антикварки рекомбинируются с соседними партонами в “преадронные“ состояния, которые приближаются к адронным квантовым состояниям (мезонам или барион-антибарионным парам) после времени образования  $\tau_f \sim 0.8$  фм/с (в системе покоя струны). В расчетной системе отсчета реакции тяжелых ионов (в качестве которой выбрана система центра масс начальных  $NN$ ) время образования равно  $t_F = \tau_F \cdot \gamma$ , где  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2}$  и  $v$  - скорость частицы в расчетной системе отсчета.

$$\frac{P(s\bar{s})}{P(u\bar{u})} = \frac{P(s\bar{s})}{P(d\bar{d})} = \gamma_s = \exp\left(-\pi \frac{m_s^2 - m_{u,d}^2}{2\kappa}\right), \quad (4)$$

где натяжение струны  $\kappa \approx 0.176 \text{ ГэВ}^2$ ,  $m_{u,d,s}$  - массы странных и легких кварков. Массы кварков  $m_u \approx 0.35 \text{ ГэВ}$  и  $m_s \approx 0.5 \text{ ГэВ}$  принимаются в вакууме; таким образом, рождение странных кварков подавляется коэффициентом  $\gamma_s \approx 0.3$  по отношению к легким кваркам, что является настройкой по умолчанию в модели FRITIOF. Отметим, что в [89, 90] PHSD был расширен так, чтобы включить восстановление хиральной симметрии (CSR) в распад струны путем изменения масс составляющих кварков вследствие падения скалярного кваркового конденсата в адронной среде конечной плотности барионов и мезонов. После распада струны “ведущие адроны”, которые рождаются из концов струны, могут почти мгновенно повторно взаимодействовать с адронами с уменьшенными поперечными сечениями в соответствии с составным кварковым числом [39].

- В том случае, если локальная плотность энергии в ячейке выше критического значения  $\epsilon_c \sim 0.5 \text{ ГэВ/фм}^3$ , “деконфаймент”, т.е. переход адронных степеней свободы в партонные, осуществляется путем растворения продуктов распада струн, которые находятся в этой ячейке (“пре-адронов”), в массивные цветные кварки/антикварки и энергию среднего поля, при этом “ведущие адроны” удерживаются от растворения (см. [40, 52] для получения более подробной информации). Эта процедура позволяет сохранить микроскопическое описание изменяющихся степеней свободы за счет сохранения энергии-импульса, заряда, аромата и т.д.

В RHQMD, также как и в PHSD, партонная (или QGP) фаза основана на динамической квазичастичной модели (Dynamical Quasi-Particle Model, DQPM) [92, 93], которая описывает свойства КХД в равновесии в терминах возобновленных одночастичных функций Грина. Вместо безмассовых партонов pQCD, в PHSD глюоны и кварки массивные сильно взаимодействующие квазичастицы, что отражает непертурбативную природу сильного взаимодействия. Свойства квазичастиц вне оболочки описываются спектральными функциями (мнимыми частями комплексных пропагаторов) с зависящими от температуры массами и ширинами. Ширина и положение полюсов спектральных функций определяются действительной и мнимой частями собственной энергии партона и эффективной силой связи, которая фиксируется путем корректировки результатов lQCD для плотности энтропии [94, 95], используя в общей сложности три параметра. Подробные сведения о модели DQPM, принятой в RHQMD, можно найти в Приложении А.

- в фазе QGP партоны (кварки, антикварки и глюоны) рассеиваются и распространяются в самогенерирующемся скалярном потенциале среднего поля [52]. С партонной стороны включаются следующие упругие и неупругие взаимодействия:  $qq \leftrightarrow qq$ ,  $\bar{q}\bar{q} \leftrightarrow \bar{q}\bar{q}$ ,  $gg \leftrightarrow gg$ ,  $gg \leftrightarrow g$ ,  $q\bar{q} \leftrightarrow g$ . Эти взаимодействия используют “детальный баланс” с зависимыми от температуры поперечными сечениями, как это реализовано в PHSD 4.0 [96, 54]. Распространение внеоболочечных (off-shell) партонов в RHQMD, как и в PHSD, полностью определяется уравнениями переноса Кассинга-Джучема вне оболочки, основанными на уравнениях Каданоффа-Байма

(см. обзор [51]).

- Расширение системы приводит к уменьшению локальной плотности энергии, и, как только локальная плотность энергии становится близкой к или ниже  $\epsilon_c$ , массивные цветные внеоболочечные кварки и антикварки адронизируются до бесцветных внеоболочечных мезонов и барионов. Процесс адронизации определяется ковариантными скоростями перехода (см. Приложение В) и выполняет сохранение энергии-импульса и квантового числа в каждом событии [52].

- в адронной “короне“, т.е. в области с низкой плотностью энергии, как и в поздней адронной фазе после адронизации, или даже во всей динамике при низких энергиях столкновения без образования КГП, адроны движутся и взаимодействуют. Адронными степенями свободы в RHQMD являются барионный октет и декуплет,  $0^-$  и  $1^-$  мезонные нонеты и более высокие резонансы. Адронные взаимодействия включают упругие и неупругие столкновения между барионами, мезонами и резонансами, включая обратные реакции через детальный баланс, в соответствии с подходом HSD [38, 39]. Отметим, что в RHQMD, а также в PHSD, включены реакции слияния мульти-мезонов в барион-антибарионные пары, а также обратные реакции ( $n \text{ mesons} \leftrightarrow B + \bar{B}$ ) [75, 76]. RHQMD, как и PHSD, включает в себя также эффекты в среде (in-medium), то есть изменения адронных свойств в плотной и горячей среде, такие как столкновительное уширение спектральных функций векторных мезонов ( $\rho, \omega, \phi, a_1$ ) [84], странных мезонов  $K, \bar{K}$  [86] и странных векторных мезонов  $K^*, \bar{K}^*$  [87]. Движение мезонных состояний вне оболочки описывается также уравнениями движения Кассинга вне оболочки [51, 86]. В отличие от PHSD, распространение барионных состояний в RHQMD следует уравнениям QMD (см. главу I).

В подходе RHQMD полная эволюция релятивистского столкновения тяжелых ионов, начиная с начальных жестких NN столкновений вне равновесия, образование партонного состояния вплоть до адронизации, а также конечные взаимодействия образующихся адронных частиц описываются на тех же основаниях.

### 3.3 Инициализация ядра

Как уже упоминалось выше, в работе модели применяется метод параллельных ансамблей в режиме QMD, где параллельные ансамбли независимы, и в режиме среднего поля (MF), используемого в PHSD. В режиме MF (то есть PHSD) инициализация в координатном пространстве осуществляется точечными тестовыми частицами, случайным образом распределенными по распределению плотности Вуда-Саксона, а в импульсном пространстве – согласно локальной теории Томаса-Ферми в системе покоя ядра.

В модели QMD используется одночастичная плотность Вигнера нуклона  $i$ ,

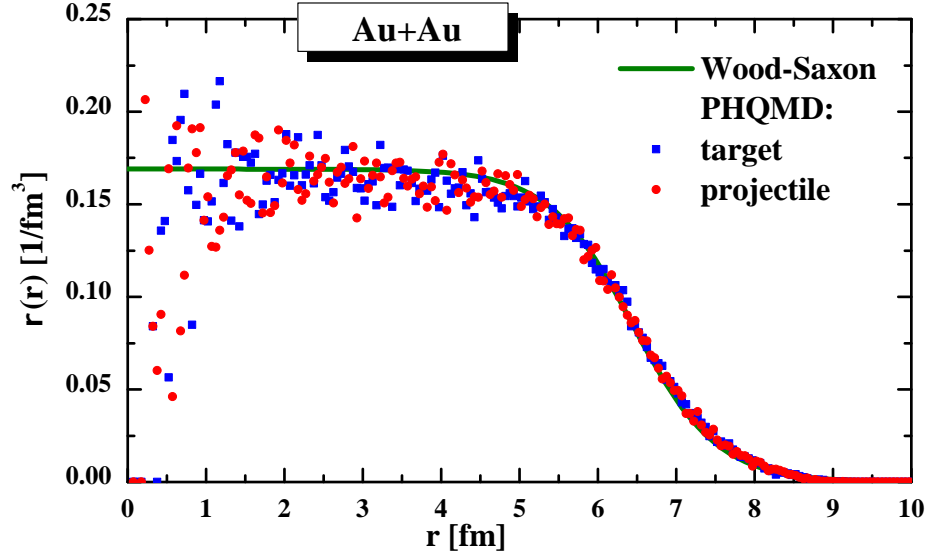


Рис. 4: Усредненное (более 250 событий) распределение плотности нуклонов мишени (синий квадрат) и пучка (красные точки) в столкновениях Au+Au, полученное в результате инициализации QMD по сравнению с распределением Вуда-Саксона, ур. (7), (сплошная линия).

которая задается формулой

$$f(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i, \mathbf{r}_{i0}, \mathbf{p}_{i0}, t) = \frac{1}{\pi^3 \hbar^3} e^{-\frac{2}{L}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i0}(t))^2} e^{-\frac{L}{2\hbar^2}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i0}(t))^2}, \quad (5)$$

где Гауссова ширина  $L$  принимается как  $L = 2,16 \text{ fm}^2$ . Здесь и далее используется  $\hbar = c = 1$ . Соответствующая плотность одиночных частиц получается интегрированием одночастичной плотности Вигнера по импульсу нуклона  $i$ :

$$\begin{aligned} \rho_{sp}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{i0}, t) &= \int d\mathbf{p}_i f(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i, \mathbf{r}_{i0}, \mathbf{p}_{i0}, t) \\ &= \left(\frac{2}{\pi L}\right)^{3/2} e^{-\frac{2}{L}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i0}(t))^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Общая одночастичная плотность Вигнера равна сумме плотностей Вигнера всех нуклонов. Для инициализации ядер случайным образом выбирается положение нуклонов  $\mathbf{r}_{i0}(t=0)$  в соответствии с распределением плотности Вуда-Саксона. Мы заботимся о том, чтобы распределение было гладким, требуя минимального расстояния фазового пространства между нуклонами. На Рис. 4 показано распределение плотности нуклонов (усредненное по 250 событиям QMD) нуклонов мишени и пучка при столкновениях Au+Au в сравнении с распределением Вуда-Саксона.

$$\rho^{WS}(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{-\frac{r-R_A}{a}}}, \quad (7)$$

где  $R_A = r_0 A^{1/3}$  - радиус ядер с массовым числом  $A$ ,  $r_0 = 1.125$  fm,  $\rho_0 = 0.1695$  fm<sup>-2</sup>,  $a = 0.535$  fm.

Для инициализации ядер в импульсном пространстве мы произвольно выбираем импульсы нуклонов  $\mathbf{p}_{i0}(t=0)$  согласно распределению Томаса-Ферми с дополнительным требованием, чтобы нуклоны были связаны

$$0 \leq \sqrt{m^2 + \mathbf{p}_{i0}^2(t=0)} - m \leq - \langle V(\mathbf{r}_{i0}) \rangle, \quad (8)$$

где  $m$  - масса нуклона.

Здесь математическое ожидание потенциальной энергии  $\langle V(\mathbf{r}_{i0}) \rangle$  (который мы обсудим в следующем подразделе) является отрицательным. Эта процедура дает меньший импульс тем нуклонам, которые расположены близко к поверхности, потому что там плотность ниже. Наконец мы требуем, чтобы  $\sum_i \mathbf{p}_{i0}(t=0) = 0$ , добавляя общий импульс всем нуклонам.

При таких определенных импульсах и координатах мы вычисляем среднюю энергию связи нуклонов и сравниваем полученный результат с формулой массы Бете-Вейцеккера. Оказалось, что мы несколько недооцениваем среднюю энергию связи, не зависящую от размера ядра.

Чтобы получить правильную энергию связи, мы умножаем все импульсы на одинаковый для всех нуклонов коэффициент (близкий к единице). Он зависит от величины  $L$ . Перед столкновением, нуклоны из мишени и пучка переводятся в систему центра масс пары нуклонов с помощью преобразований Лоренца.

### 3.4 Квантовая Молекулярная Динамика

Распространение плотности Вигнера определяется вариационным принципом [64], который был разработан для зависящего от времени подхода Хартри-Фока,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} dt \langle \psi(t) | i \frac{d}{dt} - H | \psi(t) \rangle = 0. \quad (9)$$

В нашем подходе мы предполагаем, что многочастичная плотность Вигнера является прямым произведением плотностей Вигнера отдельных частиц. Существуют также версии QMD, которые используют детерминант Слейтера: FMD [64] и AMD [97], но из-за сложности формулировки терминов столкновения эти подходы были применены только к низкоэнергетическим столкновениям тяжелых ионов. Предполагая, что волновые функции имеют форму распределения Гаусса и что ширина волновой функции не зависит от времени, получаем для временной эволюции центроидов гауссовых одночастичных волновых функций два уравнения, которые напоминают уравнение движения классической частицы с координатами фазового

пространства  $\mathbf{r}_{i0}, \mathbf{p}_{i0}$  [28]. Разница в том, что здесь используется математическое ожидание квантового гамильтониана, а не классического гамильтониана:

$$\dot{r}_{i0} = \frac{\partial \langle H \rangle}{\partial p_{i0}} \quad \dot{p}_{i0} = -\frac{\partial \langle H \rangle}{\partial r_{i0}}. \quad (10)$$

Эти уравнения эволюции времени характерны для гауссовых волновых функций. Для других вариантов волновых функций уравнения эволюции времени были бы другими. Гамильтониан ядра - это сумма гамильтонианов нуклонов, состоящая из кинетической и потенциальной энергии двух тел.

$$H = \sum_i H_i = \sum_i (T_i + V_i) = \sum_i (T_i + \sum_{j \neq i} V_{i,j}). \quad (11)$$

Взаимодействие между нуклонами состоит из двух частей: локального взаимодействия типа Скимра и кулоновского взаимодействия

$$\begin{aligned} V_{i,j} &= V(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}_{i0}, \mathbf{r}_{j0}, t) = V_{\text{Skymr}} + V_{\text{Coul}} \\ &= \frac{1}{2} t_1 \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) + \frac{1}{\gamma + 1} t_2 \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \rho^{\gamma-1}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}_{i0}, \mathbf{r}_{j0}, t) \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{Z_i Z_j e^2}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}, \end{aligned} \quad (12)$$

с плотностью  $\rho(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}_{i0}, \mathbf{r}_{j0}, t)$  определяемой как

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}_{i0}, \mathbf{r}_{j0}, t) &= \\ &= C \frac{1}{2} \left[ \sum_{j, i \neq j} \left( \frac{1}{\pi L} \right)^{3/2} e^{-\frac{1}{L}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{i0}(t) + \mathbf{r}_{j0}(t))^2} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i, i \neq j} \left( \frac{1}{\pi L} \right)^{3/2} e^{-\frac{1}{L}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{i0}(t) + \mathbf{r}_{j0}(t))^2} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

где  $C$  - поправочный коэффициент, объясненный ниже.

Определим плотность "взаимодействия"  $\rho_{int}(\mathbf{r}_{i0}, t)$ , которая для нерелятивистского случая может быть записана в виде

$$\rho_{int}(\mathbf{r}_{i0}, t) = C \sum_{j, j \neq i} \left( \frac{1}{\pi L} \right)^{3/2} e^{-\frac{1}{L}(\mathbf{r}_{i0}(t) - \mathbf{r}_{j0}(t))^2}. \quad (14)$$

Плотность взаимодействия имеет вдвое большую ширину плотности частиц, ур. (6), и получается путем вычисления математического ожидания локального потенциала Скимра, который равен  $\propto \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ . Поправочный коэффициент  $C$  в уравнении (13) зависит от  $L$ . Он вводится потому, что ядерные плотности вычисляются по-разному в подходе среднего поля, для которого была разработана

параметризация Скирма, и в подходе QMD. При транспорте среднего поля или гидродинамическом приближении получается плотность, которая входит в плотностно-зависимое взаимодействие двух тел путем суммирования по всем частицам в системе  $\rho_{int}^{MF}(\mathbf{r}_{i0}, t) = \sum_j \dots$ . В QMD подходе мы должны исключить само-взаимодействия и, следовательно, плотностью, которая входит в зависящее от плотности взаимодействие, является сумма по всем нуклонам за исключением того нуклона, на который этот зависящий от плотности потенциал действует  $\rho_{int}(\mathbf{r}_{i0}, t) = \sum_{j \neq i} \dots$

Оба отличаются на  $(\frac{1}{\pi L})^{3/2}$ . Для компенсации более низкой плотности в подходах типа QMD по сравнению с подходами среднего поля введем поправочный коэффициент  $C$ , который корректируется численно для достижения равенства обеих плотностей. С помощью этого поправочного коэффициента мы можем также использовать для подхода QMD потенциалы Скирма.

Математическое ожидание потенциальной энергии  $V_i$ ,  $\langle V_i \rangle = \langle V(\mathbf{r}_{i0}, t) \rangle$  нуклона  $i$  задаётся как

$$\begin{aligned} \langle V(\mathbf{r}_{i0}, t) \rangle &= \sum_{j, j \neq i} \int d^3 r_i d^3 r_j d^3 p_i d^3 p_j V(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}_{i0}, \mathbf{r}_{j0}) \\ &\times f(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i, \mathbf{r}_{i0}, \mathbf{p}_{i0}, t) f(\mathbf{r}_j, \mathbf{p}_j, \mathbf{r}_{j0}, \mathbf{p}_{j0}, t). \end{aligned} \quad (15)$$

Численные тесты показали, что временная эволюция системы не изменяется, если мы заменим  $1/2(\rho_{int}(\mathbf{r}_{i0}, t) + \rho_{int}(\mathbf{r}_{j0}, t))$  на  $\rho_{int}(\mathbf{r}_{i0}, t)$  or by  $\rho_{int}(\mathbf{r}_{j0}, t)$ . Поэтому для потенциала Скирма мы можем использовать аналитическую форму

$$\langle V_{Skyrme}(\mathbf{r}_{i0}, t) \rangle = \alpha \left( \frac{\rho_{int}(\mathbf{r}_{i0}, t)}{\rho_0} \right) + \beta \left( \frac{\rho_{int}(\mathbf{r}_{i0}, t)}{\rho_0} \right)^\gamma. \quad (16)$$

Математическое ожидание кулоновского взаимодействия также может быть вычислено аналитически.

Математическое ожидание гамильтониана, которое входит в уравнение (10) задается

$$\begin{aligned} \langle H \rangle &= \langle T \rangle + \langle V \rangle \\ &= \sum_i (\sqrt{p_{i0}^2 + m^2} - m) + \sum_i \langle V_{Skyrme}(\mathbf{r}_{i0}, t) \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

Ядерное уравнение состояния описывает изменение энергии  $E(T=0, \rho/\rho_0)$  при изменении плотности ядра в бесконечной материи на значения, отличные от плотности насыщения  $\rho_0$  при нулевой температуре. В бесконечной материи плотность не зависит от положения, и мы можем использовать уравнение (16) для связи нашего Гамильтониана со свойствами ядерной материи, потому что для заданного значения  $\gamma$  параметры  $t_1, t_2$  в уравнении (12) однозначно связаны с коэффициентами  $\alpha, \beta$  уравнения состояния ядерной материи. Значения этих параметров для различных вариантов модели можно найти в Таблице 1.

	$\alpha$ (MeV)	$\beta$ (MeV)	$\gamma$	$K$ [MeV]
S	-390	320	1.14	200
H	-130	59	2.09	380

Таблица 1: Наборы параметров для ядерного уравнения состояния, используемого в модели RHQMD.

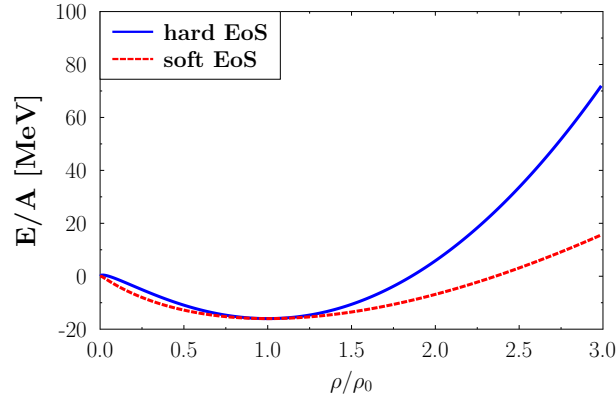


Рис. 5: Энергия на нуклон для двух уравнений состояния: жёсткого (сплошная синяя линия) и мягкого (пунктирная красная линия).

Два из 3 параметров потенциала Скимра могут быть зафиксированы условием, что энергия на нуклон имеет минимум  $\frac{E}{A}(\rho_0) = -16$  МэВ при  $\rho_0$ .

Третье уравнение исторически обеспечивается фиксацией модуля сжатия  $K$  ядерного вещества, обратного сжимаемости  $\chi = \frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$ , что соответствует кривизне энергии Скимра при  $\rho = \rho_0$  (для  $T = 0$ ).

$$K = -V \frac{dP}{dV} = 9\rho^2 \frac{\partial^2 (E/A(\rho))}{(\partial \rho)^2} \Big|_{\rho=\rho_0}. \quad (18)$$

Здесь  $P$  - давление в системе объема  $V$ . Уравнение состояния с довольно низким значением модуля сжатия  $K$  дает слабое отталкивание при сжатии ядерной материи и, таким образом, описывает “мягкую” материю (обозначаемую буквой “S”). Высокое значение  $K$  вызывает сильное отталкивание ядерного вещества при сжатии (называемое жёстким уравнением состояния, “H”). Жесткие и мягкие уравнения состояния, используемые в этом исследовании, проиллюстрированы на рис. 5.

Следует ещё раз подчеркнуть, что для в данном исследовании используется “статическая” форма потенциала Скимра, которая зависит только от локальной плотности в соответствии с уравнением (15). Более реалистично взаимодействие



Скирма, зависящее от импульса, однако это будет предметом последующих исследований. Многие спектры показывают для мягкого импульсно-зависимого взаимодействия и статического жесткого взаимодействия довольно схожие результаты [29]. Следует также отметить, что в RHQMD мы распространяем не-странные барионные резонансы (такие как  $\Delta$ 's) точно так же, как и нуклоны, предполагая такое же нуклон-нуклон потенциальное взаимодействие, в то время как для странных барионных резонансов, например,  $\Lambda$  или  $\Sigma$ ', мы предполагаем  $2/3$  нуклон-нуклонного потенциала.

Влияние потенциала нуклонов и, следовательно, уравнения состояния на адронные спектры, а также на образование ядер и гиперядер при столкновениях тяжелых ионов, хорошо установлено при низких энергиях (см., например, [47]), где применима нерелятивистская Гамильтонова формулировка QMD. С увеличением энергий пучка релятивистская динамика становится всё более важной. Релятивистская формулировка молекулярной динамики была разработана в [49], однако численная реализация этого метода для реалистичных расчетов тяжелых ионов все еще недостижима при нынешних компьютерных мощностях, поскольку для моделирования реакции требуется примерно на два порядка больше времени из-за инверсии матриц высокой размерности. Поэтому мы сталкиваемся с задачей расширения нерелятивистского QMD-подхода к высокоэнергетическим столкновениям, рассмотренным в данном исследовании, в рамках которого может быть численно реализован.

Чтобы расширить наш подход для релятивистских энергий, мы вводим модифицированную одночастичную плотность Вигнера  $\tilde{f}$  нуклона  $i$

$$\begin{aligned} \tilde{f}(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i, \mathbf{r}_{i0}, \mathbf{p}_{i0}, t) &= \\ &= \frac{1}{\pi^3} e^{-\frac{2}{L}(\mathbf{r}_i^T(t) - \mathbf{r}_{i0}^T(t))^2} e^{-\frac{2\gamma_{cm}^2}{L}(\mathbf{r}_i^L(t) - \mathbf{r}_{i0}^L(t))^2} \\ &\times e^{-\frac{L}{2}(\mathbf{p}_i^T(t) - \mathbf{p}_{i0}^T(t))^2} e^{-\frac{L}{2\gamma_{cm}^2}(\mathbf{p}_i^L(t) - \mathbf{p}_{i0}^L(t))^2}, \end{aligned} \quad (19)$$

на долю которого приходится лоренцевское сжатие ядра в  $z$ -направлении пучка, в координатном и импульсном пространстве путем включения  $\gamma_{cm} = 1/\sqrt{1 - v_{cm}^2}$  – скорости налетающих нуклонов в начальной  $NN$  системе центра масс. Соответственно, плотность взаимодействия (14) изменяется следующим образом

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{int}(\mathbf{r}_{i0}, t) &\rightarrow C \sum_j \left( \frac{1}{\pi L} \right)^{3/2} \gamma_{cm} e^{-\frac{1}{L}(\mathbf{r}_{i0}^T(t) - \mathbf{r}_{j0}^T(t))^2} \\ &\times e^{-\frac{\gamma_{cm}^2}{L}(\mathbf{r}_{i0}^L(t) - \mathbf{r}_{j0}^L(t))^2}. \end{aligned} \quad (20)$$

С этими модификациями получаем:

$$\langle \tilde{H} \rangle = \sum_i (\sqrt{p_{i0}^2 + m^2} - m) + \sum_i \langle \tilde{V}_{Skyrme}(\mathbf{r}_{i0}, t) \rangle. \quad (21)$$

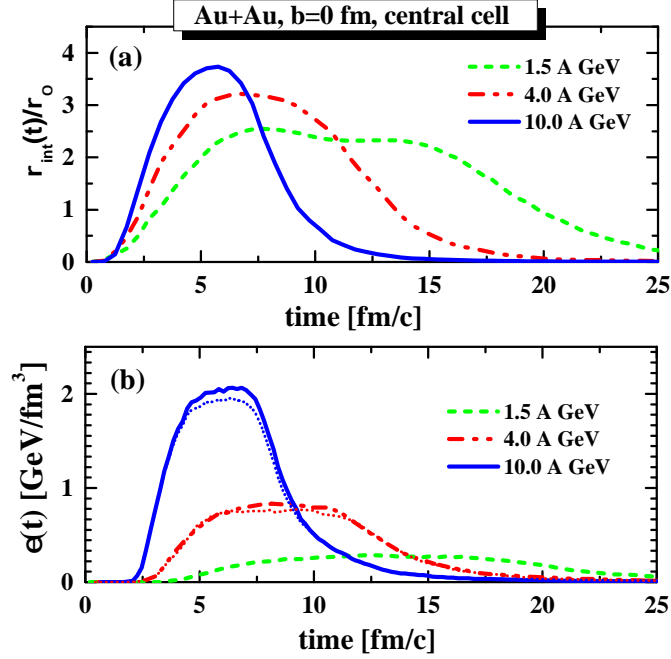


Рис. 6: Эволюция плотности взаимодействия, масштабируемая до нормальной ядерной плотности  $\rho_0 = 0.168 \text{ fm}^{-3}$ , (сверху) и плотности энергии (снизу) в центральной ячейке объема  $(27/\gamma_{cm}) \text{ fm}^3$  в Au+Au столкновениях при  $E_{beam} = 1.5$  АГэВ (штриховая зеленая линия), 4.0 АГэВ (штрих-пунктирные красные линии) и 10.0 АГэВ (сплошные синие линии), в усреднённая по 200-м событиям. Пунктирные красные и синие линии на нижнем графике показывают адронный вклад в плотность энергии для соответствующих энергий пучка 4.0 и 10.0 АГэВ.

с

$$\langle \tilde{V}_{Skyrme}(\mathbf{r}_{i0}, t) \rangle = \alpha \left( \frac{\tilde{\rho}_{int}(\mathbf{r}_{i0}, t)}{\rho_0} \right) + \beta \left( \frac{\tilde{\rho}_{int}(\mathbf{r}_{i0}, t)}{\rho_0} \right)^\gamma. \quad (22)$$

с уравнениями эволюции (10).

Чтобы проверить применимость нашего анзаца для релятивистского расширения плотности взаимодействия - ур. (19) мы проанализировали эволюцию плотности взаимодействия, нормированной до нормальной ядерной плотности  $\rho_0 = 0.168 \text{ fm}^{-3}$ , всех барионов в центральной ячейке объёма  $(27/\gamma_{cm}) \text{ fm}^3$  в AuAu столкновениях при  $E_{beam} = 1.5$  АГэВ (штриховая зеленая линия), 4.0 АГэВ (штрих-пунктирные красные линии) и 10.0 АГэВ (сплошные синие линии), усреднённые по 200 событиям.

Можно видеть, что при 4 и 10 АГэВ в центральной ячейке максимальная плотность  $\rho_{int}$  равная  $3-3.5\rho_0$  может быть достигнута при перекрытии ядер. Нижняя

часть рис 6 показывает эволюцию локальной плотности энергии  $\epsilon$  всех взаимодействующих частиц (адронов и партонов) в центральной ячейке (цветовая схема такая же, как и для верхнего графика). Пунктирные красные и синие линии на нижнем графике показывают адронный вклад в плотность энергии для соответствующих энергий пучка 4.0 и 10.0 АГэВ. Видно, что при низкой энергии пучка 1.5 АГэВ плотность энергии в центре фаербола довольно мала и всегда ниже критической. Несмотря на то, что плотность энергии увеличивается с ростом энергии пучка, адронная материя доминирует при 4 и 10 АГэВ, QGP формируется только в виде маленьких капелек, т.е. доля QGP в общем энергетическом балансе системы всё ещё очень мала и медленно увеличивается с ростом энергии налетающих частиц (см. Рис. 4 в [98]). Это связано с тем, что в RHQMD, как и в PHSD, ведущие адроны – самые быстрые концы распадающихся струн, которые довольно коротки (то есть имеют мало энергии) при низких энергиях не растворяются на партоны и сохраняют свою адронную идентичность. Однако с увеличением энергии столкновения доля партонных степеней свободы растёт, и при критических энергиях она доминирует над адронной в центральных ячейках. Вскоре после адронизации адронные столкновения все еще часты, и передача импульса из-за столкновений велика по сравнению с передачей импульса потенциальных взаимодействий между адронами. Только позже, во время фазы расширения, когда свободный пробег частиц становится большим, изменение импульса из-за потенциального взаимодействия снова доминирует. Однако потенциальное взаимодействие в движении QMD актуально для нуклонов-наблюдателей и барионов в относительно холодной “короне“ на протяжении всей временной эволюции системы.

Подводя итог, можно сказать, что при более высоких энергиях пучка потенциальные взаимодействия важны в следующих случаях:

- Для барионов в центральной области во время заключительной адронной фазы расширения системы, когда средний пробег адронов длинный, что может привести к образованию легких ядер. В этой расширяющейся области параметры обратного наклона поперечных энергетических спектров барионов имеют порядок 100 МэВ, и поэтому для всех барионов мы находимся в приближенно нерелятивистском режиме.
- Для барионов (нуклонов) области нуклонов-наблюдателей при всех энергиях и в течение всего времени эволюции. Там принцип Паули не допускает столкновений нуклонов, поскольку фазовое пространство исходящего канала уже занято другими нуклонами. Таким образом, распределение быстрот нуклонов-наблюдателей изменяется лишь незначительно во время реакции, и они, в конечном счете, являются источником тяжелых ядер. Здесь относительный импульс между двумя нуклонами имеет порядок Ферми-импульса, и поэтому мы можем также применить нерелятивистскую кинематику.

### 3.5 Блокировка Паули

Столкновения в зоне перекрытия пучка и мишени достаточно энергитичны, и поэтому фазовое пространство их конечного состояния пусто. Это не относится к столкновениям в веществе нуклонов-наблюдателей или к нуклонам-участникам, которые входят в материю нуклонов-наблюдателей. Там конечное фазовое пространство во многих случаях занято, поэтому столкновение блокируется принципами Паули. Оценка блокировки Паули является нетривиальной задачей в расчетах QMD из-за задачи определения поверхности ядра. Для нуклонов в центре зоны взаимодействия, где заполнение фазового пространства близко к единице, можно вычислить заполнение фазового пространства и применить подход Монте-Карло, чтобы определить, разрешено ли столкновение или нет. На поверхности это сложнее, потому что начальное ядро имеет там низкую плотность фазового пространства. Для этого случая был разработан специальный алгоритм, который эффективно блокирует столкновения вблизи поверхности. Для одного ядра Au, инициализированного с помощью нашей процедуры инициализации, где все столкновения должны быть заблокированы, мы получаем частоту блокировки 96%. Более подробную информацию о подходе квантовой молекулярной динамики (QMD) можно найти в [28, 31, 47].

### 3.6 Алгоритмы поиска ядер и гиперядер

В нашем подходе RHQMD связанные барионные состояния – кластеры (ядра и гиперядра), формируются теми же нуклон-нуклонными взаимодействиями, которые управляют эволюцией системы в процессе столкновения тяжелых ионов. Это является *динамическим* образованием ядер – в отличие от моделей, где фрагменты создаются мгновенно в некоторый выбранный момент времени, как, например, в моделях коалесценции. Как уже обсуждалось во введении, мы используем следующие два алгоритма для динамической идентификации кластеров:

- Minimum spanning tree (MST) [28]. В этом подходе для поиска кластеров, т.е. ядер и гиперядер, используется только информация о координатном пространстве, поэтому этот метод может идентифицировать ядра только тогда, когда свободные нуклоны и группы нуклонов хорошо разделены в координатном пространстве, например, в конце реакции. Два нуклона считаются частью (гипер)ядра, если расстояние между ними меньше радиуса кластеризации  $r_0 = 4.0$  фм. Нуклоны, связанные этим условием, образуют кластер: ядро или гиперядро. Нуклоны с большим относительным импульсом не находятся

близко друг к другу в конце эволюции реакции, поэтому, дополнительные условия в импульсном пространстве слабо меняют распределение ядер.

- Simulated Annealing Clusterization Algorithm (SACA) [55, 56]. Этот алгоритм был разработан для преодоления того ограничения, что ядра и гиперядра могут быть идентифицированы только в конце реакции. Он основан на идее Дорсо и Рандрупа [57] о том, что наиболее связанная конфигурация нуклонов и ядер, выявленная в ходе реакции, имеет большое перекрытие с конечным распределением ядер и свободных нуклонов. Это позволяет изучить шаблон кластеризации на ранней стадии, вскоре после того времени, за которое два иона проходят друг друга, когда различные конечные ядра все еще перекрываются в координатном пространстве. Дорсо и Рандруп продемонстрировали это для небольших систем, а Пури и др. [55, 56] выяснили, что это также верно для крупных систем. Для получения наиболее связанного состояния системы, для каждой возможной конфигурации ядер и свободных нуклонов вычисляется полная энергия связи – сумма энергий связи всех ядер. Потенциальным взаимодействием между ядрами пренебрегают так же, как и взаимодействием между свободными нуклонами и ядрами. Энергия связи вычисляется с использованием взаимодействия Скирма, ур. (22). Эта процедура позволяет идентифицировать ядра уже на ранних стадиях реакции и, следовательно, позволяет исследовать происхождение физических процессов, в которых участвуют ядра. Для определения наиболее связанной конфигурации с помощью SACA используется вероятностный численный метод, реализованный с помощью алгоритма “Метрополиса“, для нахождения глобального минимума данной функции при заданных условиях.

В очень поздние времена различия между полностью квантовым и нашим квазиклассическим подходом могут влиять на распределение ядер потому что основное состояние ядра как квантовой системы фермионов должно учитывать минимальную среднюю кинетическую энергию нуклонов (энергию Ферми, если нуклоны заключены в сферу), тогда как наше полуклассическое состояние не должно подчиняться этому условию. Следовательно, нуклоны все еще могут испускаться, даже если в соответствующей квантовой системе это уже невозможно. Однако требуется довольно много времени, значительно больше 100 фм/с, пока один из нуклонов ядра не наберет столько кинетической энергии, что сможет преодолеть потенциальный барьер.

Ни один из этих подходов для поиска ядер не влияет на эволюцию реакции тяжелых ионов. В подходе RHQMD в режиме QMD движутся только барионы, но не (гипер)ядра. Применённый в разное время в ходе реакции тяжелых ионов подход SACA позволяет исследовать эволюцию образования ядер и гиперядер. Было показано, что для больших времен SACA и MST дают очень сходные результаты

[55, 56] и что результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными для ядер с  $Z \geq 3$  [99].

Отметим, что алгоритмы поиска (гипер)ядер SACA и MST ищут ядра в системе отсчета ядер, тогда как динамика тяжелых ионов реализуется в начальной системе центра масс  $NN$ , в которой нуклоны-наблюдатели при релятивистских энергиях испытывают Лоренц-сжатие – ур. (20).

Чтобы получить правильный кинематический “вход“ для нахождения ядра в областях нуклонов-наблюдателей, мы применяем обратное преобразование Лоренца с  $\gamma_{cm}$ , содержащее скорость соответствующей системы покоя области мишени/пучка относительно центра масс столкновения  $NN$ . Это приближение оправдано даже при высоких энергиях пучка, так как с увеличением  $\gamma_{cm}$  время прохождения тяжелых ядер уменьшается по сравнению с  $R/v_{Fermi}$  (где  $R$  - радиус ядра, а  $v_{Fermi}$  - скорость Ферми). Таким образом, нуклоны-наблюдатели практически застывают до конца основной части реакции. Более того, это приближение применяется только для процедур кластеризации и, таким образом, не влияет на общую динамику нуклонов в RHQMD.

Для лучшего количественного описания выходов более легких ядер необходимы дополнительные усилия. Энергия связи этих ядер не может быть описана с помощью формулы масс Вейцаккера, которая хорошо соответствует энергиям связи ядер, вычисленным взаимодействиями типа Скирма [28] - как будет обсуждаться позже, но покажет поверхностные эффекты и другие квантовые особенности. Алгоритм SACA в настоящее время совершенствуется чтобы включить поверхностные эффекты, энергию симметрии и энергию образования пар, а также взаимодействия между гиперонами и нуклонами [61]. Поскольку движение нуклонов в RHQMD в настоящее время не содержит энергий симметрии или энергии образования пар, мы не включаем эти новые особенности в эту статью, за исключением гиперон-нуклонного взаимодействия, которое принимается за  $2/3$  нуклон-нуклонного взаимодействия, предполагая в этом первом исследовании, что странный кварк инертен. Для идентификации легких ядер  $Z \leq 2$  мы используем MST.

Отметим, что непротиворечивое описание образования ядер и гиперядер, при высоких энергиях, где возбуждается много резонансов, является открытым вопросом. В связи с этим мы избегаем в данном исследовании применять SACA/MST в очень ранние времена, когда в материи доминируют резонансы, тем не менее даже во время более позднего расширения присутствие резонансов должно быть учтено. Для проверки их влияния на множественность ядер в настоящих расчетах мы используем следующую процедуру:

- В выбранное время, перед вызовом SACA/MST, мы позволяем барионным резонансам “виртуально“ распасться на нуклоны и мезоны. Эти нуклоны распада затем учитываются для формирования ядер и гиперядер в алгоритме SACA/MST (при движении барионных резонансов далее в коде RHQMD до их естественного

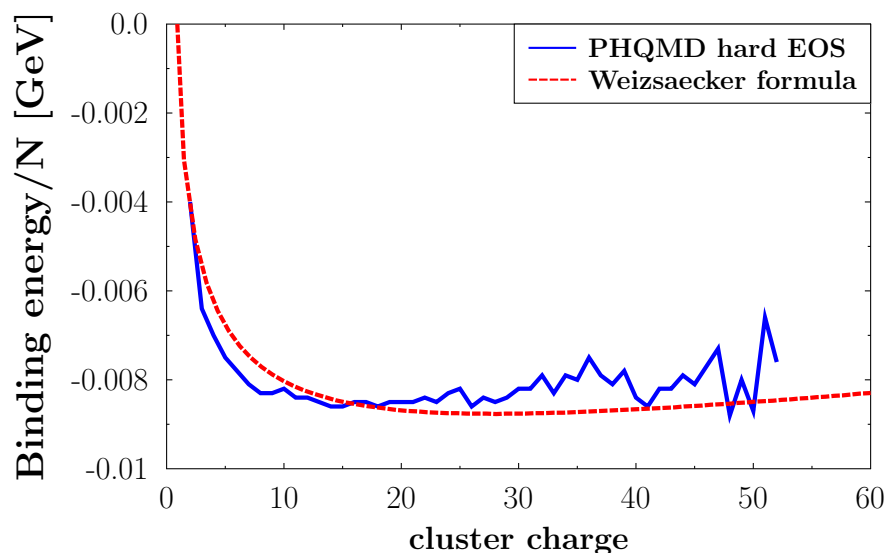


Рис. 7: Средняя энергия связи ядер, идентифицированных алгоритмом SACA из столкновений  $Au + Au$  при 600 АГэВ, рассчитанная в PHQMD с жестким уравнением состояния в зависимости от заряда ядра при 150 fm/c.

распада). При таком предположении мы получаем довольно устойчивую картину ядер и гиперядер во времени с помощью алгоритма SACA/MST.

- Мы сравниваем это с множественностями (гипер)ядер, полученными без включения нуклонов из резонансных “виртуальных” распадов в SACA/MST: мы находим на 5-10% меньше ядер на ранних этапах реакции, так как меньше нуклонов доступно для кластеризации. В более позднее время результаты аналогичны в обоих сценариях.

В дальнейшем можно изучать образование ядер и гиперядер и роль резонансов используя постоянный коэффициент, который показывает в какой степени (гипер)ядра, найденные в разное время, содержат одни и те же нуклоны. Это будет предметом предстоящего исследования.

### 3.7 Динамика QMD и образование ядер

Одним из условий любого разумного подхода к формированию ядер и гиперядер является требование воспроизведения энергии связи ядер. Слишком малая энергия связи означает, что ядра возбуждаются и испускают дополнительные нук-

лоны или  $\alpha$ . Рис. 7 показывает среднюю энергию связи ядер в конце реакции тяжелых ионов  $Au + Au$  при 600 АГэВ по сравнению с формулой массы Вейцаккера. Ядра были найдены с помощью алгоритма SACA. Энергии связи не изменяются для различных энергий пучка и стабильны от 75 фм/с и выше. Мы видим, что для ядер с  $Z \geq 5$  энергия связи близка к ожидаемой из формулы массы Вейцаккера. В RHQMD плотность внутри ядер задается суперпозицией гауссов, и нет четко определенной поверхности. Энергия связи задается математическим ожиданием взаимодействия Сфирма и Кулона для пространственной конфигурации, дополненной полной кинетической энергией в системе покоя ядра.

