

Расчет времен спонтанного деления СТЭ

Рогов Иван

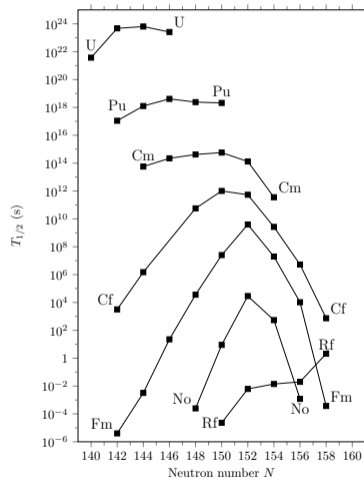
Санкт-Петербург, 2022

- Максимум стабильности Fm, No при $N = 152$, отсутствие эффекта для Rf, Sg...
- Экспериментальные данные Q_α не показывают отсутствие деформированной оболочки $N = 152$ у Rf
- Объяснение – исчезновение второй седловой точки потенциального барьера или уменьшение массовых параметров.
- Понимание процессов в данной области необходимо для предсказаний в области сверхтяжелых элементов.

[R. Smolanczuk *et al.*, Phys. Rev. C, 1995], [M. Warda *et al.*, Phys. Rev. C, 2012],

[A. Staszczak *et al.*, Phys. Rev. C, 2013],

[F.P. Hessberger, Eur. Phys. J. 2017], [R. Rodr *et al.*, Phys. Rev. C, 2018]

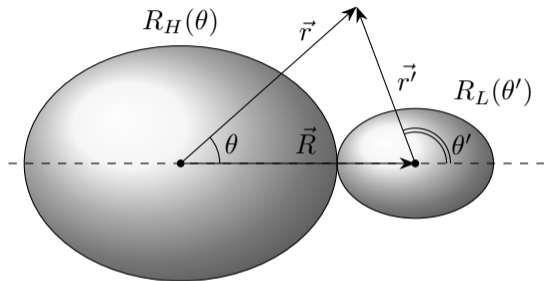
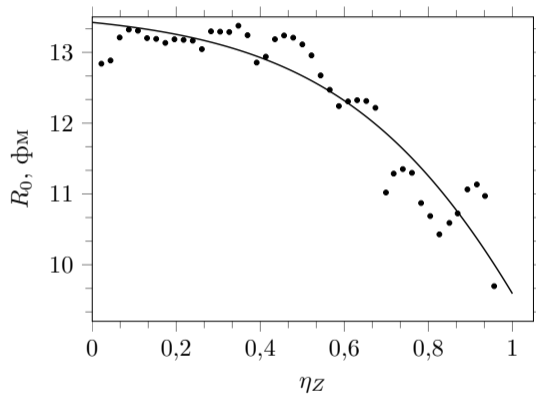


- При переходе от A -четных к A -нечетным изотопам наблюдается фактор запрета деления:
 $^{257}\text{Fm}: 1.31 \times 10^2 \text{ y} - ^{256}\text{Fm}: 1.02 \times 10^4 \text{ s}$
 $^{259}\text{Fm}: 1.5 \text{ s} - ^{258}\text{Fm}: 0.37 \text{ ms}$
- Порядки запрета: 10^2 – 10^7
- Имеющиеся экспериментальные данные периодов полураспада не проявляют систематики – сложности с извлечением величины фактора запрета в зависимости от величины спина

[D.C. Hoffman *et al.*, *Radiochim. Acta*, 1995], [F.P. Hessberger *et al.*, *Eur. Phys. J. A*, 2017],

[J. Randrup *et al.*, *Nucl. Phys. A*, 1973], [Z. Lojewski *et al.*, *Z. Phys. A*, 1985], [W. Brodzinski *et al.*, *Acta Phys. Pol.*, 2018]

Двойная ядерная система (ДЯС)



Зарядовая асимметрия:

$$\eta_Z = \frac{Z_H - Z_L}{Z_H + Z_L}, \quad Z_{H,L} - \text{зарядовые числа}$$

Формирование ДЯС

- Движение по координате η_Z
- Спектроскопический фактор (вероятность формирования) S_L

Распад ДЯС

- Движение по координате R
- Вероятность туннелирования P_L

Система описывается стационарной волновой функцией $\Psi(\eta_Z)$:

$$\hat{H}\Psi_n(\eta_Z) = E_n\Psi_n(\eta_Z),$$

где

$$\hat{H} = \hat{T}_{\eta_Z} + U(\eta_Z)$$

Кинетическая энергия

$$\hat{T}_{\eta_Z} = \frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial \eta_Z} B_{\eta_Z}^{-1} \frac{\partial}{\partial \eta_Z}$$

Потенциальная энергия

[G. Adamian *et al.* Int. J. Mod. Phys. A, 1996]

$$U(R, \eta_Z) = V(R, \eta_Z) - (Q_M - Q_L - Q_H)$$

$$V(R, \eta_Z) = V_C(R, \eta_Z) + V_N(R, \eta_Z) + V_r(R, \eta_Z)$$

Кулоновский потенциал

[C.Y. Wong, Phys. Rev. Lett., 1973]

$$V_C = \frac{e^2 Z_L Z_H}{R} \left(1 + \frac{3}{5R^2} \sum_{i=L,H} R_i^2 \beta_{2i} Y_{20}(\theta_i) + \frac{12}{35R^2} \sum_{i=L,H} (R_i \beta_{2i} Y_{20}(\theta_i))^2 \right)$$

Форма ядра

$$R_i(\theta) = r_{0i} A_i^{1/3} (1 + \beta_{2i} Y_{20}(\theta))$$

Центробежный потенциал

[Соловьев В.Г. Теория атомного ядра, 1981]

$$V_r = \hbar^2 \Omega(\Omega + 1)/(2\mathfrak{S}), \quad \mathfrak{S} = 0.85(j_L + j_H + \mu R^2)$$

