

Предсказание энергий 2_1^+ состояний сверхтяжелых ядер

Лаборатория теоретической физики
им. Н.Н.Боголюбова, ОИЯИ, Дубна

**Н.Ю. Ширикова, А.В. Сушков,
Л.А. Малов, Е.А. Колганова,
Р.В. Джолос**

7 июля 2022, Санкт-Петербург

Базисные элементы структуры атомных ядер. Низколежащие состояния.

- Четно-четные ядра: коллективные моды возбуждения - вращение, колебания
- Нечетные ядра: Коллективные возбуждения + квазичастицы
- Энергия возбуждения 2_1^+ состояния - важнейшая характеристика формы ядра

Grodzins Relation

В 1962 году L.Grodzins проанализировал зависимость вероятности E2 перехода $0_1^+ \rightarrow 2_1^+$ от энергии перехода. Он обнаружил, опираясь на экспериментальную информацию о 126, известных на тот момент E2 переходах, что произведение $E(2_1^+) \times B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ изменяется как плавная функция A и Z. Это свойство не зависит от того, является ли ядро сферическим или деформированным, т.е. произведение не испытывает никаких “скачков” при переходе от сферических ядер к деформированным, хотя обе величины, и $E(2_1^+)$ и $B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ изменяются при этом значительно.

Grodzins Relation

$$E(2_1^+) \times B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+) = 2.57(45) Z^2 A^{-2/3}$$

$E(2_1^+)$ is given in keV and $B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ in $e^2 b^2$

Соотношение Гродзинса

Деформированные ядра:

$$E_{def}(2_1^+) = \frac{3\hbar^2}{\mathfrak{I}}, \quad \mathfrak{I} = 3B_2\beta_2^2$$

$$B(E2; 0_1^2 \rightarrow 2_1^+)_{def} = \left(\frac{3}{4\pi} ZeR_0^2 \right)^2 \beta_2^2$$

$$E_{def}(2_1^+) \times B(E2; 0_1^2 \rightarrow 2_1^+)_{def} \sim \frac{\hbar^2}{B_2} \left(\frac{3}{4\pi} ZeR_0^2 \right)^2$$

Сферические ядра:

$$E_{sph}(2_1^+) = \hbar \sqrt{\frac{C_2}{B_2}},$$

$$B(E2; 0_1^2 \rightarrow 2_1^+)_{sph} = \left(\frac{3}{4\pi} ZeR_0^2 \right)^2 \frac{\hbar}{\sqrt{B_2 C_2}}$$

$$E_{sph}(2_1^+) \times B(E2; 0_1^2 \rightarrow 2_1^+)_{sph} \sim \frac{\hbar^2}{B_2} \left(\frac{3}{4\pi} ZeR_0^2 \right)^2$$

Модель жидкой капли. Безвихревое движение ядерной жидкости.

$$B_2 = \frac{3}{8\pi} AmR_0^2, \quad R_0 = r_0 A^{1/3}$$

$$E(2_1^+) \times B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+) = 5.96 \frac{(eZ)^2}{A^{1/3}} b^2 \cdot keV$$

Grodzins Relation

Значение коэффициента пропорциональности в соотношении Гродзинса было детально проанализировано в ряде работ, основываясь на более полном наборе экспериментальных данных (вплоть до 2017 г.). Результаты анализа показали, что коэффициент пропорциональности несколько варьируется при переходе от одной группы ядер к другой. Это означало, что **необходим теоретический вывод соотношения, основанный на существующей модели ядра**