Быстротные распределения нуклонов и ядер являются ещё одной наблюдаемой, характеризующей столкновение тяжелых ионов. На рисунке 8 мы показываем нормированное быстротное распределение  $y_0 = y/y_{proj}$  (где  $y_{proj}$  - это быстрота пучка в системе центра масс) лёгких ядер масс  $A = 2, 3, 4$  в центральных столкновениях ядер золота при  $E_{beam} = 1.5$  АГэВ.

Ядра идентифицируются алгоритмом MST при временах  $T = 50$  фм/с,  $T = 100$  фм/с и  $T = 150$  фм/с. Видно, что выходы ядер довольно стабильны во времени. Следует отметить, что мы находим  $\sim 10\%$  меньше ядер при 50 фм/с без учета нуклонов от “виртуального” распада резонансов для образования ядра – как обсуждалось в предыдущем разделе.

На рис. 9 представлено такое же нормированное быстротное распределение лёгких ядер, как и на рис. 8, но полученное в рамках динамики среднего поля PHSD. Можно заметить, что форма распределения ядер в динамике среднего поля довольно сильно отличается от формы распределения ядер QMD. Кроме того, выходы ядер среднего поля не стабильны во времени. Это иллюстрирует ограниченность применимости динамики среднего поля для идентификации ядер и гиперядер. Кроме того, мы наблюдаем, что при использовании подхода среднего поля ядра в области центральных быстрот исчезают раньше, тогда как ядра в области пучка и мишени присутствуют дольше. Это ожидаемо, потому что (гипер)ядра в области центральных быстрот образуются флуктуациями плотности, тогда как ядра и гиперядра в быстротах пучка/мишени состоят в основном из нуклонов наблюдателей, которые медленно распадаются в приближении среднего поля. Исчезновение фрагментов и, более того, различные времена исчезновения, ставят под сомнение применимость моделей коалесценции к расчетам среднего поля.

Рис. 10 показывает множественность ядер с  $Z = 2 - 10$  для столкновений  $Au + Au$  как функцию центральности, представленной прицельным параметром, для двух разных энергий  $E_{beam} = 600$  АМэВ (верхний график) и  $= 4$  АГэВ (нижний график). Однако при очень центральных столкновениях большинство нуклонов не связаны, даже если образуются лёгкие ядра, количество которых уменьшается с увеличением энергии пучка. Для больших прицельных параметров важны ядра средней массы, образующиеся в основном в области нуклонов-наблюдателей. Общая тен-



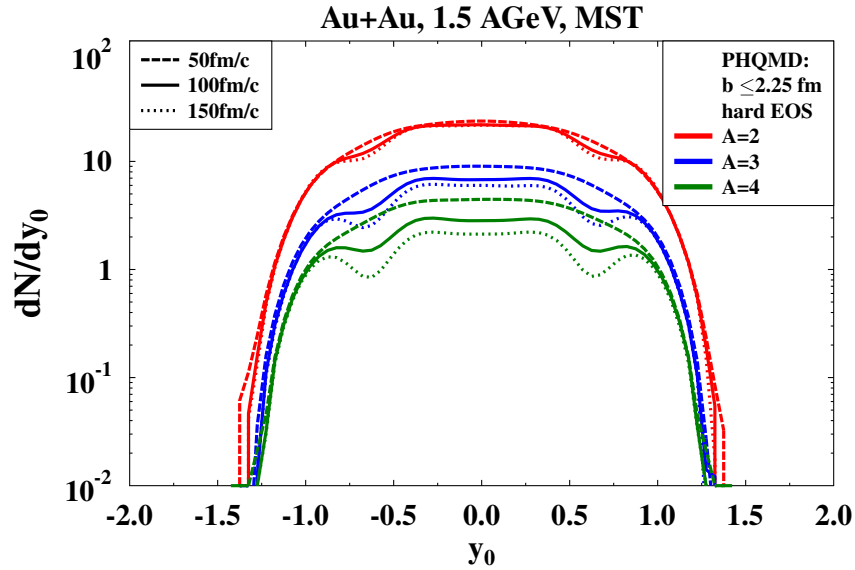


Рис. 8: Нормированное быстротное распределение  $y_0 = y/y_{proj}$  ядер масс  $A = 2, 3, 4$  в центральных столкновениях  $Au + Au$  при 1.5 АГэВ из PHQMD. Ядра определяются алгоритмом MST при  $t = 50$  фм/с,  $t = 100$  фм/с и  $t = 150$  фм/с.

денция одинакова для обеих энергий, но множественности отличаются. Причина этого различия заключается в том, что количество участвующих нуклонов, которые входят в материю нуклонов-наблюдателей и вызывают ее нестабильность, а также импульсы этих нуклонов зависят от энергии пучка.

Другая интересная наблюдаемая – это прямой поток  $v_1$ , описываемый первым коэффициентом разложения Фурье азимутального распределения нуклонов или (гипер)ядер.

$$\frac{dN}{d\phi} = N_0(1 + v_1 \cos \phi + 2v_2 \cos 2\phi \dots). \quad (23)$$

Прямой поток создается, с одной стороны, геометрией зоны реакции, которая позволяет адронам с направленным наружу импульсом выходить из зоны реакции (и поэтому даже в каскадных расчетах получается конечное значение  $v_1$ ), а с другой стороны поперечной силой  $F_T$ . Эта сила пропорциональна градиенту плотности в поперечном направлении и велика на границе раздела между зонами нуклонов-участников и нуклонов-наблюдателей. Относительная важность обоих источников  $v_1$  (геометрического и взаимодействия) зависит от размера ядра. Легкие ядра образуются в основном в переходной области между нуклонами-наблюдателями и нуклонами-участниками и показывают больший поток  $v_1$ , чем одиночные нуклоны, которые также исходят из области нуклонами-участников с высокой плотностью,

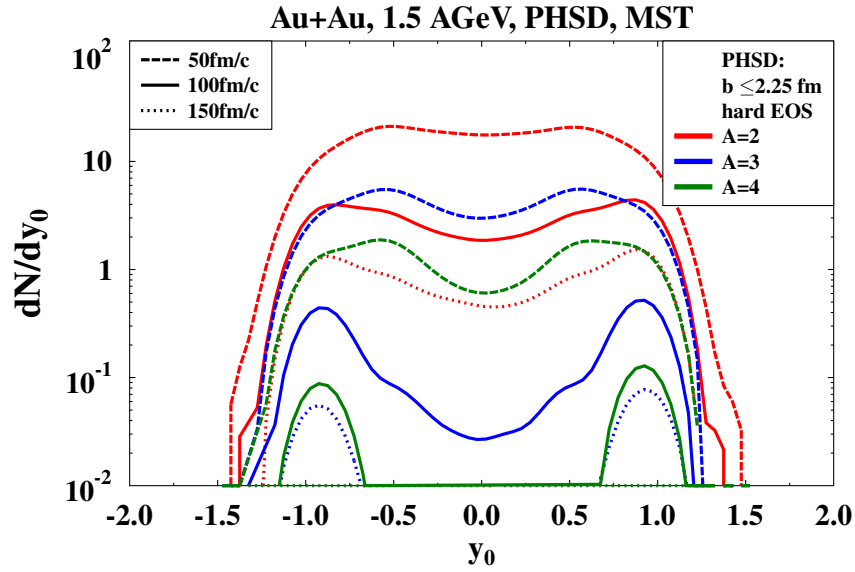


Рис. 9: Нормированное быстрое распределение  $y_0 = y/y_{proj}$  ядер масс  $A = 2, 3, 4$  в центральных столкновениях  $Au + Au$  при 1.5 АГэВ из PHSD. Ядра определяются алгоритмом MST при  $t = 50$  фм/с,  $t = 100$  фм/с и  $t = 150$  фм/с.

где градиент плотности и, следовательно,  $v_1$  меньше [9]. С увеличением энергии время прохождения  $t_{pass}$  уменьшается, но, с другой стороны градиент плотности, и, следовательно, сила  $F_T$  становится более крутой. Оба эффекта почти компенсируют друг друга, так что имеет место только небольшое увеличение  $\Delta p_T = F_T t_{pass}$ .

На рис. 11 показана зависимость  $v_1$  от быстроты  $y$  в системе центра масс для нуклонов ( $A = 1$ ) и ядер разных размеров ( $A = 2, 3, 4$ ), рождённых в столкновениях  $Au + Au$  при двух энергиях пучка,  $E_{beam} = 600$  АМэВ (верхний график) и 4 АГэВ (нижний график) для диапазона прицельных параметров  $4 \leq b \leq 6$  фм. Видно, что  $v_1$  увеличивается с массовым числом ядра. Даже для легких ядер  $v_1$  существенно отличается от такового для протонов и нейтронов ( $A = 1$ ), в частности, наклон при центральных быстротах, который часто используется для характеристики прямого потока для случаев, когда можно измерить только ограниченный интервал быстроты, существенно отличается для разных  $A$ . Тот факт, что тяжёлые ядра, с большей вероятностью из области нуклонов наблюдателей, показывают большой  $v_1$ , оказался одинаковым для обеих энергий, рассмотренных здесь. Эта массовая зависимость динамических переменных также была обнаружена экспериментально [100].

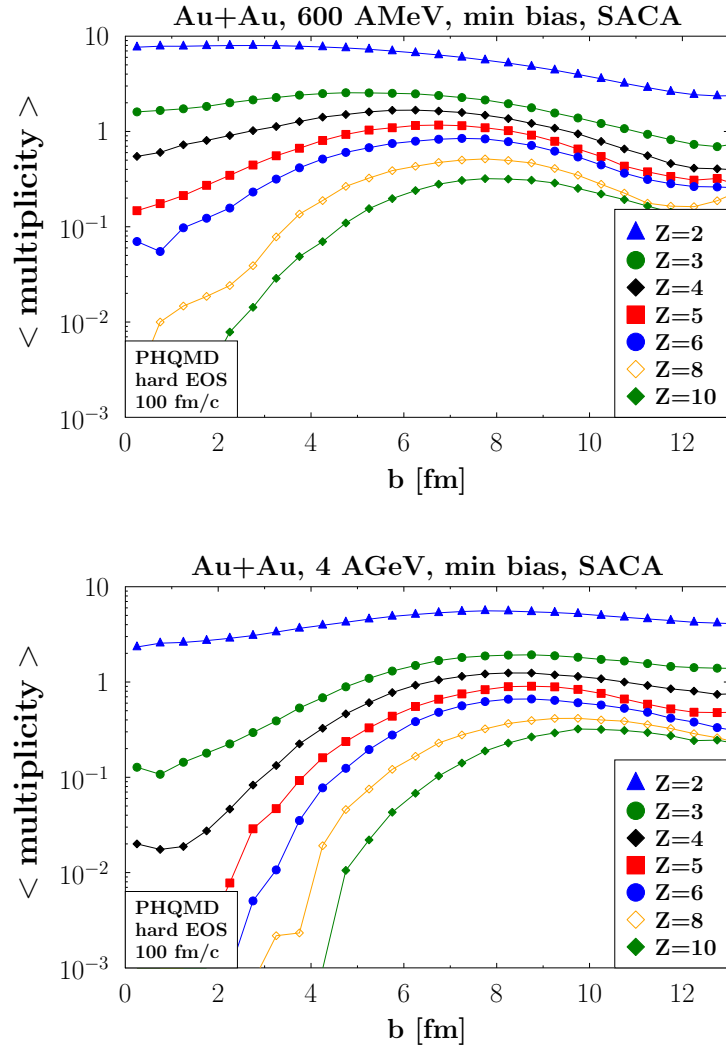


Рис. 10: Множественность ядер с  $Z = 2 - 10$  в столкновениях  $Au + Au$  как функция прицельного параметра для двух различных энергий пучка,  $E_{beam} = 600$  AMeV (верхний график) и 4 AGeV (нижний график), рассчитанная в PHQMD (жесткое уравнение состояния). Алгоритм SACA используется для идентификации ядер при времени 100 фм/с.

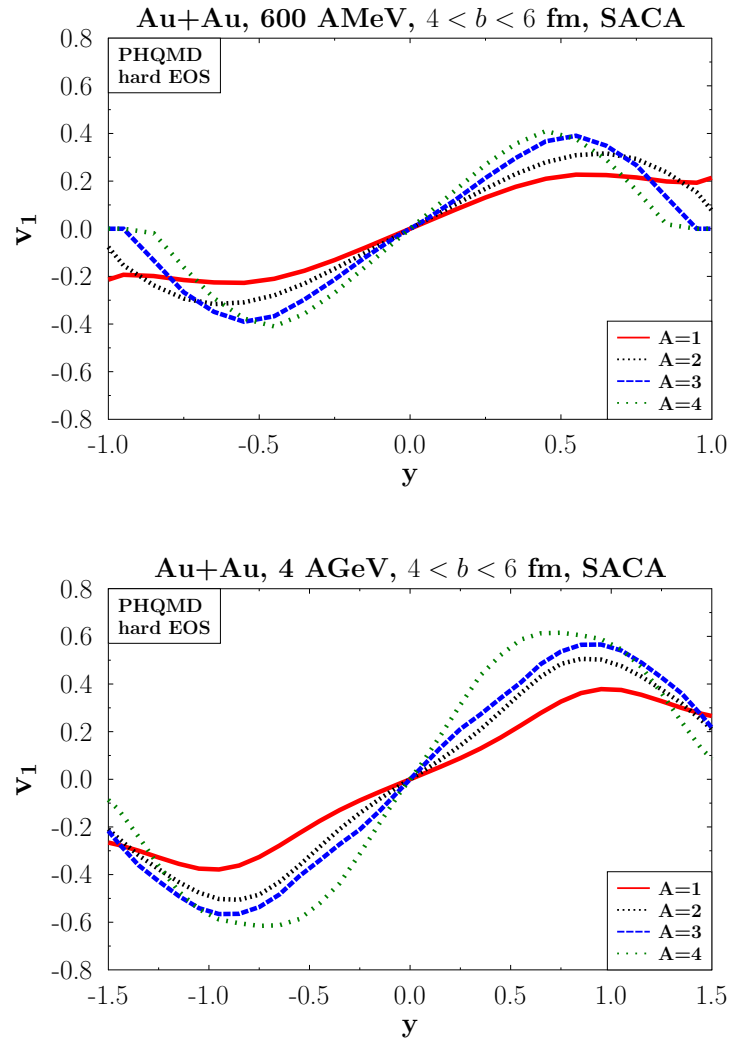


Рис. 11: Прямой поток  $v_1$  как функция быстроты  $y$  для нуклонов ( $A = 1$ ) и ядер с массами  $A = 2, 3, 4$  в столкновениях  $Au + Au$  при энергии пучка 600 АМэВ ( $y_{proj} = 0.539$ ) – верхний график и 4 АГэВ ( $y_{proj} = 1.17$ ) – нижний график, для диапазона прицельного параметра  $4 \leq b \leq 6$  fm, рассчитанный в PHQMD (жесткое уравнение состояния) с использованием алгоритма SACA для идентификации ядер.

## Результаты для адронов, ядер и гиперядер

\* \* \*

В этом разделе мы представляем результаты подхода RHQMD для общих наблюдаемых, таких как быстрое распределения и спектры поперечной массы адронов: протонов, антипротонов, пионов, (анти)каонов и (анти)лямбд при энергиях от SIS до максимальных энергий RHIC, и сравниваем предсказания модели с экспериментальными данными. Все быстроты измеряются в центре масс системы ядро-ядро. Напомним, что общие наблюдаемые широко исследовались во многих исследованиях RHSD, где было показано хорошее согласие для различных общих наблюдаемых, а также для коллективных потоков  $v_n$ , электромагнитных и наблюдаемых тяжёлых ароматов - [40, 51, 52, 53, 54].

Однако необходимо проверить общую динамику в рамках нового подхода RHQMD, потому что инициализация ядра, а также динамика нуклонов реализуются иначе. В этом отношении RHQMD предоставляет уникальную возможность изучить различия между средним полем и квантово-молекулярной динамикой, поскольку оба подхода реализуются в рамках одного и того же кода RHQMD. Это позволяет исследовать, как другая реализация потенциального взаимодействия, MF по сравнению с QMD, может изменить траектории отдельных нуклонов в фазовом пространстве. Кроме того, взаимодействующие гауссовы волновые функции с заданной шириной в QMD имеют отличную по сравнению с точечными нуклонами в среднем поле эволюцию. Также мы исследуем влияние уравнения состояния, жесткого и мягкого, реализованного с помощью зависящего от плотности статического потенциала в режиме QMD.

## 4.1 Результаты для адронов в элементарных реакциях

В этом разделе представлено сравнение результатов подхода PHSD с “настройками PHSD” для струн и РУТНІА 8.2 с настройками по умолчанию (в режиме ‘Soft QCD’) [101] в элементарных реакциях  $p+p$ ,  $p+n$  и  $n+n$ . Мы также сравниваем обе модели с экспериментальными данными, когда они доступны. Отметим, что несмотря на то, что большинство экспериментальных данных существует для  $p+p$  столкновений очень важно иметь надежные результаты и для других изоспиновых каналов, таких как  $p+n$  и  $n+n$ , поскольку такие реакции более часты в столкновениях тяжёлых ионов из-за большего количества нейтронов по сравнению с протонами в тяжелых ядрах. Отметим, что все показанные здесь результаты PHSD вычислены включая конечное адронное перерасеяние (FSI), за исключением случаев, которые будут специально отмечены.

Результаты данного раздела основаны на работе [102].

### 4.1.1 Множественность адронов как функция $\sqrt{s_{NN}}$

Начнем со сравнения энергетических зависимостей полных множественностей (т.е. “4 $\pi$ ” - без быструх ограничений и т. д.)  $\pi^\pm, K^\pm, p, \bar{p}, K_S^0, \Lambda + \Sigma^0$  в столкновениях  $p+p$ ,  $p+n$  и  $n+n$ , как показано на рис. 12. Расчеты PHSD охватывают диапазон энергий  $\sqrt{s_{NN}} = 2.7 - 7000$  ГэВ, РУТНІА 8.2 -  $\sqrt{s_{NN}} = 4 - 7000$  ГэВ. Мы уменьшаем нижний порог энергии по умолчанию РУТНІА 8.2 (10 ГэВ) до 4 ГэВ для более близкого сравнения с результатами PHSD. Красные линии соответствуют  $p+p$  столкновениям, синие линии -  $p+n$ , и зеленые линии -  $n+n$ . Результаты PHSD показаны сплошными линиями, результаты РУТНІА 8.2 показаны пунктирными линиями. Черные точки - экспериментальные данные для  $p+p$  столкновений [103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110].

Можно видеть, что РУТНІА 8.2 систематически показывает большую множественность для пионов, протонов и особенно  $\bar{p}$ . Кроме того, можно увидеть довольно сильную изоспиновую зависимость адронной множественности в реакциях  $p+p$ ,  $p+n$ ,  $n+n$ : множественности адронов в  $p+p$  реакциях выше чем в  $p+n$  и  $n+n$ . Это показано на рис. 13, где представлены отношения множественностей  $\pi^\pm, K^\pm, p, \bar{p}, K_S^0$  и  $\Lambda + \Sigma^0$  в разных реакциях: красные линии указывают на отношение “ $p+n$ ”/“ $p+p$ ”, а синие линии - отношение “ $n+n$ ”/“ $p+p$ ”. Здесь снова сплошными линиями показаны расчеты PHSD, в то время как пунктирными линиями показаны результаты РУТНІА. Можно видеть, что обе модели дают очень похожие отношения, которые указывают на одно и то же разложение ароматов в соответствии с изоспиновыми каналами. Отношения образовавшихся адронов с ростом энергии

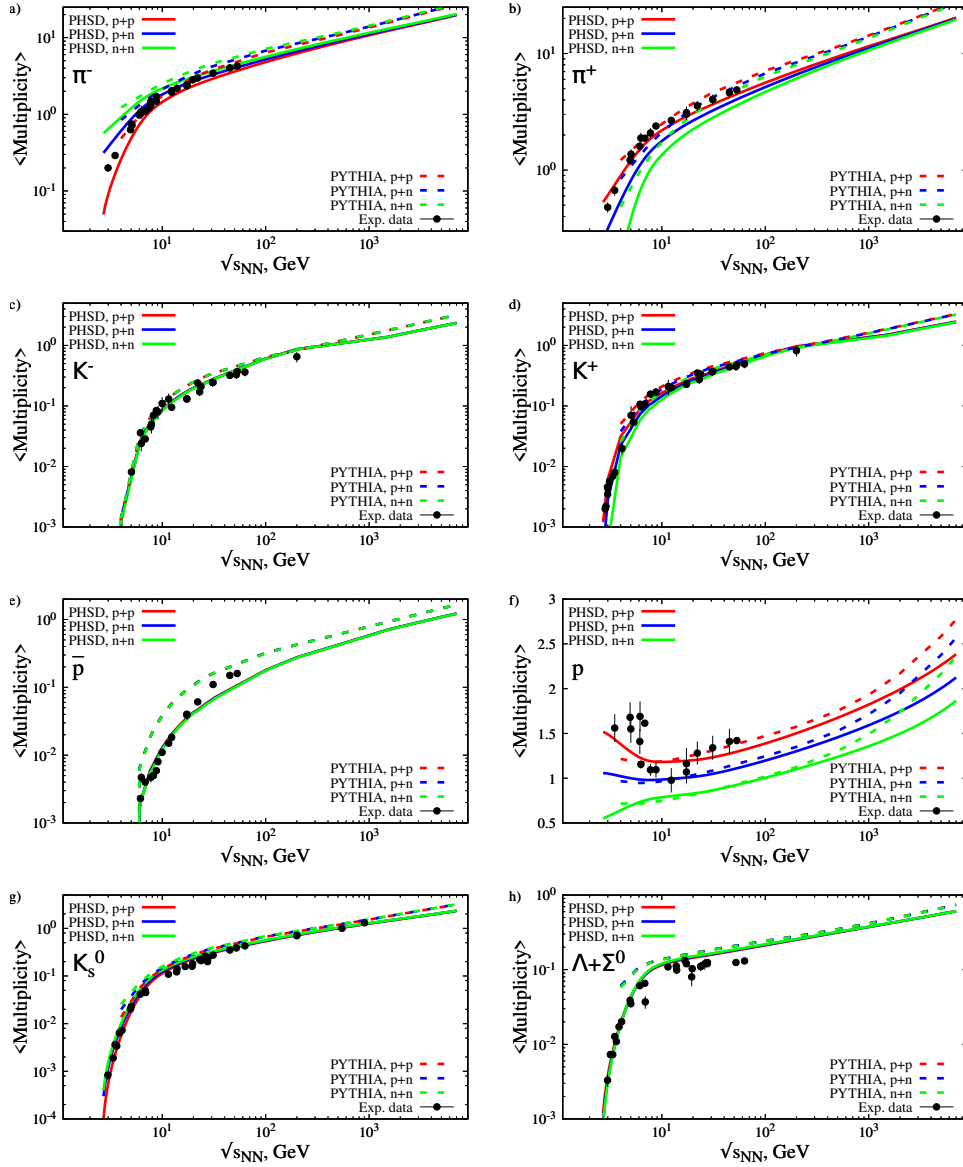


Рис. 12: Полные выходы  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $p$ ,  $\bar{p}$ ,  $K_S^0$  и  $\Lambda + \Sigma^0$ , рождённых в  $N + N$  столкновениях: красные линии соответствуют  $p + p$ , синие линии –  $p + n$ , зеленые линии – реакциям  $n + n$ . Предсказания PHSD показаны сплошными линиями, Предсказания РYTHIA 8.2 – пунктирными линиями. Черными точками показаны экспериментальные данные для  $p + p$  столкновений из [103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110]. Здесь и далее в разделе модельные предсказания получены в [102].

приближаются к единице, т.е. при  $\sqrt{s_{NN}} \geq 10 - 30$  ГэВ. Однако при низких энергиях наблюдается сильная изопиновая зависимость из-за первоначального сочетания

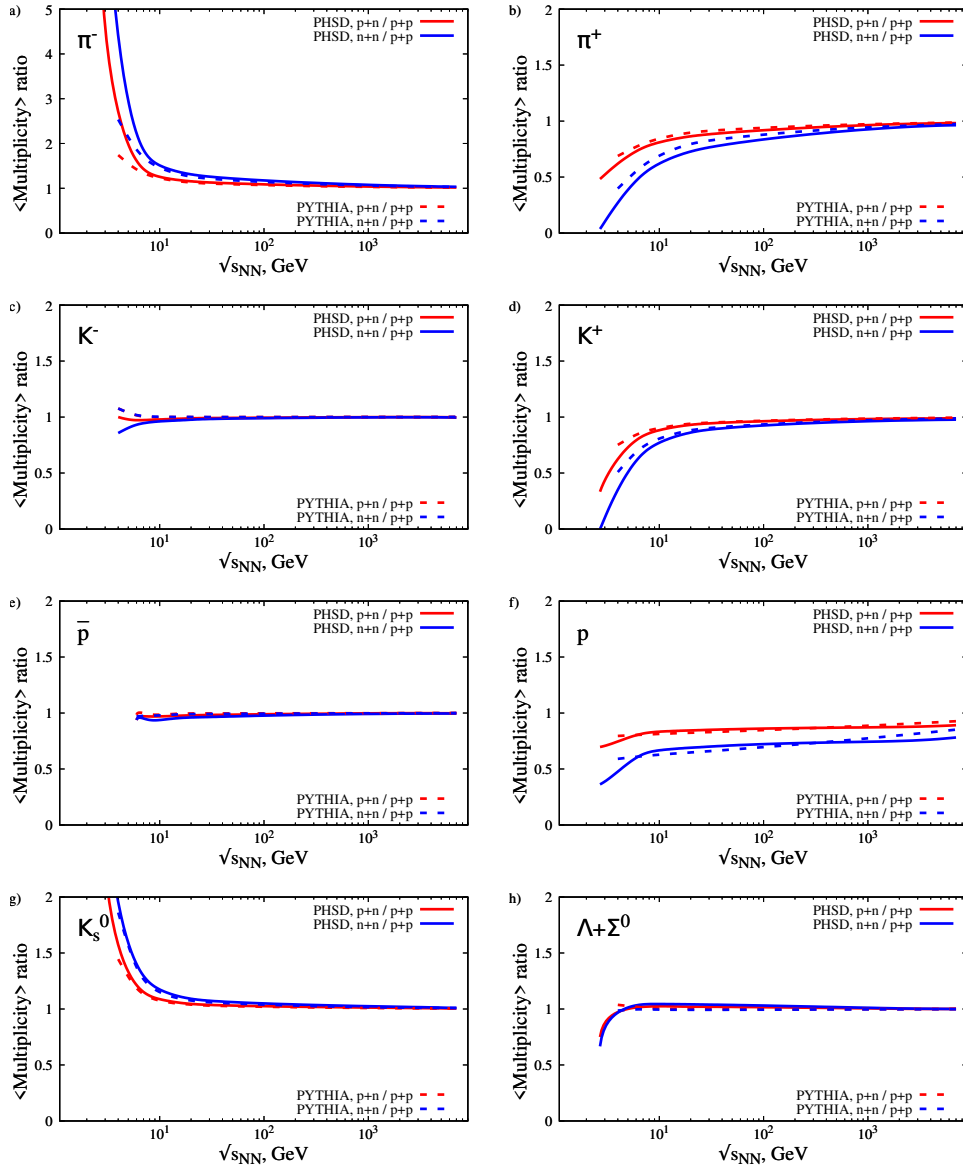


Рис. 13: Отношения множественностей  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $p$ ,  $\bar{p}$ ,  $K_S^0$  и  $\Lambda + \Sigma^0$ , рождённых в  $p+p$ ,  $p+n$  и  $n+n$  столкновениях в рамках PHSD (сплошные линии) и PYTHIA 8.2 (пунктирные линии): красные линии – “ $p+n$ ”/“ $p+p$ ”, синие линии – “ $n+n$ ”/“ $p+p$ ” (синие линии).

зарядов и ароматов.

На рисунке 14 показана полная (“ $4\pi$ ”) множественность векторных мезонов  $\omega$ ,  $\rho^\pm$ ,  $\rho^0$ ,  $\phi$  и странных векторных мезонов  $K^{*\pm}$ ,  $K^{*0}$ , рождённых в  $N+N$  столкновениях: красные линии соответствуют  $p+p$ , синие линии –  $p+n$ , а зелёные линии



– реакциям  $n + n$ . Результаты PHSD показаны сплошными линиями, результаты PYTHIA 8.2 – пунктирными линиями. Черные точки представляют экспериментальные данные для  $p + p$  столкновений из [109]. Изоспиновая зависимость здесь в обеих моделях достаточно слабая. В PHSD множественности легких векторных мезонов меньше, так как они были настроены для лучшего согласования с существующими данными. Это также проверено сравнением с дилептонными данными как для  $p + p$ , так и для столкновений тяжелых ионов, поскольку прямой распад векторных мезонов является одним доминирующих каналов рождения дилептонов при инвариантных массах  $0.4 \leq M \leq 1.2$  ГэВ [83, 54]. Множественность странных векторных мезонов, напротив, в PHSD больше при высоких энергиях; описание имеющихся экспериментальных данных по полным выходам  $K^{0*}$  при промежуточных энергиях [109] в PHSD хуже чем в PYTHIA 8.2. С другой стороны, в PHSD  $p_T$  спектры  $K^*$  в столкновениях  $p + p$  в области центральных быстрот при энергиях RHIC и LHC хорошо согласуются с экспериментальными данными [87, 88].

Далее мы переходим к гиперонам с двойной странностью и сравниваем подходы PHSD и PYTHIA на рисунке 15, где показана энергетическая зависимость полной множественности мульти-странных барионов  $\Omega^-, \bar{\Omega}^+, \Xi^-, \bar{\Xi}^+$ , рожденных в столкновениях  $p + p$ . Красные линии показывают расчеты PHSD, синие линии показывают результаты PYTHIA 8.2. Различия между обеими моделями довольно велики при низких энергиях, особенно для  $\Omega$  барионов. Для сравнения энергетических зависимостей полной множественностей мульти-странных барионов требуется больше “4 $\pi$ ” экспериментальных данных.

#### 4.1.2 Конечные адронные взаимодействия (FSI) PHSD в $N + N$ столкновениях

Чтобы продемонстрировать механизмы образования стабильных конечных адронов в PHSD мы представляем на рисунке 16 разложение каналов рождения  $\pi^\pm$  и  $K^\pm$  в столкновениях  $p + p$ : пурпурные линии ( $BB$  string) показывают вклад в общую множественность прямого рождения адронов в результате фрагментации струны  $BB$ , образованной столкновениями барионов с барионами ( $B = p, n, \Delta, \dots$ ), оранжевые линии – из вторичных струн  $mB$ , образованных мезон-барионными столкновениями, а линии  $\Delta, \omega, K^*, \rho, \phi$  указывают на вклад распада соответствующих резонансов. Видно, что только около половины финальных мезонов происходит непосредственно из фрагментации  $BB$  струны, а вторая половина – из распадов резонансов и вторичных каналов в виде  $mB$  струн. Кроме того, полученные частицы могут упруго рассеиваться или участвовать в реакциях перезарядки. Таким образом, с учетом адронных взаимодействий в конечном состоянии динамика  $N + N$  столкновений очень похожа на динамику столкновений тяжелых ионов – адроны

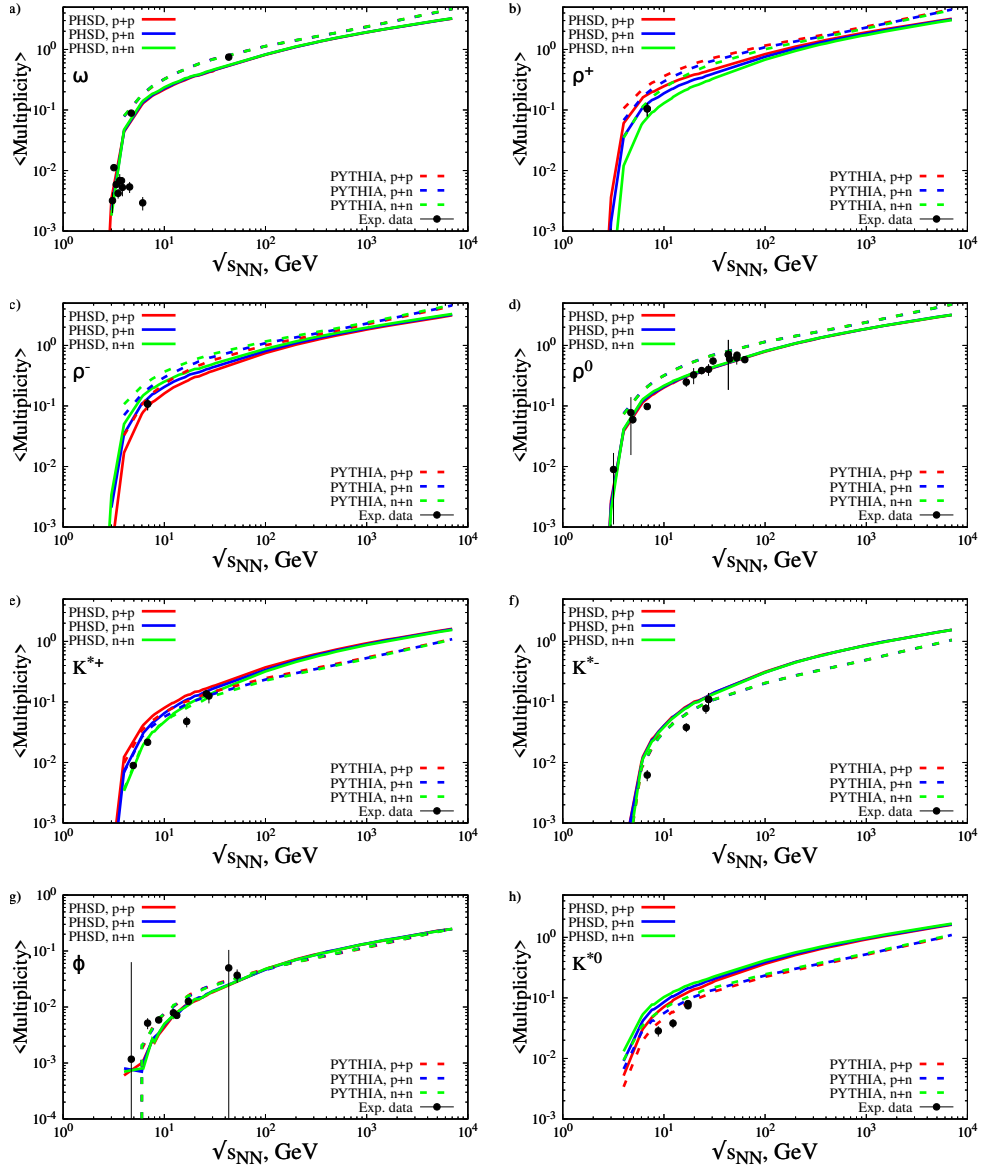


Рис. 14: Полные множественности векторных мезонов  $\omega$ ,  $\rho^\pm$ ,  $\rho^0$ ,  $K^{*\pm}$  и  $\phi$ , рождающихся в результате неупругих столкновений. Красные линии соответствуют  $p + p$ , синие линии -  $p + n$  и зеленые линии -  $n + n$  столкновениям. Результаты PHSD показаны сплошными линиями, результаты PYTHIA 8.2 - пунктирными линиями. Черными точками показаны экспериментальные данные для  $p + p$  столкновений. [109].

рождаются в разное время из разных источников, а не из одной вершины первоначального  $N + N$  столкновения. Действительно, полные множественности в  $N + N$

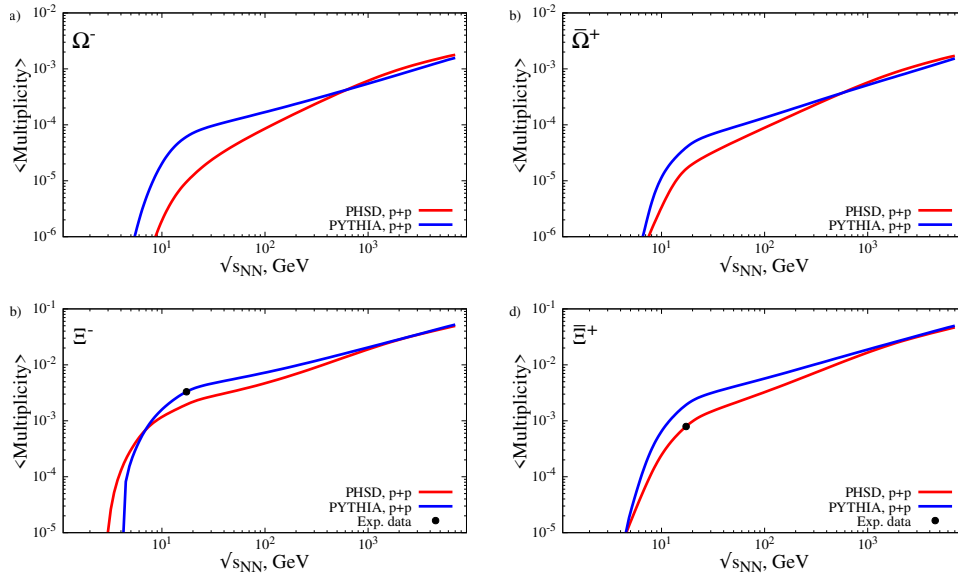


Рис. 15: Полные множественности мульти-странных барионов  $\Omega^-$ ,  $\bar{\Omega}^+$ ,  $\Xi^-$ ,  $\bar{\Xi}^+$ , рождённых в  $p + p$  столкновениях. Красные линии соответствуют предсказаниям PHSD, в то время как результаты PYTHIA 8.2 представлены синими линиями. Черными точками показаны экспериментальные данные NA61/SHINE [111].

намного ниже, чем в тяжёлых ионах при тех же энергиях, т.е. плотность частиц на много меньше, соответственно роль взаимодействий в конечном состоянии сильно сокращается.

Чтобы количественно оценить роль FSI в элементарных  $N + N$  реакциях, мы выполняем расчеты PHSD без FSI ('FSIoff') и вычисляем отношение полных множественностей с FSI («FSIon») и без FSI. Результаты для отношения 'FSIon / FSIoff' представлены на рис. 17 для  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $p$ ,  $\bar{p}$ ,  $K_s^0$  и  $\Lambda + \Sigma^0$ , рождённых в результате столкновений  $N + N$ : красные линии соответствуют  $p + p$ , синие линии –  $p + n$ , а зеленые линии – реакциям  $n + n$ . Видно, что с увеличением энергии роль FSI возрастает и достигает нескольких процентов (5 %) при энергиях ЛHC. Причем отношения показывают довольно малую зависимость от изоспиновых каналов  $p + p$ ,  $p + n$  или  $n + n$ .

### 4.1.3 $x_F$ распределения при $\sqrt{s_{NN}} = 17.3$ ГэВ

Теперь мы переходим к сравнению дифференциальных спектров при различных энергиях. Начнем со сравнения результатов PYTHIA 8.2 (оранжевые линии) с PHSD (серые линии) и данными NA49 [107, 105] для  $x_F$  распределений протонов

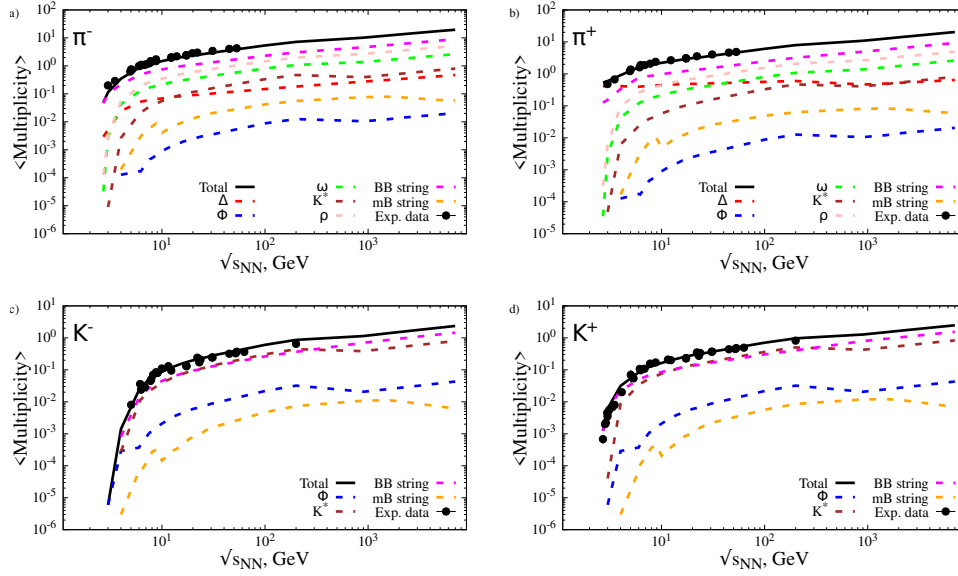


Рис. 16: Разложение каналов рождения  $\pi^\pm$  и  $K^\pm$  в столкновениях  $p + p$ : пурпурные линии ('BB string') показывают вклад в общую множественность прямого рождения адронов в результате фрагментации  $BB$  струны, оранжевые линии - из вторичных  $mB$  струн, а линии  $\Delta, \omega, K^*, \rho, \phi$  указывают на вклад распада соответствующих резонансов. Черными точками показаны экспериментальные данные для  $p + p$  столкновений из [103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110].