Ядерное взаимодействие

[Мигдал А.Б. Теория конечных фермисистем и свойства атомных ядер, 1983]

$$V_N = \int \rho_H(\mathbf{r}_H) \rho_L(\mathbf{R} - \mathbf{r}_L) F(\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_L) d\mathbf{r}_L d\mathbf{r}_H$$

$$F(\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_L) = C_0 \left[F_{in} \frac{\rho(\mathbf{r}_H)}{\rho_0} + F_{ex} \left(1 - \frac{\rho(\mathbf{r}_H)}{\rho_0} \right) \right] \delta(\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_L)$$

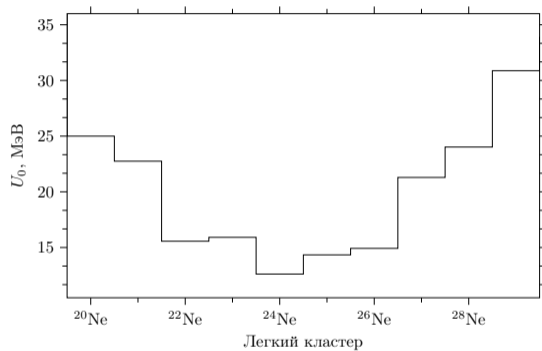
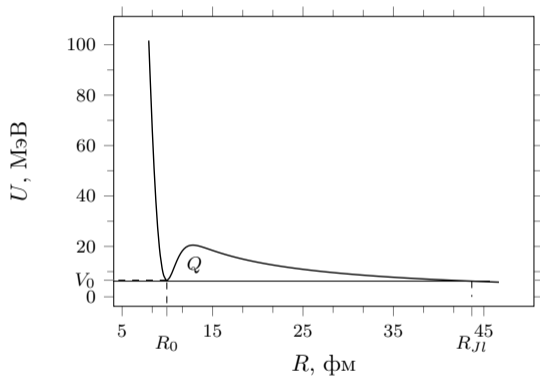
$$F_{in,ex} = \xi_{in,ex} + \xi'_{in,ex} \frac{A_L - 2Z_L}{A_L} \frac{A_H - 2Z_H}{A_H}$$

$$\rho(\mathbf{r}_H) = \rho_H(\mathbf{r}_H) + \rho_L(\mathbf{R} - \mathbf{r}_L)$$

Константы $\xi_{in} = 0,09$, $\xi_{ex} = -2,59$, $\xi'_{in} = 0,42$, $\xi'_{ex} = 0,54$, $C_0 = 300 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^3$

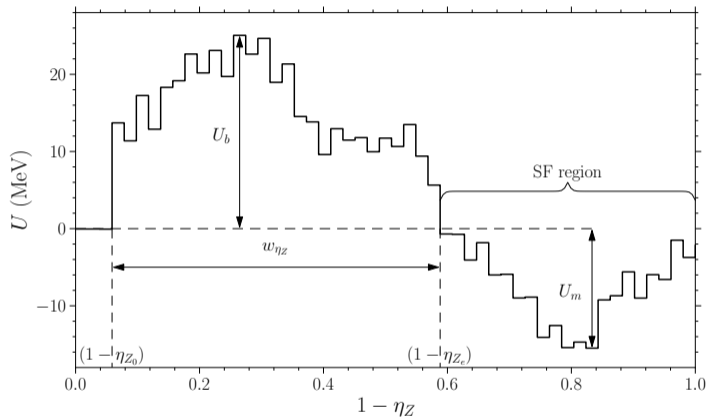
$$\rho_i(\mathbf{r}) = \frac{\rho_0}{1 + \exp(|\mathbf{r} - \mathbf{R}_i|/a_{0i})}$$

Управляющий потенциал



$$a_0 = 0.47 - 0.56 \text{ фм}; \quad r_0 = 1.00 - 1.16 \text{ фм}$$

Характеристики управляющего потенциала (^{258}No)



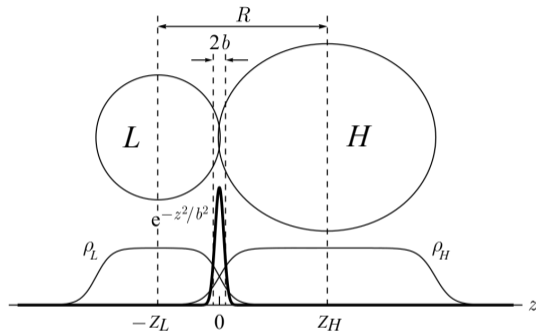
Массовый параметр

Массовый параметр:

[G. Adamian *et al.* Nucl. Phys. A. 1995]

$$B_{\eta_z}^{-1} = \frac{1}{2m_0} \frac{A_{neck}}{2\sqrt{2\pi}b^2 A^2}$$

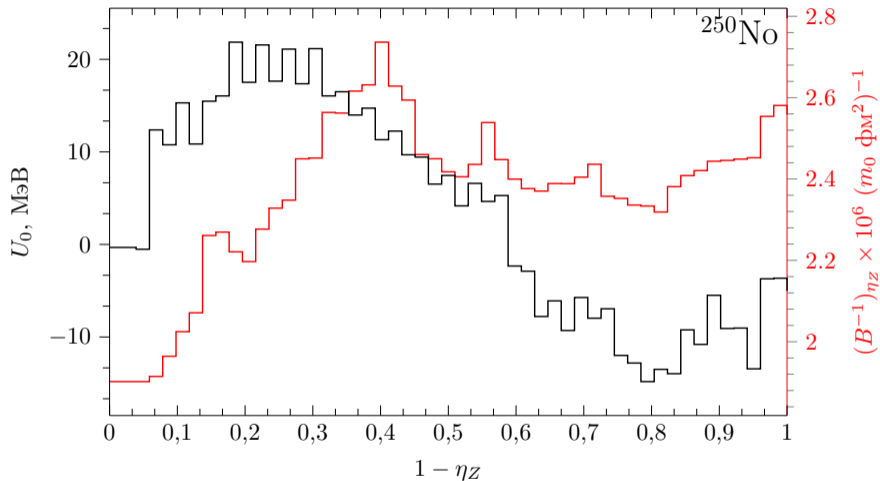
где b – параметр, характеризующий размер шейки ДЯС