Grodzins Relation

The collective quadrupole Bohr Hamiltonian

$$H = -\frac{\hbar^2}{2} \sum_{\mu, \mu'} \frac{\partial}{\partial \alpha_{2\mu}} (B^{-1})_{\mu\mu'} \frac{\partial}{\partial \alpha_{2\mu'}} + V(\alpha_{2\mu}),$$

where the inverted inertia tensor $(B^{-1})_{\mu\mu'} = \sqrt{5} \sum_{LM} C_{2\mu 2\mu'}^{LM} (B^{-1})_{LM}$

using the ground state average of the double commutator

$$[[H, Q_{2\mu}], Q_{2\mu'}] = -\hbar^2 q^2 \sqrt{5} \sum_{LM} C_{2\mu 2\mu'}^{LM} (B^{-1})_{LM}$$

with $q = \frac{3}{4\pi} eZr_0^2 A^{2/3}$

L.Grodzins, Phys. Lett. **2** (1962) 88

R.V.Jolos, E.A.Kolganova, Phys. Lett. B **820** (2021) 136581

R.V.Jolos, P. von Brentano, Phys. Rev. C **76** (2007) 024309

Grodzins Relation

The collective quadrupole Bohr Hamiltonian

$$E(2_1^+) \times B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+) = \hbar^2 q^2 \langle 0_1^+ | (B^{-1})_{00} | 0_1^+ \rangle$$

$$(B^{-1})_{00}^{in} = \frac{2}{5} \frac{1}{B_{rot}} + \frac{2}{5} \frac{1}{B_\gamma} + \frac{1}{5} \frac{1}{B_\beta}$$

B_{rot} , B_γ , B_β - the inertia coefficients for rotational, γ and β motions.

$$B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+) = \left(\frac{3}{4\pi} eZR_0^2 \right)^2 \beta_2^2$$

Grodzins Relation

As a result

$$E(2_1^+) = \hbar^2 \frac{1}{\beta_2^2} \left(\frac{2}{5} \frac{1}{B_{rot}} + \frac{2}{5} \frac{1}{B_\gamma} + \frac{1}{5} \frac{1}{B_\beta} \right)$$

$$B_{rot} = \alpha \sum_{s,t} \frac{|\langle s | \frac{dV}{dr} \frac{1}{\sqrt{2}} (Y_{21} + Y_{2-1}) | t \rangle|^2 (\varepsilon_s \varepsilon_t - (E_s - \lambda)(E_t - \lambda) - \Delta_s \Delta_t)}{2\varepsilon_s \varepsilon_t (\varepsilon_s + \varepsilon_t)^3},$$

$$B_\gamma = \alpha \sum_{s,t} \frac{|\langle s | \frac{dV}{dr} \frac{1}{\sqrt{2}} (Y_{22} + Y_{2-2}) | t \rangle|^2 (\varepsilon_s \varepsilon_t - (E_s - \lambda)(E_t - \lambda) + \Delta_s \Delta_t) (\varepsilon_s + \varepsilon_t)}{2\varepsilon_s \varepsilon_t ((\varepsilon_s + \varepsilon_t)^2 - \omega_\gamma^2)^2}$$

$$B_\beta = \alpha \sum_{s,t} \frac{|\langle s | \frac{dV}{dr} Y_{20} | t \rangle|^2 (\varepsilon_s \varepsilon_t - (E_s - \lambda)(E_t - \lambda) + \Delta_s \Delta_t) (\varepsilon_s + \varepsilon_t)}{2\varepsilon_s \varepsilon_t ((\varepsilon_s + \varepsilon_t)^2 - \omega_\beta^2)^2},$$

where s and t are the quantum numbers of the single particle states, $E_{s(t)}$ - the single particle energy, $\varepsilon_{s(t)}$ - the single quasiparticle energy, λ - the Fermi level energy, $\Delta_{s(t)}$ - the pairing gap, ω_β (ω_γ) - the energy of the β (γ) phonon, $Y_{\lambda\mu}$ - the spherical function. $\alpha = 2\hbar^2 r_0^2 A^{2/3}$

Коэффициент пропорциональности

Если

$$\Delta = \frac{12}{\sqrt{A}} \text{ МэВ}$$

$g = \frac{3A}{2\epsilon_F}$ - параметр плотности одночастичных уровней, то

$$E(2_1^+) \times B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+) = 2.9 \frac{Z^2}{A^{2/3}}$$

The predicted energies of the 2_1^+ states.