(левый график), среднего поперечного импульса протонов  $\langle p_T \rangle$  (средний график) и  $\pi^+$  (правый график) как функции  $x_F$  в столкновениях  $p + p$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 17.3$  ГэВ. Видно, что спектры  $dN/dx_F$  плохо воспроизводятся обеими моделями, с другой стороны,  $\langle p_T \rangle$  протонов лучше согласуется с RYTHIA, в то время как форма  $\langle p_T \rangle$  пионов приблизительно воспроизводится обеими моделями.

Мы упоминали, что форма распределения протонов  $dN/dx_F$  чувствительна к функции фрагментации формы - уравнение. (3). Получается, довольно нетривиально выбрать параметры функции фрагментации так, чтобы они описывали экспериментальные данные по распределению  $dN/dx_F$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 17.3$  ГэВ и одновременно сохраняли хорошее описание быструхих и  $p_T$  спектров при разных энергиях. Это требует как дальнейших разработок теоретической стороны, так и более полных экспериментальных данных о дифференциальном распределении  $dN/dx_F$  при различных энергиях.

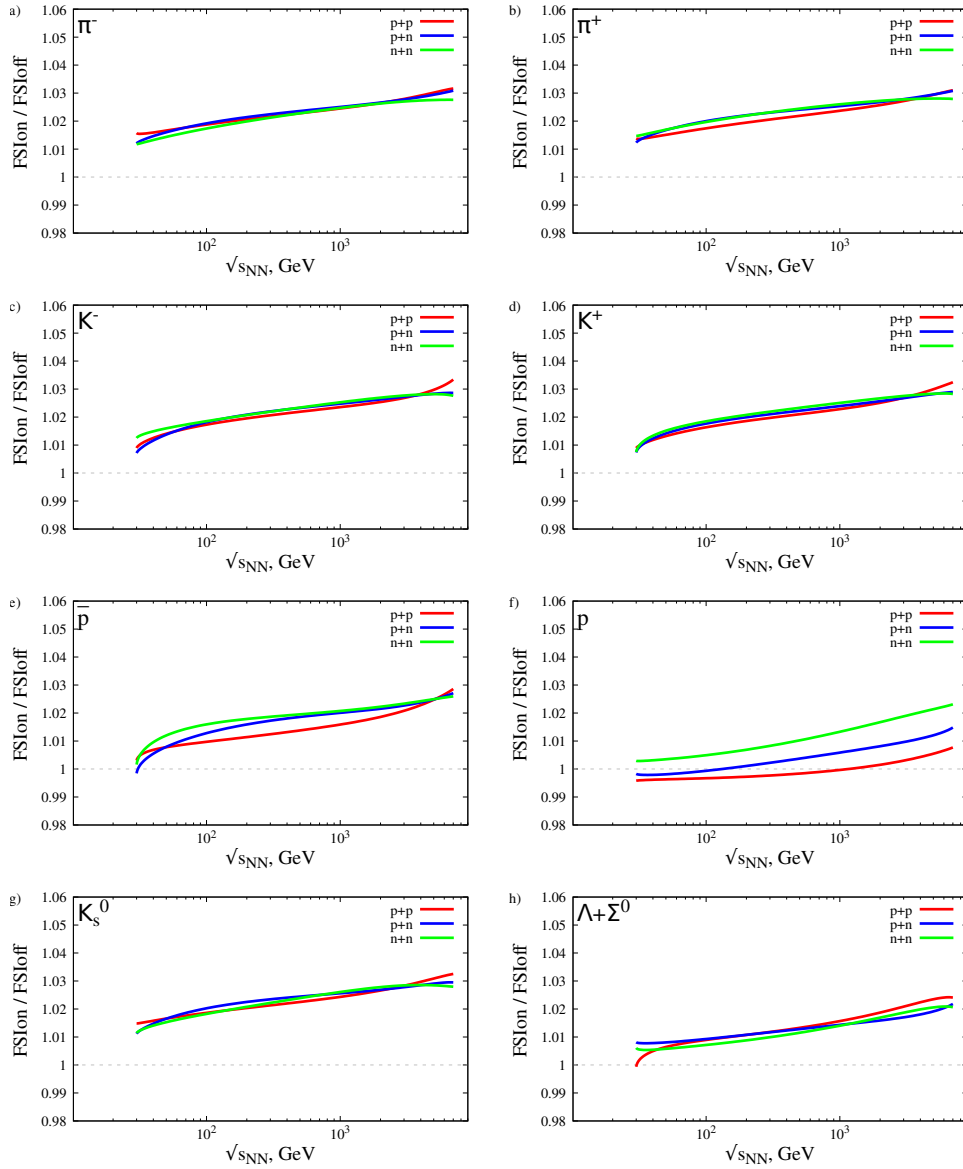


Рис. 17: Отношения полных множественностей  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $p$ ,  $\bar{p}$ ,  $K_s^0$  и  $\Lambda + \Sigma^0$  с FSI ('FSIon') и без FSI ('FSIoff'), рождённых в  $N + N$  столкновениях: красные линии соответствуют  $p + p$ , синие линии –  $p + n$ , зелёные линии –  $n + n$  столкновениях.

#### 4.1.4 Сравнение быстрых распределений при $\sqrt{s_{NN}} = 6.2 - 17.3$ ГэВ

Мы продолжаем сравнение результатов PHSD и PYTHIA 8.2 с экспериментальными данными коллабораций NA49 и NA61/SHINE: на рис. 19 представлены

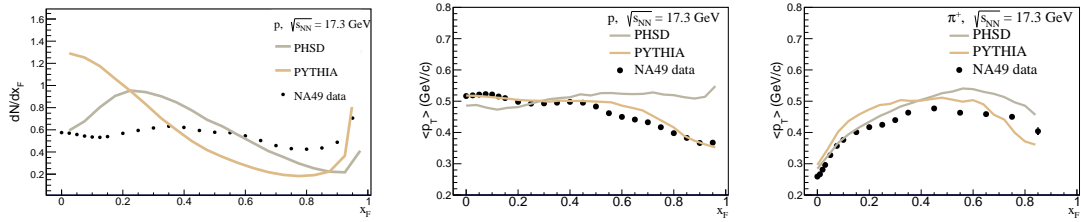


Рис. 18: Протонные  $x_F$  распределения (левый график) в  $p + p$  столкновениях при  $\sqrt{s_{NN}} = 17.3$  ГэВ. Средний поперечный импульс  $\langle p_T \rangle$  протонов (средний график) и пионов  $\pi^+$  (правый график) как функция  $x_F$  в  $p + p$  столкновениях при  $\sqrt{s_{NN}} = 17.3$  ГэВ. Экспериментальные коллаборации NA49 взяты из [107, 105].

быстротные распределения  $dN/dy$  протонов, антипротонов,  $\pi^\pm, K^\pm$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 6.2, 7.6, 8.8, 12.3, 17.3$  ГэВ. Данные NA61/SHINE [103, 104] и NA49 [105, 106, 107] показаны сплошными символами, открытые символы обозначают данные, отраженные по центральной быстрой. Результаты PHSD показаны зелеными сплошными линиями, предсказания PYTHIA – коричневыми сплошными линиями. Экспериментальные данные для антипротонов ниже энергии 8.8 ГэВ отсутствуют. Кроме того, на рис. 20 показано сравнение модельных расчетов быстротных распределений  $dN/dy$  как функции быстрой центра масс  $y$  для  $\Xi^+$  (левый график) и  $\Xi^-$  (правый график) в столкновениях  $p + p$  при 17.3 ГэВ с экспериментальными данными коллаборации NA61/SHINE [111].

Расхождения модели с экспериментальными данными в быстротных  $dN/dy$  распределениях вновь рожденных адронов можно в значительной степени отнести к описанию протонного “стоппинга”, т.е. к форме распределения протонов по быстрой. PYTHIA 8.2 имеет тенденцию к гораздо более сильной остановке при всех рассмотренных энергиях, протонные распределения  $dN/dy$  довольно плоские при центральных быстрой, в то время как результаты PHSD показывают минимум в области центральных быстрой и подъем в быстрой мишени/снаряда в соответствии с экспериментальными данными. Таким образом, распределения адронов по быстрой из PYTHIA 8.2 систематически переоценивают данные, в то время как результаты PHSD ближе к данным. Однако эта корреляция не столь прямая, например, результаты PYTHIA идеально соответствуют данным для  $\pi^-$  в  $\sqrt{s_{NN}} = 6.2, 7.6, 8.8, 12.3$  ГэВ, в то время как PHSD занижает выходы. То же самое верно и для описания мультистранных барионов  $\Xi^+$  и  $\Xi^-$  на рис. 20, что требует дальнейших улучшений механизмов образования мультистранныости при таких промежуточных энергиях.

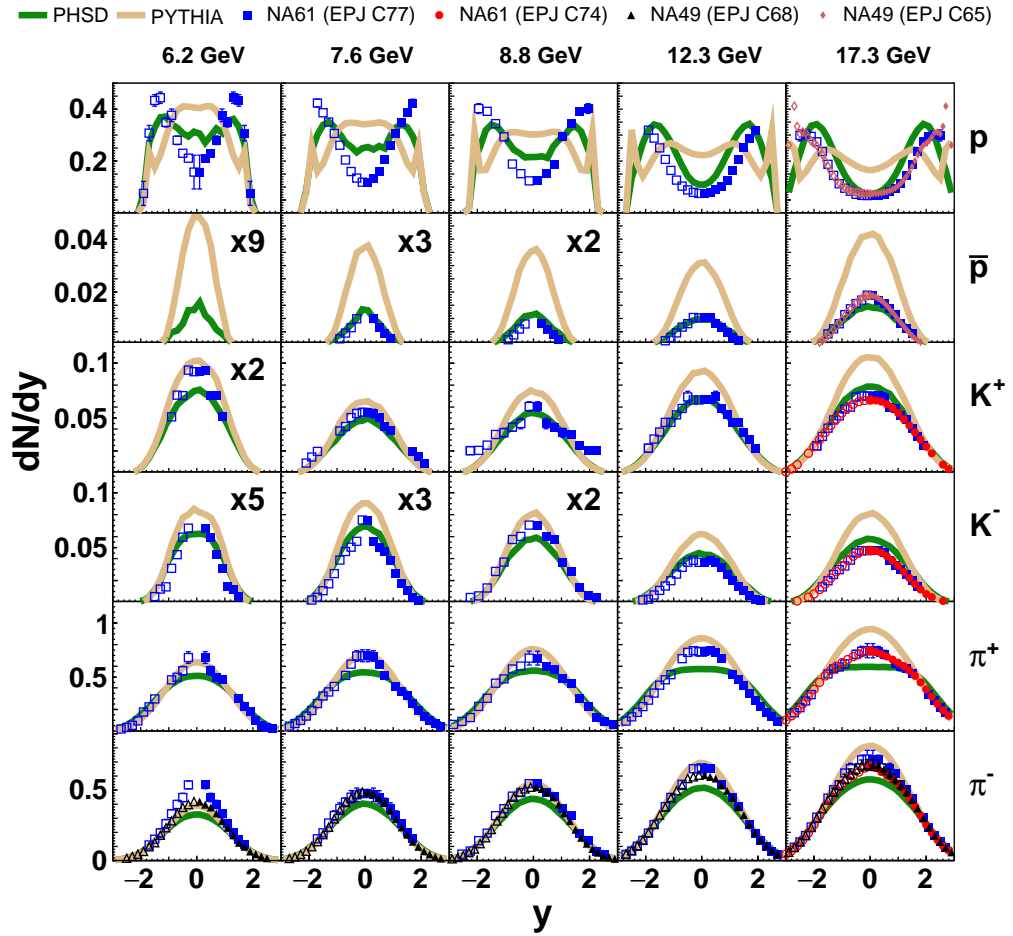


Рис. 19: Быстротные распределения протонов, антипротонов,  $K^\pm$  и  $\pi^\pm$  из  $p+p$  столкновений при 6.2 ГэВ, 7.6 ГэВ, 8.8 ГэВ, 12.3 ГэВ, 17.3 ГэВ. Результаты PHSD представлены зелёными сплошными линиями, тогда как предсказания PYTHIA 8.2 показаны коричневыми сплошными линиями. Экспериментальные данные NA61/SHINE взяты из [104], данные NA49 – из [107]. Нормировочные множители введены для лучшего визуального представления: для 6.2 ГэВ:  $\bar{p} \times 9$ ,  $K^+ \times 2$ ,  $K^- \times 5$ ; для 7.6 ГэВ:  $\bar{p} \times 3$ ,  $K^- \times 3$ ; и для 8.8 ГэВ:  $\bar{p} \times 2$ ,  $K^- \times 2$ .

#### 4.1.5 Сравнение спектров поперечного импульса $p_T$ при $\sqrt{s_{NN}} = 6.2 - 17.3$ ГэВ

Для более подробного изучения рождения адронов в области центральных быстрот и изучения вклада различных механизмов их образования, мы показы-

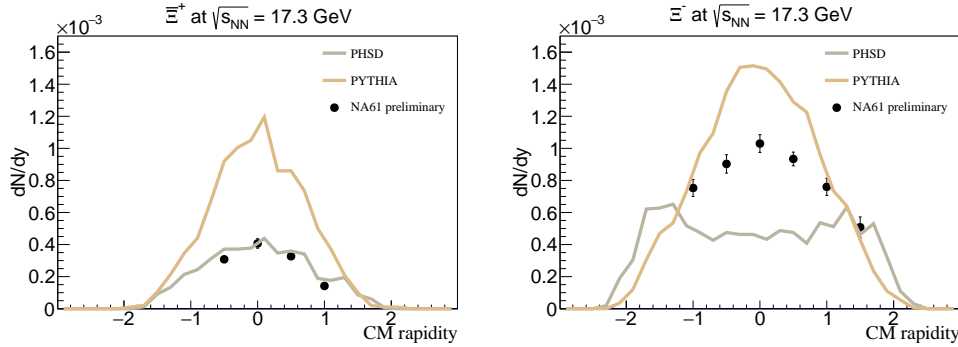


Рис. 20: Быстротные распределения  $\Xi^+$  (левый график) и  $\Xi^-$  (правый график) из  $p + p$  столкновений при 17.3 ГэВ. Результаты PHSD представлены серыми сплошными линиями, тогда как предсказания PYTHIA 8.2 показаны коричневыми сплошными линиями. Экспериментальные данные коллаборации NA61/SHINE взяты из[111].

ваем на рисунке 21 распределения поперечного импульса протонов,  $\pi^-$ ,  $K^\pm$  из неупругих  $p + p$  столкновений при  $\sqrt{s_{NN}} = 6.2, 7.6, 8.8, 12.3, 17.3$  ГэВ. Экспериментальные данные коллаборации NA61/SHINE, взятые из [103, 104], нарисованы символами, спектры измерены вблизи центральных быстрот ( $0 < y < 0.2$ ). Результаты PHSD представлены сплошными зелеными линиями, а предсказания PYTHIA 8.2 – коричневыми сплошными линиями. Мы также показываем вклад из разных каналов рождения для спектров PHSD: вклад адронов, рождённых непосредственно из распадов  $BB$  струн, показан светло-зелеными штрихпунктирными линиями, рождённых от распадов барионных или мезонных резонансов - показан красными пунктирными линиями. Пурпурные линии показывают вклад прочих источников из взаимодействий в конечном состоянии. Как видно, последнее довольно мало для всех видов адронов. Адроны, возникающие в результате распада струны показывают гораздо более жесткие спектры, чем от резонансных распадов, заполняющих нижнюю часть распределений  $p_T$ .

Более детальное сравнение предсказаний подходов PHSD и PYTHIA для спектров поперечной массы  $m_T$  странных барионов  $\Lambda + \Sigma^0$  в различных интервалах быстрот при  $\sqrt{s_{NN}} = 17.3$  ГэВ с экспериментальными данными коллаборации NA61/SHINE [112] представлено на рис. 22. Несмотря на то, что абсолютные значения спектров  $m_T$  одинаково завышены в PYTHIA 8.2 для всех интервалов быстрот, наклон теоретических спектров примерно соответствует экспериментальным данным; наклоны PYTHIA немного более жёсткие чем наклоны PHSD.



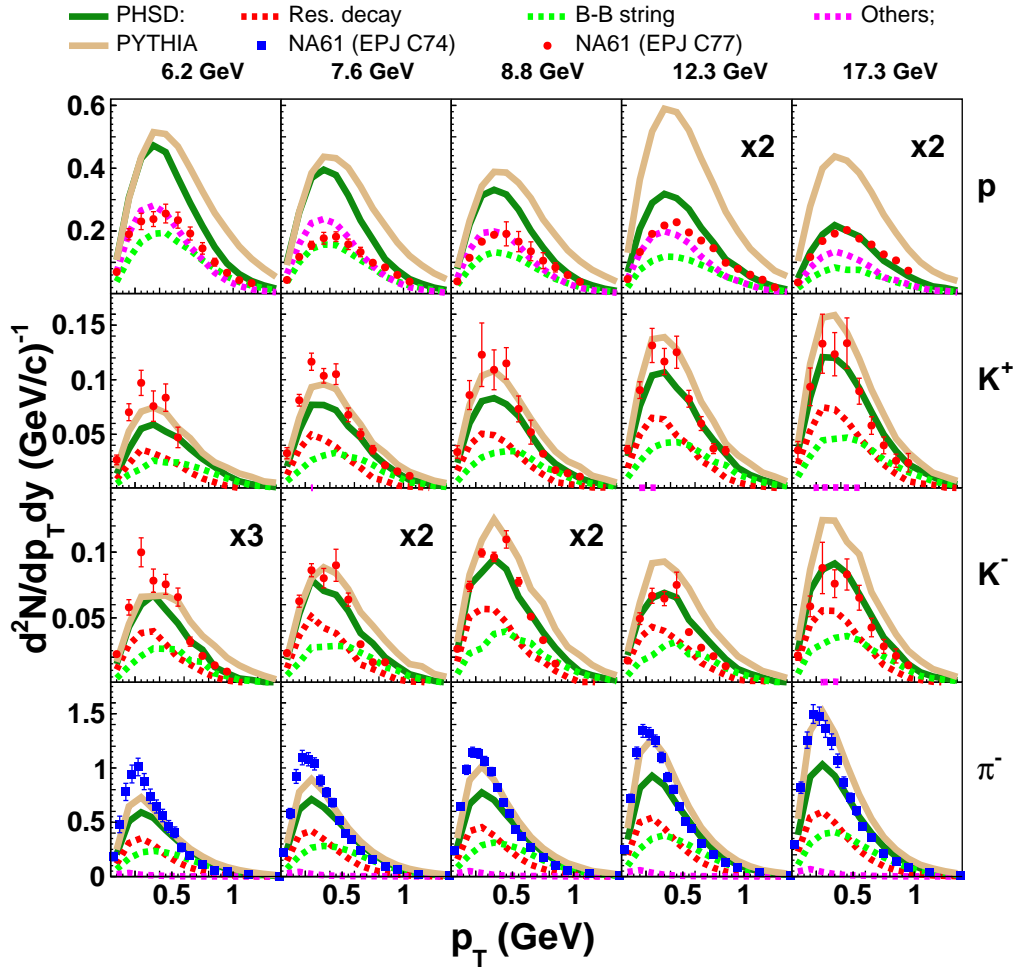


Рис. 21: Спектры поперечного импульса протонов,  $K^+$ ,  $K^-$  и  $\pi^-$  из  $p+p$  столкновений в центральном быстроем интервале  $0 < y < 0.2$  при 6.2 ГэВ, 7.6 ГэВ, 8.8 ГэВ, 12.3 ГэВ, 17.3 ГэВ. Предсказания PYTHIA 8.2 показаны коричневыми сплошными линиями, результаты PHSD представлены зелёными сплошными линиями. Также показано разложение каналов рождения в PHSD: вклад адронов, рождённых непосредственно из распада  $BB$  струн показан светло-зелёными штрихпунктирными линиями, тогда как рождённых из барионных или мезонных резонансов – красными штрихованными линиями, пурпурные линии показывают вклад прочих источников из взаимодействий в конце реакции. Экспериментальные данные коллаборации NA61/SHINE взяты из[104]. Нормировочные множители введены для лучшего визуального представления:  $K^- \times 3$  для 6.2, 7.6, 8.8 ГэВ;  $\bar{p} \times 3$  для 12.3, 17.3 ГэВ.

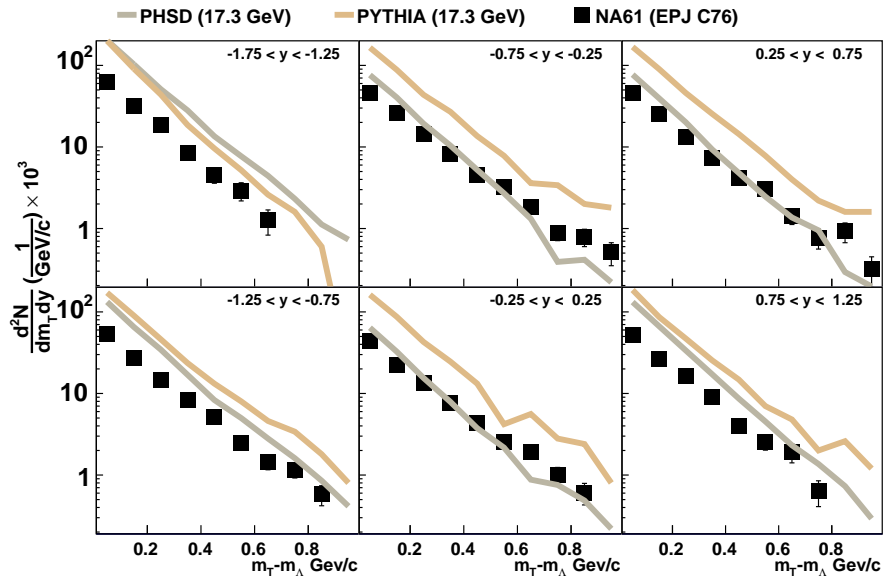


Рис. 22: Спектры поперечных масс  $m_T$   $\Lambda + \Sigma^0$  в разных быструтных интервалах ( $-1.75 \leq y \leq -1.25$ ,  $-0.75 \leq y \leq -0.25$ ,  $0.25 \leq y \leq 0.75$ ,  $-1.25 \leq y \leq -0.75$ ,  $-0.25 \leq y \leq 0.25$ ,  $0.75 \leq y \leq 1.25$ ) из  $p + p$  столкновений при 17.3 ГэВ. Предсказания PYTHIA 8.2 показаны коричневыми сплошными линиями, результаты PHSD представлены серыми сплошными линиями. Экспериментальные данные коллаборации NA61/SHINE взяты из [112].

#### 4.1.6 Параметр обратной крутизны $m_T$ -спектров $K^\pm$ мезонов

Рождение странности в столкновениях  $A + A$  и  $p + p$  всегда находится в центре теоретического и экспериментального интереса: измеренный обратный наклон  $T$  спектров  $m_T$   $K^\pm$  мезонов, определяемый как

$$\frac{1}{m_T} \frac{dN}{dm_T} \sim \exp\left(-\frac{m_T}{T}\right) \quad (24)$$

демонстрирует “ступенчатое” поведение в центральных столкновениях  $A + A$  от 20 до 160  $A \cdot$  ГэВ. Это существенное уплощение спектров в центральных столкновениях  $Au + Au$  относительно  $p + p$  взаимодействий было приписано началу перехода к деконфайнменту: переходу от адронной к партонной материи [114, 115]. Как было показано в [116], такое коллективное поведение могло не воспроизводиться адронными моделями (как HSD или UrQMD) и может указывать на создание давления партонами взаимодействиями в столкновениях тяжёлых ионов [40].

В последнее десятилетие экспериментальные знания о  $m_T$  спектрах  $K^\pm$  в  $p + p$

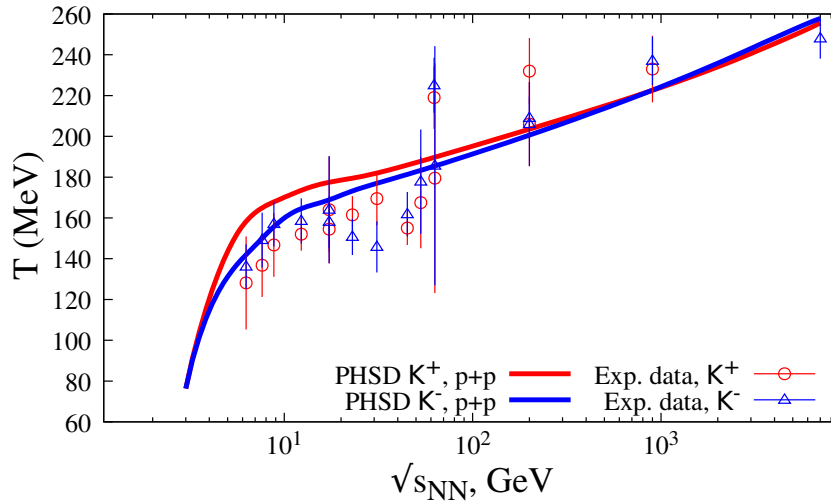


Рис. 23: Параметр обратной крутизны  $T$  спектра поперечной массы  $m_T$   $K^\pm$  мезонов в центральных быстротах из PHSD. Компиляция экспериментальных данных взята из [113].

столкновениях были улучшены. Таким образом, мы обновляем и расширяем наше предыдущее исследование обратного параметр наклона  $T$   $m_T$  спектров в центральных быстротах  $K^\pm$  мезонов (см. [116]) и представляем на рис. 23 результаты PHSD для  $T$  как функции  $\sqrt{s_{NN}}$ . Приведена компиляция мировых экспериментальных данных из [113]. Видно, что PHSD довольно хорошо воспроизводит наклон  $K^\pm$  в очень широком диапазоне энергий от нескольких ГэВ до нескольких ТэВ.

#### 4.1.7 Сравнение $y$ и $p_T$ распределений при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ

Теперь перейдем к ультрарелятивистским энергиям и сравним предсказания PHSD и PYTHIA 8.2 с данными STAR [117] и PHENIX [118] на рис. 24. Видно, что экспериментальные данные по спектрам мезонов достаточно хорошо воспроизводятся обеими моделями, тогда как спектры  $\Lambda + \Sigma^0$  слегка занижены, а спектры  $\bar{\Lambda} + \bar{\Sigma}^0$  завышены. Согласие между PHSD и PYTHIA неплохое, за исключением области низких  $p_T$  для барионов, где спектры PYTHIA выше чем спектры PHSD. Последнее также наблюдается в дифференциальном сечении  $d\sigma/d\eta$  отрицательно заряженных адронов как функции псевдобыстроты  $\eta$  – это показан на левой части рисунка 25. Здесь предсказания PYTHIA превышают экспериментальные данные коллаборации UA5 [119] в средних  $\eta$ , в то время как PHSD очень хорошо согласуется с данными. На рис. 25 результаты PHSD показаны для двух случаев: включая FSI (по умолчанию для этого исследования) красными линиями ('PHSD-FSIon') и без

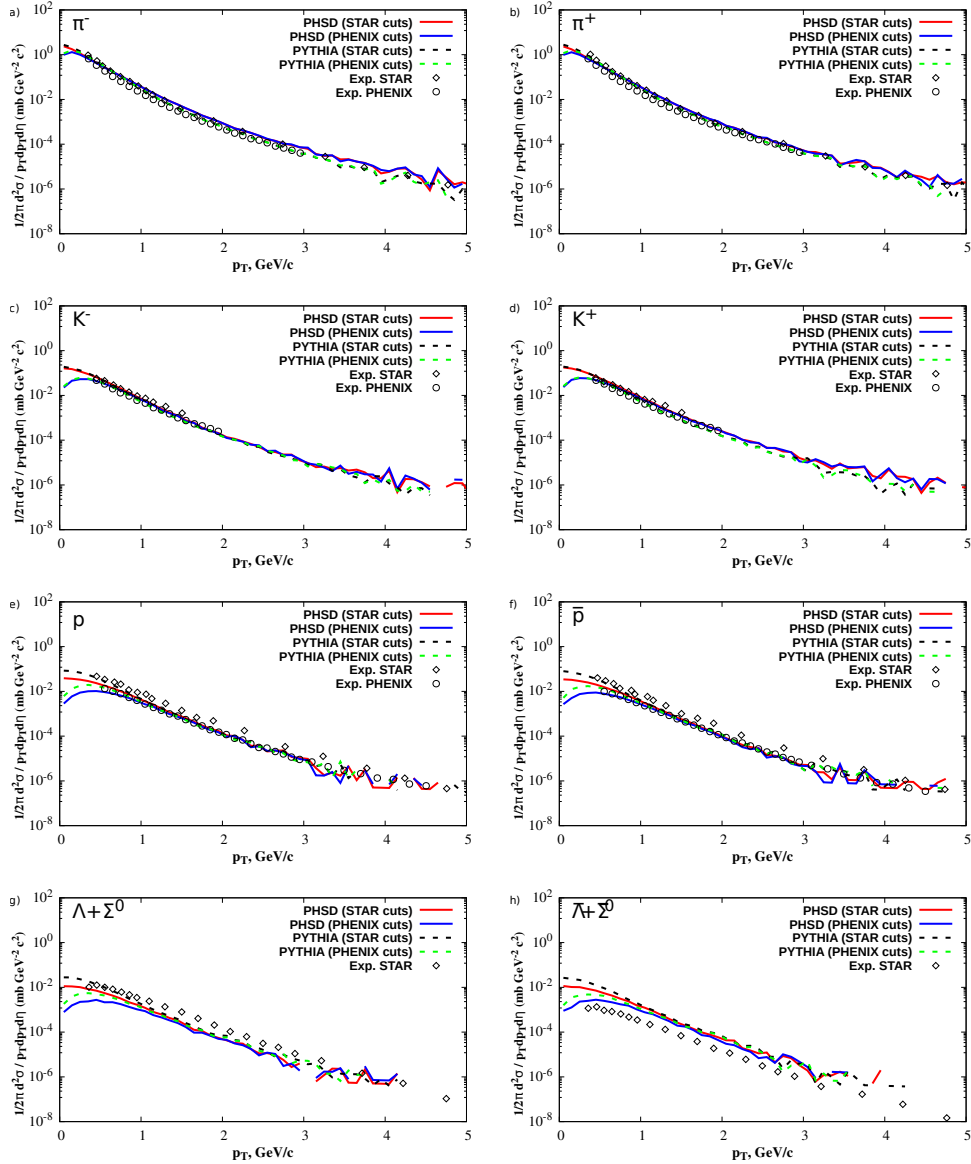


Рис. 24: Инвариантные множественности  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $p$ ,  $\Lambda + \Sigma^0$  и  $\bar{\Lambda} + \bar{\Sigma}^0$  как функции  $p_T$ . Ограничение  $|y| < 0.5$  и  $|\eta| < 0.35$  были применены к модельным предсказаниям для сравнения с данными STAR [117] (открытые ромбы) и PHENIX [118] (открытые кружки) соответственно. Результаты PHSD с быстротным ограничением STAR представлены красными сплошными линиями, с ограничением PHENIX – синими сплошными линиями. Предсказания PYTHIA 8.2 с быстротным ограничением STAR нарисованы чёрными штрихованными линиями, с ограничением PHENIX – зелёными штрихованными линиями.

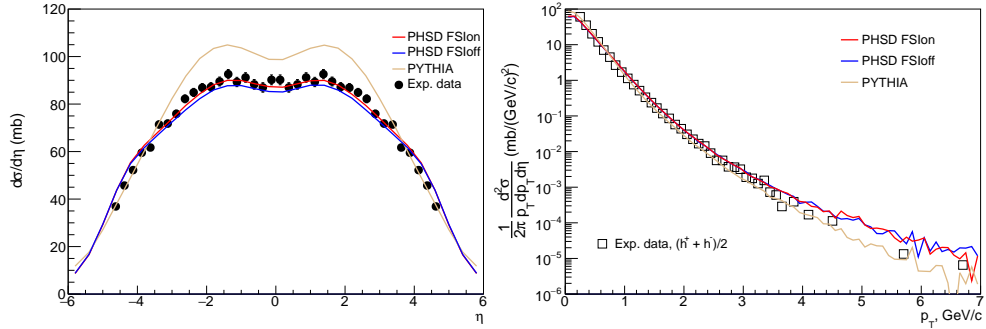


Рис. 25: Слева: дифференциальное сечение  $d\sigma/d\eta$  отрицательно заряженных адронов как функция псевдобыстроты  $\eta$ . Справа: инвариантное сечение заряженных адронов при  $|\eta| < 2.5$  как функция  $p_T$ . Предсказания PYTHIA 8.2 показаны коричневыми линиями. Результаты PHSD показаны для двух случаев: включая FSI (по умолчанию) красными линиями ('PHSD-FSIon') и без FSI синими линиями ('PHSD-FSIoff'). Экспериментальные данные коллабораций UA5 и UA1 взяты из [119, 120].

FSI синими линиями ('PHSD-FSIoff'). В правой части рис. 25 представлено инвариантное сечение заряженных частиц при  $|\eta| < 2.5$  как функции  $p_T$ . Видно, что  $p_T$  спектры PHSD более жесткие при больших  $p_T$  и немного мягче при очень низких  $p_T$ . Последнее не может быть отнесено ни к FSI во время расширения, ни к различиям во фрагментации струн, поскольку результаты PHSD с FSI и без него очень близки друг к другу во всём диапазоне  $p_T$ . FSI приводит к очень небольшому увеличению множественности адронов в центральных быстройтах, что также показано на рис. 17.

#### 4.1.8 Сравнение $p_T$ спектров при энергиях ЛНС, взаимодействия в конечном состоянии

Мы увеличиваем энергию до ЛНС и подходим к сравнению предсказаний PHSD и PYTHIA 8.2 с данными коллаборации ALICE. На рис. 26 показано инвариантное сечение в зависимости от  $p_T$  для заряженных частиц при  $|\eta| < 0.8$  в  $p+p$  столкновениях при энергиях  $\sqrt{s_{NN}} = 0.9$  ТэВ и 7 ТэВ. Результаты PHSD показаны синей линией для 0.9 ТэВ и красной линией для 7 ТэВ. Предсказания PYTHIA 8.2 показаны коричневой линией для 0.9 ТэВ и серой линией для 7 ТэВ. Экспериментальные данные коллаборации ALICE[121] при 0.9 ТэВ показаны открытым ромбом, а при 7 ТэВ - открытыми квадратами. Видно, что  $p_T$  распределения PHSD и PYTHIA имеют одинаковый наклон, однако спектры PYTHIA немного выше. Обе модели хорошо согласуются с данными ALICE, диапазон которых составляет 10 порядков.

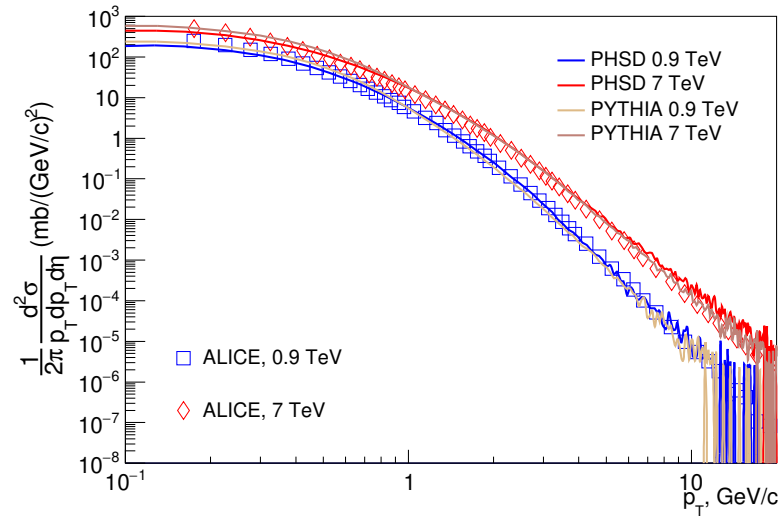


Рис. 26: Инвариантное сечение как функция  $p_T$  для заряженных частиц при  $|\eta| < 0.8$  в  $p + p$  столкновениях при энергиях  $\sqrt{s_{NN}} = 0.9$  ТэВ и 7 ТэВ. Результаты PHSD показаны синей линией для 0.9 ТэВ и красной линией для 7 ТэВ. Предсказания PYTHIA 8.2 показаны коричневой линией для 0.9 ТэВ и серой линией для 7 ТэВ. Экспериментальные данные коллаборации ALICE [121] при 0.9 ТэВ показаны открытым ромбом, а при 7 ТэВ - открытыми квадратами.

Продолжим модельное сравнение спектров поперечного импульса идентифицированных адронов в  $p + p$  столкновениях с измеренными спектрами коллаборации ALICE [122] при 7 ТэВ. При обрыве струны на такой ультрарелятивистской энергии образуется большое количество адронов, что приводит к большим колебаниям плотности энергии и к возможному созданию мелких капелек QGP, особенно в событиях с очень высокой множественностью. Экспериментальное наблюдение  $v_2$  (что даже сравнимо с  $v_2$  тяжелых ионов) при высокой множественности  $p + p$  столкновений [124] указывает на развитие коллективных эффектов (т.е. гидродинамическое поведение) в такой маленькой системе [70, 125, 126], что может также соответствовать идее формирования КГП в  $p + p$  столкновениях с высокой множественностью.

Для изучения возможных следов образования КГП на "общих" адронных наблюдаемых, таких как  $p_T$  спектры, мы выполняем вычисления PHSD так, что в дополнение к адронным взаимодействиям в конечном состоянии (по умолчанию) мы включаем формирование QGP после начального разрыва струны в  $p + p$  как в столкновениях тяжелых ионов. Действительно, образование QGP в  $p + p$  может происходить только в таких ячейках, где из-за флуктуаций локальная плотность энергии становится больше критической  $\varepsilon_C \simeq 0.5$  ГэВ/фм<sup>3</sup>, так что в этой ячейке происходит диссоциация адронов на партоны. Однако размер и время жизни таких капель КГП в элементарных столкновениях очень мал в отличие от столк-

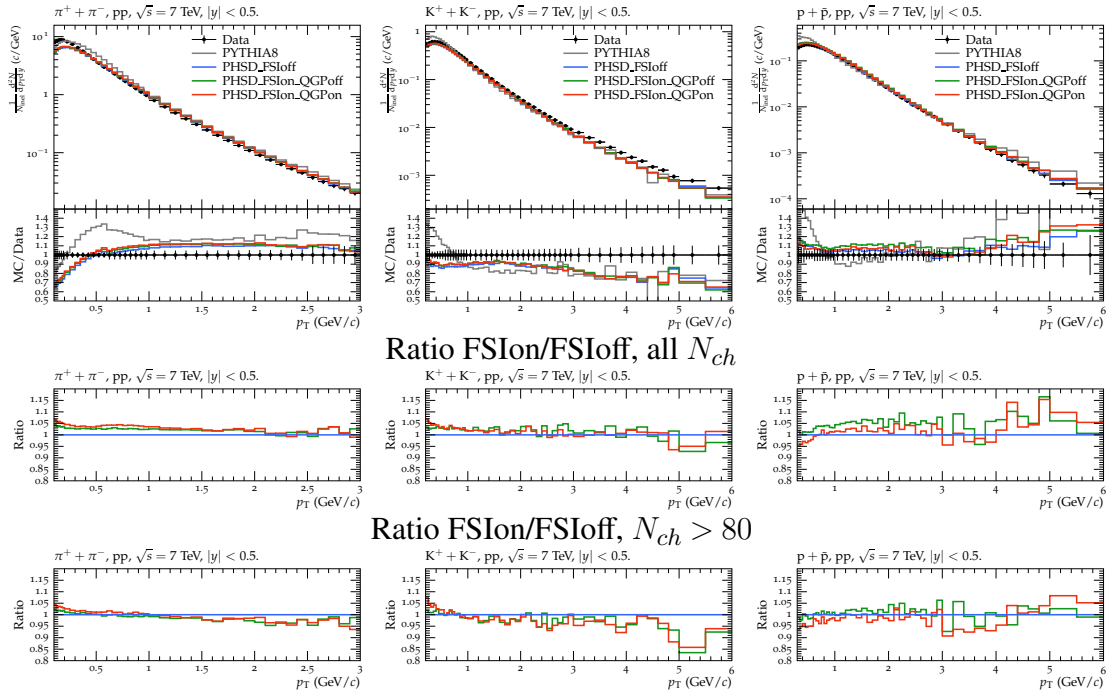


Рис. 27: Верхний ряд: спектры поперечного импульса  $\pi^+ + \pi^-$  (слева),  $K^+ + K^-$  (в центре), и  $p + \bar{p}$  (справа) в центральных быстротах ( $|y| < 0.5$ )  $p + p$  столкновений при  $\sqrt{s_{NN}} = 7$  ТэВ. Серые линии соответствуют предсказаниям PYTHIA 8.2, синие линии – результатам PHSD без FSI ('PHSD-FSIoff'), зеленые линии – результатам PHSD с адронным FSI, но без создания QGP ('PHSD-FSIon-QGPoff'), красные линии – результатам PHSD с адронным FSI и с созданием QGP ('PHSD-FSIon-QGPon'). Сплошными точками обозначены экспериментальные данные, полученные от коллораборации ALICE [122]. Отклонение модели от данных показано непосредственно под каждым графиком. Средний ряд: отношение спектров поперечного импульса PHSD (с верхних графиков) рассчитанного с адронным FSI без создания QGP к спектрам без FSI (FSIon-QGPoff / FSIoff) показано зелеными линиями, с FSI и QGP к спектрам без FSI (FSIon-QGPon / FSIoff) – красными линиями. Нижний ряд: то же, что и средний, но для количества заряженных частиц  $N_{ch} > 80$ . Анализ выполнялся с помощью пакета Rivet[123].

новений тяжёлых ионов, они несут лишь очень небольшую часть полной энергии столкновений, таким образом, нельзя ожидать большого влияния КГП на общие наблюдаемые.