A_{neck} – число нуклонов шейки ДЯС

$$A_{neck} = \int [\rho_L(\mathbf{r}) + \rho_H(\mathbf{R} - \mathbf{r})] \exp\left(-\frac{z^2}{b^2}\right) d\mathbf{r}$$

Управляющие потенциалы и массовые параметры для ^{250}No



$$\eta_z \rightarrow x = 1 - \eta_z; \quad \Delta = 1/Z; \quad \Psi_n = \sum_i \psi_{ni}$$

Решение уравнения Шредингера

$$\hat{H} \sum_i \psi_{ni}(x) = E_n \sum_i \psi_{ni}(x)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2} \left(B_j^{-1} \right)_{\eta_z} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi_j(x) + U_j \psi_j(x) = E_n \psi_j(x)$$

$$\psi_j(x) = a_j e^{ik_j x} + b_j e^{-ik_j x}; \quad k_j = \sqrt{\frac{2}{\hbar^2 \left(B_j^{-1} \right)_{\eta_z}} (E_n - U_j)}$$

Условия сшивки:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_j(x_j) = \psi_{j+1}(x_j) \\ \frac{\partial \psi_j(x_j)}{\partial x} = \frac{\partial \psi_{j+1}(x_j)}{\partial x} \end{array} \right\}_{j=0 \dots (N-1)}$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial \psi_0(0)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \psi_N(1)}{\partial x} = 0$$

Решение уравнения Шредингера

$$a_j e^{ik_j x_j} + b_j e^{-ik_j x_j} = a_{j+1} e^{ik_{j+1} x_j} - b_{j+1} e^{-ik_{j+1} x_j}$$

$$a_j k_j e^{ik_j x_j} - b_j k_j e^{-ik_j x_j} = a_{j+1} k_{j+1} e^{ik_{j+1} x_j} - b_{j+1} k_{j+1} e^{-ik_{j+1} x_j}$$

$$\begin{pmatrix} e^{ik_j x_j} & e^{-ik_j x_j} \\ k_j e^{ik_j x_j} & -k_j e^{-ik_j x_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_j \\ b_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{ik_{j+1} x_j} & e^{-ik_{j+1} x_j} \\ k_{j+1} e^{ik_{j+1} x_j} & -k_{j+1} e^{-ik_{j+1} x_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{j+1} \\ b_{j+1} \end{pmatrix}$$

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow

L_j C_j L_{j+1} C_{j+1}

$$C_j = L_j^{-1} L_{j+1} C_{j+1}$$

$$T_j^{j+1} = L_j^{-1} L_{j+1} \Rightarrow C_j = T_j^{j+1} C_{j+1}$$

$$\left. \frac{\partial \Psi_n}{\partial x} \right|_{x=1} = 0 \Rightarrow b_n = \exp \left[-\sqrt{\frac{8U_n}{\hbar^2 B_n^{-1}}} \right] a_n$$

$$C_n = \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ \exp \left[-\sqrt{\frac{8U_n}{\hbar^2 B_n^{-1}}} \right] \end{pmatrix}$$

$$C_{n-1} = T_{n-1}^n C_n,$$

...

$$C_1 = T_1^2 C_2$$

$$C_0 = T_0^1(U_0) C_1$$

$$\left. \begin{array}{l} C_0 = T_0^1(U_0, E = 0) C_1 \\ \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow a_0 = b_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_0 \\ a_0 \end{pmatrix} = T_0^1(U_0, E = 0) C_1$$

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_1(-k_0 - k_1)e^{-ik_0x_0}e^{ik_1x_1} + b_1(k_1 - k_0)e^{-ik_0x_0}e^{-ik_1x_1} \\ a_1(k_1 - k_0)e^{ik_0x_0}e^{ik_1x_1} + b_1(-k_0 - k_1)e^{ik_0x_0}e^{-ik_1x_1} \end{pmatrix}$$

Решая уравнение

$$\frac{(k_0 + k_1)e^{-2ik_0x_0} - k_0 + k_1}{k_0 + k_1 - (k_0 - k_1)e^{-2ik_0x_0}} = \frac{b_1}{a_1}e^{-2ik_1x_1}$$

относительно k_0 , находим энергию U_0 моноядра:

$$U_0 = -\frac{\hbar^2 (B_0^{-1})_{\eta z}}{8x_0^2} k_0^2.$$

Решение уравнения Шредингера

Полученный набор коэффициентов a_j, b_j . необходимо нормировать:

$$\int_0^1 |\Psi(\eta_Z)|^2 d\eta_Z = 1 \rightarrow \gamma$$

Спектроскопический фактор:

$$S_L = \int_{\eta_Z(Z_l) - \Delta}^{\eta_Z(Z_L) + \Delta} |\Psi(\eta_Z)|^2 d\eta_Z$$
$$\Delta = 1/Z$$

Периоды полураспада

$$\Gamma_L = \frac{\hbar\omega_0}{\pi} S_L P_L, \quad T_{1/2} = \frac{\hbar \ln 2}{\Gamma_L}$$

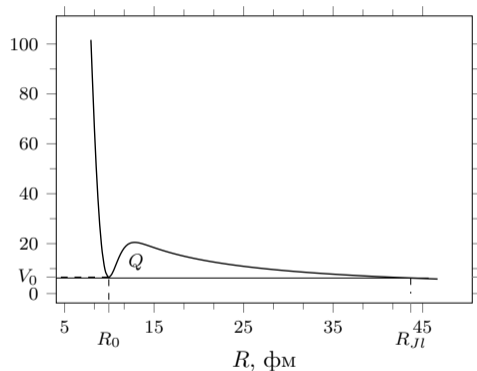
$$T_{1/2} = \frac{\pi \ln 2}{\omega_0 S_L P_L}$$

$$P_L = \left(1 + \exp \left[\frac{2}{\hbar} \int_{R_0}^{R_{Jl}} \sqrt{2\mu(V(R, \eta Z) - Q)} dR \right] \right)^{-1} \quad U, \text{ МэВ}$$