Calculations are based on the microscopic variant of the Grodzins relation. The variants [A] is calculated with the parameters obtained using Strutinsky procedure. The variants [Moller] is calculated with deformation parameters taken from the Table of P.Möller, et al.

Nucleus	β_2 [A]	$E(2_1^+)$ (keV)	β_2 [Moller]	$E(2_1^+)$ (keV)
^{256}Fm	0.279	44	0.240	66
^{260}No	0.287	42	0.242	57
^{264}Rf	0.275	43	0.232	70
^{268}Sb	0.263	34	0.232	38
^{272}Hs	0.231	75	0.221	76
^{276}Ds	0.232	89	0.210	101
^{280}Cn	0.181	86	0.086	507
^{284}Fl	0.139	217	0.064	934
^{288}Lv	-0.137	202	0.075	433
^{292}Og	0.083	532	0.075	480
$^{296}120$	-0.102	176	0.075	384

Prediction of the excitation energies of the first 2^+ states for superheavy nuclei

Phys. Rev. C 105, 024309 (2022)

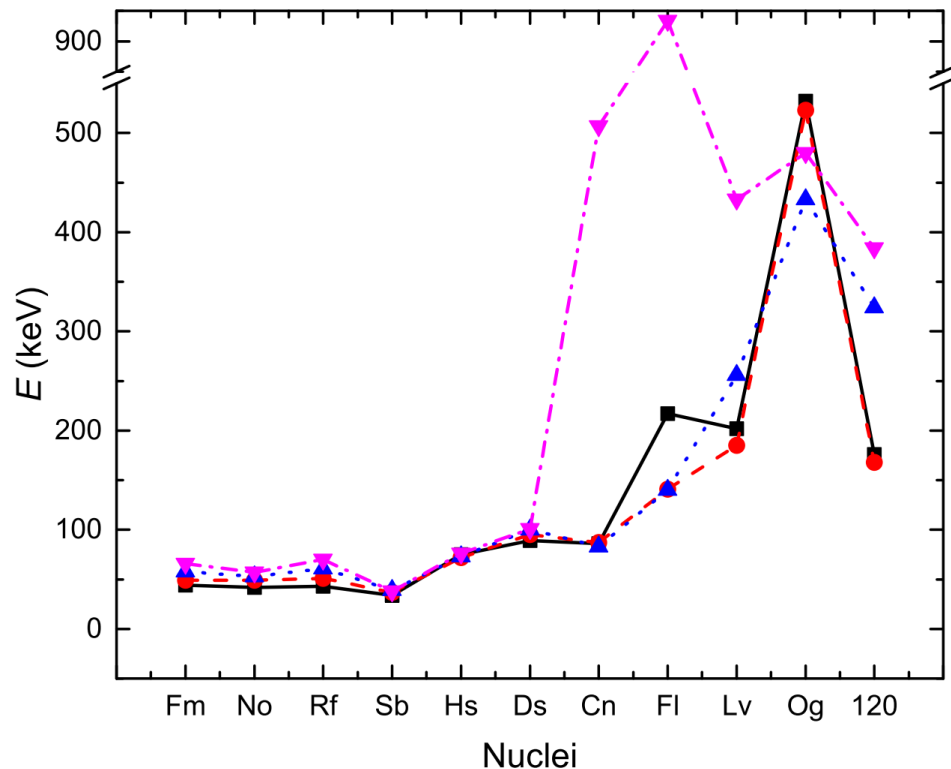


Fig.1: The predicted energies of the 2_1^+ states for nuclei of the α -particle chain ended by ^{256}Fm for different sets of quadrupole deformation β_2 .