Для демонстрации влияния образования фазы КГП мы показываем спектры поперечного импульса  $p_T$  для  $\pi^+ + \pi^-$  (левая панель),  $K^+ + K^-$  (средняя панель), и  $p + \bar{p}$  (правая панель) в центральных быстротах ( $|y| < 0.5$ )  $p + p$  столкновений при  $\sqrt{s_{NN}} = 7$  ТэВ на рис. 27. Серые линии соответствуют результатам PYTHIA

8.2, синие линии - результатам PHSD без FSI ('PHSD-FSIoff'), зеленые линии – результатам PHSD с адронным FSI, но без создания QGP ('PHSD-FSIon-QGPoff'), красные линии – результатам PHSD с адронным FSI и с созданием QGP ('PHSD-FSIon-QGPon'). Анализ выполнялся с помощью Rivet [123], что позволило показать отклонение моделей от экспериментальных данных под каждым графиком. Видно, что PYTHIA 8.2 создает больше адронов с очень низким импульсом чем PHSD (мы приписываем это Инсбрукским настройкам струн, которые используются в PHSD). С увеличением  $p_T$  обе модели показывают схожую тенденцию:  $\pi^+ + \pi^-$  спектры моделей немного жёстче, а спектры  $K^+ + K^-$  более мягкие; спектры  $p + \bar{p}$  очень хорошо согласуются с данными до 5 ГэВ.

Чтобы количественно оценить роль взаимодействий в конечном состоянии, дополнительно показаны отношения спектров поперечного импульса PHSD (из верхних графиков), рассчитанного с адронным FSI, но без создания QGP, к соответствующим спектрам без FSI (FSIon-QGPoff / FSIoff) – зелёные линии в среднем ряду; с FSI и QGP к спектрам без FSI (FSIon-QGPon / FSIoff) – красными линиями. Нижняя строка указывает те же отношения, что и средняя строка, но для количества заряженных частиц  $N_{ch} > 80$ , т.е. путем отбора событий с большой множественностью. Из рис. 27 видно, что эффект FSI относительно невелик, в среднем на уровне 5 %. Этот результат PHSD согласуется с недавним открытием Sjöstrand и Uthman [77], которые включили структуру для учета FSI в PYTHIA в терминах адронного перераспределения.

Как следует из рис. 27, расчеты PHSD с адронным FSI, а также с адронным FSI и с созданием QGP приводят к небольшому смягчению спектров в малых  $p_T$  пионов и каонов и к более жёстким протон + антипротонных спектрам. Это объясняется упругим рассеянием (имеющим остроконечные угловые распределения для  $B + B$  и  $m + B$  столкновений), а также неупругими процессами и образованием резонансов (преимущественно  $\Delta$ ). Область с высоким значением  $p_T$  менее чувствительна к FSI.

#### 4.1.9 Сравнение множественности мультистранных частиц при энергиях ЛНС

Наконец, мы переходим к рождению гиперонов с двойной странностью в  $p + p$  столкновениях и сравниваем на рисунке 28 модельные (PHSD и PYTHIA 8.2)  $p_T$ -интегрированные выходы  $\Lambda + \bar{\Lambda}$  (умноженная на коэффициент 2),  $\Xi^- + \bar{\Xi}^+$  (умноженное на 6),  $\Omega^- + \bar{\Omega}^+$  (умноженное на 16) к выходам пионов ( $\pi^+ + \pi^-$ ) в зависимости от  $dN_{ch}/d\eta$  для  $|y| < 0.5$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 7$  ТэВ с данными ALICE [127] (мы используем те же коэффициенты нормировки как и на рисунке 2 работы [127] для удобства сравнения). Отметим, что анализ проводился с использованием Rivet. Как видно из рис. 28, обе модели не могут воспроизвести повышенное рождение мульт-



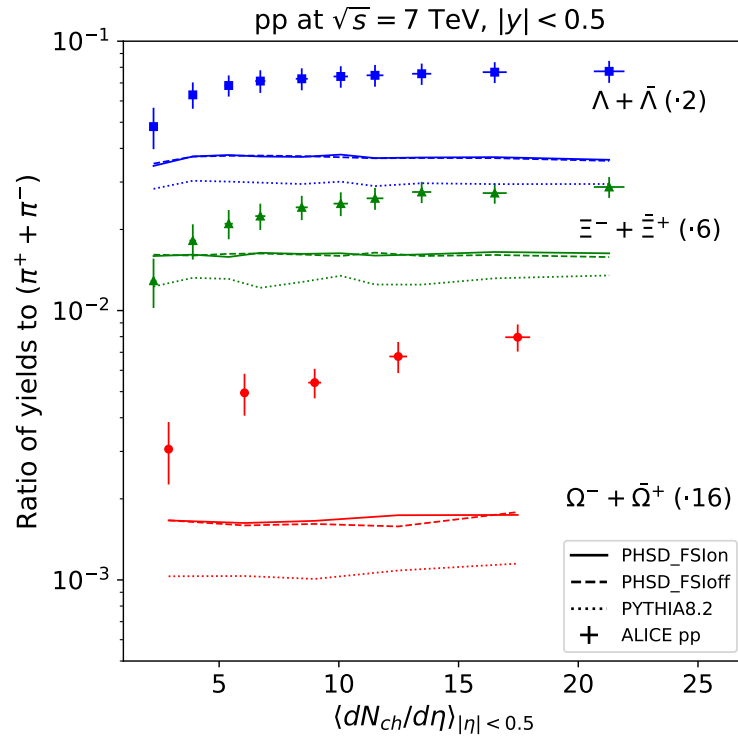


Рис. 28: Отношение  $p_T$  интегрированных выходов  $\Lambda + \bar{\Lambda}$  (умноженных на коэффициент 2),  $\Xi^- + \Xi^+$  (умноженных на 6),  $\Omega^- + \bar{\Omega}^+$  (умноженных на 16) к выходам пионов ( $\pi^+ + \pi^-$ ) в зависимости от  $dN_{ch}/d\eta$  в области  $|y| < 0.5$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 7$  ТэВ. Пунктирные линии соответствуют предсказаниям PYTHIA 8.2, штрихованные линии – результатам PHSD без FSI (“PHSD-FSIoff”), сплошные линии – результатам PHSD с адронным FSI (“PHSD-FSIon”). Экспериментальные данные коллаборации ALICE взяты из работы [127].

тистранных барионов по сравнению с не странными адронами в событиях с высокой множественностью, наблюдаемое коллаборацией ALICE. Как следует из результатов PHSD с адронным FSI и без него, окончательное перераспределение на адронном уровне не может улучшить соотношение, поскольку “химия рождения” в основном связана с очень начальными стадиями  $p + p$  столкновений. Сценарий “QGP” (мы не показываем его явно на рис. 28, поскольку он аналогичен другим сценариям в пределах статистических флуктуаций) в PHSD также не может описать это усиление, поскольку (как объяснено выше) QGP образуется в результате плавления “преадронов” во время фазы расширения и капли QGP могут образовываться из-за флуктуаций плотности энергии. Таким образом, результаты PHSD и PYTHIA 8.2 качественно близки друг к другу, различия между ними можно отнести к разным

настройкам образования странного дикварка.

Отметим, что повышение рождения странных адронов до не странных в  $p + p$  реакциях было воспроизведено в рамках модели EPOS-LHC [70] коллективной адронизацией горячего “ядра”, которое статистически распадается на адроны, а также Монте-Карло генератором событий DIPSY в работе [128] введением “цветовых верёвок”. Такие механизмы не включены в стандартную PYTHIA 8.2 или в PHSD.

#### 4.1.10 Промежуточные выводы для подсекции 4.1

Мы изучили рождение адронов в реакциях  $p + p$ ,  $p + n$  и  $n + n$  в модели PHSD, которая представляет собой микроскопический транспортный подход для динамического описания  $A + A$  и  $p + A$  столкновений и сравнили результаты PHSD и PYTHIA 8.2 с экспериментальными данными. В PHSD эволюция столкновений во времени описывается решением обобщенного уравнения переноса, полученного из градиентного разложения первого порядка уравнения Каданова-Байма, применяемого для сильно взаимодействующих систем. В PHSD все взаимодействия в системе, на адронном или партонном уровнях, рассматриваются полностью микроскопическим способом. Рождение множества частиц в результате первичных  $N + N$  столкновений а также во вторичных  $BB$ ,  $mB$  и  $mm$  реакциях основано на струнной модели LUND, реализованной в виде генераторов событий FRITIOF и PYTHIA.

Генераторы событий LUND FRITIOF и PYTHIA были разработаны с акцентом на описание элементарных реакций при ультрарелятивистских энергиях. Однако генераторы FRITIOF и PYTHIA очень важны также для описания физики тяжелых ионов, так как они исторически были включены во многие транспортные подходы. Такие приложения к HIC требуют от генераторов элементарных событий хорошего описания реакций  $BB$ ,  $mB$  и  $mm$  в очень широком диапазоне энергий - от нескольких ГэВ до нескольких ТэВ. Более того, “химия” ароматов элементарных реакций, происходящих во время эволюции HIC охватывает все возможные комбинации сталкивающихся адронов. Кроме того, взаимодействия  $hh$  в HIC происходят в горячей и плотной среде, а не в вакууме, как в “свободных”  $p + p$  столкновениях. Это требует модификации (“настройки”) исходной струнной модели LUND, которые мы представили здесь в рамках подхода PHSD.

“Настройки PHSD” струнной модели LUND (генераторов FRITIOF 7.02 и PYTHIA 6.4) содержат несколько основных пунктов, которые можно резюмировать как

- Улучшение описания элементарных реакций в вакууме:
- Расширение области применения генераторов LUND до очень низких энергий.

- Улучшение “химии“ ароматов производимых адронов.
- Модификация функции фрагментации струны, т.е. распределения энергии-импульса для лучшего описания низкоэнергетических данных рождения адронов.
  - Модификация фрагментации струны и свойств образовавшихся адронов в горячей и плотной среде, созданной в столкновениях тяжёлых ионов:
- Реализация восстановления киральной симметрии с помощью механизма Швингера для распада струны в плотной среде.
- Учет эффекта Кронина в начальном состоянии при уширении  $\langle k_T \rangle$  в среде.
- Реализация свойств адронов в среде при фрагментации струн путем включения спектральных функций в среде для мезонных и барионных резонансов с шириной, зависящей от импульса, плотности и температуры, вместо нерелятивистских спектральных функций постоянной ширины.

• Мы также указали на концептуальную разницу в трактовке свободных (т.е. в вакууме)  $N + N$  столкновений между моделями PHSD и PYTHIA. В PYTHIA 8.2 с настройками по умолчанию адроны рождаются из распада струны, который дает импульсы вылетающих частиц, однако пространственно-временная картина  $p + p$  столкновений здесь не приводится. В PHSD свободные  $N + N$  столкновения обрабатываются аналогично  $A + A$ , т.е. отслеживая пространственно-временную и импульсную эволюцию системы, решая релятивистские уравнения переноса движения. Более того, адроны, образованные из распада первичной струны, могут участвовать во взаимодействиях в конечном состоянии. Кроме того, при ультрарелятивистских энергиях столкновений, мелкие капли QGP могут образоваться в событиях с большой множественностью рожденных адронов из-за флуктуации плотности энергии.

В этом исследовании мы представили подробное сравнение результатов PHSD и PYTHIA 8.2 с настройками по умолчанию для энергетической зависимости множественности адронов, а так же дифференциальных распределений быстрот  $y$ , поперечных импульсов  $p_T$  и функции фрагментации  $x_F$  в реакциях  $p + p$ ,  $p + n$  и  $n + n$  в диапазоне энергий  $\sqrt{s_{NN}} = 2.7 - 7000$  ГэВ. Мы также сравнили модели с существующими экспериментальными данными.

• Мы обнаружили, что в целом экстраполяция модели LUND (FRITIOF, PYTHIA) до низких энергий (намного ниже порога по умолчанию) достаточно хорошо работает для описания общей множественности рождаемых адронов, что подтверждает её использование в качестве генератора элементарных событий в транспортных подходах. Однако некоторая настройка все же требуется; экспериментальные данные по множественности рожденных адронов при низких и промежуточных энергиях лучше описываются “настройками струны“ в PHSD. То же верно

и для дифференциальных быструх и  $p_T$  спектров. Однако требуется дальнейшее улучшение фрагментации струны для лучшего описания экспериментальных данных при низких и промежуточных энергиях, особенно для рождения мульти-(анти)странных адронов.

- Мы показали сильную изоспиновую зависимость образования частиц в  $p + p$ ,  $p + n$  и  $n + n$  столкновениях, особенно при низких энергиях. Однако отсутствие экспериментальных данных не позволяет сделать здесь надежных выводов. В связи с этим, экспериментальные данные по столкновениям “протон + легкие ядра” могут быть также полезны.

- Мы исследовали роль взаимодействий в конечном состоянии из-за адронных перерассеяний и обнаружили, что при низких энергиях она пренебрежимо мала из-за очень низкой плотности образовавшихся адронов; эффект FSI растет с увеличением энергии столкновения, однако даже при энергиях LHC он дает меньше 5 % увеличения множественности заряженных адронов и только небольшие изменения в спектрах поперечного импульса. Этот вывод PHSD согласуется с недавними результатами группы Lund [77], где был учтен адронный эффект FSI в PYTHIA в рамках пространственно-временной картины столкновений  $p + p$ . Также показано влияние на спектры  $p_T$  возможного образования мелких капель КГП в  $p + p$  столкновениях при энергиях LHC и обнаружен лишь очень небольшой эффект.

Наконец, мы подчеркиваем важность разработки надежных генераторов событий для элементарных реакций от низких до ультрарелятивистских энергий для физики тяжелых ионов.

## 4.2 Результаты для адронов в столкновениях тяжёлых ионов

Результаты данного раздела основаны на работе [63].

### 4.2.1 Энергии AGS

Начнем наше сравнение с показанных на рис. 29 и 30  $m_T$  и быструх спектров протонов в центральных столкновениях  $Au + Au$  при энергии пучка 4, 6, 8 и 10.7 АГэВ, рассчитанных в RHQMD с жестким и мягким уравнением состояния ядерной материи. Результаты RHQMD сравниваются с результатами PHSD, а также с экспериментальными данными AGS [129, 130, 131, 132, 133, 134, 135]. В быструх спектрах влияние уравнения состояния едва заметно при самой низкой энергии пучка, но спектры поперечных масс показывают чувствительность к урав-

нению состояния ядерной материи на всех энергиях. Жесткое уравнение состояния увеличивает наклон спектров при больших  $m_T$  и снижает выход при низких  $m_T$  по сравнению с мягким уравнением состояния. Мы обнаружили, что RHQMD с мягким уравнением состояния ядерной материи хорошо согласуется с предсказаниями PHSD. Согласие с экспериментом позволяет сделать вывод, что остановка ядер в RHQMD описано разумно. Последнее важно для интерпретации результатов вновь образовавшихся адронов, поскольку они чувствительны к потерям энергии исходных сталкивающихся нуклонов, т. е. до доли их кинетическая энергия, которая будет преобразована в производство массы.

Аналогично распределениям протонов, мы демонстрируем на рис. 31 быстрое распределения, а на рис. 32  $m_T$ -спектры для  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $K^-$  и  $\Lambda + \Sigma^0$ , рождённых в центральных столкновениях  $Au + Au$  для различных энергий пучка,  $E_{lab} = 4, 6, 8$  и  $10.7$  АГэВ. Мы снова сравниваем здесь вычисления RHQMD с мягким и жестким уравнением состояния ядерной материи с результатами PHSD (отметим, что в  $m_T$  спектрах мы показываем только предсказания с жестким уравнением состояния RHQMD и результаты PHSD для более четкого представления). В отличие от протонных  $m_T$ -спектров, которые показывали заметную зависимость от уравнения состояния, спектры рождённых адронов показывают лишь очень слабую зависимость от нуклонного потенциала.

### 4.2.2 Энергии SPS

Теперь мы сравним результаты RHQMD и экспериментальные данные NA49 при энергиях SPS. Снова начнем с проверки стоппинга протонов. Спектры быстрого протонов и  $m_T$  спектры RHQMD при  $E_{beam} = 20, 30, 40, 80$  и  $158$  А ГэВ в сравнении с экспериментальными данными [136, 114, 137], показаны на рис. 33 и 34. Здесь сплошные красные линии с пустыми квадратами соответствуют результатам RHQMD с жестким уравнением состояния. Быстротные распределения протонов из RHQMD и  $m_T$ -спектры демонстрируют разумное согласие с экспериментальными данными. Таким образом, QMD динамика обеспечивает правильный стоппинг и при энергиях SPS.

На рис. 35 и 36 представлены быстротные распределения и  $m_T$ -спектры  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $K^-$  и  $\Lambda + \Sigma^0$  для 5 % центральных столкновений  $Pb + Pb$  при 20, 40, 80 и 158 АГэВ в сравнении с экспериментальными данными коллаборации NA49 [136, 114, 137]. Здесь мы видим, что RHQMD согласуется с экспериментальными данными аналогично PHSD поскольку в динамике рождённых адронов при высоких энергиях преобладает интеграл столкновений и она не очень чувствительна к реализации динамики нуклонов через MF или QMD.

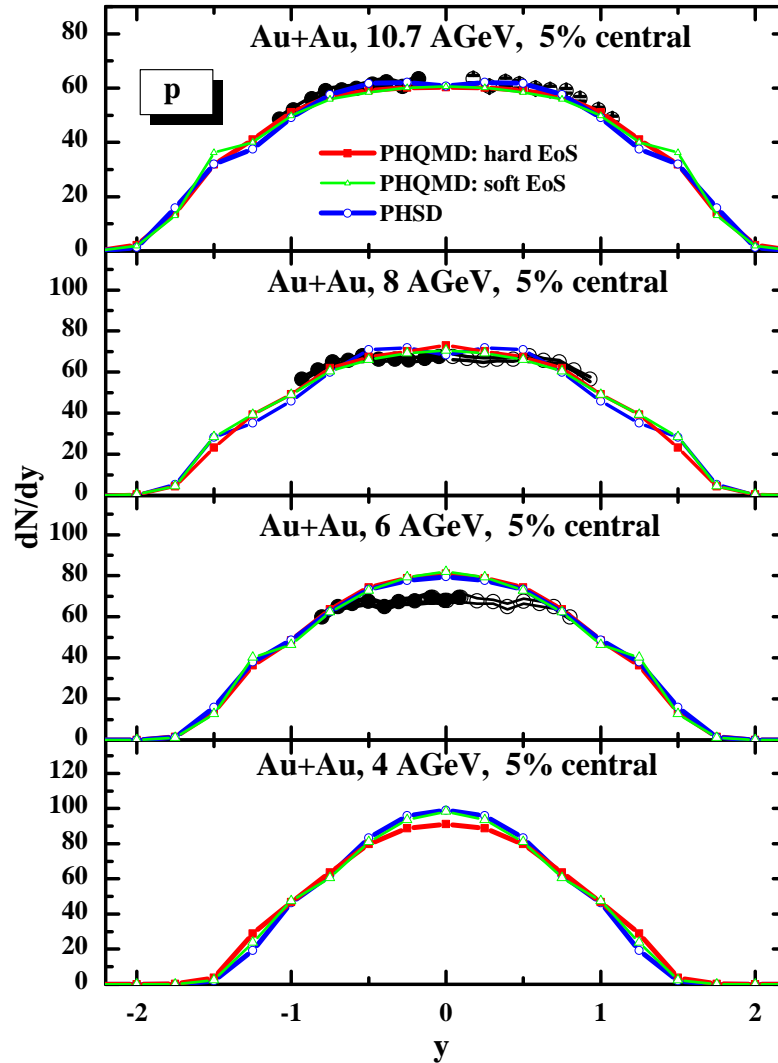


Рис. 29: Быстротные распределения протонов для 5% центральных столкновений  $Au + Au$  при 4, 6, 8, 10.7 АГэВ (графики снизу вверх). Экспериментальные данные взяты из [[135]]. Полные символы соответствуют экспериментальным данным, открытые символы – данные, отраженные в центральной быстрой. Сплошные красные линии с пустыми квадратами относятся к результатам PHQMD с жестким уравнением состояния, зеленая линия с открытыми треугольниками для результатов PHQMD с мягким уравнением состояния, синие линии с открытыми кружками для результатов PHSD.

### 4.2.3 Энергии RHIC BES

Последние измерения, выполненные коллаборацией STAR в рамках программы RHIC BES, предоставляют высокоточные экспериментальные данные в области

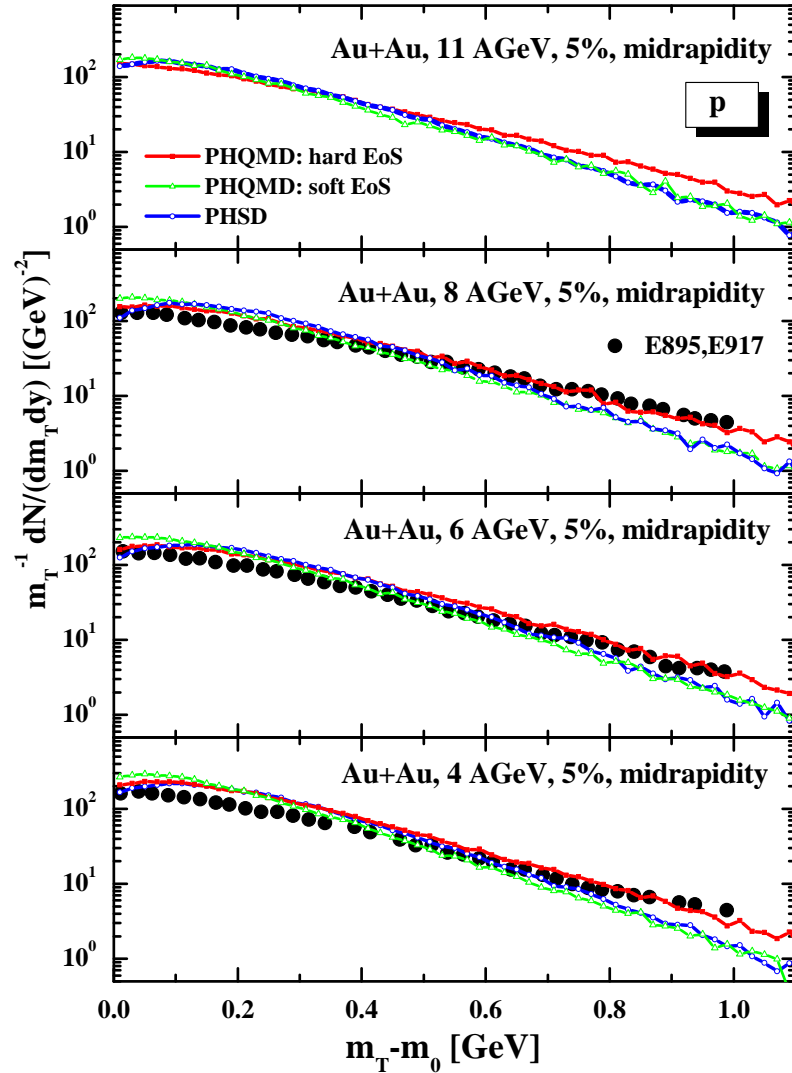


Рис. 30:  $m_T$ -спектры поперечных масс протонов при центральных быстротах для 5 % центральных столкновений  $Au + Au$  при 4, 6, 8, 10.7 АГэВ (графики снизу вверх). Экспериментальные данные взяты из [[135]]. Сплошные красные линии с пустыми квадратами относятся к результатам PHQMD с жестким уравнением состояния, зеленая линия с открытыми треугольниками для результатов PHQMD с мягким уравнением состояния, синие линии с открытыми кружками - результаты PHSD.

центральных быстрот. Здесь мы представляем избранные результаты для сравнения PHQMD с RHIC BES. Готовится более масштабное систематическое исследование по этому вопросу.

Для того, чтобы изучить зависимость распределений рождённых частиц от

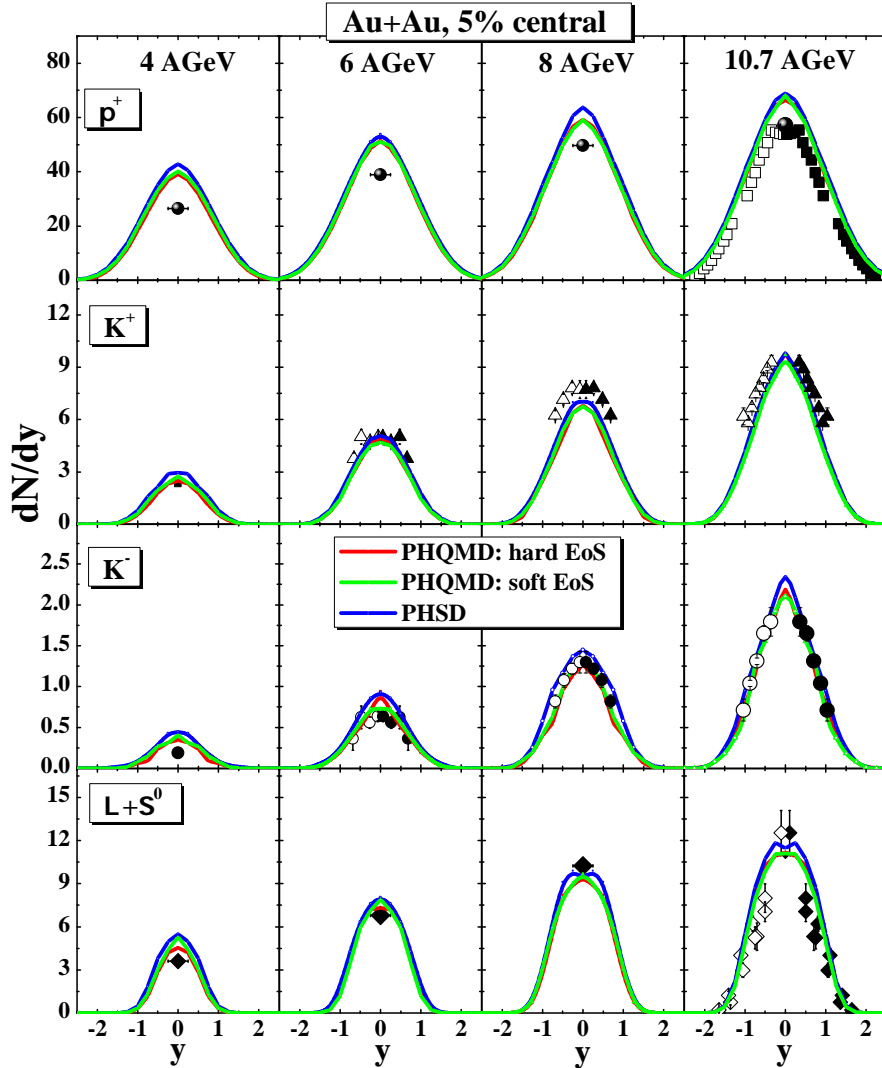


Рис. 31: Быстротные распределения  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $K^-$  и  $\Lambda + \Sigma^0$  для 5 % центральных столкновений  $Au + Au$  при 4, 6, 8 и 10.7 АГэВ (графики слева направо) в сравнении с экспериментальными данными из [129, 130, 131, 132, 133, 134]. Сплошные красные линии с пустыми квадратами относятся к результатам PHQMD с жестким уравнением состояния ядерной материи, зеленая линия с открытыми треугольниками для результатов PHQMD с мягким уравнением состояния, синие линии с открытыми кружками - результаты PHSD.

центральности столкновения, мы показываем спектры поперечного импульса рожденных мезонов  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ , протонов и антипротонов в области центральных быстрот для различных классов центральности в столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s} = 11.5$  ГэВ



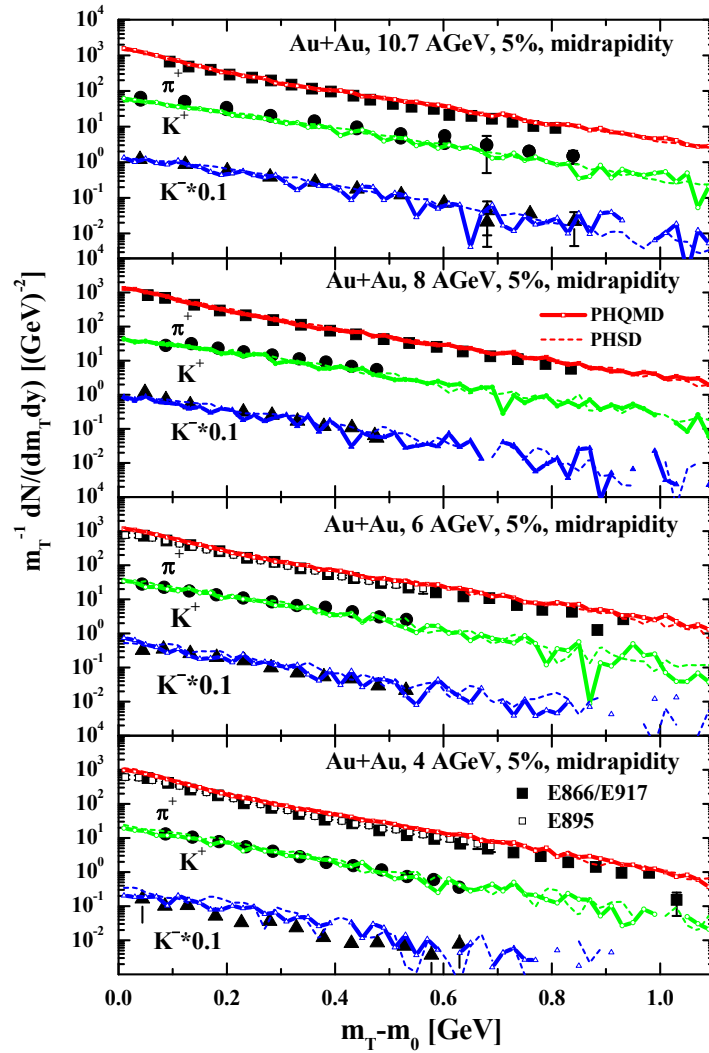


Рис. 32:  $m_T$ -спектры  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $K^-$  и  $\Lambda + \Sigma^0$  в области центральных быстрот для 5 % центральных столкновений  $Au + Au$  при 4, 6, 8 и 10.7 АГэВ (графики снизу вверх) в сравнении с экспериментальными данными из [129, 130, 131, 132, 133, 134]. Сплошные линии с открытыми символами относятся к результатам RHQMD с жестким уравнением состояния, пунктирная линия - результаты PHSD.

на рис. 37 и сравниваем их с экспериментальными данными, измеренными коллаборацией STAR [138]. Расчеты RHQMD выполнены с жестким уравнением состояния ядерной материи. Мы видим, что зависимость спектров рождённых частиц от центральности также хорошо описывается в подходе RHQMD, в то время как наклон

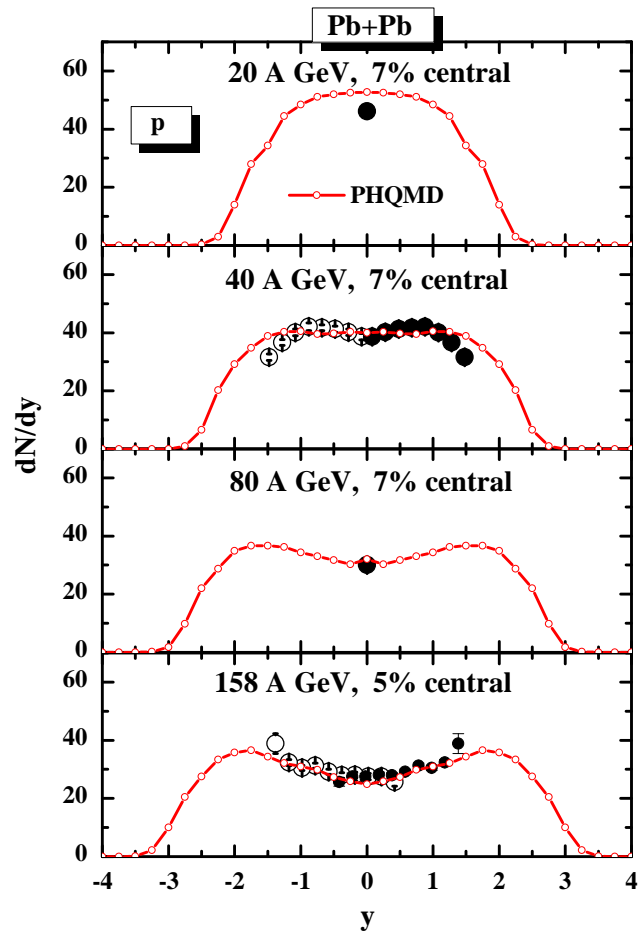


Рис. 33: Быстротные распределения протонов в 5% центральных столкновениях  $Pb+Pb$  при 20, 40, 80 и 158 А ГэВ (графики сверху вниз). Экспериментальные данные взяты из [136, 114, 137]. Полные символы соответствуют измеренным данным, тогда как открытые символы – данным, отраженным при центральной быстроте. Сплошные красные линии с пустыми квадратами относятся к результатам PHQMD с жестким уравнением состояния.

протонов немного занижен. Аналогичная тенденция наблюдалась для протонов при энергиях SPS – см. рис. 33.

#### 4.2.4 Энергии Top RHIC

Хорошее согласие между предсказаниями PHQMD для быстротных спектров и поперечных импульсов одиночных частиц и экспериментальными данными сохра-

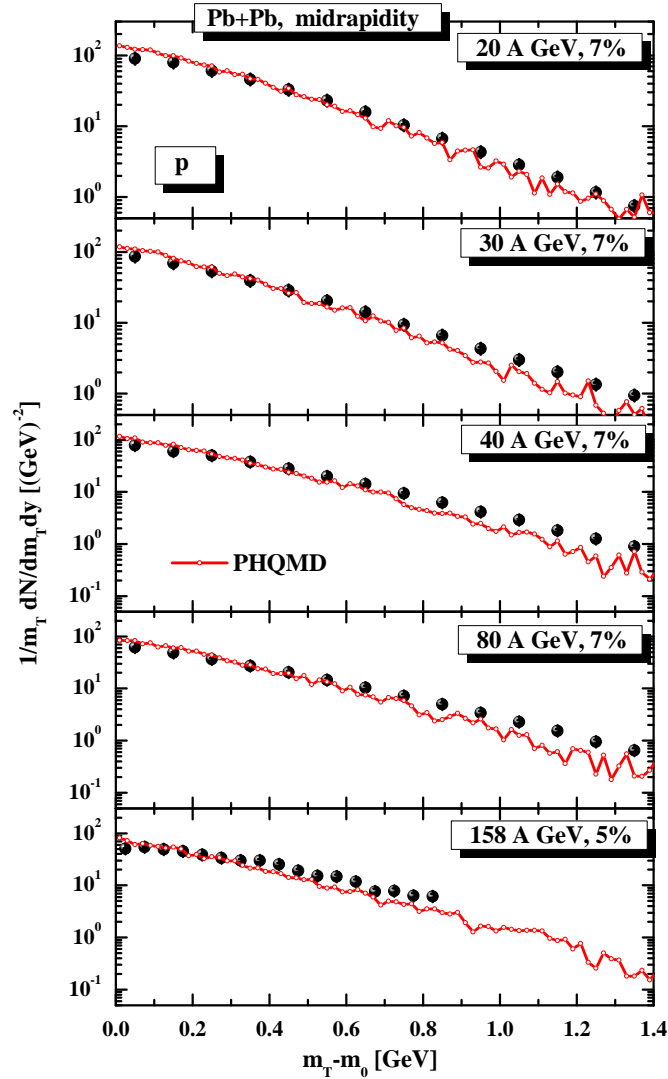


Рис. 34:  $m_T$ -спектры протонов для 5% центральных столкновений  $Pb + Pb$  при 20, 30, 40, 80 и 158 АГэВ (графики сверху вниз) в сравнении к экспериментальным данным коллаборации NA49 из работ [136, 114, 137]. Сплошные красные линии с пустыми квадратами относятся к результатам PHQMD с жестким уравнением состояния.

няется и для более высоких энергий пучка. На рис. 38 и 39 мы показываем распределения скорости и поперечного импульса  $p_T$  адронов ( $\pi^\pm, K^\pm, p, \bar{p}, \Lambda + \Sigma^0, \bar{\Lambda} + \bar{\Sigma}^0$ ) для 5% центральных столкновений  $Au + Au$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  ГэВ в сравнении с экспериментальными данными из BRAHMS [139, 140], PHENIX [141] и STAR [142].

Отметим еще раз, что при энергиях RHIC мы показываем только расчеты

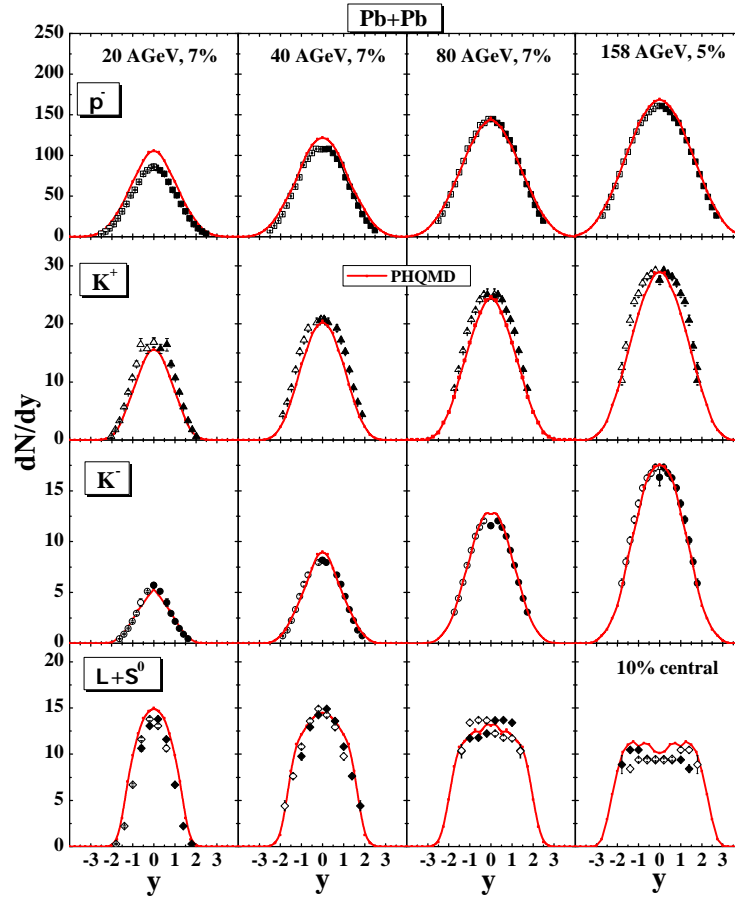


Рис. 35: Быстротные распределения  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $K^-$ , и  $\Lambda + \Sigma^0$  из PHQMD для 5 % центральных столкновений  $Pb + Pb$  при 20, 40, 80 и 158 АГэВ (графики слева направо) в сравнении с экспериментальными данными коллаборации NA49 [136, 114, 137].

PHQMD, поскольку PHSD и PHQMD дают очень похожие результаты. При таких ультрарелятивистских энергиях влияние нуклонного потенциала незначительно, и форма спектров (даже для протонов) в основном определяется партонными взаимодействиями. Отметим, что при самой высокой энергии PHQMD (как и PHSD) недооценивает спектры при больших  $p_T$ . Это можно объяснить тем, что некоторые части начальных “жестких” процессов частично размазаны в нынешней реализации PHSD путем плавления “преадронов” из струн в массивные одетые квазипартонны в соответствии с моделью DQPM. Благодаря этой процедуре некоторые мини-джеты, присутствующие в струнной модели LUND, тоже можно объединить с QGP. Этот вопрос требует дальнейшего изучения которые мы оставляем для будущих исследований.

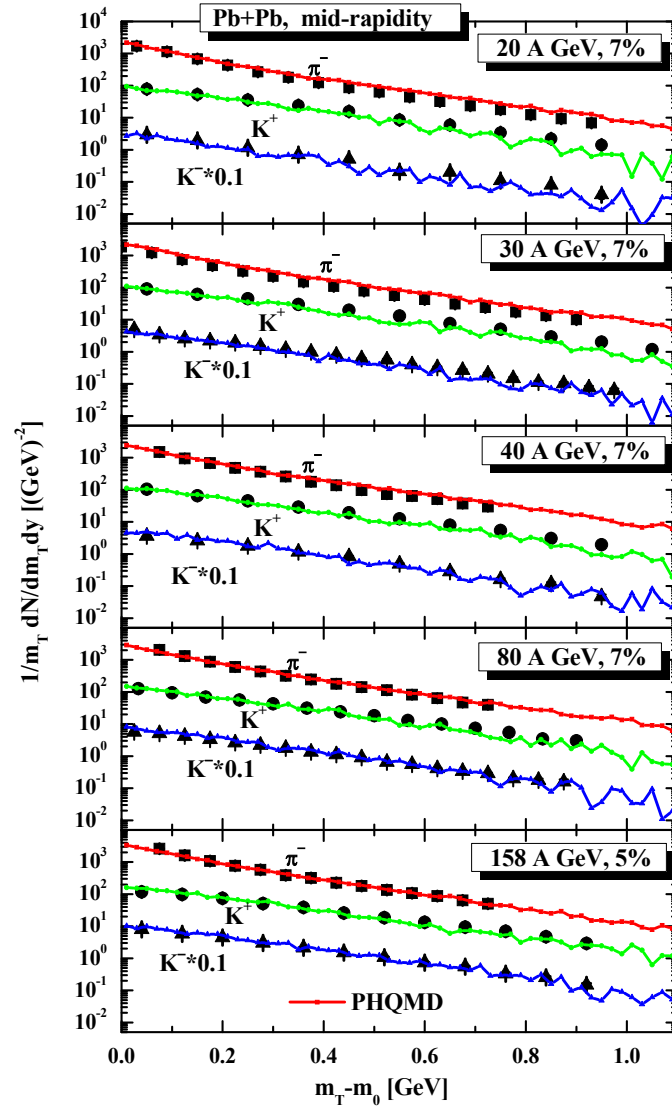


Рис. 36:  $m_T$ -спектры  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $K^-$ , и  $\Lambda + \Sigma^0$  из RHQMD в центральных быстротах для 5% центральных столкновений  $Pb + Pb$  при 20, 30, 40, 80 и 158 АГэВ (графики сверху вниз) в сравнении к экспериментальным данным коллаборации NA49 [136, 114, 137].