где:

$$\mu = m_0 \frac{A_L A_H}{A_L + A_H}$$

$$\hbar\omega_0 = E_1 - E_0$$



Спектроскопический фактор спонтанного деления

Ширина распада по каналу спонтанного деления определяется как сумма ширин для каждой из конфигурации Γ_L из области спонтанного деления:

$$\Gamma_{SF} = \sum_L \Gamma_L = \frac{\hbar\omega_0}{\pi} \sum_L S_L P_L$$

Принимая допущение, что проницаемости $P_L = 1$:

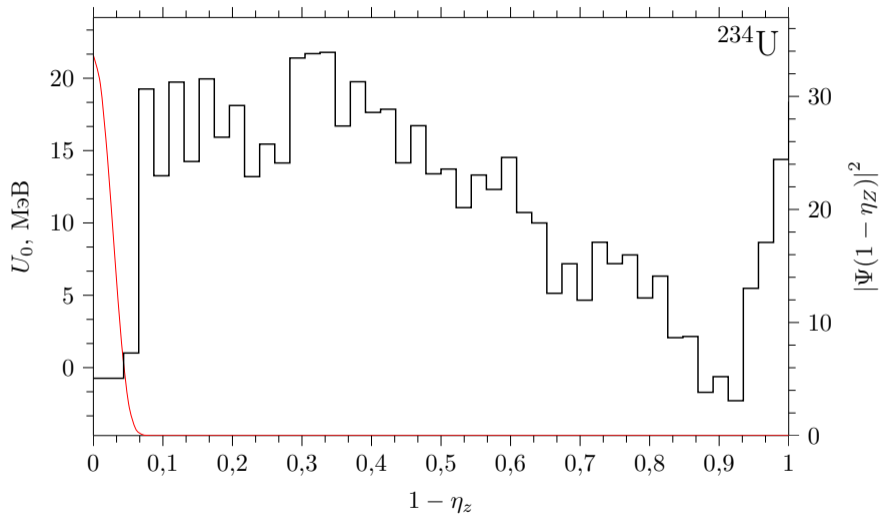
$$\Gamma_{SF} = \frac{\hbar\omega_0}{\pi} \sum_L S_L = \frac{\hbar\omega_0}{\pi} S_{SF},$$

Спектроскопический фактор S_{SF} для спонтанного деления:

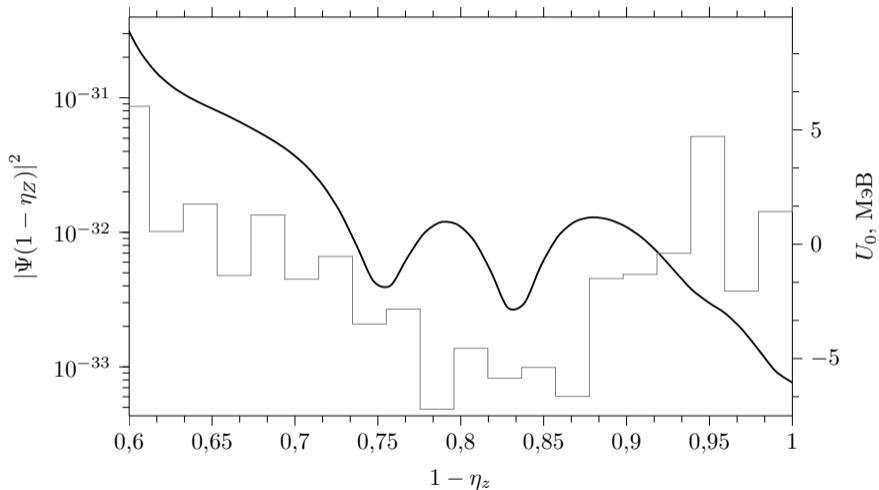
$$S_{SF} = \sum_L S_L,$$

где S_L – спектроскопические факторы для каждой ДЯС, находящихся в области, отвечающей спонтанному делению.

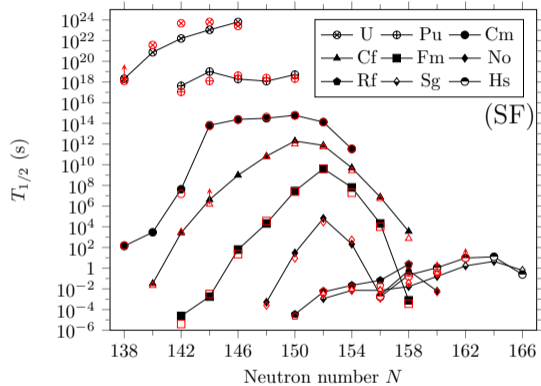
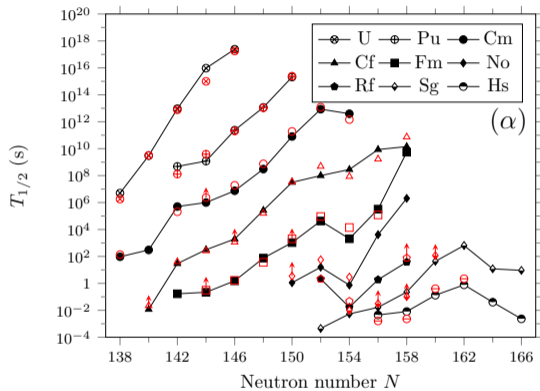
Волновая функция