Prediction of the excitation energies of the first 2^+ states for superheavy nuclei

Phys. Rev. C 105, 024309 (2022)

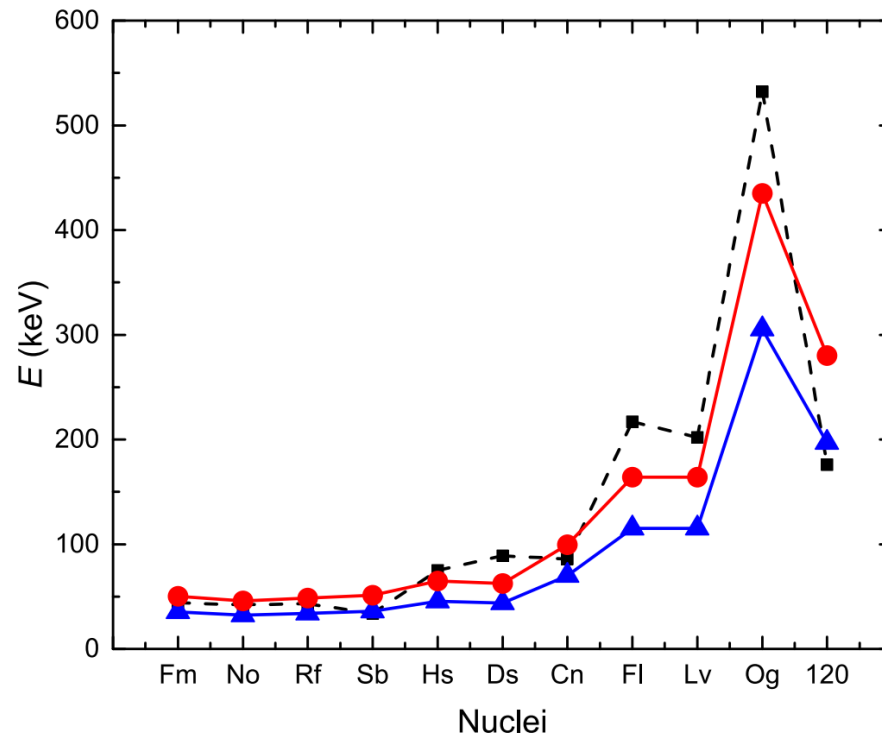


Fig.2: The predicted energies of the 2^+_1 states for different nuclei. Calculations are performed for the microscopic variant [A] (black) and phenomenological Grodzins relations $E(2^+)_{max}$ (red) and $E(2^+)_{min}$ (blue).

R.V.Jolos, P. von Brentano,
Phys. Rev. C **76** (2007) 024309;
Phys. Rev. C **77** (2008) 064317;
Phys. Rev. C **78** (2008) 064309

Model

- B_{rot} : the single particle level scheme and the monopole pairing
- B_β and B_γ : the residual forces => energies of the γ - and β vibrations

Deformed nuclei: $\frac{B_\gamma}{B_{rot}} = 4$ and $\frac{B_\beta}{B_{rot}} = 12 \rightarrow E(2_1^+) = \frac{0.52\hbar^2}{\beta_2^2} B_{rot}$

Spherical nuclei: $\frac{B_\gamma}{B_{rot}} = \frac{B_\beta}{B_{rot}} = 1 \rightarrow E(2_1^+) = \frac{\hbar^2}{\beta_2^2} B_{rot}$