### 4.2.5 Энергии SIS

Мы закрываем этот раздел понижая энергию до энергий SIS, что позволит показать чувствительность спектров рождённых частиц к динамике QMD и MF, а

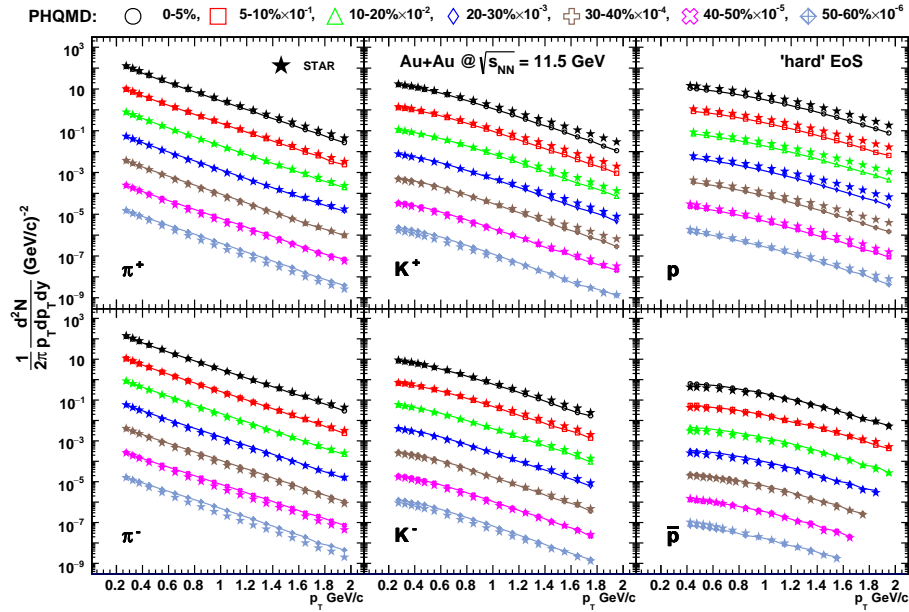


Рис. 37:  $p_T$ -спектры  $\pi^\pm, K^\pm, p$  и  $\bar{p}$  в центральных быстротах в столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s} = 11.5$  ГэВ для RHQMD с жестким уравнением состояния ядерной материи в сравнении с экспериментальными данными STAR[138] для разных классов центральности. Спектры для разных центральностей нормированы на соответствующие множители для лучшей видимости: 0-5%  $\times 1$ ; 5-10%  $\times 10^{-1}$ ; 10-20%  $\times 10^{-2}$ ; 20-30%  $\times 10^{-3}$ ; 30-40%  $\times 10^{-4}$ ; 40-50%  $\times 10^{-4}$ ; 50-60%  $\times 10^{-6}$ .

также к различным уравнениям состояния. Начнем со спектров пионов, поскольку, как обсуждалось во введении, спектры протонов можно сравнивать с данными только после вычитания протонов, связанных в ядра. Мы увидим в следующем разделе, что доля таких связанных протонов довольно высока при низких энергиях, так как множественность ядер растет с уменьшением энергии столкновений.

При  $E_{beam} = 1.5$  АГэВ быстрое распределение пионов  $y_0 = y/y_{proj}$  в центральных  $Au + Au$  реакции были измерены коллаборацией FOPI [143]. На рис. 40 мы сравниваем данные FOPI с предсказаниями RHQMD с использованием жесткого (сплошные линии с квадратами) и мягкого (пунктирные линии с треугольниками) уравнения состояния, а также с предсказаниями PHSD (пунктирные линии со звездами). Как видно из рис. 40, быстрое распределение пионов чувствительно к уравнению состояния: экспериментальные данные лучше всего согласуются с результатами RHQMD для жесткого уравнения состояния. Смягчение уравнения состояния приводит к небольшому увеличению выхода пионов, как видно по результатам RHQMD с мягким уравнением состояния, а также по результатам PHSD, где уравнение состояния тоже мягкое.

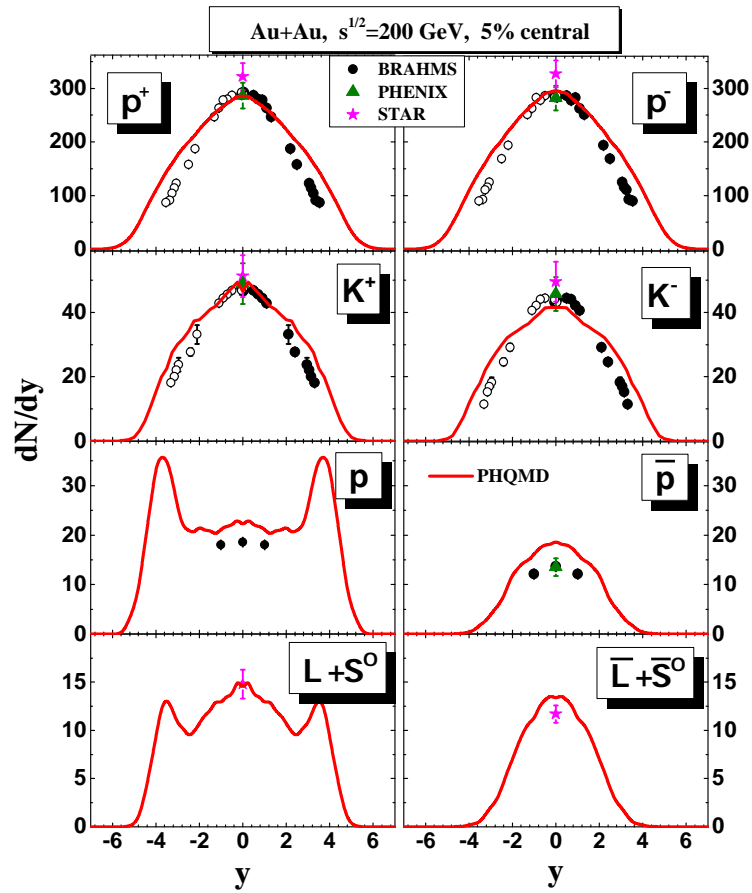


Рис. 38: Быстротные распределения  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $p$   $\Lambda + \Sigma^0$ , слева, и их античастиц  $\pi^-$ ,  $K^-$ ,  $\bar{p}$  и  $\bar{\Lambda} + \bar{\Sigma}^0$ , справа, в 5% центральных столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV в сравнении с экспериментальными данными BRAHMS [139, 140], PHENIX [141] и STAR [142].

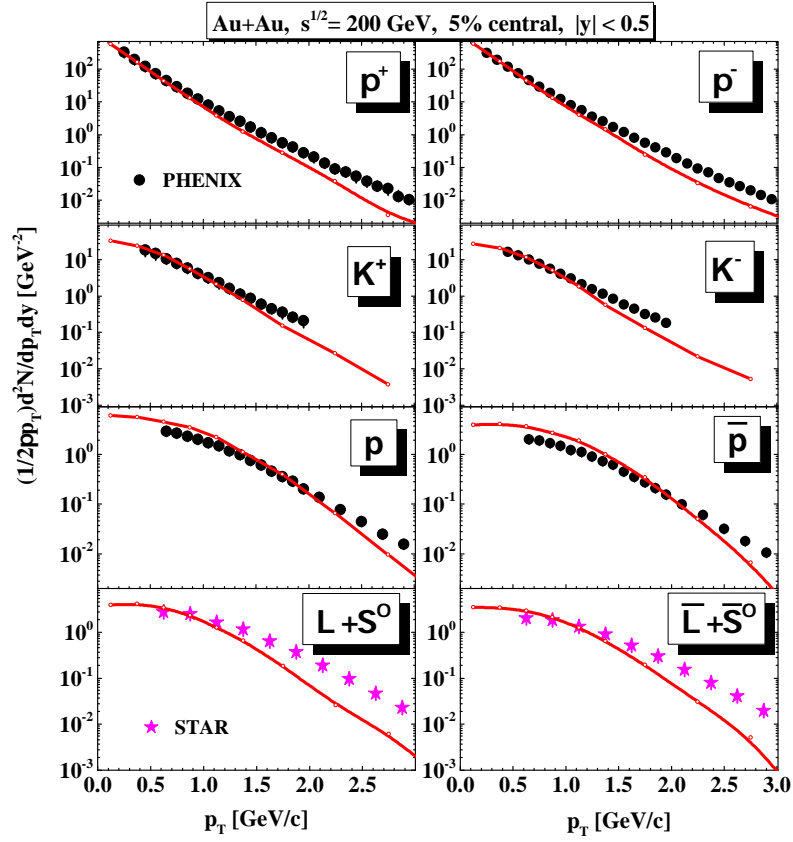


Рис. 39: Спектры поперечного импульса  $p_T$   $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $p$   $\Lambda + \Sigma^0$ , слева, и их античастиц  $\pi^-$ ,  $K^-$ ,  $\bar{p}$  и  $\bar{\Lambda} + \bar{\Sigma}^0$ , справа, в 5% центральных столкновениях Au+Au при  $\sqrt{s} = 200$  GeV в сравнении с экспериментальными данными BRAHMS [139, 140], PHENIX [141] и STAR [142].



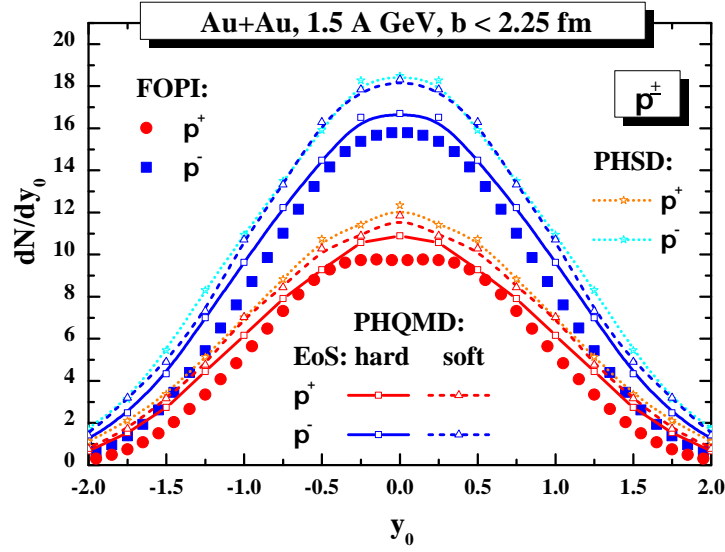


Рис. 40: Нормированное экспериментальное распределение быстрот  $y_0 = y/y_{proj}$   $\pi^+$  и  $\pi^-$ , наблюдаемое в центральных реакциях  $Au + Au$  при 1.5 АГЭВ [143] в сравнении с предсказаниями PHQMD с жестким (сплошные линии с квадратами) и мягким (пунктирные линии с треугольниками) уравнением состояния, а также с предсказаниями PHSD (пунктирные линии со звездами).

Наконец, мы можем сделать вывод из этого сравнения, что быстрое распределение, а также  $m_T$ -спектры протонов и образовавшихся частиц хорошо воспроизводятся в подходе PHQMD. Это также означает, что основные характеристики, такие как потеря энергии и элементарные сечения, находятся под контролем. Это позволяет нам приступить к исследованию рождения ядер с помощью алгоритмов SACA и MST.

### 4.3 Результаты для ядер и гиперядер

Результаты данного раздела основаны на работе [63].

#### 4.3.1 Лёгкие ядра

При более низких энергиях пучка становится важным образование ядер. Согласно измерениям коллаборации FOPI [143], в центральных столкновениях  $Au + Au$  при 1.5 АГЭВ обнаружено около 111 свободных протонов и 60 протонов связаны в

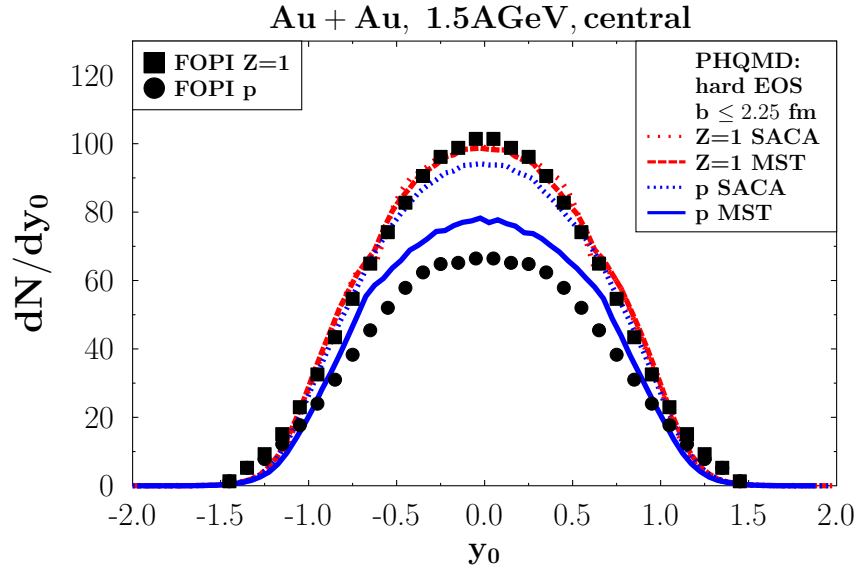


Рис. 41: Нормированное быстрое распределение  $y_0 = y/y_{proj}$  для всех связанных и несвязанных протонов ( $Z = 1$ ) – сплошные квадраты, и свободных (несвязанных) протонов – сплошные точки, наблюдаемые коллаборацией FOPI в центральных столкновениях  $Au + Au$  при 1.5 А ГэВ [143] в сравнении с предсказаниями RHQMD: распределение по быстрой всех связанных и несвязанных протонов ( $Z = 1$ ) после идентификации ядер с помощью MST (красная пунктирная линия) или SACA (красная пунктирная линия); распределение свободных протонов по быстрой после вычитания связанных протонов в ядрах, обозначенных MST (синяя сплошная линия) или SACA (синяя короткая пунктирная линия).

ядра, преимущественно с  $Z = 1, 2$ . На рис. 41 мы сравниваем предсказания RHQMD для нормированных быстрых распределений ( $y_0 = y/y_{proj}$ , где  $y_{proj}$  – быстрая пучка в системе центра масс)  $Z = 1$  “кластеров“ (которые включают несвязанные протоны и легкие ядра, такие как дейтроны и тритоны) и (несвязанных) протонов с экспериментальными данными FOPI для центральных столкновений  $Au + Au$  при 1.5 А ГэВ [143]. Здесь мы представляем результаты для ядер, идентифицированных MST (красная пунктирная линия) или SACA (красная пунктирная линия).

Поскольку интегрированный выход ядер с зарядом  $Z = 1$  дает почти полное количество зарядов (ядерс  $Z = 2$  в среднем всего 6.8), достаточно очевидно, что интегрированная множественность RHQMD  $Z = 1$  согласуется с данными. Кроме того, хорошо воспроизводится нормированное быстрое распределение  $Z = 1$  “кластеров“, отражающее стоппинг. Это объясняет также то, что быстрое распределение образовавшихся частиц, например  $\pi^+$  и  $\pi^-$ , также согласуются с экспе-

риментом (см. Рис. 40). На рис. 41 показано в том числе и быстрое распределение свободных протонов (синие линии).

Разница между распределением быстрого  $Z = 1$  (красные линии) и протонов (синие линий) на рис. 41 обусловлена теми протонами, которые связаны в ядра  $Z = 1$ .

Как уже обсуждалось ранее, SACA с только взаимодействиями типа Скинра, как в настоящее время реализовано в RHQMD (синяя длинная пунктирная линия), не очень эффективен для описания легких ядер и гиперядер в области центральных быстрых, соответственно, он недооценивает количество нуклонов, связанных в ядра. Алгоритм MST – который не учитывает энергию связи ядер как SACA, и, следовательно, менее чувствителен к потенциальному взаимодействию нуклонов (синяя короткая пунктирная линия на 41) гораздо ближе подходит к данным, несмотря на отсутствие описания квантовой природы лёгких кварков. Более того, как показано на 8, алгоритм MST обеспечивает довольно стабильный выход легких ядер с течением времени. Поэтому для дальнейшего анализа легких ядер в центральных быстрых в этом разделе мы используем алгоритм MST.

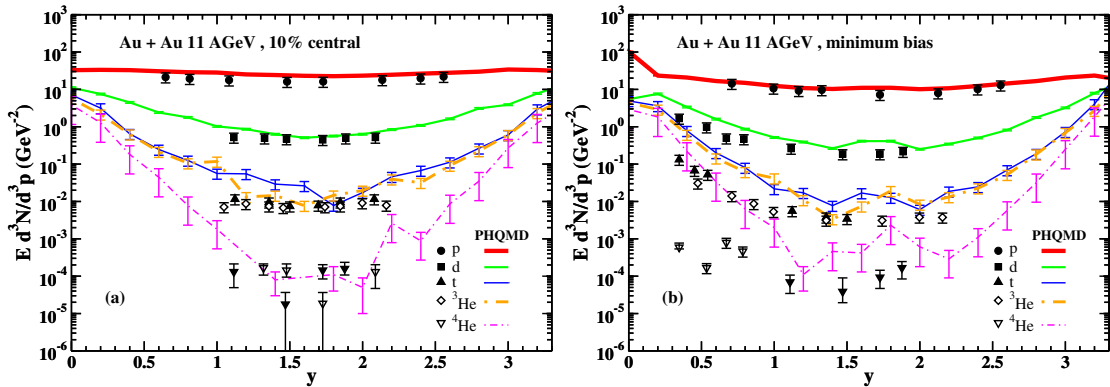


Рис. 42: Инвариантные множественности  $p, d, t, {}^3\text{He}, {}^4\text{He}$  при  $p_T \leq 0.1$  ГэВ как функции быстрой для 10% центральных (левый график) и min.bias (правый график) столкновений  $Au + Au$  при  $E_{beam} = 11$  АГэВ. Экспериментальные данные коллабораций E886 и E878 взяты из [144, 145]. Сплошные (штрихпунктирные) линии разной толщины соответствуют расчетам RHQMD с жестким уравнением состояния ядерной материи для значений заряда  $Z = 1$  ( $Z = 2$ ). Ядра идентифицируются алгоритмом MST.

Мы переходим к высоким энергиям и сравниваем предсказания RHQMD для легких ядер с доступными экспериментальными данными при энергиях AGS. На рис. 42 результаты RHQMD с жестким уравнением состояния инвариантные множественности  $p, d, t, {}^3\text{He}, {}^4\text{He}$  при  $p_T \leq 0.1$  ГэВ как функции быстрой в 10% центральных (левый график) и min.bias (правый график) столкновениях  $Au + Au$  при

$E_{beam} = 11$  АГэВ сравниваются с экспериментальными данными коллабораций E878 [145] и E886 [144], обозначенных разными символами для разных видов. Для  ${}^4\text{He}$  мы отдельно представляем измерения из E886 (пустые треугольники) и E878 (закрашенные треугольники). Ядра идентифицируются методом MST, а затем выбираются с помощью комбинаций изоспина и заряда. Цветные линии на рис. 42 – это результаты RHQMD, которые мы также предоставляем с погрешностями, которые напоминают статистические флуктуации. Как видно, они согласуются с измеренными экспериментальными данными. Отметим, что на завершающей стадии реакций с тяжелыми ионами алгоритм MST находит примерно такое же количество легких ядер, которые распознаются достаточно стабильным и независимым от времени способом с помощью метода SACA.

Завершая этот раздел, мы подчеркиваем, что RHQMD – это согласованный микроскопический транспортный подход, применимый к релятивистским энергиям в котором ядра и гиперядра создаются динамически одним и тем же потенциальным взаимодействием, которое управляет эволюцией нуклонов до конца реакции. Более того, алгоритм поиска ядер и гиперядер (MST), применяемый в разное время, находит похожие ядра. Чтобы получить эти ядра не требуется никаких предположений о времени или радиусе кластеризации, они естественно возникают в результате взаимодействия нуклонов в течение всей реакции с тяжелыми ионами.

Как правило, существование легких ядер и гиперядер в центральных быстротах столкновений тяжелых ионов это удивительное явление. Участвующие там нуклоны образуют фаербол, который может быть описан в термальных подходах, предполагающих температуру порядка 100 МэВ [146].

Кроме того, поперечные энергетические спектры показывают обратный параметр наклона такого же порядка, который, однако, состоит из радиального потока и теплового вклада. Это наблюдение вызвало предположение, что в высокоэнергетических реакциях тяжелых ионов образуется горячая тепловая система. С другой стороны, легкие скопления, которые образуются, имеют энергии связи в несколько МэВ и не могут выжить в такой горячей среде. Кроме того, любое столкновение скоплений с адронами из огненного шара разрушило бы эти скопления.

Таким образом, остается открытым вопрос о том, как в центральных быстротах образуются ядра, которые можно наблюдать вплоть до самых высоких энергий ЛНС, и как они могут выжить в горячем “огненном шаре“ материи участников взаимодействия. Модель коалесценции или статистическая модель не могут ответить на этот вопрос. Результаты RHQMD, полученные с помощью метода идентификации ядер MST, показывают, что ядра могут образовываться в такой среде, но метод MST не позволяет подробно исследовать, почему и когда образуются ядра, поскольку этот метод может идентифицировать ядра только в конце реакции. Чтобы преодолеть это ограничение, требуется дальнейшее развитие алгоритма SACA для поиска лёгких ядер, что поможет пролить свет на их динамическое формирование.

### 4.3.2 Тяжёлые ядра

В прошлом подходы QMD очень успешно применялись к описанию деталей формирования ядер при энергиях ниже  $E_{kin} = 200$  АМЭВ [58, 60, 99, 8]. Они могли воспроизводить выходы зарядов, множественность ядер, спектры ядер и сложные явления, такие как бимодальность. При этих энергиях фрагментация материи нуклонов-наблюдателей является доминирующим механизмом для образования ядер, и методы поиска ядер и гиперядер, такие как MST или SACA, могут идентифицировать образовавшееся ядро [55, 56].

В рамках RHQMD мы расширяем наши исследования на немного более высокие энергии и сначала сравниваем RHQMD с экспериментальными данными коллаборации ALADIN, которая измеряла образование ядер при энергиях пучка от 600 до 1000 АМЭВ [6, 7]. В настоящее время это самая высокая энергия пучка, для которой полностью проанализированы экспериментальные данные по тяжелым ядрам. Для этого исследования мы используем жесткое уравнение состояния и алгоритм SACA. Одним из ключевых результатов коллаборации ALADIN является зависимость множественности ядер промежуточных масс  $3 \leq Z \leq 30$ , измеренных в прямом направлении, от общего связанного заряда  $Z_{bound 2}$ . Эта множественность представлена как сумма всех выпущенных вперед связанных зарядов,  $Z_{bound 2}$ , которая может быть выражена с помощью функции  $\Theta$ :

$$Z_{bound 2} = \sum_i Z_i \Theta(Z_i - (1 + \epsilon)),$$

с ( $\epsilon < 1$ ). Получается распределение, которое для пучков  $Au$  практически не зависит от энергии в интервале  $600 \leq E_{beam} \leq 1000$  АМЭВ, а также не зависит от размера мишени. Отметим, что в оригинальной публикации [6] множественность ядер промежуточной массы была переоценена из-за неверно идентифицированных, в основном  $Z = 3$ , ядер, которые на самом деле были двумя  $\alpha$ -частицами. Позже, с улучшенной установкой, это было обнаружено для небольших систем. Повторное измерение для системы  $Au + Au$  показало, что множественность ядер промежуточной массы примерно на 15% ниже, чем опубликовано в [6]. Скорректированная кривая роста и падения для реакций  $Au + Au$  была опубликована в [147] и будет использоваться для сравнения в нашем исследовании.

Немонотонная зависимость множественности ядер промежуточной массы показана на рис. 43. Мы демонстрируем предсказания подхода RHQMD для столкновений  $Au + Au$  при 600 АМЭВ, полученные с помощью жесткого уравнения состояния в сравнении с экспериментальными данными коллаборации ALADIN [147]. Ядра, идентифицированные SACA, стабильны для времени больше 50 фм/с, как показано на рис. 43. Хорошо видно, что RHQMD с жестким уравнением состояния довольно хорошо воспроизводит экспериментальные данные.

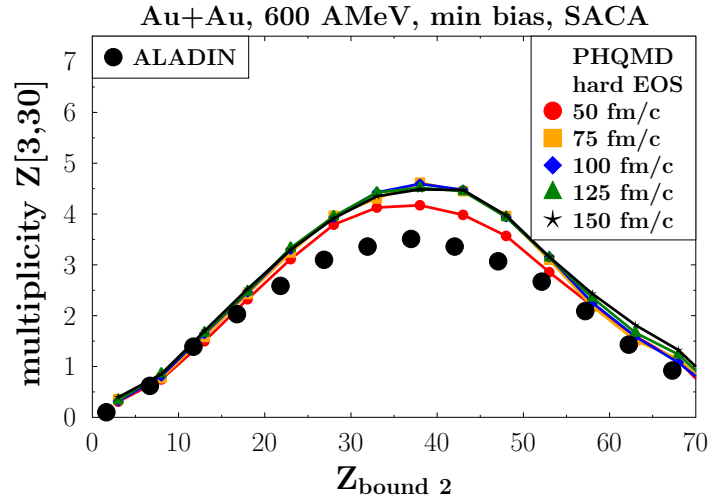


Рис. 43: Зависимость множественности ядер с  $Z \in [3, 30]$  как функция общего связанного заряда  $Z_{\text{bound } 2}$ . Обе величины измеряются для ядер, испущенными в переднем направлении. Экспериментальные данные коллаборации ALADIN взяты из работы [147, 61]. На графике показаны результаты PHQMD с жестким уравнением состояния ядерной материи с использованием от SACA для 600 АГэВ в разное время: 50 (красная линия), 75 (оранжевая линия), 100 (синяя линия), 125 (зеленая линия), 150 (черная линия) фм/с.

Увеличение и уменьшение множественности ядер промежуточной массы сильно зависит от уравнения состояния ядерной материи. На рис. 44 показаны зависимость множественности ядер промежуточной массы от общего связанного заряда для мягкого уравнения состояния. В полу-периферийных и периферийных столкновениях, где  $Z_{\text{bound } 2}$  велико, вещество нуклонов-наблюдателей гораздо менее стабильно и фрагментируется на гораздо большее количество ядер промежуточной массы по сравнению с жестким уравнением состояния (рис. 43). Таким образом, структура фрагментов в полу-периферических реакциях может служить дополнительной наблюдаемой для экспериментального определения адронного уравнения состояния.

Коллаборация ALADIN также измерила множественность ядер с заданным зарядом  $Z$  ( $Z = 3, 4, 5, 7, 10$ ) как функцию от  $Z_{\text{bound } 2}$ . Предсказания PHQMD сравниваются с экспериментальными данными на рис. 45. Следуя аргументам, приведенным выше, мы умножили кратность ядер  $Z = 3$ , опубликованных в [6], на 0.85, предполагая, что неправильно идентифицированные ядра были исключительно ядрами с зарядом  $Z = 3$ . Наблюдается хорошее согласие результатов PHQMD с экспериментальными данными.

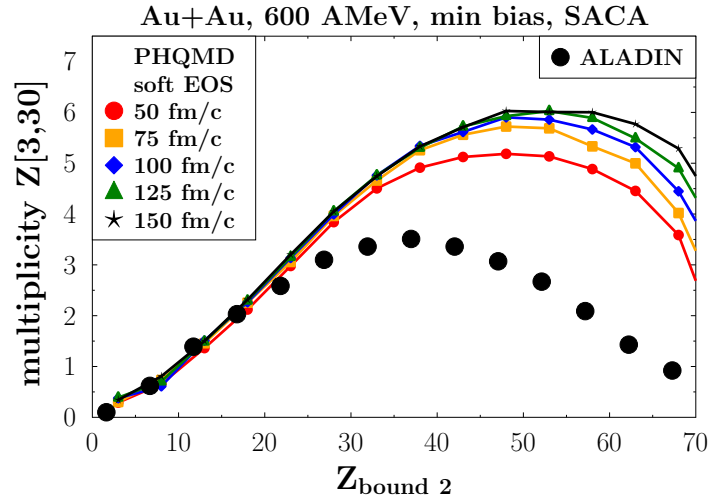


Рис. 44: То же, что и рис. 43, но для “мягкого” уравнения состояния.

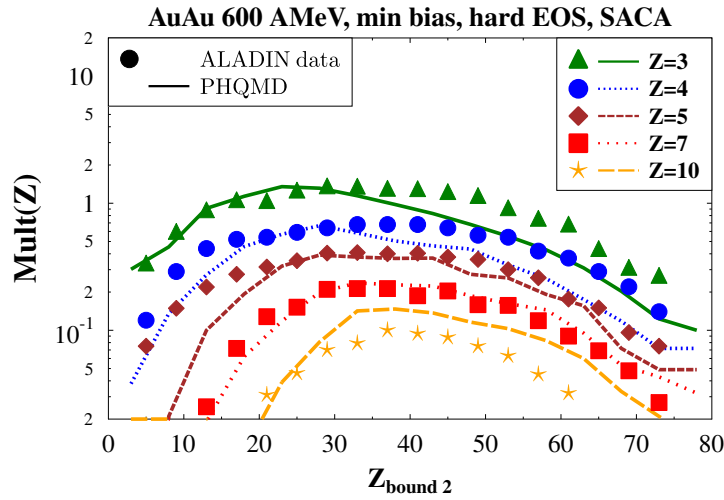


Рис. 45: Зависимость множественности ядер промежуточной массы с заданным зарядом  $Z$  ( $Z = 3, 4, 5, 7, 10$ ) от общего связанного заряда  $Z_{\text{bound } 2}$ . Обе величины измеряются для ядер испущенных в прямом направлении. Предсказания PHQMD с идентификацией ядер с помощью SACA (линии) сравнивается с экспериментальными данными ALADIN [6] (символы). Данные  $Z = 3$  исправлены на 15%, см. текст.

Для того, чтобы оценить насколько верно подход PHQMD оценивает размер образующихся ядер, мы показываем на рис. 46 средний заряд самого большого

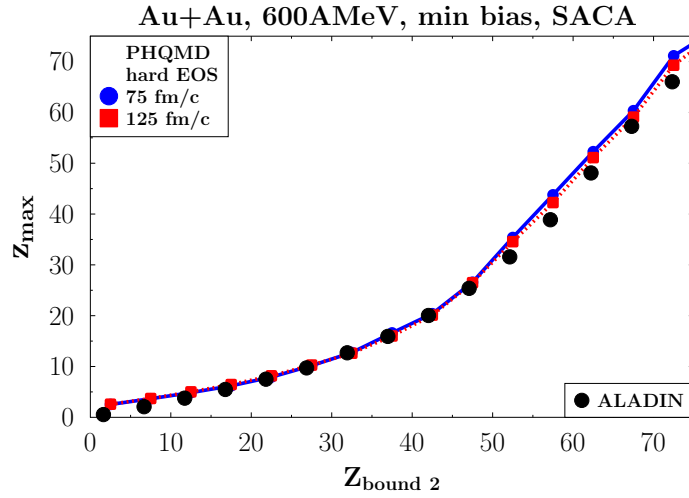


Рис. 46: Зависимость среднего заряда самого большого ядра от общего связанного заряда. Обе величины измеряются для ядер, испущенных в прямом направлении. Предсказания PHQMD с идентификацией ядер с помощью SACA представлены при 75 и 125 фм/с и сравниваются с экспериментальными данными ALADIN [6].

ядра как функцию  $Z_{bound}$  для ядер, испускаемых вперед в столкновениях  $Au + Au$  при 600 АМэВ. В центральных столкновениях, где  $Z_{bound}$  мал, мы не видим больших ядер, тогда как в очень периферических реакциях  $Z_{bound 2}$  приближается к заряду пучка. Расчеты PHQMD с использованием алгоритма SACA для идентификации ядер воспроизводят экспериментальные данные. Что еще важнее, результат не зависит от времени когда мы применяем алгоритм SACA, потому что шаблон кластеризации со временем меняется мало.

Из рис. 45 и 46 можно сделать вывод, что подход PHQMD описывает размер и множественность ядер с зарядом  $Z \geq 2$  от очень центральных до периферических реакций  $Au + Au$  при 600 АМэВ если используется алгоритм SACA. За пределами  $E_{beam} = 1$  АГэВ (где распределение ядер очень похоже на более тщательно проанализированные данные при энергии 600 АМэВ), нет измерений тяжелых ядер, только измерения легких ядер в центральных быстротах.

Другая наблюдаемая, измеренная коллаборацией ALADIN [6], это распределение  $rms$  поперечного импульса  $\sqrt{\langle p_T^2(Z) \rangle}$  как функции заряда ядра. На рис. 47 мы показываем эти данные в виде линии интерполяции, предоставленной коллаборацией ALADIN [6]. В дополнение к результатам PHQMD для 600 АМэВ и 4 АГэВ, мы также показываем предсказания различных теоретических моделей: тепловой модели для температур 8 и 70 МэВ и модели Гольдхабера [148]. Все три модели предсказывают, что  $\sqrt{p_T^2(Z)} \propto \sqrt{Z}$ . Пунктирные линии –  $rms$  импульсов, если



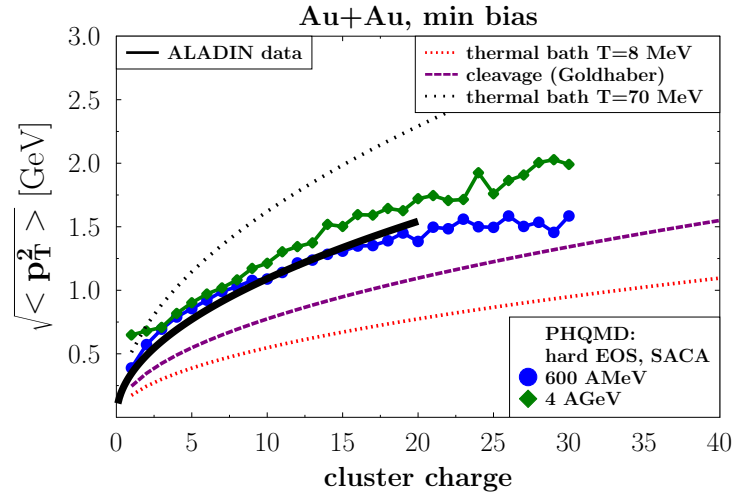


Рис. 47:  $\sqrt{\langle p_T^2 \rangle}$  как функция заряда ядра  $Z$  для min.bias столкновений  $Au + Au$  при 600 АМэВ и 4 АГэВ. Черная сплошная линия - это интерполяция экспериментальных данных [6], синяя линия с точками и зеленая линия с ромбами - результат вычислений PHQMD. Красная пунктирная линия (черная пунктирная линия) представляет результат тепловой модели для  $T = 8(70)$  МэВ. Синяя пунктирная линия - результат модели спайности Голдхабера (см. текст).

бы ядра находились в тепловом равновесии с температурой  $T = 8$  МэВ и  $T = 70$  МэВ соответственно. Поскольку энергия связи на нуклон ядра составляет около 8 МэВ, температура, значительно превышающая 8 МэВ, не допускает существования ядер. Мы видим, что экспериментальные  $rms$  импульсов выше, чем ожидалось для температуры  $T = 8$  МэВ, обозначенной красной короткой пунктирной линией на рис. 47. Это ставит под сомнение предположение, что ядра испускаются тепловым источником, как предполагается в статистических моделях.

С другой стороны, видимый обратный наклон спектров поперечной энергии протонов в области центральных быстрот в столкновениях  $Au + Au$  при 600 АМэВ составляет около 100 МэВ. Это суперпозиция теплового вклада и вклада радиального потока. 70 МэВ – разумное значение для термической части. Если ядра образуются из нуклонов расширяющейся материи частиц участников взаимодействия в конце расширения за счет слияния импульсного пространства, можно ожидать, что  $rms$  распределения поперечных импульсов ядер того же порядка, что и черная пунктирная линия. Поскольку этот сценарий существенно превышает экспериментальные данные, можно заключить, что поздняя кластеризация путем слияния также не поддерживается данными ALADIN, даже не для легких ядер.

Пунктирная линия показывает результат, ожидаемый от модели “расщепле-

ния“ Голдхабера. Она предполагает, что материя нуклонов-наблюдателей мгновенно раскалывается на ядра, проникая в область нуклонов-участников, и что *rms* импульсов ядер подобны ферми-движению нуклонов [148, 149, 150]. Отличие от предсказания модели Голдхабера происходит в основном из-за кулоновского отталкивания между ядрами и протонами, которые не учитываются в модели Голдхабера. Расчеты RHQMD согласуются с данными и показывают ту же зависимость  $\sqrt{p_T^2(Z)} \propto \sqrt{Z}$ , что и данные.

### 4.3.3 Гиперядра

Рождение гиперядер в столкновениях тяжелых ионов – одна из сложных экспериментальных и теоретических тем в наши дни. Гипероны ( $\Lambda$  и  $\Sigma$ ) образуются в столкновениях тяжелых ионов уже при энергиях SIS выше 1.6 АГэВ (что соответствует порогу  $NN$ ). За подробностями о рождении странности при низкой энергии мы отсылаем читателя к обзору [47]. В столкновениях тяжелых ионов при более низких энергиях гипероны почти исключительно образуются в области перекрытия, однако они могут проникать в материю нуклонов-наблюдателей и образовывать гиперядра с нуклонами-наблюдателями или во время расширения фаербола гипероны могут найти другие нуклоны, с которыми они образуют легкие гиперядра в центральных быстротах. Таким образом, гиперядра в области мишени/пучка могут дать информацию о том, как эти гипероны проникают в быстро движущуюся материю нуклонов-наблюдателей чтобы образовать ядра с нуклонами-наблюдателями. Гиперядра около центральных быстрот чувствительны к эволюции реакции в области высокой плотности в центре столкновения, где образуются гипероны.

Изучение гиперядер – один из приоритетов будущих экспериментов на ускорительном комплексе NICA и эксперимента CMB на FAIR. Статистические расчеты модели [25] предсказывают, что гиперядра в большом количестве производятся в энергетическом режиме, доступном для этих комплексов.

В этом разделе мы расширили наше исследование формирования ядер в RHQMD изучением гиперядра с использованием алгоритмов поиска ядер MST и SACA. При расчете гиперядер с помощью алгоритма SACA мы предполагаем, что гиперон-нуклонный потенциал составляет 2/3 от нуклон-нуклонного потенциала. Отметим, что RHQMD описывает рождение гиперонов довольно хорошо, как это было показано ранее для энергий AGS, SPS и RHIC. Это дает нам прочную основу для изучения рождения гиперядер в RHQMD.

Мы делаем предсказания множественности рождения ядер и гиперядер для энергий эксперимента BM@N и показываем на рис. 48 быстротные распределения частиц  $Z = 1$ ,  $Z = 2$ , более тяжелых ядер ( $Z > 2$ ), всех  $A$  (связанных или несвязанных), а также легких ( $A \leq 4$ ) и тяжелых ( $A > 4$ ) гиперядер, идентифицированных

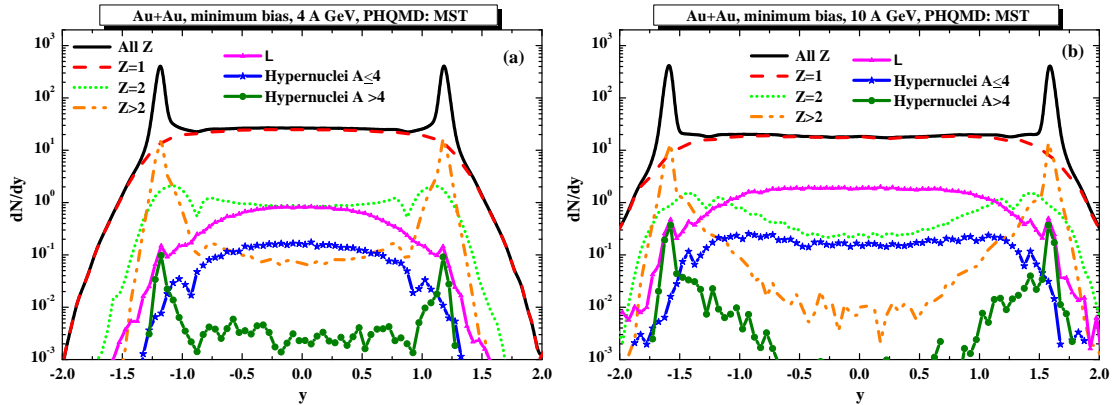


Рис. 48: Предсказания RHQMD (с жестким уравнением состояния и алгоритмом MST) для быстрого распределения всех зарядов (черная сплошная линия),  $Z = 1$  частиц (красная пунктирная линия),  $Z = 2$  ядер (зеленая пунктирная линия),  $Z > 2$  (оранжевая пунктирная линия), всех (связанных и несвязанных)  $\Lambda$  (пурпурная линия с треугольниками) а также легких гиперядер с  $A \leq 4$  (синяя линия со звездами) и тяжелых гиперядер с  $A > 4$  (зеленая линия с точками) в центральных столкновениях  $Au + Au$  при 4 А ГэВ (левый график (a)) и при 10 АГэВ (правый график (b)).