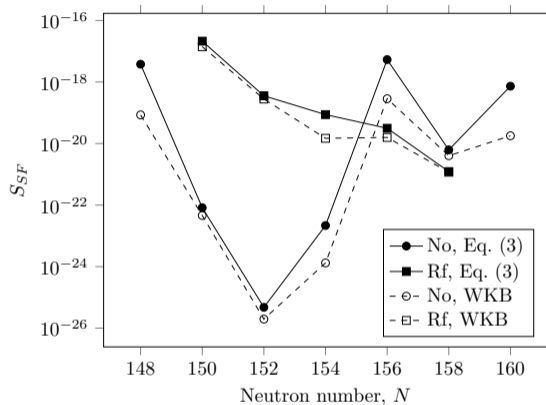


Спонтанное деление (^{248}Cf)



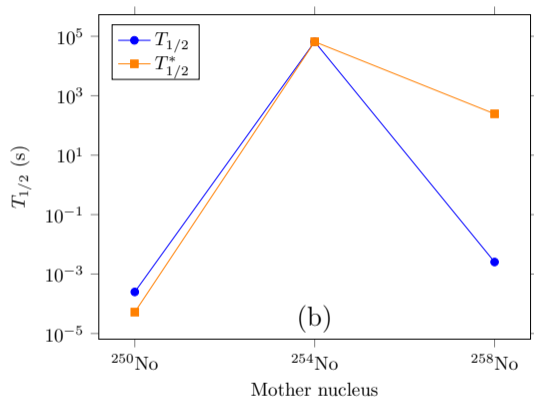
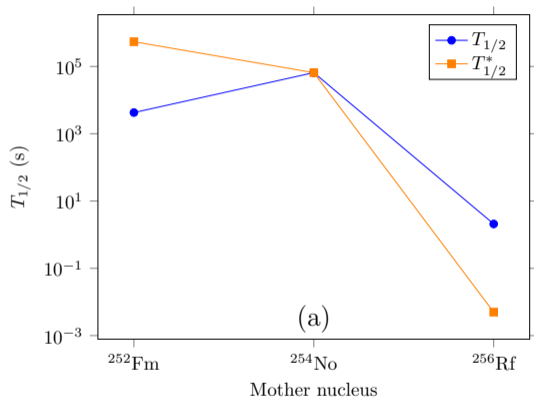
Изотопические зависимости периодов полураспада

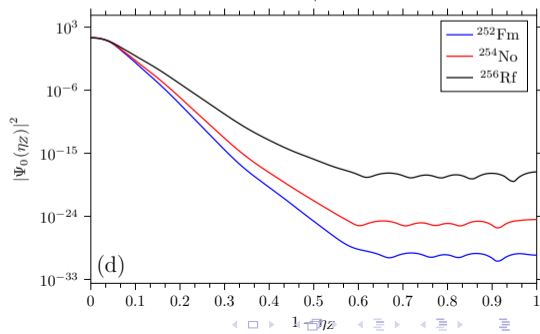
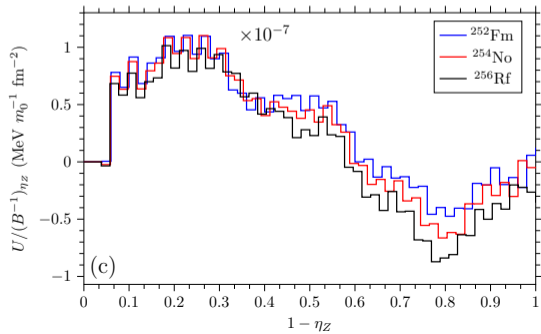
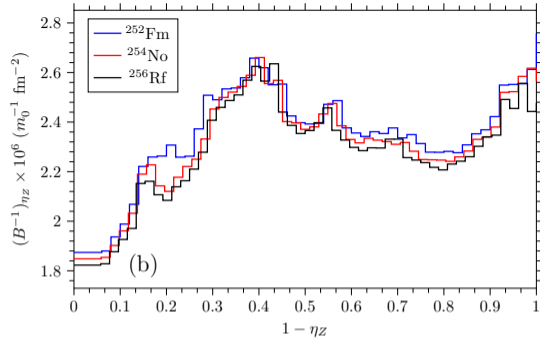
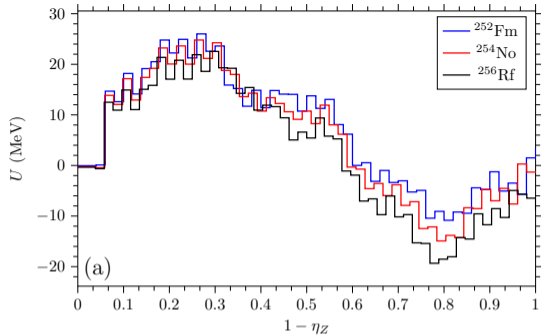