$$0.16 < \beta_2 < 0.20$$

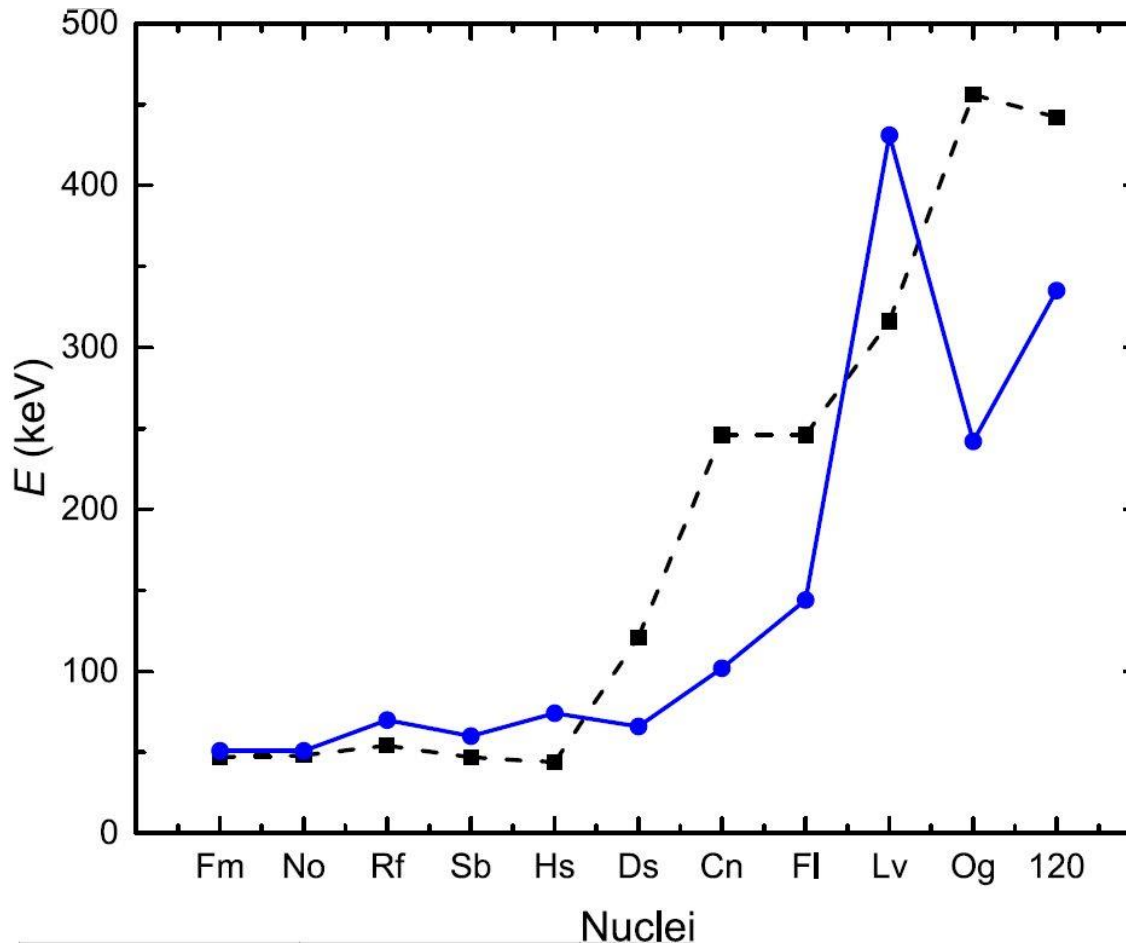
$$E(2_1^+) = \frac{0.76\hbar^2}{\beta_2^2} B_{rot}$$

The predicted energies of the 2_1^+ states.

Calculations are based on the microscopic variant of the Grodzins relation (fourth column) and on the relations based on the values of B_{rot} (fifth column).

Nucleus	β_2	β_4	$E(2_1^+)$ (keV)	$E(2_1^+)$ (keV)
^{258}Fm	0.274	0.014	51	47
^{262}No	0.256	-0.013	51	48
^{266}Rf	0.235	-0.039	70	54
^{270}Sb	0.242	-0.045	60	47
^{274}Hs	0.237	-0.070	74	44
^{278}Ds	0.197	-0.065	66	121
^{282}Cn	0.160	-0.062	102	246
^{286}Fl	-0.154	0.012	144	246
^{290}Lv	0.078	0.000	431	316
^{294}Og	-0.105	-0.001	242	456
$^{298}120$	-0.092	-0.006	335	442

Results





2^+

2^+

0^+

0^+

Заключение

На основе микроскопического варианта соотношения Гродзинса, полученного, основываясь на коллективном гамильтониане Бора и микроскопической модели ядра, предсказаны энергии возбуждения 2_1^+ состояний цепочки четно-четных сверхтяжелых ядер с Z от 100 до 120.