алгоритмом MST в столкновениях  $Au + Au$  при 4 АГэВ (левый график) и при 10 АГэВ (правый график). Мы видим повышенные выходы  $Z = 1$  частиц,  $\Lambda$  и более тяжелых ядер в области быстрого пучка/мишени и почти постоянное распределение для  $Z = 1$  частиц между ними. Множественность гиперонов увеличивается к центральным быстройтам. Отметим, что в этих расчетах мы не делали выборку ядер в соответствии с реалистичным содержанием изоспина. При центральных быстройтах только небольшая часть гиперонов оказывается в легких гиперядрах, в отличие от быстроты пучка/мишени, когда многие из рождённых гиперонов оказываются частью более крупного гиперядра.

На рис. 49 мы показываем множественность легких и тяжелых гиперядер в зависимости от прицельного параметра для столкновений  $Au + Au$  при 4 АГэВ. Как видно из этого рисунка, выход легких гиперядер уменьшается с ростом прицельного параметра главным образом потому, что область перекрытия между пучком и мишенью становится меньше и, следовательно, меньше гиперонов рождается. В центральных столкновениях образуются в основном легкие гиперядра ( $A \leq 4$ ), в то время как полу-центральные столкновения лучше подходят для изучения более тяжелых гиперядер ( $A \geq 5$ ). Гиперядра с  $A \geq 5$  в основном производятся гиперонами, которые проникают в материю нуклонов-наблюдателей.

Для того, чтобы получить оценки множественности рождения гиперядер в экспериментах на ускорительном комплексе NICA нами было проведено деталь-

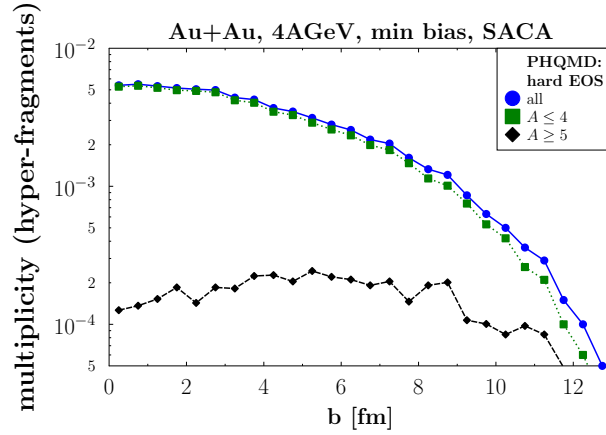


Рис. 49: Множественность легких гиперядер как функция прицельного параметра для столкновений  $Au + Au$  при 4 АГэВ, полученная с помощью RHQMD и алгоритма поиска ядер SACA. Синие точки показывают множественность всех гиперядер, а зеленые квадраты и черный ромб означают  $A \leq 4$  и  $A \geq 5$  соответственно.

ное моделирование столкновений ионов  $^{209}Bi$  при энергии в системе центра масс = 9.2 ГэВ. Моделирование и анализ были проводились с использованием специального программного обеспечения MPDRoot [151]. Это программное обеспечение включает в себя классы C++ и все необходимые инструменты: набор интерфейсов для генераторов столкновений, специальный программный пакет для описания сложной геометрии детектора, основанный на GEANT пакет транспорта частиц, библиотеки для симуляции реалистичного отклика детектора, набор алгоритмов для реконструкции события, трекинга и идентификации частиц, множество классов для сложных процедур анализа, включая нахождение вторичных вершин для гиперонов и гиперядер.

Оценки множественности рождения гиперядер с учётом полной эффективности [152] в столкновениях  $Bi + Bi$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 9.2$  ГэВ для планируемого первого периода набора данных эксперимента NICA/MPD представлены в таблице 2.

$H_A^3$	$H_A^4$	$He_A^4$	$He_A^5$
$1.2 \cdot 10^5$	$3.5 \cdot 10^4$	$3.2 \cdot 10^4$	$1.6 \cdot 10^4$

Таблица 2: Множественность рождения гиперядер с учётом полной эффективности [152] в столкновениях  $Bi + Bi$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 9.2$  ГэВ для планируемого первого периода набора данных эксперимента NICA/MPD.

## Библиотека поиска ядер "psMST"

\* \* \*

Применение идей MST к различным транспортным моделям расширило бы наши представления о формировании ядер и гиперядер и о последствиях различных реализаций нуклон-нуклонных взаимодействий. В частности, это позволяет изучить, позволяет ли подход квантовой молекулярной динамики (QMD) для ядер и гиперядер получить в области средних быстрот результаты, отличные от результатов подходов, в которых распространяется плотность фазового пространства одиночного тела или в которых потенциальные взаимодействия вообще не включены. Кроме того, это также позволяет изучать влияние различных уравнений состояния материи (EoS) на процесс образования ядер и гиперядер.

Поэтому был предложен и реализован подход "phase-space Minimum Spanning Tree" (psMST) [153] для моделирования образования ядер, который может быть применен к любой транспортной модели и позволяет изучать множество физических явлений в процессе образования (гипер) ядер. Кроме того, его также можно использовать для решения многочисленных задач технико-экономического обоснования будущих экспериментальных установок на NICA и FAIR.

Библиотека "phase-space Minimum Spanning Tree" (psMST) основана на идее алгоритма MST для поиска связанных систем нуклонов в плотной адронной материи [63, 28]. Поскольку это независимая библиотека, ее можно применять ко всем транспортным моделям, распространяющим адроны. Сюда входят модели, основанные на динамике  $n$ -тел, такие как различные разновидности подхода квантовой молекулярной динамики, а также модели, основанные на динамике среднего поля или каскадных подходах, в которых не происходит потенциальных взаимодействий между нуклонами. Таким образом, комбинация "модель + psMST" позволяет исследовать влияние конкретной реализации ядерной динамики на процесс образования ядер и гиперядер. Более того, в дополнение к пространственным корреляциям, ис-

пользуемым в оригинальном подходе MST, psMST можно использовать для изучения влияния импульсных корреляций нуклонов и гиперонов на образование (гипер) ядер. Кроме алгоритма MST библиотека psMST также включает в себя алгоритм коалесценции для формирования дейтронов, описанный в работах [46, 23].

Библиотека psMST представляет собой открытый исходный код [154], который может использоваться либо в автономном режиме, либо может быть интегрирован в любую программную среду для моделирования и анализа детекторов.

В этой работе были изучены три различных сценария использования алгоритма MST в библиотеке psMST:

- Сценарий 1. Как и в оригинальном подходе MST, алгоритм psMST имеет дело только с координатной информацией для поиска ядер: пары частиц  $(i, j)$  образуют ядро если дистанция между частицами-кандидатами меньше чем “радиус кластеризации“, который был выбран  $r_{clust} = 4$  фм, т.е.  $\Delta r \leq r_{clust}$ . Расстояние  $\Delta r$  вычисляется в системе центра масс пары частиц. Кроме того, частица может добавлена к существующему ядру если она удовлетворяет приведённому выше условию близости хотя бы с одной частицей ядра. В этом режиме psMST показывает результаты идентичные результатам оригинальной процедуры MST.
- Сценарий 2. Первый шаг идентичен “сценарию 1“, однако затем, после того как будут найдены все возможные комбинации ядер и гиперядер, вводится дополнительное импульсное условие. Сначала вычисляется скорость ядра:

$$\mathbf{V} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i}{\sum_{i=1}^n E_i} \quad (25)$$

где  $\mathbf{p}_i$ ,  $E_i$  импульс и энергия  $i$ -й частицы в расчётной системе столкновения  $N + N$ ,  $n$  – число частиц, присвоенных ядру. Затем импульс каждой частицы ядра переводится в систему центра масс ядра соответствующими преобразованиями Лоренца со скоростью  $\mathbf{V}$ :

$$\mathbf{p}' = L(\mathbf{V})\mathbf{p}. \quad (26)$$

В этом сценарии импульсное условие применяется ко всем найденным ядрам чтобы изучить отклонение импульсного распределения входящих в них частиц от импульсного распределения Ферми, ожидаемого в стабильных ядрах. Ядра, в которых полный импульс хотя бы одной входящей частицы больше  $p' > 300$  МэВ в системе покоя ядра, исключались из анализа.

- Сценарий 3. В этом сценарии условие пространственной близости MST из “сценария 1“ дополнено условием в импульсном пространстве:

- Как и в “сценарии 1“, алгоритм сначала использует координатную информацию. Частицы выбираются кандидатами в ядра если расстояние между частицами  $(i, j)$  (или между свободной частицей и хотя бы одной частицей из ядра в случае уже существующего ядра)  $\Delta r \leq r_{clust}$ . Расстояние  $\Delta r$  вычисляется в системе центра масс пары частиц  $(i + j)$ .
- Затем к каждой частице применяется дополнительное импульсное условие: частица может быть добавлена к ядру только если полный импульс каждой частицы, присвоенной к ядру, будет ниже  $p' < 300$  МэВ в системе центра масс ядра. Эта процедура повторяется каждый раз когда новая частица присваивается ядру после прохождения условий близости  $\Delta r$ .

В отличие от “сценария 2“, импульсное условие применяется во время поиска ядер, а не после него. Это приводит к разнице в распределении ядер, так как частицы, не прошедшие импульсное условие в одном ядре, могут войти в состав другого ядра.

Алгоритм коалесценции для дейтронов, в свою очередь, заключается в следующем:

1. Вычисляется время последнего рассеяния в паре p-n.
2. Рассчитывается общий центр массы системы и пара p-n аппроксимируется во время последнего рассеяния из пункта 1.
3. Вычисляются относительные импульс  $\Delta P$  и расстояние  $\Delta R$  пары в её системе центра масс. Если  $\Delta P < 0.285$  ГэВ и  $\Delta R < 3.575$  фм, дейтрон может быть сформирован.
4. Если условие выше выполняется, тогда вероятность того, что дейтрон сформирован задается спин-изоспиновым комбинаторным фактором  $P_d = 3/8$ .
5. Если дейтрон сформирован, его импульс равен сумме импульсов пары p-n в системе центра масс, рассчитанного в изначальной системе отсчёта.

Описание библиотеки “psMST” и результаты данного раздела основаны на работах [153] и [155].

## 5.1 Применение psMST к транспортным подходам

Чтобы изучить сходство и возможные различия формирования ядер и гиперядер в различных транспортных моделях (на основе среднего поля, каскада или динамики QMD), алгоритм psMST был применен к четырем транспортным подходам:

PHSD-4.0, PHQMD-2.0, SMASH-2.0 и UrQMD-3.4 при двух энергиях  $\sqrt{s_{NN}} = 2.52$  ГэВ и  $\sqrt{s_{NN}} = 8.8$  ГэВ.

- Parton-Hadron-String Dynamics (PHSD) [40, 52] уже упоминалась ранее. Это микроскопический внеоболочечный транспортный подход, который описывает эволюцию релятивистского столкновения тяжелых ионов от начальных жестких рассеяний и образования струн через динамический фазовый переход в кварк-глюонную плазму, а также адронизацию и последующие взаимодействия в адронной фазе. Он основан на решении уравнений Каданова – Байма в градиентном разложении первого порядка с использованием “пере-суммированных” пропагаторов из динамической модели квазичастиц (DQPM) [93, 92] для партонной фазы. При более низких энергиях он сводится к адронной транспортной модели. PHSD включает в себя зависящий от плотности потенциал Скирма при низких энергиях (SIS) и ковариантный зависящий от импульса потенциал при высоких энергиях.

- Parton-Hadron-Quantum-Molecular Dynamics (PHQMD) [63] также уже упоминался ранее. PHQMD это многочастичный динамический транспортный подход, который разработан для обеспечения микроскопического динамического описания образования легких и тяжелых ядер и гиперядер, а также адронов в релятивистских столкновениях тяжелых ионов. Движение барионов основано на динамике QMD n-тел, в то время как описание мезонов и динамики КГП, а также интеграл столкновений, были взяты из модели PHSD. PHQMD включает взаимные двухчастичные зависящие от плотности потенциалы Скирма для взаимодействия между барионами. Притягивающее взаимодействие связывает ядра с энергией связи около 8 МэВ/нуклон.

- Модель Simulating Many Accelerated Strongly-interacting Hadrons (SMASH) [42, 156] представляет собой адронный транспортный подход, который обеспечивает динамическое описание реакций с тяжелыми ионами в диапазоне низких и промежуточных энергий пучка. Решается релятивистское уравнение Больцмана с адронными степенями свободы, включая (необязательно) зависящий от плотности потенциал среднего поля Скирма. В этом исследовании модель SMASH используется в своей версии по умолчанию без потенциала.

- Модель Ultrarelativistic Quantum Molecular Dynamics (UrQMD) [32, 33] представляет собой микроскопический транспортный подход, который описывает адронные реакции при низких и промежуточных энергиях в терминах столкновений адронов и их резонансов. При более высоких энергиях в многочастичном рождении в модели UrQMD преобладает возбуждение цветных струн и их последующая фрагментация на адроны. В этом исследовании использовалась версия UrQMD по умолчанию без потенциалов.

Таким образом, в этом исследовании используется одна модель, основанная на квантовой молекулярной динамике (PHQMD с потенциалом Скирма для барионов), одна модель среднего поля (PHSD, основанная на уравнении Каданова



– Байма, включая потенциалы для барионов) и два каскадных подхода (UrQMD и SMASH). Алгоритм psMST применяется к “снимкам” из этих моделей в разное время, затем сравниваются результаты выходов ядер и гиперядер. “Снимок” означает, что в некоторый момент координаты и импульсы всех барионов сохраняются для дальнейшего анализа psMST. Все резонансные состояния исключены из процесса распознавания ядер. Однако стандартный вывод SMASH и UrQMD также содержит частицы до своего времени формирования, и они также включены в процедуру поиска ядер. PHSD и PHQMD предоставляют отдельный вывод только для сформированных барионов – он использовался для алгоритма поиска ядер. Исследование с PHQMD показывает, что включение несформированных нуклонов в MST в дополнение к сформированным нуклонам дает лишь небольшие различия на ранних этапах эволюции реакции.

## 5.2 Результаты применения psMST

На рисунке 50 представлены быстротные спектры  $A = 1$  барионов ( $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ) в полу-периферических ( $b = 6$  фм)  $Au + Au$  столкновениях при  $\sqrt{s} = 2.52$  ГэВ (Сценарий 1). На левой панели показаны распределения при 40 фм/с, на центральной – при 90 фм/с, на правой – при 150 фм/с. Сплошные красные линии показывают результаты PHQMD, оранжевые длинные штрихи представляют результаты PHSD, зелёные штрихи соответствуют результатам SMASH, синие штрихпунктирные линии показывают предсказания UrQMD.

Такие же быстротные спектры, но в столкновениях  $Pb + Pb$  при  $\sqrt{s} = 8.8$  ГэВ показаны на рисунке 51, цветовая схема такая же как и на рисунке 50. Примечательно, что все четыре транспортных подхода дают очень похожее распределение быстроты и, следовательно, очень похожий стоппинг, несмотря на сложность этого процесса. Это важно для исследования (гипер)ядер, поскольку они более чувствительны к пространственной и импульсной корреляции, чем одиночные частицы.

Быстротные распределения ядер с массовым числом  $A = 2$  в полупериферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s} = 2.52$  ГэВ показаны на рисунке 52 для трёх сценариев поиска ядер: левая колонка соответствует “Сценарию 1”, центральная колонка – “Сценарию 2” и правая колонка – “Сценарию 3”. В верхнем ряду алгоритм поиска ядер был применён при  $t_{clust} = 40$  фм/с, в среднем ряду – при  $t_{clust} = 90$  фм/с и в нижнем ряду – при  $t_{clust} = 150$  фм/с. Красные сплошные линии показывают результаты PHQMD с psMST, оранжевые длинные штрихи представляет результаты PHSD с psMST, зелёные штрихи соответствуют результатам SMASH и psMST, синие штрихпунктирные линии показывают предсказания UrQMD вместе с psMST. Кроме того, в левой колонке (“Сценарий 1”) черными короткими штрихами (“PHQMD+MST”) дополнительно показаны результаты PHQMD с его внутренним

алгоритмом распознавания ядер MST, описанным в [63]. Для “сценария 2” результаты работы RHQMD с psMST и с внутренним алгоритмом MST идентичны – как и ожидалось.

На ранних этапах реакции, при  $t_{clust} = 40$  фм/с, все модели показывают примерно одинаковое быстрое распределение, при более поздних временах  $t_{clust} = 90, 150$  фм/с в области средних быстрое RHQMD предсказывает больше ядер, чем основанный на динамике среднего поля подход PHSD (с потенциалом) или каскадные подходы SMASH и UrQMD (без потенциалов). Это показывает важность многочастичной динамики (реализованной с помощью двухчастичных потенциальных взаимодействий между барионами в RHQMD) для образования ядер и гиперядер.

Импульсные спектры барионов из ядер с массовым числом  $A = 2$  (интегрированные по всей области быстрое), найденных с помощью psMST в “Сценарии 1”, в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s} = 2.52$  ГэВ показаны на рисунке 53. Следует напомнить, что в этом сценарии для определения размера ядра используется только информация координатного пространства, а импульсы нуклонов вычисляются в системе координат центра масс ядра.

Подобно распределению по быстрой, импульсные распределения в раннее время  $t_{clust} = 40$  фм/с довольно схожи, тем не менее, разная динамика адронов приводит к разному расширению импульсных распределений при более поздних временах. Рисунок 53 также даёт представление о том, какая часть ядер может быть исключена импульсным условием в “Сценарии 2” и в “Сценарии 3”.

Аналогичная тенденция наблюдается для ядер с массовым числом  $A = 3$ , показанных на рисунке 54 и на рисунке 55, и для ядер со средней массой  $4 \leq A \leq 20$ , представленных на рисунке 56 и 57: при низкой энергии ( $\sqrt{s_{NN}} = 2.52$  ГэВ) в области центральных быстрое RHQMD предсказывает на порядок больше ядер чем другие модели из этого исследования. Из этого следует важность импульсно-координатных корреляций частиц, которые сохраняются в квантовой молекулярной динамике в отличие от динамики среднего поля, где силы между частицами уменьшены на число тестовых частиц.

Картина становится иной при высокой энергии: здесь RHQMD, PHSD, SMASH и UrQMD показывают качественно схожие результаты для быстрых и импульсных распределений в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Pb + Pb$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 8.8$  ГэВ, которые показаны на рисунках 58 - 63 для трёх сценариев. Здесь разница между предсказаниями RHQMD и другими моделями в центральной области быстрое становится менее заметной в сравнении с результатами при  $\sqrt{s_{NN}} = 2.52$  ГэВ. Это может быть связано с тем, что динамика при высоких энергиях определяется столкновениями, а не потенциальными взаимодействиями. Более того, формирование QGP явно включено в PHSD и RHQMD, в то время как SMASH и UrQMD являются только адронными каскадами.

Наконец, распределения поперечного импульса  $p_T$  для ядер с массовым числом  $A = 2$  (верхний ряд) и  $A = 3$  (нижний ряд) показаны на рисунке 64 и на рисунке 65 для энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 2.52$  ГэВ и  $\sqrt{s_{NN}} = 8.8$  ГэВ соответственно, при  $t_{clust} = 40$  фм/с (левая колонка),  $t_{clust} = 90$  фм/с (центральная колонка) и  $t_{clust} = 150$  фм/с (правая колонка). Распределения поперечного импульса были посчитаны в центральной области быстрот ( $|y| < 0.5$ ). Большое расщепление результатов для спектров  $p_T$  на более поздних временах объясняется различиями в распределении быстрот между RHQMD и другими моделями при низких энергиях, которые достаточно велики в этой области. Отметим также, что наклоны спектров  $p_T$  из разных моделей хорошо согласуются между собой. К сожалению, на спектры ядер с массовым числом  $A = 3$  повлияла недостаточная статистика, особенно при более высоких энергиях  $\sqrt{s_{NN}} = 8.8$  ГэВ.

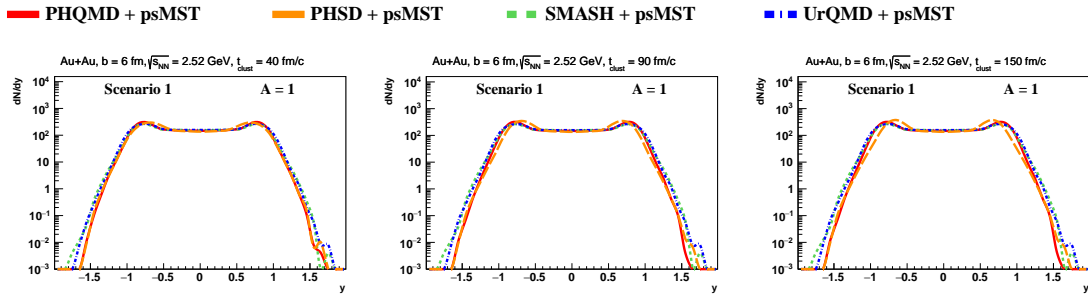


Рис. 50: Быстротные распределения свободных барионов ( $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ) в полупериферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s} = 2.52$  ГэВ. Левая панель: распределения при 40 фм/с, центральный график – при 90 фм/с, правая панель – при 150 фм/с. Красные сплошные линии показывают результаты RHQMD, оранжевые линии с длинными штрихами представляют результаты PHSD, зелёные штрихованные линии соответствуют результатам SMASH и синие штрихпунктирные линии – результатам UrQMD.

### 5.3 Сравнение алгоритмов MST и коалесценции для поиска дейтронов

Для сравнения результатов алгоритмов коалесценции и MST для поиска дейтронов были использованы генераторы событий UrQMD и RHQMD в двух режимах: в каскадном режиме без потенциальных взаимодействий и в потенциальном режиме с нуклон-нуклонными потенциалами. В обоих транспортных подходах потенциал

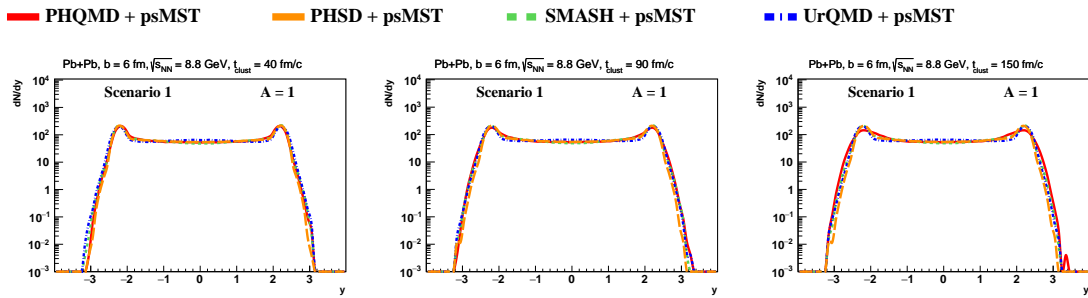


Рис. 51: Быстротные распределения свободных барионов ( $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ) в полупериферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Pb + Pb$  при  $\sqrt{s} = 8.8$  ГэВ. Левая панель: распределения при 40 фм/с, центральный график – при 90 фм/с, правая панель – при 150 фм/с. Цветовая схема аналогична таковой на рисунке 50.

описывается зависимым от плотности потенциалом типа Скирма с “жестким” уравнением состояния ядерной материи.

Так как динамика нуклонов крайне важна для образования дейтронов, мы начнём сравнение с быстротных распределений протонов. На Рис.66 мы сравниваем быстротные распределения протонов с экспериментальными данными коллаборации NA49 [157] для центральных столкновений  $Pb+Pb$  ( $b \leq 3$  фм), посчитанных во время “freeze-out” перед применением алгоритма коалесценции.

Красная сплошная линия представляет результаты UrQMD в потенциальном режиме, синяя сплошная линия показывает результаты PHQMD в потенциальном режиме, розовая штрихованная линия представляет результаты UrQMD в каскадном режиме, голубая штрихованная линия – результаты PHQMD в каскадном режиме. Экспериментальные данные коллаборации NA49 [157] показаны чёрными точками. Мы наблюдаем очень удовлетворительное согласие между теоретическими предсказаниями и экспериментальными данными для этой реакции. Для PHQMD разница между каскадным и потенциальным режимом незначительна, в то время как каскадный режим в UrQMD (нуклон-нуклонный потенциал отталкивающий при высоких плотностях) приводит к более высокой плотности в центральной области и, таким образом, к более короткой длине свободного пробега частиц. Следствие этого – большой стоппинг и таким образом быстротное распределение более сконцентрировано в области центральных быстрот.

Быстротные распределения дейтронов в центральных столкновениях показаны на Рис. 67 и сравниваются с экспериментальными данными коллаборации NA49 [11]. На левом графике показаны быстротные распределения дейтронов найденные алгоритмом коалесценции, на правом – полученные с использованием процедуры MST. В первую очередь заметно, что результаты, полученные обоими алгоритмами, довольно похожи, это касается как множественности, так и формы распределений.

Следуя алгоритму, описанному в статье [158], для процедуры MST мы извлекаем выходы частиц в физическое время  $t = t_0 \cosh(y)$ , где  $t_0$  это время измеренное в системе отсчёта. Время  $t_0$  разное для разных режимов:  $t_0 = 100 \text{ fm}/c$  для потенциального режима UrQMD,  $t_0 = 60 \text{ fm}/c$  для каскадного режима UrQMD и  $t_0 = 50 \text{ fm}/c$  для потенциального режима RHQMD. Мы ограничили интервал измерений MST интервалом  $-1 < y < 1$ , где существуют экспериментальные данные.

На Рис.68 (левый и средний столбцы) показаны распределения поперечного импульса дейтронов найденных алгоритмами коалесценции (левый столбец) и MST (средний столбец). Эти распределения сравниваются с экспериментальными данными коллаборации NA49[11]. В правом столбце Рис. 68 показан параметр коалесценции  $B_2$

$$B_2 = \frac{E \frac{d^3 N_d}{dP^3}}{\left( E \frac{d^3 N_{neutrons}}{dp^3} \right) \left( E \frac{d^3 N_{protons}}{dp^3} \right)}. \quad (27)$$

как функция поперечной массы  $m_T - m$  для дейтронов в выбранных быстротных интервалах. Зелёные штрих-пунктирные линии в левом столбце соответствуют результатам RHQMD в потенциальном режиме для алгоритма MST, остальные кривые были получены для алгоритма коалесценции. Для всех быстротных интервалов мы видим довольно хорошее согласие между теоретическими предсказаниями и экспериментальными данными, независимо от алгоритма поиска дейтронов. Только предсказания UrQMD с потенциалом жёстче экспериментальных спектров из-за отталкивающего нуклон-нуклонного потенциала в области высокой плотности.

Мы можем сделать выводы о том, что множественность дейтронов, а так же их быстротные распределения и спектры поперечных импульсов практически не зависят от способа, которым они были получены из первоначального распределения нуклонов. Коалесценция и алгоритм MST дают не только очень похожие предсказания, но также согласуются с экспериментальными данными. Учитывая, транспортные подходы UrQMD и RHQMD используют различную теорию, такой результат является довольно интересным.

Чтобы получить общее представление о пространственно-временной эволюции реакции тяжелых ионов, мы начнем с распределения времени “freeze-out“ нуклонов. Мы называем временем “freeze-out“ такое время, при котором у нуклонов происходит последнее столкновение. Такое распределение показано на Рис.69 вместе со временем формирования дейтронов алгоритмом коалесценции. Пик распределения времени “freeze-out“ находится в районе 10 фм/с, время формирования дейтронов на несколько фм/с позже. При 30 фм/с практически все столкновения прекращаются. Кривые RHQMD и UrQMD в каскадном режиме очень похожи. В потенциальном режиме UrQMD связанные нуклоны продолжают сталкиваться, в RHQMD такие столкновения подавляются.

Нормированное радиальное распределение  $dN/dr_T$  с  $\int (dN/dr_T) dr_T = 1$ , по-

казано на Рис. 70. Видно, что в выбранное время среднее поперечное расстояние  $r_T$  дейтронов во всех транспортных подходах меньше чем  $r_T$  свободных нуклонов.

## 5.4 Выводы для главы V

В этом исследовании были представлены результаты изучения динамики ядер и гиперядер с помощью новой независимой от моделей библиотеки поиска (гипер)ядер “phase-space Minimum Spanning Tree“ (psMST). Библиотеку psMST можно применять к различным транспортным подходам: входными данными для psMST являются координаты барионов и их 4-импульсы в выбранный момент времени. psMST основан на методе MST для распознавания (гипер)ядер по корреляциям в координатном пространстве, однако он расширен для опционального включения информации импульсного пространства, что позволяет изучать импульсные корреляции барионов в ядрах и гиперядрах, а также изменить критерии поиска ядер.

Алгоритм psMST был применен к транспортным подходам на основе QMD (PHQMD) и среднего поля (PHSD), а также к двум каскадным моделям, SMASH и UrQMD, которые использовались без потенциала. PHSD включает в себя потенциал среднего поля для барионов, а PHQMD следует квантовой молекулярной динамике  $n$ -тел, основанной на зависящих от плотности взаимодействиях двух тел.

Мы обнаружили, что быстрое и импульсное распределения барионов ( $p$ ,  $n$ ,  $A$  и  $\Sigma^0$ ) всех четырёх моделей схожи на ранних временах эволюции реакции. На более поздних этапах быстрое распределения ядер и гиперядер с массовыми числами  $A = 2, 3, [4 - 20]$  сильно различаются при низких энергиях. PHQMD с psMST предсказывает в области центральных быстрое больше ядер чем другие модели. Это можно объяснить тем, что многочастичная квантовая молекулярная динамика позволяет сохранить пространственные корреляции барионов, в отличие от динамики среднего поля PHSD и каскадных версий SMASH и UrQMD. Это наблюдение показывает чувствительность образования ядер и гиперядер при низких энергиях к реализации потенциальных взаимодействий. Эта чувствительность гораздо более ярко выражена для ядер, чем для одиночных (свободных) частиц. При более высоких энергиях все модели дают качественно аналогичные результаты, поскольку динамика там в основном определяется столкновениями и множественным образованием частиц, а не потенциальными взаимодействиями.

С помощью библиотеки psMST впервые было проведено сравнение двух различных алгоритмов поиска ядер в рамках одного кода, применённого к двум различным транспортным генераторам событий: UrQMD и PHQMD. Мы обнаружили следующее:

- Применённые к различным генераторам событий коалесценция и MST выдают очень похожие множественности, быстрое спектры и распределения

поперечного импульса.

- Быстротные распределения и спектры поперечного импульса  $p_T$  дейтронов, полученные в RHQMD и UrQMD, очень схожи, т.е. результаты не зависят от модели.
- Быстротные распределения и спектры поперечного импульса  $p_T$  в центральных столкновениях Pb+Pb при  $\sqrt{s} = 8.8$  ГэВ довольно хорошо согласуются с экспериментальными данными.
- Коалесценция, так же как процедура MST, показывает, что в поперечном направлении дейтроны остаются ближе к центру столкновения чем свободные нуклоны. Так как дейтроны не пересекают расширяющийся “файербол”, они не разрушаются столкновениями с адронами из него.

Отметим, что библиотека psMST [153] – это инструмент с открытым исходным кодом [154], который можно использовать в автономном режиме или интегрировать в экспериментальные программные пакеты. Применяемый к различным транспортным моделям, psMST может быть полезен для моделирования образования ядер и гиперядер для экспериментальных исследований характеристик детекторов и т.д., что особенно важно для будущих экспериментов NICA и FAIR.

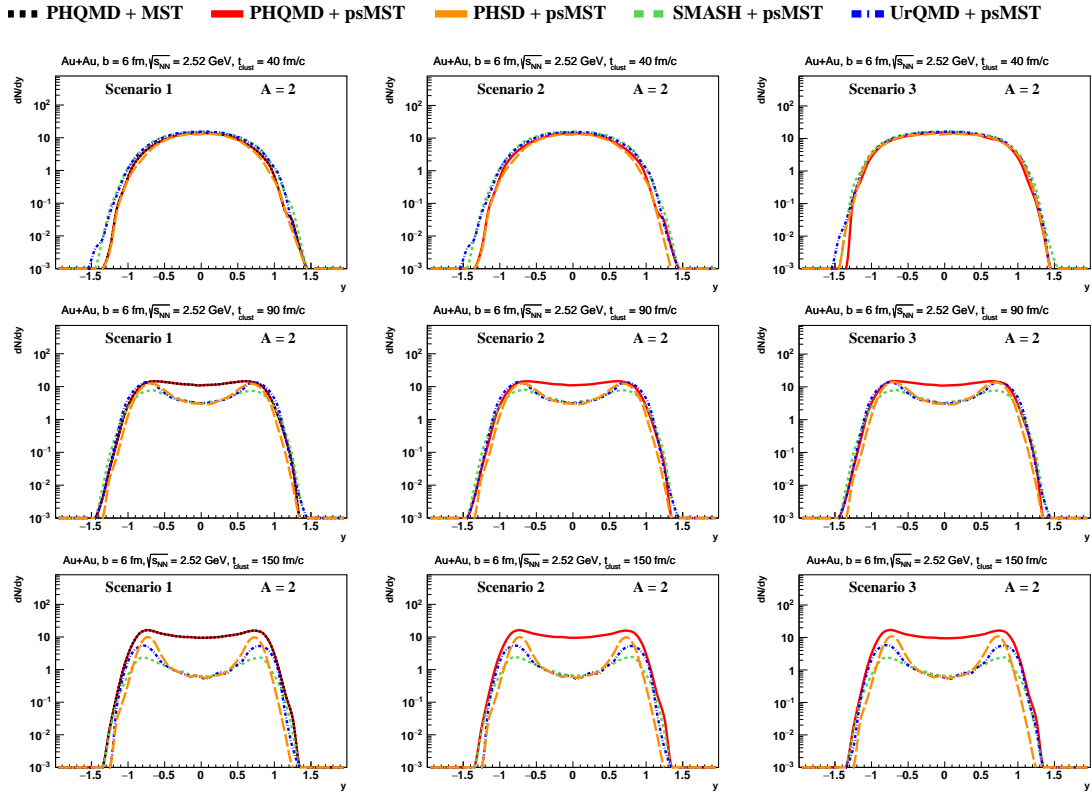


Рис. 52: Быстротные распределения (гипер)ядер с массовым числом  $A = 2$  в полупериферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s} = 2.52$  ГэВ. Левая колонка: “Сценарий 1“, центральная колонка: “Сценарий 2“, правая колонка: “Сценарий 3“. Черные короткие штрихи (“PHQMD+MST“) показывают результаты PHQMD в момент времени  $t_{clust}$  с алгоритмом MST, красные сплошные линии показывают результаты PHQMD с psMST, оранжевые длинные штрихи представляет результаты PHSD с psMST, зелёные штрихи соответствуют результатам SMASH и psMST, синие штрихпунктирные линии показывают предсказания UrQMD вместе с psMST. Верхний ряд соответствует вычислениям при  $t_{clust} = 40$  фм/с, средний ряд – при  $t_{clust} = 90$  фм/с, нижний ряд – at  $t_{clust} = 150$  фм/с.



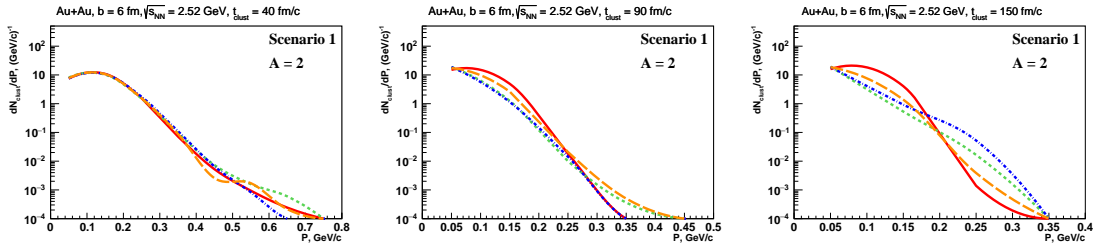


Рис. 53: Импульсные распределения барионов ( $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ) из (гипер)ядер с массовым числом  $A = 2$  в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s} = 2.52$  ГэВ (интегрированные по всей области быстрот). Импульс вычисляется в системе центра масс ядра. Левая колонка:  $t_{clust} = 40$  фм/с, центральная колонка:  $t_{clust} = 90$  фм/с, правая колонка:  $t_{clust} = 150$  фм/с. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

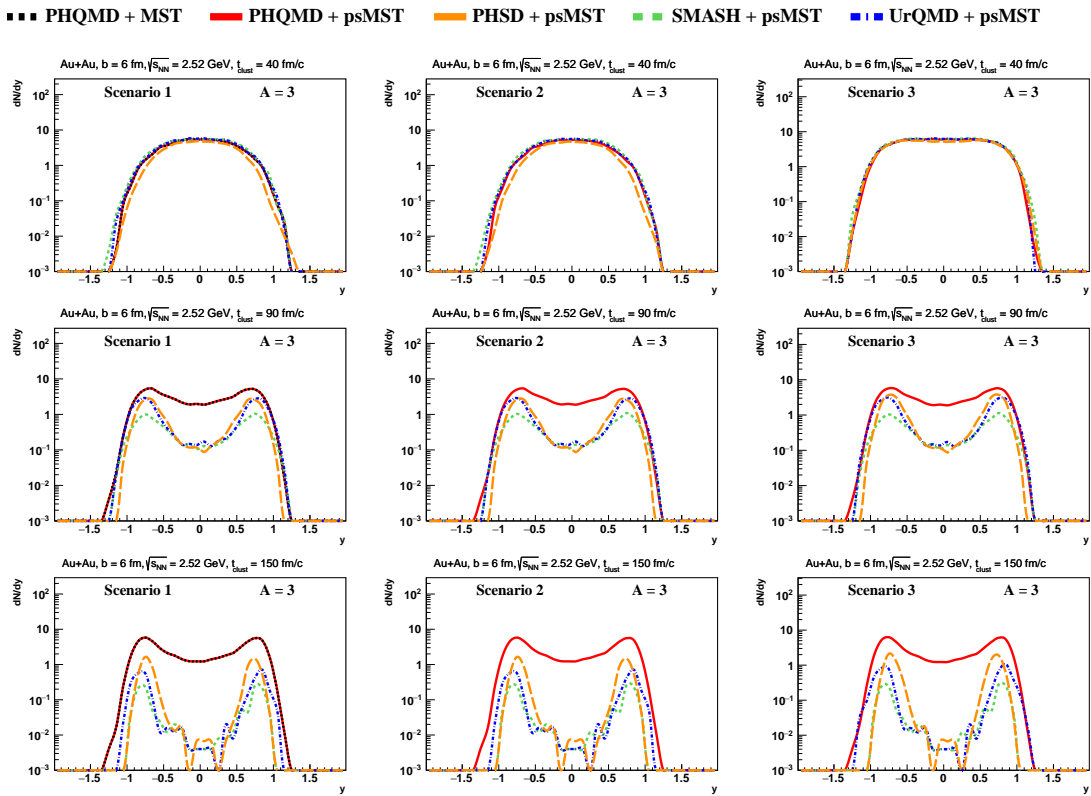


Рис. 54: Быстротные распределения (гипер)ядер с массовым числом  $A = 3$  при  $t_{clust} = 40, 90, 150$  фм/с в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s} = 2.52$  ГэВ. Левая колонка: “Сценарий 1”, центральная колонка: “Сценарий 2”, правая колонка: “Сценарий 3”. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

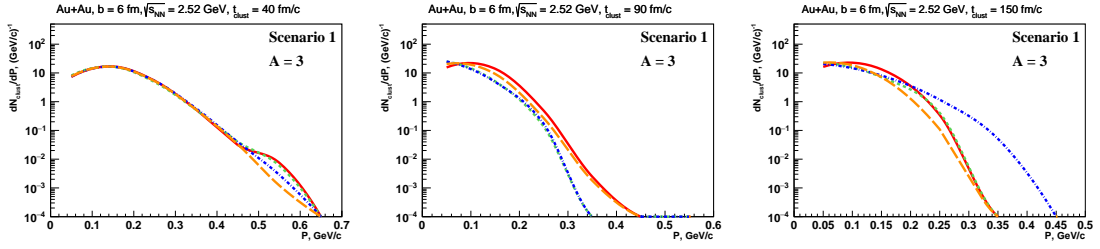


Рис. 55: Импульсные распределения барионов ( $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ) из (гипер)ядер с массовым числом  $A = 3$  в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s} = 2.52$  ГэВ (интегрированные по всей области быстрот). Импульс вычисляется в системе центра масс ядра. Левая колонка:  $t_{clust} = 40$  фм/с, центральная колонка:  $t_{clust} = 90$  фм/с, правая колонка:  $t_{clust} = 150$  фм/с. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