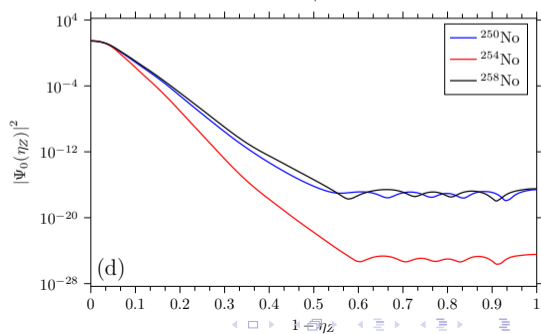
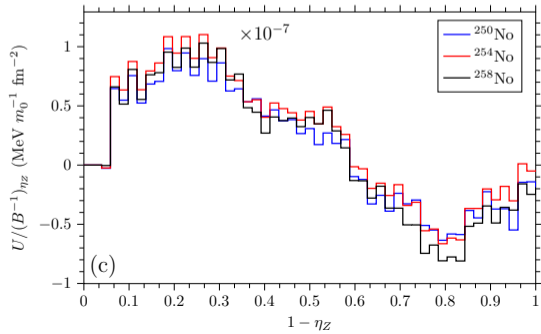
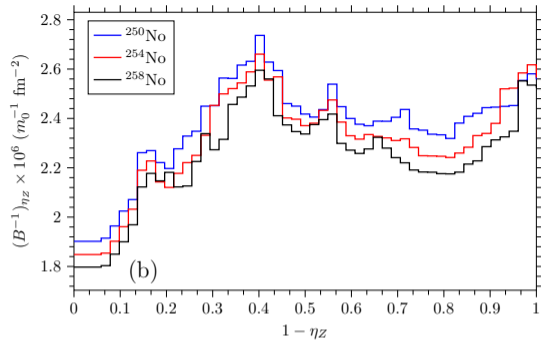
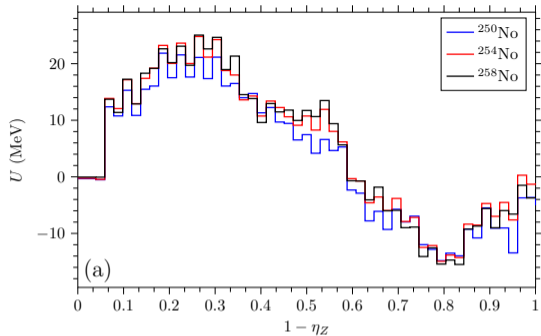


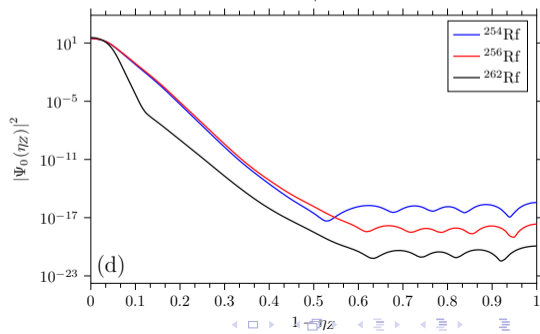
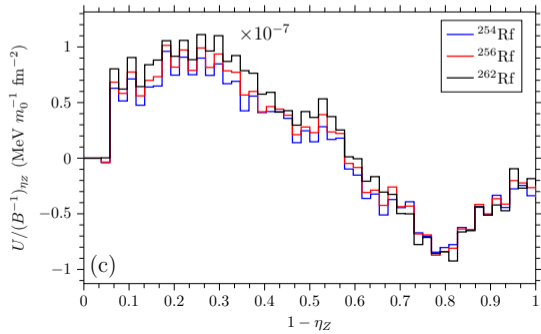
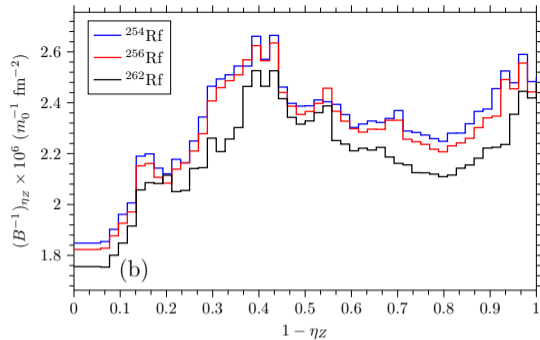
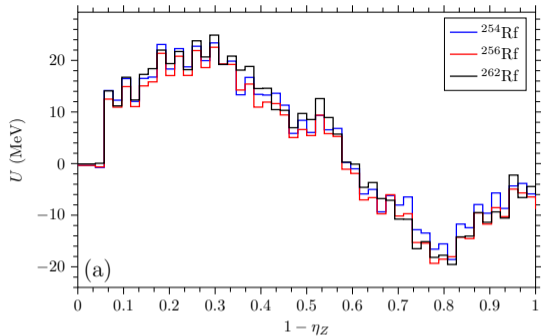
$$S_{SF} = \left(1 + \exp \left[\frac{2}{\hbar} \int_{\eta_{Z0}}^{\eta_Z} \sqrt{2U(R, \eta_Z, \Omega) / (B^{-1})_{\eta_Z}} d\eta_Z \right] \right)^{-1}$$

Влияние массовых параметров

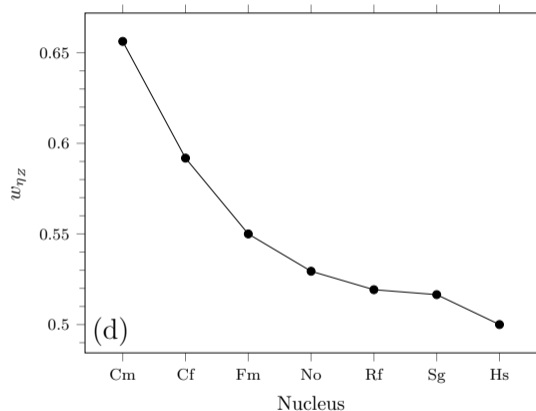
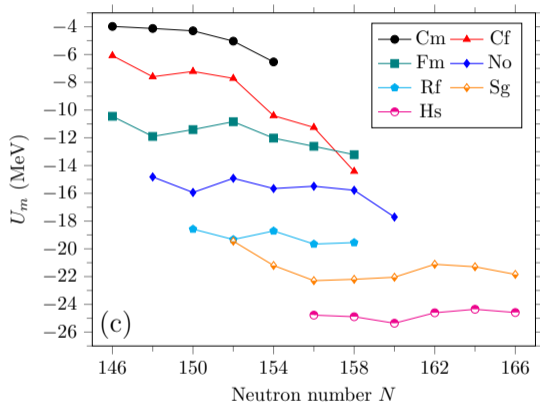




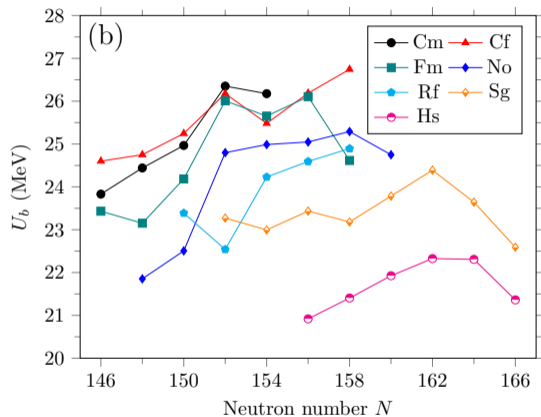
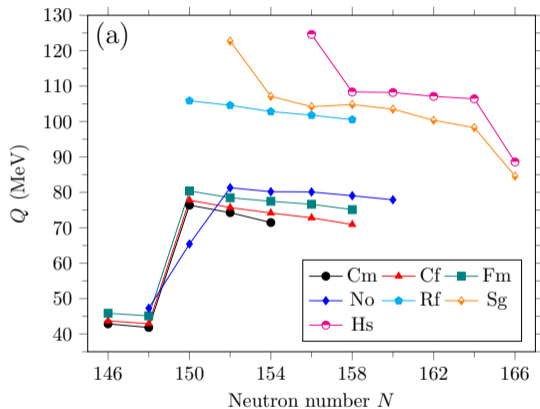




Характеристики управляющего потенциала

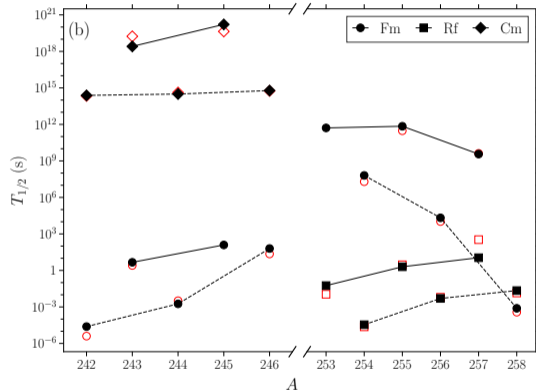
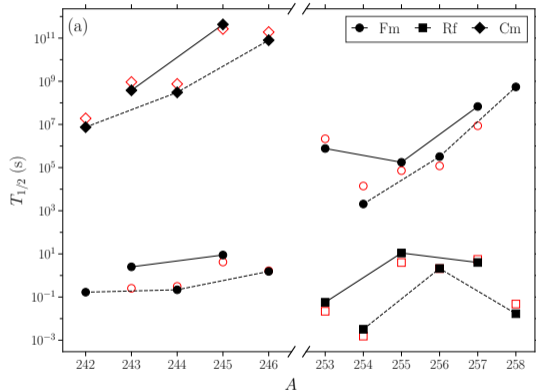


Характеристики управляющего потенциала

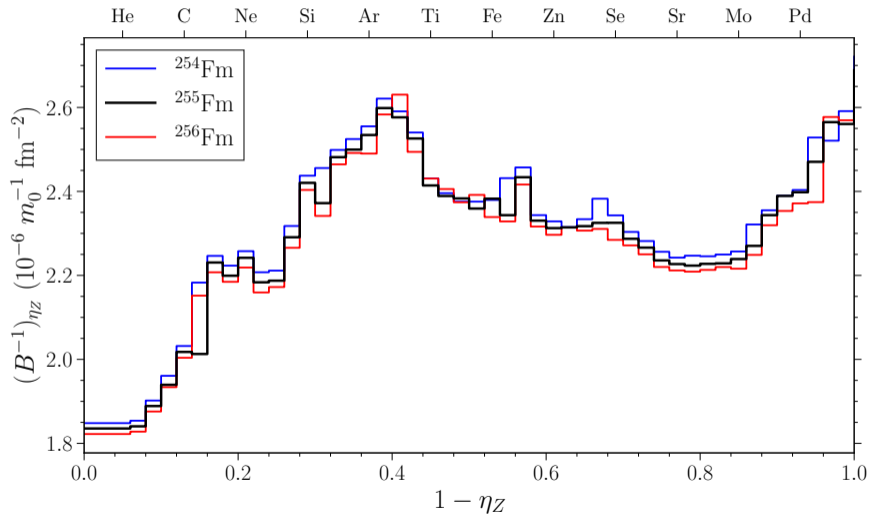


$$Q = (Q_M - Q_L - Q_H), \text{ для } \eta_Z \text{ при } U_b$$

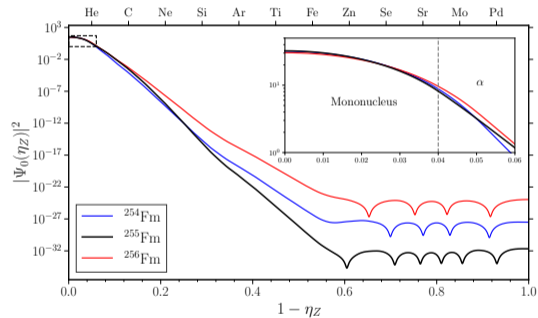
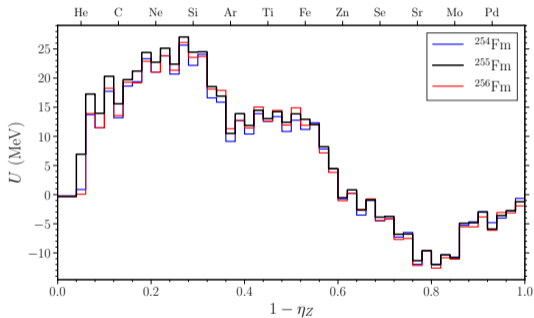
Периоды полураспада четно-нечетных ядер