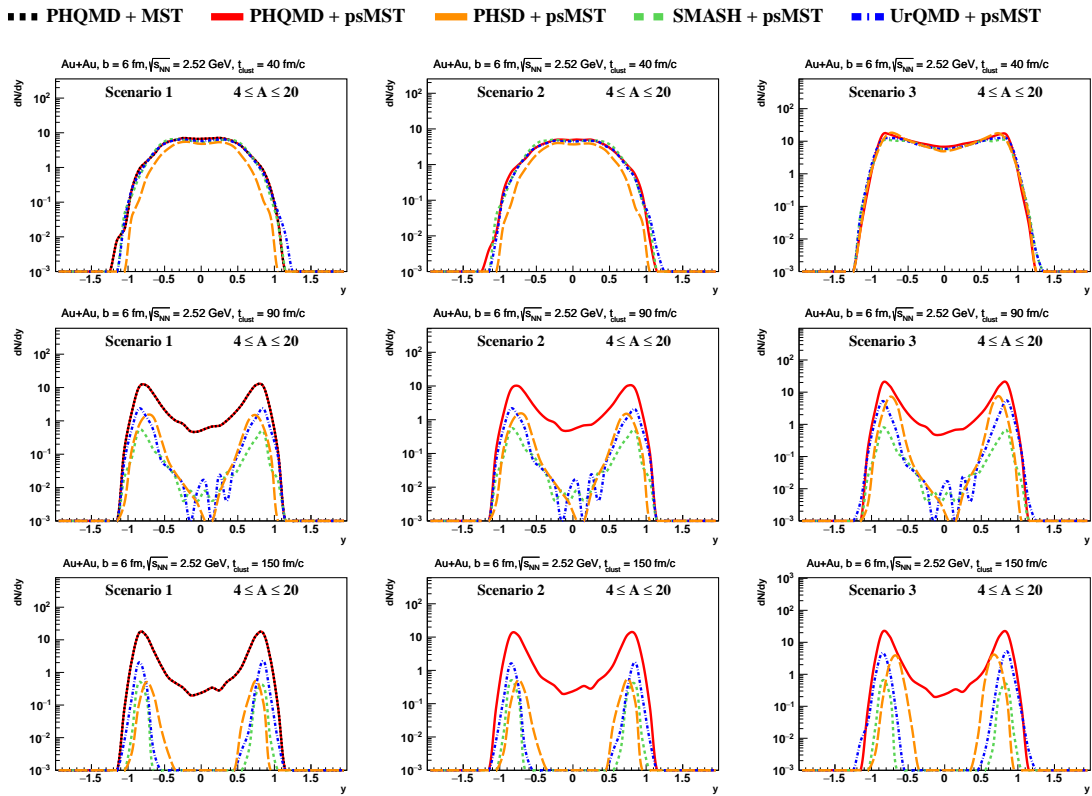


Рис. 56: Быстротные распределения (гипер)ядер с массовым числом  $4 \leq A \leq 20$  при  $t_{clust} = 40, 90, 150$  фм/с в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s} = 2.52$  ГэВ. Левая колонка: “Сценарий 1”, центральная колонка: “Сценарий 2”, правая колонка: “Сценарий 3”. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

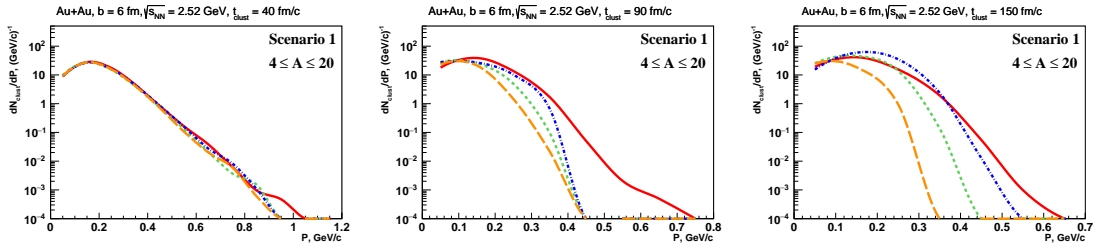


Рис. 57: Импульсные распределения барионов ( $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ) из (гипер)ядер с массовым числом  $4 \leq A \leq 20$  в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s} = 2.52$  ГэВ (интегрированные по всей области быстрот). Импульс вычисляется в системе центра масс ядра. Левая колонка:  $t_{clust} = 40$  фм/с, центральная колонка:  $t_{clust} = 90$  фм/с, правая колонка:  $t_{clust} = 150$  фм/с. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

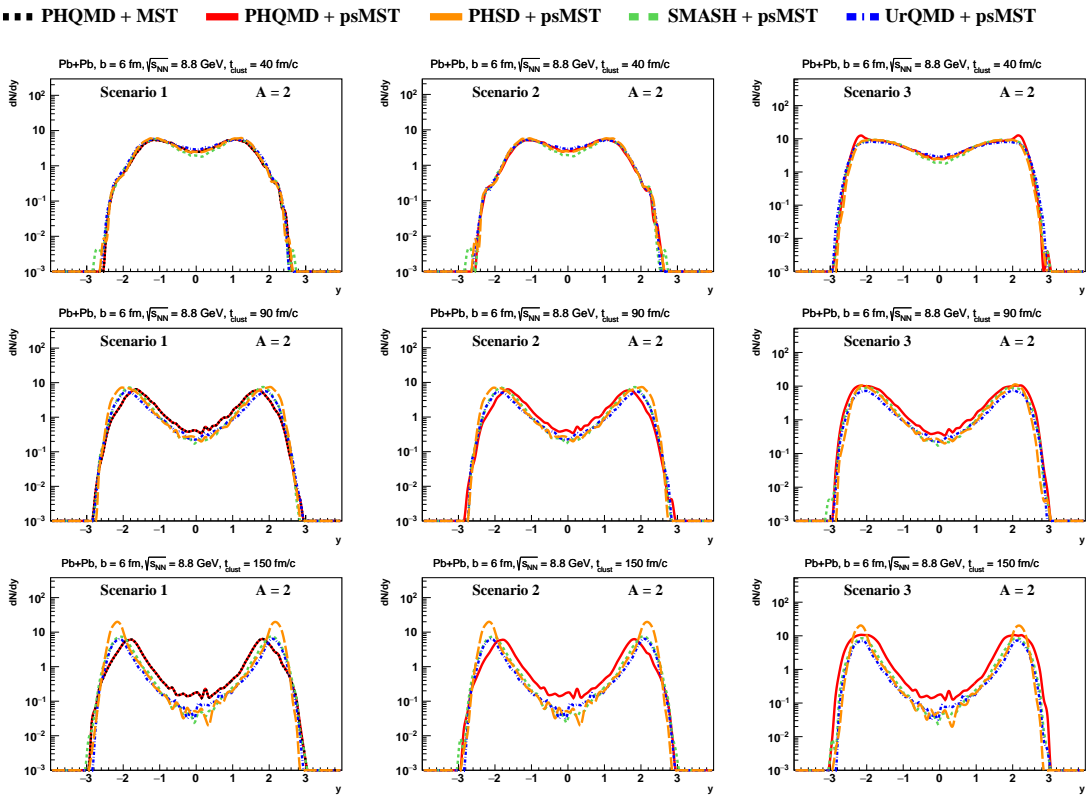


Рис. 58: Быстротные распределения (гипер)ядер с массовым числом  $A = 2$  при  $t_{clust} = 40, 90, 150$  фм/с в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Pb + Pb$  при  $\sqrt{s} = 8.8$  ГэВ. Левая колонка: “Сценарий 1”, центральная колонка: “Сценарий 2”, правая колонка: “Сценарий 3”. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

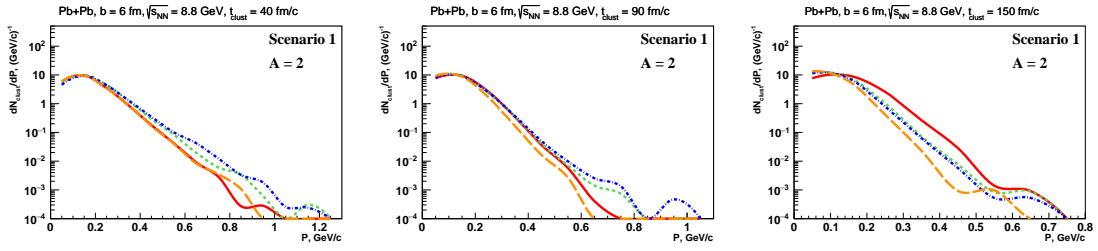


Рис. 59: Импульсные распределения барионов ( $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ) из (гипер)ядер с массовым числом  $A = 2$  в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Pb + Pb$  при  $\sqrt{s} = 8.8$  ГэВ (интегрированные по всей области быстрот). Импульс вычисляется в системе центра масс ядра. Левая колонка:  $t_{clust} = 40$  фм/с, центральная колонка:  $t_{clust} = 90$  фм/с, правая колонка:  $t_{clust} = 150$  фм/с. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

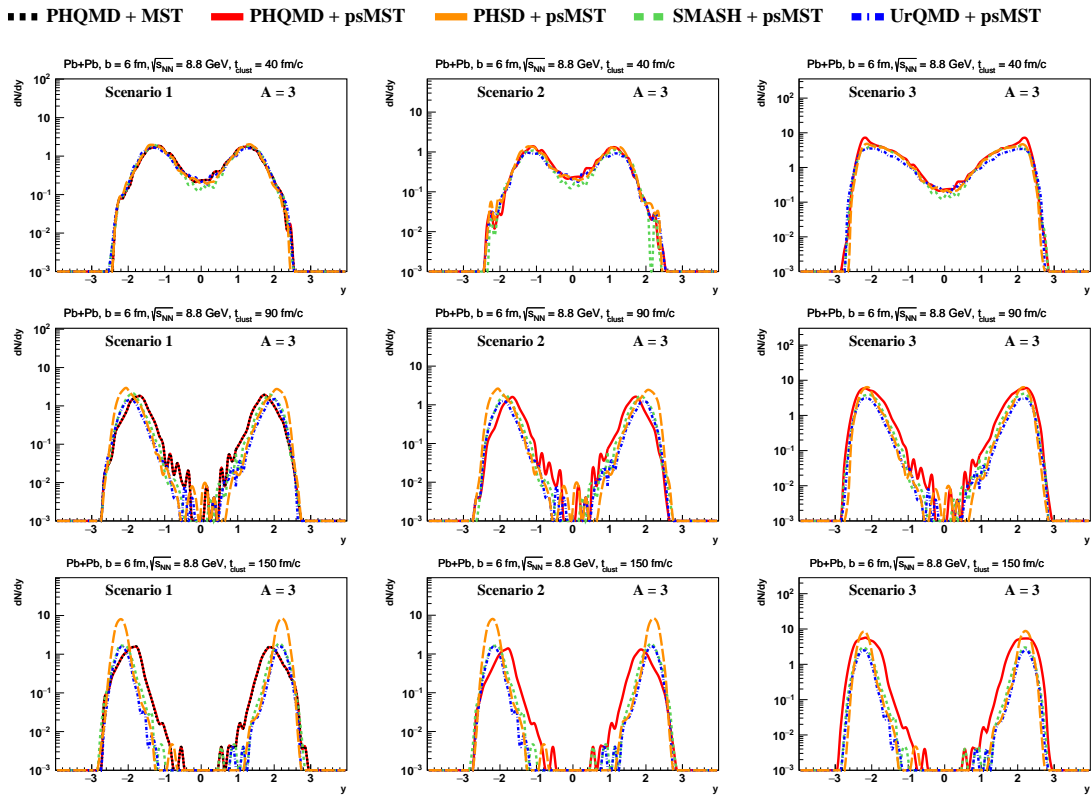


Рис. 60: Быстротные распределения (гипер)ядер с массовым числом  $A = 3$  при  $t_{clust} = 40, 90, 150$  фм/с в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Pb + Pb$  при  $\sqrt{s} = 8.8$  ГэВ. Левая колонка: “Сценарий 1”, центральная колонка: “Сценарий 2”, правая колонка: “Сценарий 3”. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

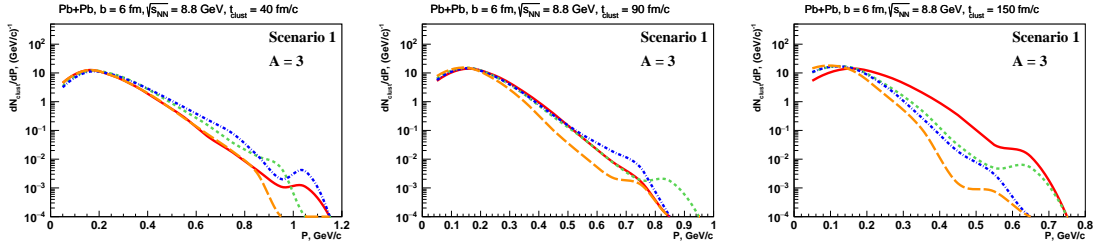


Рис. 61: Импульсные распределения барионов ( $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ) из (гипер)ядер с массовым числом  $A = 3$  в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Pb + Pb$  при  $\sqrt{s} = 8.8$  ГэВ (интегрированные по всей области быстрот). Импульс вычисляется в системе центра масс ядра. Левая колонка:  $t_{clust} = 40$  фм/с, центральная колонка:  $t_{clust} = 90$  фм/с, правая колонка:  $t_{clust} = 150$  фм/с. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

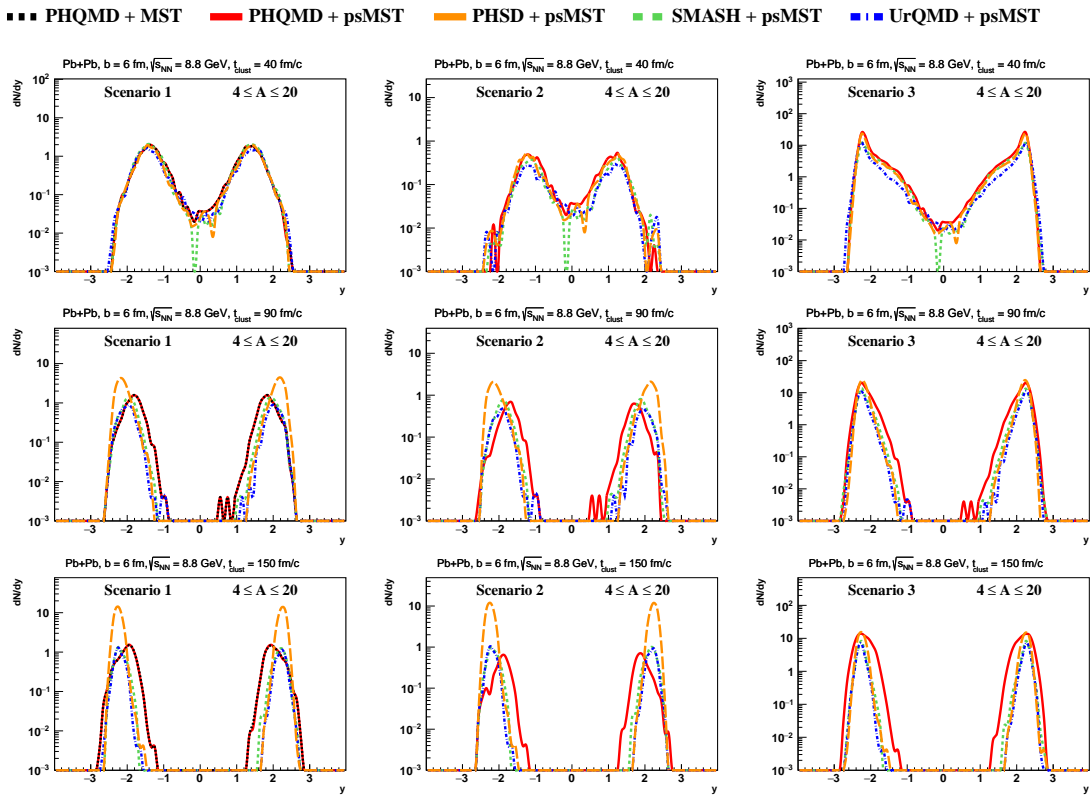


Рис. 62: Быстротные распределения (гипер)ядер с массовым числом  $4 \leq A \leq 20$  при  $t_{clust} = 40, 90, 150$  фм/с в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Pb + Pb$  при  $\sqrt{s} = 8.8$  ГэВ. Левая колонка: “Сценарий 1“, центральная колонка: “Сценарий 2“, правая колонка: “Сценарий 3“. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

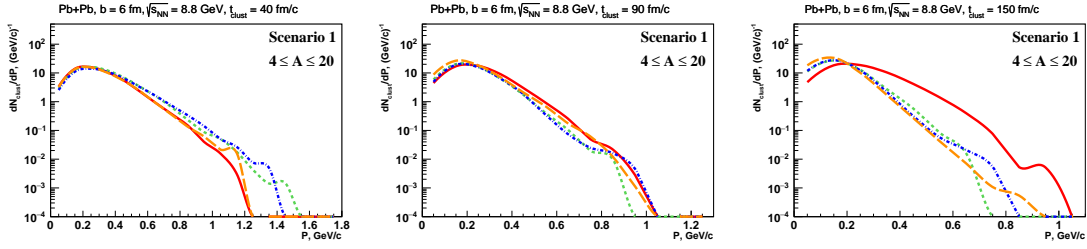


Рис. 63: Импульсные распределения барионов ( $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ) из (гипер)ядер с массовым числом  $4 \leq A \leq 20$  в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Pb + Pb$  при  $\sqrt{s} = 8.8$  ГэВ (интегрированные по всей области быстрот). Импульс вычисляется в системе центра масс ядра. Левая колонка:  $t_{clust} = 40$  фм/с, центральная колонка:  $t_{clust} = 90$  фм/с, правая колонка:  $t_{clust} = 150$  фм/с. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

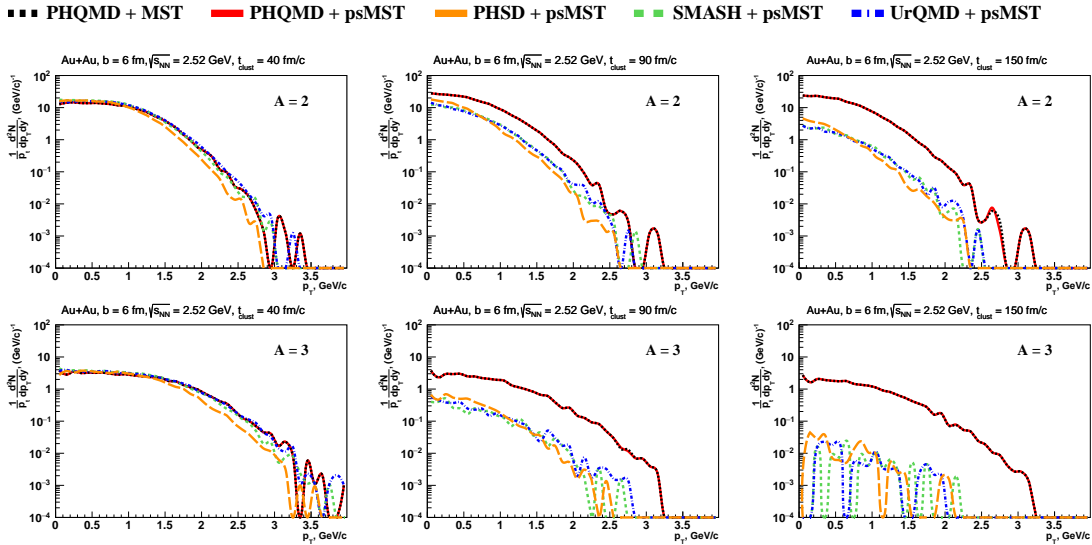


Рис. 64: Распределения поперечного импульса (гипер)ядер с массовым числом  $A = 2$  (верхний ряд) и  $A = 3$  (нижний ряд) в центральной области быстрот  $|y| < 0.5$  в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Au + Au$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 2.52$  ГэВ. Левая колонка –  $t_{clust} = 40$  фм/с, центральная колонка –  $t_{clust} = 90$  фм/с, правая колонка –  $t_{clust} = 150$  фм/с. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

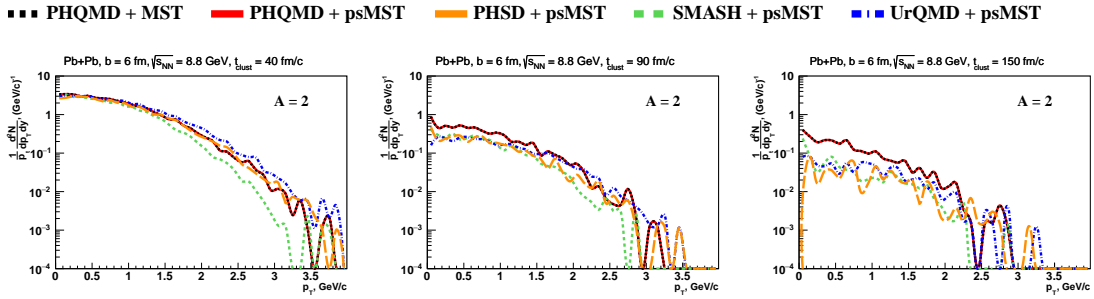


Рис. 65: Распределения поперечного импульса (гипер)ядер с массовым числом  $A = 2$  в центральной области быстрой  $|y| < 0.5$  в полу-периферических ( $b = 6$  фм) столкновениях  $Pb + Pb$  при  $\sqrt{s_{NN}} = 8.8$  ГэВ. Левая колонка –  $t_{clust} = 40$  фм/с, центральная колонка –  $t_{clust} = 90$  фм/с, правая колонка –  $t_{clust} = 150$  фм/с. Цветовая схема аналогична рисунку 52.

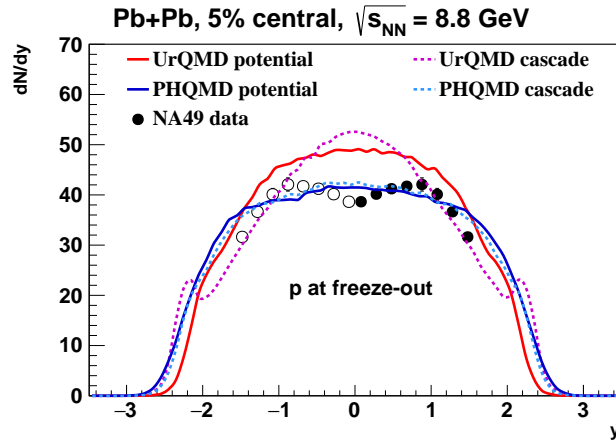


Рис. 66: Быстротные распределения  $p$  во время “freeze-out” перед применением коалесценции. Красная сплошная линия представляет результаты UrQMD в потенциальном режиме, синяя сплошная линия показывает результаты PHQMD в потенциальном режиме, розовая штрихованная линия представляет результаты UrQMD в каскадном режиме, голубая штрихованная линия – результаты PHQMD в каскадном режиме. Экспериментальные данные коллаборации NA49 [157] показаны чёрными точками.

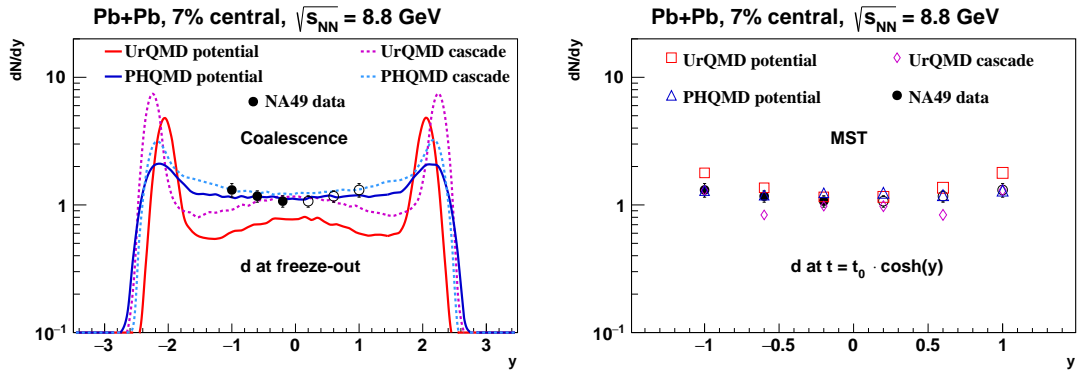


Рис. 67: Левый график: быстрое распределение  $d$  найденные алгоритмом коалесценции во время “freeze-out“. Цветовая схема аналогична рисунку 66. Правый график: быстрое распределение  $d$  найденные алгоритмом MST во время  $t = t_0 * \cosh(y)$ : красные квадраты показывают UrQMD с потенциалом ( $t_0 = 100 fm/c$ ), розовые ромбы – каскадный режим UrQMD ( $t_0 = 60 fm/c$ ), синие треугольники представляют PHQMD ( $t_0 = 50 fm/c$ ). Экспериментальные данные коллаборации NA49 [11] показаны чёрными точками.



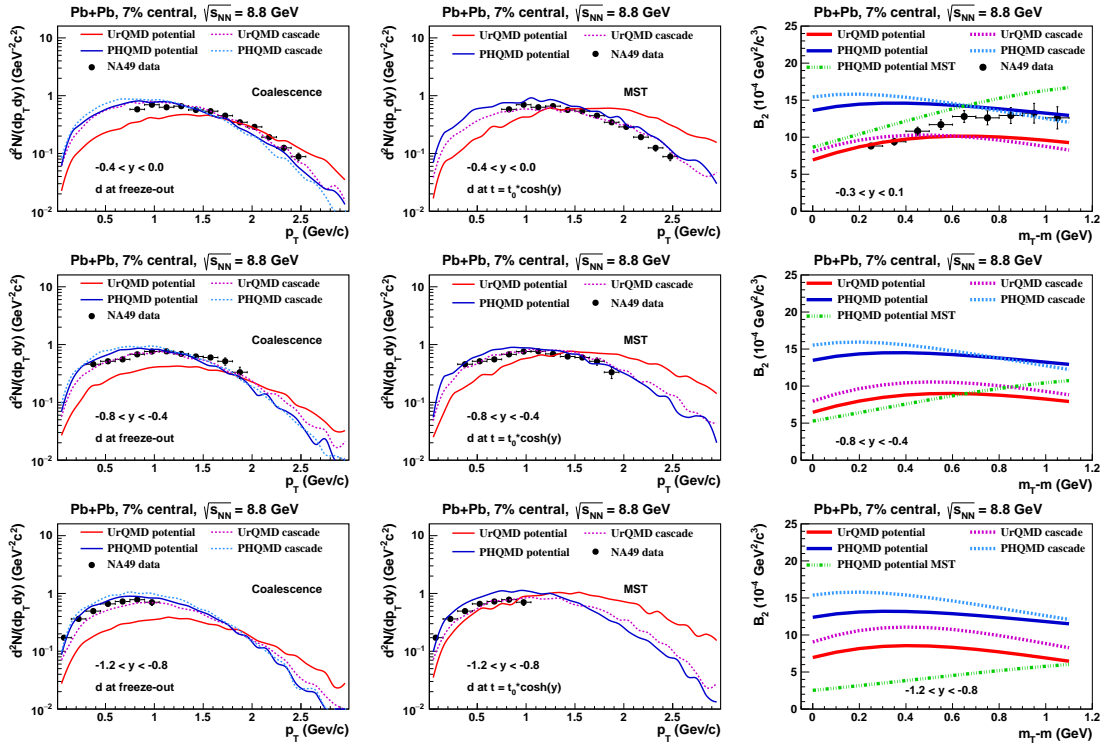


Рис. 68: Распределения поперечного импульса дейтронов  $d$ , найденных алгоритмом коалесценции (левый столбец), MST (средний столбец) в быстрых интервалах:  $-0.4 < y < 0.0$  (верхний ряд),  $-0.8 < y < -0.4$  (верхний ряд) и  $-1.2 < y < -0.8$  (нижний ряд). Время кластеризации выбрано такое же как и для Рис.67. Правая колонка: параметр коалесценции  $B_2$  как функция поперечной массы  $m_T - m$  дейтронов во время “freeze-out“ для интервалов быстрот:  $-0.3 < y < 0.1$  (верхний ряд);  $-0.8 < y < -0.4$  (средний ряд);  $-1.2 < y < -0.8$  (нижний ряд). Цветовая схема соответствует Рис.66. Зелёные штрих-пунктирные линии в левом столбце соответствуют результатам PHQMD в потенциальном режиме для алгоритма MST. Остальные кривые были получены для алгоритма коалесценции.

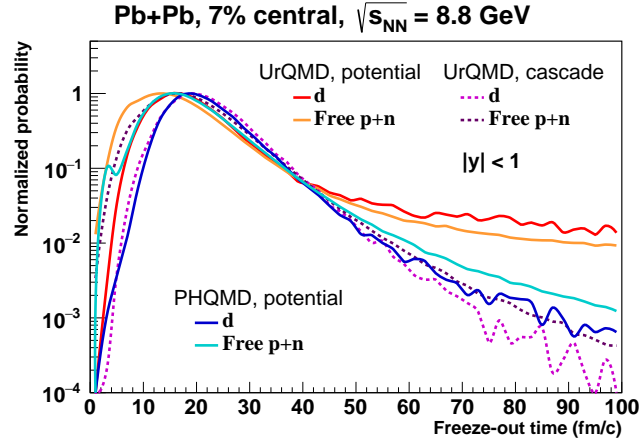


Рис. 69: Время “freeze-out” свободных  $p+n$  и  $d$ . Сплошные красные линии показывают результаты для дейтронов в UrQMD (потенциальный режим), сплошные оранжевые линии – свободных  $p+n$  в UrQMD (потенциальный режим), штрихованные розовые линии показывают дейтроны в UrQMD (каскадный режим), штрихованные фиолетовые линии – свободные  $p+n$  в UrQMD (каскадный режим), сплошные синие линии показывают дейтроны из PHQMD (потенциальный режим), сплошные бирюзовые линии – свободные  $p+n$  из PHQMD (потенциальный режим).

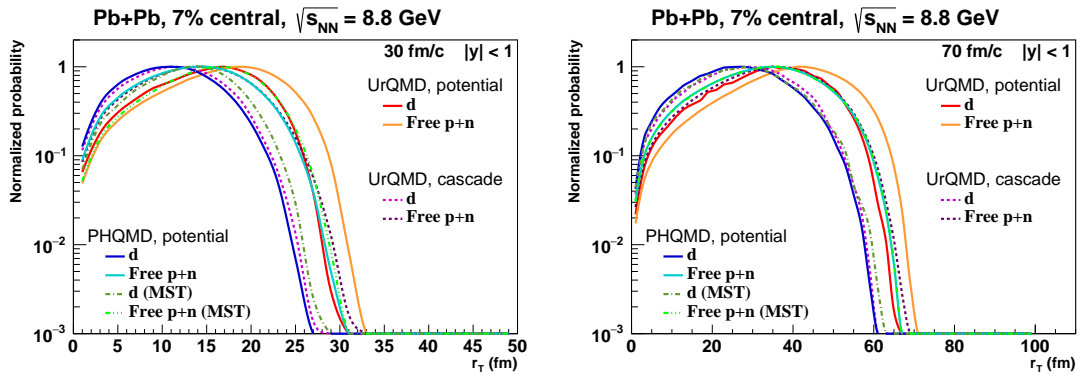


Рис. 70: Поперечное расстояние от центра взаимодействия свободных  $p+n$  и  $d$  при 30 фм/с (левый график) и при 70 фм/с (правый график). Цветовая схема аналогична Рис.69. Дополнительно добавлены штрих-пунктирные тёмно-зелёные линии для дейтронов в PHQMD, найденных алгоритмом MST, и штрихованные светло-зелёные линии для свободных  $p+n$  (MST).

## Заключения

\* \* \*

Представлен новый микроскопический транспортный подход RHQMD для изучения динамики столкновений тяжелых ионов, образования ядер и гиперядер при энергиях пучка от нескольких сотен АМЭВ до ультрарелятивистских энергий. Подход RHQMD расширяет, с одной стороны, изучение образования ядер в рамках динамики QMD при более низких энергиях пучка и, с другой стороны, рождение частиц от SIS до LHC энергий в рамках подхода PHSD.

RHQMD использует адронные и партонные взаимодействия из подхода PHSD через тот же интеграл столкновения. Однако он расширяет подход PHSD, заменяя динамику среднего поля для движения барионов многочастичной квантовой молекулярной динамикой, основанной на зависящих от плотности взаимодействиях двух тел между всеми барионами в системе. Это позволяет сохранить все барионные корреляции и флуктуации, что необходимо для изучения динамического образования ядер и гиперядер в реакциях тяжелых ионов. Это подразумевает, что ядра образуются динамически во время столкновений тяжелых ионов потенциальным взаимодействием между нуклонами. Следовательно, нет необходимости переходить к другим допущениям для моделирования рождений ядер, как это делается в некоторых транспортных подходах, вводя, например, модель коалесценции или статистическую модель фрагментации.

Для поиска ядер и гиперядер мы используем алгоритмы MST и SACA. MST ищет ядра основываясь на пространственных корреляциях в конце реакции в то время как алгоритм SACA, основанный на нахождении наиболее связанной конфигурации, позволяет идентифицировать ядра на ранних этапах динамики тяжелых ионов, когда ядра всё ещё перекрываются в координатном пространстве. Кроме того, наличие среднего поля и QMD в одном коде RHQMD позволяет исследовать различия в динамическом описании столкновений тяжёлых ионов и их влияние на

формирование ядер.

Прежде всего, мы проверили подход RHQMD сравнив быстротные распределения,  $m_T$  и  $p_T$  спектры барионов ( $p, \bar{p}, \Lambda, \bar{\Lambda}$ ) и мезонов ( $\pi^\pm, K^\pm$ ) начиная от низких энергий SIS до самых высоких энергий RHIC. Мы видим хорошее согласие между предсказаниями RHQMD и экспериментальными данными. Для динамики QMD мы исследуем два уравнения состояния: “жесткое“ и “мягкое“, реализуемые статическими потенциалами. Мы видим, что для протонов результаты RHQMD с мягким уравнением состояния очень хорошо согласуются с результатами PHSD. QMD с жестким уравнением состояния показывает несколько более жесткие спектры протонов при энергиях AGS, которые описывают экспериментальные данные. Однако мы предупреждаем, что для того, чтобы сделать надежные выводы об уравнении состояния, необходимо учитывать зависимость ядерного потенциала от импульса. Эта работа уже ведется.

Для рождённых адронов чувствительность к уравнению состояния незначительна в динамике QMD. При релятивистских энергиях и центральных быстротах динамика определяется адронными/партоными столкновениями. Таким образом, полученные результаты менее чувствительны к барионным потенциалам во время движения, и, следовательно, результаты PHSD и RHQMD аналогичны. Во-вторых, в рамках подхода RHQMD мы изучили рождение ядер (включая гиперядра), которые идентифицируются алгоритмами MST и SACA.

Было показано, что динамика QMD позволяет формировать ядра как в области центральных быстрот, так и в области быстрот пучка/мишени, и сохранять их стабильными во времени. При использовании динамики среднего поля ядра являются нестабильными и распадаются со временем. Это демонстрирует важность нуклонных корреляций для динамики ядер, которые размазываются при распространении среднего поля.

Подход RHQMD для тяжелых ядер был проверен в сравнениях с экспериментальными данными коллаборации ALADIN при энергиях пучка 600-1000 АМЭВ. Мы видим, что тяжелые ядра образуются вблизи быстрот мишени/пучка, и с увеличением энергий в этой кинематической области могут образовываться также гиперядра. Мы также видим хорошее описание данных ALADIN для зависимости множественности ядер промежуточной массы  $3 \leq Z \leq 30$ , испускаемых в прямом направлении в зависимости от суммы всех испускаемых прямо связанных зарядов  $Z_{\text{bound } 2}$ . Кроме того, расчеты RHQMD с помощью алгоритма SACA показывают устойчивость ядер во времени. Мы сравнили также  $Z_{\text{max}}$  как функцию  $Z_{\text{bound } 2}$ , а также  $\sqrt{\langle p_T^2(Z) \rangle}$  в зависимости от заряда ядер. Последнее хорошо согласуется с предсказанием мгновенного распада ядра и не согласуется с предположениями о том, что ядра образуются в термической ванне температуры вокруг энергии связи.

Также было изучено рождение легких ядер в центральных быстротах в рамках подхода RHQMD. Идентификация легких ядер важна для понимания спектров

протонов при низких энергиях. Как было установлено коллаборацией FOPI, в центральных реакциях  $Au + Au$  при 1.5 АГэВ около 40% всех нуклонов связаны в ядра. Расчеты RHQMD показывают хорошее согласие с данными FOPI для протонов только при вычитании протонов, связанных в ядра. С увеличением энергии пучка до релятивистских энергий, доля нуклонов, связанных в ядра, уменьшается, однако при энергиях пучка ниже 5 АГэВ идентификация ядер является важным вопросом даже для протонных спектров [9]. Мы также воспроизводим быстрое распределение лёгких ядер, наблюдаемых при энергиях AGS, как для центральных, так и для min.bias событий.

Были получены прогнозы для образования ядер и гиперядер при более высоких энергиях пучка (4-10 АГэВ) экспериментов FAIR и NICA. В частности, мы представили быстрые распределения гиперядер при различных центральных. Мы также исследовали коллективный прямой поток ядер  $v_1$ .

Отметим, что формирование ядер и гиперядер в области центральных быстрой при релятивистских энергиях является одной из интересных проблем современной физики тяжелых ионов. Измеренные адронные поперечные энергетические спектры в центральных быстрой показывают обратный параметр наклона между 100 и 150 МэВ, в значительной степени из-за теплового движения частиц, даже если радиальный поток также вносит свой вклад. Кроме того, статистическая тепловая модель соответствия даёт при энергиях RHIC и LHC температуру того же порядка. С другой стороны, (гипер)ядра – это слабо связанные объекты (с энергией связи в несколько АМэВ) и с большим расстоянием между нуклонами ядра. Следовательно, они не стабильны в среде с температурой около 100 МэВ, и столкновения с другими адронами могут легко разрушить их. Можно говорить о кусочках “льда в огне”. Поэтому совершенно не очевидно как эти ядра рождаются и выживают при расширении системы. В этом отношении подход RHQMD обеспечивает основу для более детального изучения их происхождения, поскольку он основан на микроскопическом описании взаимодействий и может быть применен на ранних стадиях столкновения. Метод MST, примененный в этом исследовании для поиска ядер в центральных быстрой при высоких энергиях, может находить ядра только в конце реакции и в настоящее время является “зарядово слепым”. Для более детального изучения процесса образования ядер и гиперядер мы должны продолжить развивать подход SACA, который может работать со странными барионами и с квантовыми особенностями, которые определяют энергию связи легких ядер. Такое развитие также необходимо для количественного изучения рождения гиперядер. Первый шаг в этом направлении уже ведётся [62, 61].

Была представлена оригинальная библиотека поиска ядер и гиперядер “phase-space Minimum Spanning Tree” (psMST) [153] и продемонстрированы первые результаты её совместной работы с различными транспортными подходами: на основе QMD (RHQMD) и среднего поля (PHSD), а также к двум каскадным моделям,

SMASH и UrQMD, которые использовались без потенциала. Алгоритм библиотеки psMST основан на методе MST для распознавания ядер по корреляциям в координатном пространстве, но, помимо этого, опционально он может использовать информацию и об импульсном пространстве, что позволяет изучать импульсные корреляции барионов в ядрах, а также изменять критерии поиска ядер. Было обнаружено, что быстрое и импульсное распределения барионов ( $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ) всех четырёх моделей схожи на ранних временах эволюции реакции, но на более поздних этапах эволюции при низких энергиях быстрые распределения сильно различаются. RHQMD с psMST предсказывает в области центральных быстрых больше ядер чем другие модели, это можно объяснить тем, что подход QMD позволяет сохранить пространственные корреляции барионов, в отличие от динамики среднего поля PHSD и каскадных версий SMASH и UrQMD. Это наблюдение показывает чувствительность образования ядер при низких энергиях к реализации потенциальных взаимодействий, что гораздо более ярко выражено для ядер, чем для свободных частиц. При более высоких энергиях все генераторы событий дают качественно аналогичные результаты, поскольку динамика в этом случае в основном определяется столкновениями и множественным образованием частиц, а не потенциальными взаимодействиями.

С помощью библиотеки psMST впервые было проведено сравнение двух различных алгоритмов поиска ядер в рамках одного кода, применённого к двум различным транспортным генераторам событий: UrQMD и RHQMD. Применённые к различным генераторам событий коалесценция и MST выдают очень похожие множественности, быстрые спектры и распределения поперечного импульса. Быстрые распределения и спектры поперечного импульса  $p_T$  дейтронов, полученные в RHQMD и UrQMD, очень схожи, т.е. результаты не зависят от модели. Быстрые распределения и спектры поперечного импульса  $p_T$  в центральных столкновениях Pb+Pb при  $\sqrt{s} = 8.8$  ГэВ довольно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Коалесценция, так же как и процедура MST, показывает, что в поперечном направлении дейтроны остаются ближе к центру столкновения чем свободные нуклоны. Так как дейтроны не пересекают расширяющийся “фаербол”, они не разрушаются столкновениями с адронами из него.

Библиотека psMST – это инструмент с открытым исходным кодом [154], который можно использовать в автономном режиме или интегрировать в экспериментальные программные пакеты. Применяемый к различным транспортным моделям, psMST может быть полезен для моделирования образования ядер для экспериментальных исследований характеристик детекторов и т.д., что особенно важно для будущих экспериментов NICA и FAIR.

# Динамическая Модель Квазичастиц (DQPM)

\* \* \*

Динамическая модель квазичастиц (DQPM) была введена в работах [73, 93, 92] для эффективного описания свойств КГП в терминах сильно взаимодействующих кварков и глюонов со свойствами и взаимодействиями, которые настроены для воспроизведения результатов КХД по термодинамике уравновешенной КГП при конечной температуре  $T$  и барионном (или кварковом) химическом потенциале  $\mu_q$ . В DQPM квазичастицы характеризуются одночастичными функциями Грина (в представлении пропагатора) со сложными собственными энергиями. Действительная часть собственных энергий связана со свойствами среднего поля, тогда как мнимая часть предоставляет информацию о времени жизни и/или скорости реакции частиц. Это описывается лоренцевой спектральной функцией квазичастиц [54]:

$$\begin{aligned} \rho_j(\omega, \mathbf{p}) &= \frac{\gamma_j}{\tilde{E}_j} \left( \frac{1}{(\omega - \tilde{E}_j)^2 + \gamma_j^2} - \frac{1}{(\omega + \tilde{E}_j)^2 + \gamma_j^2} \right) \\ &\equiv \frac{4\omega\gamma_j}{(\omega^2 - \mathbf{p}^2 - M_j^2)^2 + 4\gamma_j^2\omega^2} \end{aligned} \quad (28)$$

отдельно для кварков, антикварков и глюонов ( $j = q, \bar{q}, g$ ). Здесь  $\tilde{E}_j^2(\mathbf{p}) = \mathbf{p}^2 + M_j^2 - \gamma_j^2$ ; ширина  $\gamma_j$  и масса  $M_j$  из DQPM являются функциями температуры  $T$  и химического потенциала  $\mu_q$ .

Поскольку DQPM является эффективной моделью, необходимо принять реальную форму  $(T, \mu_q)$  - зависимости динамических масс и ширин квазичастиц а

также муфта. Фиксируя свойства квазичастиц, можно оценить плотность энтропии  $s(T, \mu_B)$  и плотность числа в представлении пропагатора из Ваум [159, 160], а затем, сравнивая с соответствующими данными IQCD, можно зафиксировать несколько параметров DQPM. После этого DQPM обеспечивает последовательный описание термодинамики QGP [93, 92] и, кроме того, обладает предсказательной силой.

Предполагается, что эффективные массы приведены в соответствии с тепловой массой НТЛ в асимптотическом режиме больших импульсов, т.е. для глюонов выражением [54]

$$M_g^2(T, \mu_q) = \frac{g^2(T, \mu_q)}{6} \left( \left( N_c + \frac{1}{2} N_f \right) T^2 + \frac{N_c}{2} \sum_q \frac{\mu_q^2}{\pi^2} \right), \quad (29)$$

а для кварков (антикварков)Ж

$$M_{q(\bar{q})}^2(T, \mu_q) = \frac{N_c^2 - 1}{8N_c} g^2(T, \mu_q) \left( T^2 + \frac{\mu_q^2}{\pi^2} \right), \quad (30)$$

где  $N_c = 3$  обозначает количество цветов, а  $N_f (= 3)$  обозначает количество ароматов. Кроме того, эффективные кварки, антикварки и глюоны в DQPM имеют конечные ширины  $\gamma$ , которые приняты в виде [54]

$$\gamma_g(T, \mu_q) = \frac{1}{3} N_c \frac{g^2(T, \mu_q) T}{8\pi} \ln \left( \frac{2c}{g^2(T, \mu_q)} + 1 \right), \quad (31)$$

$$\gamma_{q(\bar{q})}(T, \mu_q) = \frac{1}{3} \frac{N_c^2 - 1}{2N_c} \frac{g^2(T, \mu_q) T}{8\pi} \ln \left( \frac{2c}{g^2(T, \mu_q)} + 1 \right), \quad (32)$$

где  $c = 14.4$  связано с магнитной отсечкой, которая является параметром DQPM. Кроме того, мы предполагаем, что ширина странных кварков такая же, как у легких ( $u, d$ ) кварков. С выбором уравнения. (28) комплексные собственные энергии для глюонов  $\Pi = M_g^2 - 2i\omega\gamma_g$  и для (анти) кварков  $\Sigma_q = M_q^2 - 2i\omega\gamma_q$  полностью определяются уравнениями. (29), (30), (31) и (32).

Связь  $g^2$ , которая определяет силу взаимодействия в DQPM, извлекается из термодинамики IQCD. Есть несколько реализаций DQPM для оценки  $g^2$ : i) его температурная зависимость при нулевом химическом потенциале может быть получена либо с помощью анзаца с несколькими параметрами, адаптированными к результатам термодинамики IQCD [161, 162], либо ii)  $g^2$  может быть напрямую полученный параметризацией плотности энтропии из IQCD, как в [163]. Мы указываем, что для данной версии RHQMD мы приняли модель DQPM в первой реализации - как в RHSD v4.0 [40, 51, 52, 53, 54].

Расширение DQPM до конечного барионного химического потенциала,  $\mu_B$ , выполняется с помощью масштабирующего анзаца, который работает до  $\mu_B \approx 450$



МэВ [164] и предполагает, что  $g^2$  является функцией отношения эффективной температуры  $T^* = \sqrt{T^2 + \mu_q^2/\pi^2}$  и  $\mu_B$ -зависимой критической температуры  $T_c(\mu_B)$  как [93]

$$g^2(T/T_c, \mu_B) = g^2\left(\frac{T^*}{T_c(\mu_B)}, \mu_B = 0\right) \quad (33)$$

с  $\mu_B = 3\mu_q$  и  $T_c(\mu_B) = T_c\sqrt{1 - \alpha\mu_B^2}$ , где  $T_c$  - критическая температура при нулевом химическом потенциале ( $\approx 0,158$  ГэВ) и  $\alpha = 0.974\text{GeV}^{-2}$ . Используя свойства квазичастиц и одетых пропагаторов, заданные DQPM, можно вывести дифференциальные сечения партонного рассеяния, а также скорости взаимодействия света и очарованных кварков в QGP как функцию температуры и химического потенциала [161, 163] путем вычисления диаграмм рассеяния соответствующих процессов в ведущем порядке. Эта расширенная версия DQPM недавно был использован в PHSD 5.0 [163] и будет будут приняты PHQMD и в будущем.

# Адронизация

\* \* \*

Адронизация, т.е. переход от партонных к адронным степеням свободы, описывается в RHQMD (как и в PHSD) локальными ковариантными частотами перехода, как указано в [40]. Для слияния  $q + \bar{q}$  с мезоном  $m$  вне оболочки с 4-импульсом  $p = (\omega, \mathbf{p})$  в точке пространства-времени  $x = (t, \mathbf{x})$ :

$$\begin{aligned} \frac{dN_m(x, p)}{d^4x d^4p} &= Tr_q Tr_{\bar{q}} \delta^4(p - p_q - p_{\bar{q}}) \delta^4\left(\frac{x_q + x_{\bar{q}}}{2} - x\right) \\ &\times \omega_q \rho_q(p_q) \omega_{\bar{q}} \rho_{\bar{q}}(p_{\bar{q}}) |v_{q\bar{q}}|^2 W_m(x_q - x_{\bar{q}}, (p_q - p_{\bar{q}})/2) \\ &\times N_q(x_q, p_q) N_{\bar{q}}(x_{\bar{q}}, p_{\bar{q}}) \delta(\text{flavor, color}). \end{aligned} \quad (34)$$

В уравнении (34) вводится сокращенная запись:

$$Tr_j = \sum_j \int d^4x_j \int \frac{d^4p_j}{(2\pi)^4}, \quad (35)$$

где  $\sum_j$  обозначает суммирование по дискретным квантовым числам (спин, аромат, цвет);  $N_j(x, p)$  - фазовая плотность партона  $j$  в пространственно-временной позиции  $x$  и 4-импульсе  $p$ . В уравнении (34)  $\delta(\text{flavor, color})$  означает сохранение квантовых ароматов, а также цветовой нейтральности образовавшегося мезона  $m$ . Кроме того,  $v_{q\bar{q}}(\rho_p)$  - эффективное кварк-антикварковое взаимодействие из DQPM (показано на рис. 10 в Ref. [93]) как функция локальной партонной ( $q + \bar{q} + g$ ) плотности  $\rho_p$  (или плотности энергии). Помимо этого,  $W_m(x, p)$  - безразмерное распределение образовавшегося внеоболочечного мезона в фазовом пространстве:

$$W_m(\xi, p_\xi) = \exp\left(\frac{\xi^2}{2b^2}\right) \exp\left(2b^2(p_\xi^2 - (M_q - M_{\bar{q}})^2/4)\right) \quad (36)$$

с  $\xi = x_1 - x_2 = x_q - x_{\bar{q}}$  и  $p_\xi = (p_1 - p_2)/2 = (p_q - p_{\bar{q}})/2$ . Параметр ширины  $b$  фиксируется  $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = b = 0.66$  фм (в системе покоя), что соответствует среднему среднеквадратичному радиусу мезонов. Отметим, что выражение (36) соответствует пределу состояния независимого гармонического осциллятора и что конечные частоты образования адронов в разумных пределах примерно не зависят от параметра  $b$ . Величина (36) Лоренц-инвариантна; в пределе мгновенного “рождения адронов”, т.е.  $\xi^0 = 0$ , он обеспечивает гауссово понижение относительного квадрата расстояния  $(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2$ . 4-импульс зависимость выражается явно

$$(E_1 - E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2 - (M_1 - M_2)^2 \leq 0 \quad (37)$$

и приводит к отрицательному аргументу второй экспоненты в (36), способствующей слиянию партонов с низкими относительными импульсами  $p_q - p_{\bar{q}} = p_1 - p_2$ .

Соответствующие частоты перехода (к уравнению (34)) были определены в [52] также для слияния трех сторонних кварков ( $q_1 + q_2 + q_3 \leftrightarrow B$ ) для окрашивания нейтральных барионных ( $B$  или  $\bar{B}$ ) резонансов конечной ширины (или струн), удовлетворяя законам сохранения энергии и импульса, а также сохраняя ток ароматов используя координаты Якоби.

## Список литературы

\* \* \*

- [1] Ulrich Heinz, Olga Evdokimov, and Peter Jacobs, eds. *Proceedings, 26th International Conference on Ultra-relativistic Nucleus-Nucleus Collisions (Quark Matter 2017): Chicago, Illinois, USA, February 5-11, 2017*. Vol. 967. Elsevier, 2017, pp.1–1010.
- [2] Szabocls Borsanyi et al. «Full result for the QCD equation of state with 2+1 flavors». In: *Phys. Lett. B* 730 (2014), pp. 99–104.
- [3] A. Bazavov et al. «Equation of state in ( 2+1 )-flavor QCD». In: *Phys. Rev. D* 90 (2014), p. 094503.
- [4] M. Asakawa and K. Yazaki. «Chiral Restoration at Finite Density and Temperature». In: *Nucl. Phys. A* 504 (1989), pp. 668–684.
- [5] Mikhail A. Stephanov. «QCD phase diagram and the critical point». In: *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 153 (2004). Ed. by Berndt Muller and C. I. Tan, pp. 139–156.
- [6] A. Schüttauf et al. «Universality of spectator fragmentation at relativistic bombarding energies». In: *Nucl. Phys. A* 607 (1996), pp. 457–486.
- [7] C. Sienti et al. «Gross Properties and Isotopic Phenomena in Spectator Fragmentation». In: *Nucl. Phys. A* 787 (2007). Ed. by Carlos A. Bertulani et al., pp. 627–632.
- [8] Regina Nebauer et al. «Multifragmentation in Xe(50-A/MeV)+Sn confrontation of theory and data». In: *Nucl. Phys. A* 658 (1999), pp. 67–93.
- [9] W. Reisdorf et al. «Systematics of central heavy ion collisions in the 1A GeV regime». In: *Nucl. Phys. A* 848 (2010), pp. 366–427.

- 
- [10] C. Rappold et al. «Hypernuclear production cross section in the reaction of  ${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$  at 2A GeV». In: *Phys. Lett. B* 747 (2015), pp. 129–134.
- [11] T. Anticic et al. «Production of deuterium, tritium, and He3 in central Pb + Pb collisions at 20A,30A,40A,80A , and 158A GeV at the CERN Super Proton Synchrotron». In: *Phys. Rev. C* 94.4 (2016), p. 044906.
- [12] B. I. Abelev et al. «Observation of an Antimatter Hypernucleus». In: *Science* 328 (2010), pp. 58–62.
- [13] H. Agakishiev et al. «Observation of the antimatter helium-4 nucleus». In: *Nature* 473 (2011). [Erratum: *Nature* 475, 412 (2011)], p. 353.
- [14] Jaroslav Adam et al. « ${}^3_{\Lambda}\text{H}$  and  ${}^3_{\Lambda}\bar{\text{H}}$  production in Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76$  TeV». In: *Phys. Lett. B* 754 (2016), pp. 360–372.
- [15] Jaroslav Adam et al. «Production of light nuclei and anti-nuclei in pp and Pb-Pb collisions at energies available at the CERN Large Hadron Collider». In: *Phys. Rev. C* 93.2 (2016), p. 024917.
- [16] Shreyasi Acharya et al. «Production of  ${}^4\text{He}$  and  ${}^4\bar{\text{He}}$  in Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76$  TeV at the LHC». In: *Nucl. Phys. A* 971 (2018), pp. 1–20.
- [17] Edward Shuryak and Juan M. Torres-Rincon. «Baryon clustering at the critical line and near the hypothetical critical point in heavy-ion collisions». In: *Phys. Rev. C* 100.2 (2019), p. 024903.
- [18] M. Wakai, H. Bando, and M. Sano. «Hypernucleus Formation in High-energy Nuclear Collisions». In: *Phys. Rev. C* 38 (1988), pp. 748–759.
- [19] Z. Rudy et al. «Lambda hypernucleus formation in proton nucleus reactions». In: *Z. Phys. A* 351 (1995), pp. 217–224.
- [20] T. Gaitanos, H. Lenske, and U. Mosel. «Formation of hypernuclei in high energy reactions within a covariant transport model». In: *Phys. Lett. B* 675 (2009), pp. 297–304.
- [21] V. Topor Pop and S. Das Gupta. «Model for hypernucleus production in heavy ion collisions». In: *Phys. Rev. C* 81 (2010), p. 054911.
- [22] A. S. Botvina et al. «Production of spectator hypermatter in relativistic heavy-ion collisions». In: *Phys. Rev. C* 84 (2011), p. 064904.
- [23] A. S. Botvina et al. «Formation of hypernuclei in heavy-ion collisions around the threshold energies». In: *Phys. Rev. C* 95.1 (2017), p. 014902.
- [24] Lilin Zhu, Che Ming Ko, and Xuejiao Yin. «Light (anti-)nuclei production and flow in relativistic heavy-ion collisions». In: *Phys. Rev. C* 92.6 (2015), p. 064911.
- [25] A. Andronic et al. «Production of light nuclei, hypernuclei and their antiparticles in relativistic nuclear collisions». In: *Phys. Lett. B* 697 (2011), pp. 203–207.

- 
- [26] C. David, C. Hartnack, and J. Aichelin. «On the flow of kaons produced in relativistic heavy ion collisions». In: *Nucl. Phys. A* 650 (1999), pp. 358–368.
- [27] J. L. Ritman et al. «On the transverse momentum distribution of strange hadrons produced in relativistic heavy ion collisions». In: *Z. Phys. A* 352 (1995), pp. 355–357.
- [28] J. Aichelin. «'Quantum' molecular dynamics: A Dynamical microscopic n body approach to investigate fragment formation and the nuclear equation of state in heavy ion collisions». In: *Phys. Rept.* 202 (1991), pp. 233–360.
- [29] J. Aichelin et al. «Importance of Momentum Dependent Interactions for the Extraction of the Nuclear Equation of State From High-energy Heavy Ion Collisions». In: *Phys. Rev. Lett.* 58 (1987), pp. 1926–1929.
- [30] J. Aichelin et al. «Quantum Molecular Dynamics Approach to Heavy Ion Collisions: Description of the Model, Comparison With Fragmentation Data, and the Mechanism of Fragment Formation». In: *Phys. Rev. C* 37 (1988), pp. 2451–2468.
- [31] C. Hartnack et al. «Modeling the many body dynamics of heavy ion collisions: Present status and future perspective». In: *Eur. Phys. J. A* 1 (1998), pp. 151–169.
- [32] S. A. Bass et al. «Microscopic models for ultrarelativistic heavy ion collisions». In: *Prog. Part. Nucl. Phys.* 41 (1998), pp. 255–369.
- [33] M. Bleicher et al. «Relativistic hadron hadron collisions in the ultrarelativistic quantum molecular dynamics model». In: *J. Phys. G* 25 (1999), pp. 1859–1896.
- [34] H. Kruse et al. «VLASOV-UEHLING-UHLENBECK THEORY OF MEDIUM-ENERGY HEAVY ION REACTIONS: ROLE OF MEAN FIELD DYNAMICS AND TWO-BODY COLLISIONS». In: *Phys. Rev. C* 31 (1985), pp. 1770–1774.
- [35] J. Aichelin and G. Bertsch. «Numerical simulation of medium energy heavy ion reactions». In: *Phys. Rev. C* 31 (1985), pp. 1730–1738.
- [36] P. Danielewicz and G. F. Bertsch. «Production of deuterons and pions in a transport model of energetic heavy ion reactions». In: *Nucl. Phys. A* 533 (1991), pp. 712–748.
- [37] Zi-Wei Lin et al. «A Multi-phase transport model for relativistic heavy ion collisions». In: *Phys. Rev. C* 72 (2005), p. 064901.
- [38] W. Ehehalt and W. Cassing. «Relativistic transport approach for nucleus nucleus collisions from SIS to SPS energies». In: *Nucl. Phys. A* 602 (1996), pp. 449–486.
- [39] W. Cassing and E. L. Bratkovskaya. «Hadronic and electromagnetic probes of hot and dense nuclear matter». In: *Phys. Rept.* 308 (1999), pp. 65–233.
- [40] W. Cassing and E. L. Bratkovskaya. «Parton transport and hadronization from the dynamical quasiparticle point of view». In: *Phys. Rev. C* 78 (2008), p. 034919.

- 
- [41] O. Buss et al. «Transport-theoretical Description of Nuclear Reactions». In: *Phys. Rept.* 512 (2012), pp. 1–124.
- [42] J. Weil et al. «Particle production and equilibrium properties within a new hadron transport approach for heavy-ion collisions». In: *Phys. Rev. C* 94.5 (2016), p. 054905.
- [43] V. D. Toneev and K. K. Gudima. «PARTICLE EMISSION IN LIGHT AND HEAVY ION REACTIONS.» In: *Nucl. Phys. A* 400 (1983). Ed. by G. F. Bertsch, C. K. Gelbke, and D. K. Scott, pp. 173C–190C.
- [44] P. B. Gossiaux et al. «The Role of dynamical correlations in fragment formation in heavy ion collisions». In: *Phys. Rev. C* 51 (1995), pp. 3357–3362.
- [45] Zuzana Fecková et al. «Formation of deuterons by coalescence: Consequences for deuteron number fluctuations». In: *Phys. Rev. C* 93.5 (2016), p. 054906.
- [46] A. S. Botvina et al. «Formation of hypermatter and hypernuclei within transport models in relativistic ion collisions». In: *Phys. Lett. B* 742 (2015), pp. 7–14.
- [47] Christoph Hartnack et al. «Strangeness Production close to Threshold in Proton-Nucleus and Heavy-Ion Collisions». In: *Phys. Rept.* 510 (2012), pp. 119–200.
- [48] Dmytro Oliinychenko et al. «Microscopic study of deuteron production in PbPb collisions at  $\sqrt{s} = 2.76\text{TeV}$  via hydrodynamics and a hadronic afterburner». In: *Phys. Rev. C* 99.4 (2019), p. 044907.
- [49] Rudy Marty and Jorg Aichelin. «Molecular dynamics description of an expanding  $q/\bar{q}$  plasma with the Nambu–Jona-Lasinio model and applications to heavy ion collisions at energies available at the BNL Relativistic Heavy Ion Collider and the CERN Large Hadron Collider». In: *Phys. Rev. C* 87.3 (2013), p. 034912.
- [50] Rudy Marty et al. «Observables in ultrarelativistic heavy-ion collisions from two different transport approaches for the same initial conditions». In: *Phys. Rev. C* 92.1 (2015), p. 015201.
- [51] W. Cassing. «From Kadanoff-Baym dynamics to off-shell parton transport». In: *Eur. Phys. J. ST* 168 (2009). Ed. by Reinhard Alkofer, Holger Gies, and Bernd-Jochen Schaefer, pp. 3–87.
- [52] W. Cassing and E. L. Bratkovskaya. «Parton-Hadron-String Dynamics: an off-shell transport approach for relativistic energies». In: *Nucl. Phys. A* 831 (2009), pp. 215–242.
- [53] E. L. Bratkovskaya et al. «Parton-Hadron-String Dynamics at Relativistic Collider Energies». In: *Nucl. Phys. A* 856 (2011), pp. 162–182.
- [54] O. Linnyk, E. L. Bratkovskaya, and W. Cassing. «Effective QCD and transport description of dilepton and photon production in heavy-ion collisions and elementary processes». In: *Prog. Part. Nucl. Phys.* 87 (2016), pp. 50–115.

- 
- [55] Rajeev K. Puri, Christoph Hartnack, and Jorg Aichelin. «Early fragment formation in heavy ion collisions». In: *Phys. Rev. C* 54 (1996), pp. 28–31.
- [56] Rajeev K. Puri and Joerg Aichelin. «Simulated annealing clusterization algorithm for studying the multifragmentation». In: *J. Comput. Phys.* 162 (2000), pp. 245–266.
- [57] C. Dorso and J. Randrup. «Early recognition of clusters in molecular dynamics». In: *Phys. Lett. B* 301 (1993), pp. 328–333.
- [58] A. Le Fevre et al. «Bimodality: A General feature of heavy ion reactions». In: *Phys. Rev. C* 80 (2009), p. 044615.
- [59] P. B. Gossiaux et al. «The Multifragmentation of spectator matter». In: *Nucl. Phys. A* 619 (1997), pp. 379–390.
- [60] A. Le Fevre and J. Aichelin. «Bimodality: A Sign of critical behavior in nuclear reactions». In: *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008), p. 042701.
- [61] A. Le Fèvre et al. «FRIGA: A new approach to identify isotopes and hypernuclei in  $n$ -body transport models». In: *Phys. Rev. C* 100.3 (2019), p. 034904.
- [62] A. Le Fèvre et al. «FRIGA, A New Approach To Identify Isotopes and Hypernuclei In N-Body Transport Models». In: *J. Phys. Conf. Ser.* 668.1 (2016). Ed. by David Alvarez-Castillo et al., p. 012021.
- [63] J. Aichelin et al. «Parton-hadron-quantum-molecular dynamics: A novel microscopic  $n$ -body transport approach for heavy-ion collisions, dynamical cluster formation, and hypernuclei production». In: *Phys. Rev. C* 101.4 (2020), p. 044905.
- [64] H. Feldmeier. «FERMIONIC MOLECULAR DYNAMICS». In: *Nucl. Phys. A* 515 (1990), pp. 147–172.
- [65] Bo Nilsson-Almqvist and Evert Stenlund. «Interactions Between Hadrons and Nuclei: The Lund Monte Carlo, Fritiof Version 1.6». In: *Comput. Phys. Commun.* 43 (1987), p. 387.
- [66] Bo Andersson, G. Gustafson, and Hong Pi. «The FRITIOF model for very high-energy hadronic collisions». In: *Z. Phys. C* 57 (1993), pp. 485–494.
- [67] Torbjorn Sjostrand, Stephen Mrenna, and Peter Z. Skands. «PYTHIA 6.4 Physics and Manual». In: *JHEP* 05 (2006), p. 026.
- [68] Julian S. Schwinger. «On gauge invariance and vacuum polarization». In: *Phys. Rev.* 82 (1951). Ed. by K. A. Milton, pp. 664–679.
- [69] Klaus Werner, Fu-Ming Liu, and Tanguy Pierog. «Parton ladder splitting and the rapidity dependence of transverse momentum spectra in deuteron-gold collisions at RHIC». In: *Phys. Rev. C* 74 (2006), p. 044902.



- 
- [70] T. Pierog et al. «EPOS LHC: Test of collective hadronization with data measured at the CERN Large Hadron Collider». In: *Phys. Rev. C* 92.3 (2015), p. 034906.
- [71] Sergey Ostapchenko. «Monte Carlo treatment of hadronic interactions in enhanced Pomeron scheme: I. QGSJET-II model». In: *Phys. Rev. D* 83 (2011), p. 014018.
- [72] G. Corcella et al. «HERWIG 6: An Event generator for hadron emission reactions with interfering gluons (including supersymmetric processes)». In: *JHEP* 01 (2001), p. 010.
- [73] A. Peshier and W. Cassing. «The Hot non-perturbative gluon plasma is an almost ideal colored liquid». In: *Phys. Rev. Lett.* 94 (2005), p. 172301.
- [74] Nameeqa Firdoua. «Tuning of the PYTHIA 6.4 Multiple Parton Interaction model to Minimum Bias and Underlying Event data». PhD thesis. Innsbruck U., 2013.
- [75] W. Cassing. «Anti-baryon production in hot and dense nuclear matter». In: *Nucl. Phys. A* 700 (2002), pp. 618–646.
- [76] E. Seifert and W. Cassing. «Baryon-antibaryon annihilation and reproduction in relativistic heavy-ion collisions». In: *Phys. Rev. C* 97.2 (2018), p. 024913.
- [77] Torbjörn Sjöstrand and Marius Uthelm. «A Framework for Hadronic Rescattering in pp Collisions». In: *Eur. Phys. J. C* 80.10 (2020), p. 907.
- [78] A. Casher, H. Neuberger, and S. Nussinov. «Chromoelectric Flux Tube Model of Particle Production». In: *Phys. Rev. D* 20 (1979), pp. 179–188.
- [79] Bo Andersson, Gosta Gustafson, and Torbjorn Sjostrand. «A Three-Dimensional Model for Quark and Gluon Jets». In: *Z. Phys. C* 6 (1980), p. 235.
- [80] E. G. Gurvich. «THE QUARK ANTI-QUARK PAIR PRODUCTION MECHANISM IN A QUARK JET». In: *Phys. Lett. B* 87 (1979), pp. 386–388.
- [81] Gernot Eichmann et al. «Baryons as relativistic three-quark bound states». In: *Prog. Part. Nucl. Phys.* 91 (2016), pp. 1–100.
- [82] J. Geiss, W. Cassing, and C. Greiner. «Strangeness production in the hadron transport approach from SIS to SPS energies». In: *Nucl. Phys. A* 644 (1998), pp. 107–138.
- [83] E. L. Bratkovskaya et al. «System size and energy dependence of dilepton production in heavy-ion collisions at 1-2 GeV/nucleon energies». In: *Phys. Rev. C* 87 (2013), p. 064907.
- [84] E. L. Bratkovskaya and W. Cassing. «Dilepton production and off-shell transport dynamics at SIS energies». In: *Nucl. Phys. A* 807 (2008), pp. 214–250.
- [85] Taesoo Song et al. «Tomography of the Quark-Gluon-Plasma by Charm Quarks». In: *Phys. Rev. C* 92.1 (2015), p. 014910.

- 
- [86] W. Cassing et al. «Anti-kaon production in A+A collisions at SIS energies within an off-shell G matrix approach». In: *Nucl. Phys. A* 727 (2003), pp. 59–94.
- [87] Andrej Ilner et al. « $K^*$  vector meson resonances dynamics in heavy-ion collisions». In: *Phys. Rev. C* 95.1 (2017), p. 014903.
- [88] Andrej Ilner et al. «Probing the hot and dense nuclear matter with  $K^*$ ,  $\bar{K}^*$  vector mesons». In: *Phys. Rev. C* 99.2 (2019), p. 024914.
- [89] W. Cassing et al. «Chiral symmetry restoration versus deconfinement in heavy-ion collisions at high baryon density». In: *Phys. Rev. C* 93 (2016), p. 014902.
- [90] A. Palmese et al. «Chiral symmetry restoration in heavy-ion collisions at intermediate energies». In: *Phys. Rev. C* 94.4 (2016), p. 044912.
- [91] W. Cassing, K. Gallmeister, and C. Greiner. «Suppression of high transverse momentum hadrons at RHIC by prehadronic final state interactions». In: *Nucl. Phys. A* 735 (2004), pp. 277–299.
- [92] W. Cassing. «QCD thermodynamics and confinement from a dynamical quasiparticle point of view». In: *Nucl. Phys. A* 791 (2007), pp. 365–381.
- [93] W. Cassing. «Dynamical quasiparticles properties and effective interactions in the sQGP». In: *Nucl. Phys. A* 795 (2007), pp. 70–97.
- [94] Y. Aoki et al. «The QCD transition temperature: results with physical masses in the continuum limit II.» In: *JHEP* 06 (2009), p. 088.
- [95] M. Cheng et al. «The QCD equation of state with almost physical quark masses». In: *Phys. Rev. D* 77 (2008), p. 014511.
- [96] V. Ozvenchuk et al. «Dynamical equilibration of strongly interacting “infinite” parton matter within the parton-hadron-string dynamics transport approach». In: *Phys. Rev. C* 87.2 (2013), p. 024901.
- [97] Akira Ono et al. «Antisymmetrized version of molecular dynamics with two nucleon collisions and its application to heavy ion reactions». In: *Prog. Theor. Phys.* 87 (1992), pp. 1185–1206.
- [98] V. P. Konchakovski et al. «Azimuthal anisotropies for Au+Au collisions in the parton-hadron transient energy range». In: *Phys. Rev. C* 85 (2012), p. 044922.
- [99] K. Zbiri et al. «Transition from participant to spectator fragmentation in Au+Au reaction between 60-A-MeV and 150-A-MeV». In: *Phys. Rev. C* 75 (2007), p. 034612.
- [100] W. Reisdorf et al. «Systematics of azimuthal asymmetries in heavy ion collisions in the 1 A GeV regime». In: *Nucl. Phys. A* 876 (2012), pp. 1–60.
- [101] Torbjörn Sjöstrand et al. «An introduction to PYTHIA 8.2». In: *Comput. Phys. Commun.* 191 (2015), pp. 159–177.

- 
- [102] V. Kireyeu et al. «Hadron production in elementary nucleon–nucleon reactions from low to ultra-relativistic energies». In: *Eur. Phys. J. A* 56.9 (2020), p. 223.
- [103] N. Abgrall et al. «Measurement of negatively charged pion spectra in inelastic p+p interactions at  $p_{lab} = 20, 31, 40, 80$  and  $158$  GeV/c». In: *Eur. Phys. J. C* 74.3 (2014), p. 2794.
- [104] A. Aduszkiewicz et al. «Measurements of  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ , p and  $\bar{p}$  spectra in proton-proton interactions at 20, 31, 40, 80 and 158 GeV/c with the NA61/SHINE spectrometer at the CERN SPS». In: *Eur. Phys. J. C* 77.10 (2017), p. 671.
- [105] C. Alt et al. «Inclusive production of charged pions in p+p collisions at 158-GeV/c beam momentum». In: *Eur. Phys. J. C* 45 (2006), pp. 343–381.
- [106] T. Anticic et al. «Inclusive production of charged kaons in p+p collisions at 158 GeV/c beam momentum and a new evaluation of the energy dependence of kaon production up to collider energies». In: *Eur. Phys. J. C* 68 (2010), pp. 1–73.
- [107] T. Anticic et al. «Inclusive production of protons, anti-protons and neutrons in p+p collisions at 158-GeV/c beam momentum». In: *Eur. Phys. J. C* 65 (2010), pp. 9–63.
- [108] Marek Gazdzicki and Dieter Rohrlich. «Strangeness in nuclear collisions». In: *Z. Phys. C* 71 (1996), pp. 55–64.
- [109] A. Baldini et al. *Total Cross-Sections for Reactions of High Energy Particles (Including Elastic, Topological, Inclusive and Exclusive Reactions) / Totale Wirkungsquerschnitte für Reaktionen hochenergetischer Teilchen (einschließlich elastischer, topologischer, inklusive*. Ed. by H. Schopper. Vol. 12a. Landolt-Boernstein - Group I Elementary Particles, Nuclei and Atoms. Springer, 1988. ISBN: 978-3-540-18386-0.
- [110] M. Antinucci et al. «Multiplicities of charged particles up to ISR energies». In: *Lett. Nuovo Cim.* 6 (1973), pp. 121–128.
- [111] A. Aduszkiewicz et al. «Measurements of  $\Xi^-$  and  $\bar{\Xi}^+$  production in proton-proton interactions at  $\sqrt{s_{NN}} = 17.3$  GeV in the NA61/SHINE experiment». In: *Eur. Phys. J. C* 80.9 (2020), p. 833.
- [112] A. Aduszkiewicz et al. «Production of  $\Lambda$ -hyperons in inelastic p+p interactions at 158 GeV/c». In: *Eur. Phys. J. C* 76.4 (2016), p. 198.
- [113] A. Aduszkiewicz et al. «Proton-Proton Interactions and Onset of Deconfinement». In: *Phys. Rev. C* 102.1 (2020), p. 011901.
- [114] Volker Friese et al. «Strangeness from 20-A-GeV to 158-A-GeV». In: *J. Phys. G* 30 (2004). Ed. by S. A. Bass et al., S119–S128.

- 
- [115] Mark I. Gorenstein, M. Gazdzicki, and K. A. Bugaev. «Transverse activity of kaons and the deconfinement phase transition in nucleus-nucleus collisions». In: *Phys. Lett. B* 567 (2003), pp. 175–178.
- [116] E. L. Bratkovskaya et al. «Evidence for nonhadronic degrees of freedom in the transverse mass spectra of kaons from relativistic nucleus nucleus collisions?». In: *Phys. Rev. Lett.* 92 (2004), p. 032302.
- [117] B. I. Abelev et al. «Strange particle production in p+p collisions at  $\sqrt{s} = 200$ -GeV». In: *Phys. Rev. C* 75 (2007), p. 064901.
- [118] A. Adare et al. «Identified charged hadron production in  $p + p$  collisions at  $\sqrt{s} = 200$  and 62.4 GeV». In: *Phys. Rev. C* 83 (2011), p. 064903.
- [119] G. J. Alner et al. «Scaling of Pseudorapidity Distributions at c.m. Energies Up to 0.9-TeV». In: *Z. Phys. C* 33 (1986), pp. 1–6.
- [120] C. Albajar et al. «A Study of the General Characteristics of  $p\bar{p}$  Collisions at  $\sqrt{s} = 0.2$ -TeV to 0.9-TeV». In: *Nucl. Phys. B* 335 (1990), pp. 261–287.
- [121] Betty Bezverkhny Abelev et al. «Energy Dependence of the Transverse Momentum Distributions of Charged Particles in pp Collisions Measured by ALICE». In: *Eur. Phys. J. C* 73.12 (2013), p. 2662.
- [122] Jaroslav Adam et al. «Measurement of pion, kaon and proton production in proton–proton collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV». In: *Eur. Phys. J. C* 75.5 (2015), p. 226.
- [123] Andy Buckley et al. «Rivet user manual». In: *Comput. Phys. Commun.* 184 (2013), pp. 2803–2819.
- [124] Morad Aaboud et al. «Measurements of long-range azimuthal anisotropies and associated Fourier coefficients for  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 5.02$  and 13 TeV and  $p$ +Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV with the ATLAS detector». In: *Phys. Rev. C* 96.2 (2017), p. 024908.
- [125] Edward Shuryak and Ismail Zahed. «High-multiplicity pp and pA collisions: Hydrodynamics at its edge». In: *Phys. Rev. C* 88.4 (2013), p. 044915.
- [126] Adam Bzdak et al. «Initial state geometry and the role of hydrodynamics in proton-proton, proton-nucleus and deuteron-nucleus collisions». In: *Phys. Rev. C* 87.6 (2013), p. 064906.
- [127] Jaroslav Adam et al. «Enhanced production of multi-strange hadrons in high-multiplicity proton-proton collisions». In: *Nature Phys.* 13 (2017), pp. 535–539.
- [128] Christian Bierlich et al. «Effects of Overlapping Strings in pp Collisions». In: *JHEP* 03 (2015), p. 148.
- [129] L. Ahle et al. «Excitation function of  $K^+$  and  $\pi^+$  production in Au + Au reactions at  $2/A$ -GeV to  $10/A$ -GeV». In: *Phys. Lett. B* 476 (2000), pp. 1–8.

- 
- [130] Wen-Chen Chang et al. «Strangeness Production in au+au Collisions at the AGS: Recent Results from E917». In: *15th Winter Workshop on Nuclear Dynamics*. Springer, Jan. 1999.
- [131] Y. Akiba et al. «Particle production in Au + Au collisions from BNL E866». In: *Nucl. Phys. A* 610 (1996). Ed. by P. Braun-Munzinger et al., pp. 139C–152C.
- [132] L. Ahle et al. «Particle production at high baryon density in central Au+Au reactions at 11.6A GeV/c». In: *Phys. Rev. C* 57.2 (1998), R466–R470.
- [133] C. Pinkenburg et al. «Production and collective behavior of strange particles in Au + Au collisions at 2-AGeV - 8-AGeV». In: *Nucl. Phys. A* 698 (2002). Ed. by T. J. Hallman et al., pp. 495–498.
- [134] S. Albergo et al. «Lambda spectra in 11.6-A-GeV/c Au Au collisions». In: *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002), p. 062301.
- [135] Burt Holzman et al. «Systematic study of Au - Au collisions with AGS experiment E917». In: *Nucl. Phys. A* 698 (2002). Ed. by T. J. Hallman et al., pp. 643–646.
- [136] H. Appelshauser et al. «Baryon stopping and charged particle distributions in central Pb + Pb collisions at 158-GeV per nucleon». In: *Phys. Rev. Lett.* 82 (1999), pp. 2471–2475.
- [137] A. Mischke et al. «Lambda production in central Pb + Pb collisions at CERN SPS energies». In: *J. Phys. G* 28 (2002). Ed. by J. Tennant, pp. 1761–1768.
- [138] L. Adameczyk et al. «Bulk Properties of the Medium Produced in Relativistic Heavy-Ion Collisions from the Beam Energy Scan Program». In: *Phys. Rev. C* 96.4 (2017), p. 044904.
- [139] I. G. Bearden et al. «Charged meson rapidity distributions in central Au+Au collisions at  $s(\text{NN})^{1/2} = 200\text{-GeV}$ ». In: *Phys. Rev. Lett.* 94 (2005), p. 162301.
- [140] I. Arsene et al. «Centrality dependent particle production at  $y=0$  and  $y \sim 1$  in Au + Au collisions at  $s(\text{NN})^{1/2} = 200\text{-GeV}$ ». In: *Phys. Rev. C* 72 (2005), p. 014908.
- [141] S. S. Adler et al. «Identified charged particle spectra and yields in Au+Au collisions at  $S(\text{NN})^{1/2} = 200\text{-GeV}$ ». In: *Phys. Rev. C* 69 (2004), p. 034909.
- [142] G. Agakishiev et al. «Strangeness Enhancement in Cu+Cu and Au+Au Collisions at  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200\text{ GeV}$ ». In: *Phys. Rev. Lett.* 108 (2012), p. 072301.
- [143] W. Reisdorf et al. «Systematics of pion emission in heavy ion collisions in the 1A- GeV regime». In: *Nucl. Phys. A* 781 (2007), pp. 459–508.
- [144] N. Saito et al. «Composite particle production in relativistic Au + Pt, Si + Pt, and p + Pt collisions». In: *Phys. Rev. C* 49 (1994), pp. 3211–3218.

- 
- [145] M. J. Bennett et al. «Light nuclei production in relativistic Au + nucleus collisions». In: *Phys. Rev. C* 58 (1998), pp. 1155–1164.
- [146] J. Cleymans et al. «Comparison of chemical freeze-out criteria in heavy-ion collisions». In: *Phys. Rev. C* 73 (2006), p. 034905.
- [147] A. Le Fèvre et al. «FRIGA, a new approach to identify isotopes and hypernuclei in  $n$ -body transport models». In: *Nuovo Cim. C* 39.6 (2017). Ed. by A. Chbihi et al., p. 399.
- [148] A. S. Goldhaber. «Statistical models of fragmentation processes». In: *Phys. Lett. B* 53 (1974), pp. 306–308.
- [149] J. Aichelin and J. Huefner. «Fragmentation reactions on nuclei: Condensation of vapour or shattering of glass?» In: *Phys. Lett. B* 136 (1984), pp. 15–18.
- [150] J. Aichelin, J. Hufner, and R. Ibarra. «COLD BREAKUP OF SPECTATOR RESIDUES IN NUCLEUS NUCLEUS COLLISIONS AT HIGH-ENERGY». In: *Phys. Rev. C* 30 (1984), pp. 107–118.
- [151] K. Gertszenberger et al. «Simulation and analysis software for the NICA experiments». In: *Eur. Phys. J. A* 52.8 (2016), p. 214.
- [152] V. I. Kolesnikov et al. «Monte Carlo Studies of the MPD Detector Performance for the Measurement of Hypertritons in Heavy-Ion Collisions at NICA Energies». In: *Phys. Part. Nucl. Lett.* 19.1 (2022), pp. 46–53.
- [153] Viktor Kireyeu. «Cluster dynamics studied with the phase-space Minimum Spanning Tree approach». In: *Phys. Rev. C* 103.5 (2021), p. 054905.
- [154] <https://gitlab.com/vkireyeu/psmst>.
- [155] Viktor Kireyeu et al. «Deuteron production in ultrarelativistic heavy-ion collisions: A comparison of the coalescence and the minimum spanning tree procedure». In: *Phys. Rev. C* 105.4 (2022), p. 044909.
- [156] Dmytro Oliinychenko et al. *smash-transport/smash: SMASH-2.0*. Version SMASH-2.0. Dec. 2020. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.4336358>.
- [157] T. Anticic et al. «Centrality dependence of proton and antiproton spectra in Pb+Pb collisions at 40A GeV and 158A GeV measured at the CERN SPS». In: *Phys. Rev. C* 83 (2011), p. 014901.
- [158] Susanne Gläsel et al. «Cluster and hypercluster production in relativistic heavy-ion collisions within the parton-hadron-quantum-molecular-dynamics approach». In: *Phys. Rev. C* 105.1 (2022), p. 014908.
- [159] Benoit Vanderheyden and Gordon Baym. «Selfconsistent approximations in relativistic plasmas: Quasiparticle analysis of the thermodynamic properties». In: *J. Statist. Phys.* 93 (1998), p. 843.

- [160] J. P. Blaizot, Edmond Iancu, and A. Rebhan. «Approximately selfconsistent resummations for the thermodynamics of the quark gluon plasma. 1. Entropy and density». In: *Phys. Rev. D* 63 (2001), p. 065003.
- [161] H. Berrehrah et al. «Collisional processes of on-shell and off-shell heavy quarks in vacuum and in the Quark-Gluon-Plasma». In: *Phys. Rev. C* 89.5 (2014), p. 054901.
- [162] H. Berrehrah et al. «Heavy quark scattering and quenching in a QCD medium at finite temperature and chemical potential». In: *Phys. Rev. C* 91.5 (2015), p. 054902.
- [163] Pierre Moreau et al. «Exploring the partonic phase at finite chemical potential within an extended off-shell transport approach». In: *Phys. Rev. C* 100.1 (2019), p. 014911.
- [164] T. Steinert and W. Cassing. «Quark susceptibilities in a generalized quasiparticle model». In: *J. Phys. Conf. Ser.* 1024.1 (2018). Ed. by Marco Destefanis et al., p. 012029.