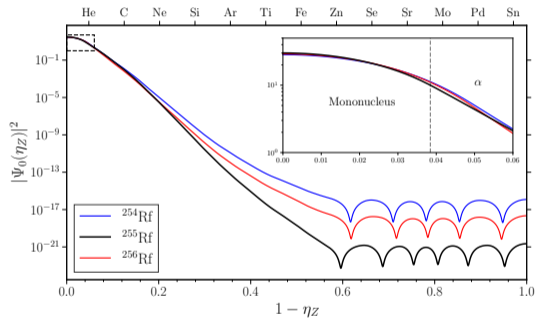
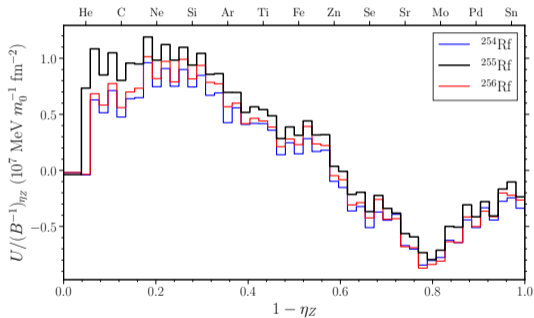
Влияние массового параметра



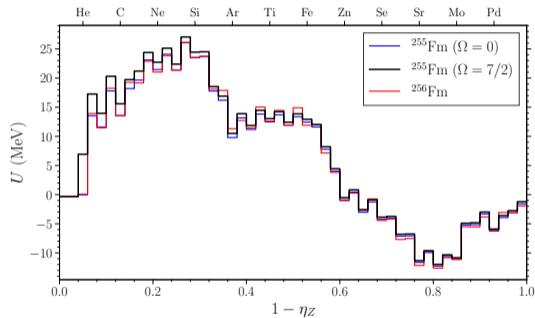
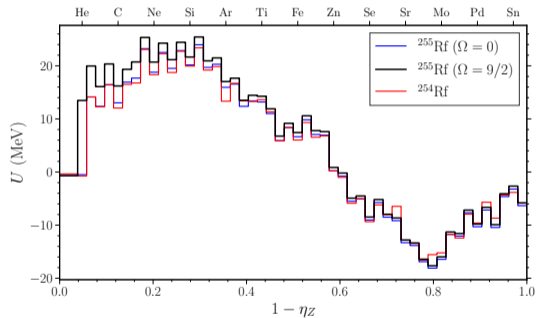
Влияние управляющего потенциала



Влияние управляющего потенциала



Вклад вращательной части в управляющий потенциал



Вклад вращательной части в управляющий потенциал

	Ω	S_α	S_α^*	$T_{1/2}, \text{ s}$	$T_{1/2}^*, \text{ s}$	$T_{1/2}^{\text{rest}}, \text{ s}$
^{243}Cm	5/2	0.0526	0.0707	2.57×10^{18}	1.02×10^{14}	2.75×10^{14}
^{245}Cm	7/2	0.0428	0.0947	1.65×10^{20}	7.34×10^{14}	4.35×10^{14}
^{243}Fm	7/2	0.0712	0.0904	3.51	3.14×10^{-4}	2.08×10^{-4}
^{255}Fm	7/2	0.0527	0.0816	3.01×10^{11}	1.62×10^6	1.16×10^6
^{257}Fm	9/2	0.0481	0.0888	4.13×10^9	1.19	4.02
^{253}Rf	7/2	0.0888	0.0947	5.64×10^{-2}	2.21×10^{-5}	—
^{255}Rf	9/2	0.0691	0.0930	2.00	2.95×10^{-3}	4.14×10^{-4}
^{257}Rf	1/2	0.0893	0.0918	1.11×10^1	3.99×10^{-2}	1.05×10^{-2}

Приближенный расчет периодов полураспада

$$T_{1/2} = F \cdot T_{1/2}(\Omega = 0), F = \exp \left[\frac{c \cdot \Omega(\Omega + 1)}{\sqrt{(B^{-1})_{\eta Z \alpha}}} \right], c = 0.086 \text{ MeV}^{-1/2} \text{ s}^{-1}$$

Nucleus	Ω	$T_{1/2}(\Omega = 0)$ (s)	F	$T_{1/2}^{\text{fit}}$ (s)	$T_{1/2}^{\text{exp}}$ (s)
^{243}Cm	5/2	1.02×10^{14}	3.47×10^3	3.54×10^{17}	2.57×10^{18}
^{243}Fm	7/2	3.14×10^{-4}	1.20×10^4	3.77	4.64
^{245}Cm	7/2	7.34×10^{14}	2.63×10^6	1.93×10^{21}	1.65×10^{20}
^{253}Rf	1/2	2.21×10^{-5}	1.54	3.40×10^{-5}	5.64×10^{-2}
^{255}Fm	7/2	1.62×10^6	7.72×10^5	1.25×10^{12}	7.04×10^{11}
^{255}Rf	9/2	2.95×10^{-3}	3.17×10^4	9.38×10^1	2.00
^{257}Fm	9/2	1.19	3.33×10^8	3.96×10^8	3.64×10^9
^{257}Rf	1/2	2.02×10^{-2}	1.59	3.21×10^{-2}	1.15×10^1

- Подход ДЯС позволяет получать корректные абсолютные значения периодов полураспада для спонтанного деления и α -распада для четно-четных четно-нечетных ядер из основного состояния.
- Для ядер Sg и Hs результаты демонстрируют наличие локального максимума стабильности для спонтанного деления при деформированной нейтронной оболочке $N = 164$, а для α -распада при $N = 162$.
- Эффекты формы потенциального барьера и массового параметра крайне важны для описания деления. Поэтому период полураспада не дает нам возможности сделать однозначное заключение о высоте потенциального барьера на пути формирования предразрывной конфигурации.
- Для четно-нечетных ядер фактор запрета деления связан с влиянием вращательной части управляющего потенциала. При этом, влияние массового параметра на фактор запрета деления гораздо слабее, чем влияние потенциала.
- В качестве грубого приближения возможно рассчитать фактор запрета как $F \approx \exp[0.75\Omega(\Omega + 1)]$

Спасибо за внимание!