Расчеты выполнены с использованием квадрупольных и гексадекапольных параметров деформации, рассчитанных по методу Струтинского.

Полученные результаты показывают, что в начале исследуемой области ядер, где квадрупольная деформация велика, энергии 2_1^+ состояний не превышают 80 кэВ, т.е. соответствуют состояниям вращения. Затем с уменьшением деформации $E(2_1^+)$ резко возрастают и достигают максимального значения у ^{284}Fl или ^{292}Og для одной цепочки ядер, или у ^{294}Og или ^{290}Lv для другой цепочки в зависимости от варианта используемого соотношения Гродзинса.

Gamma-transitions between low-lying nonrotational states of odd-neutron nuclei in alpha-decay chains starting from $^{265,267,269}\text{Hs}$.

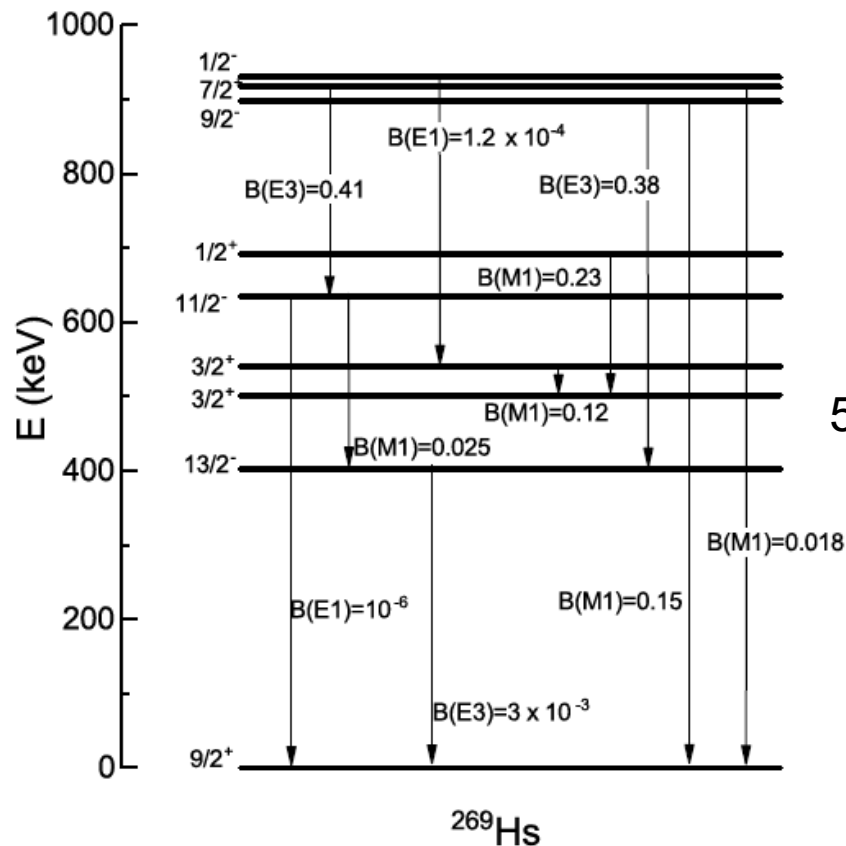
L.A.Malov, A.N.Bezbach, G.G.Adamian, N.V.Antonenko, and R.V.Jolos

Аннотация.

- Рассчитаны квазичастично-фононная структура и приведенные вероятности гамма-переходов в нечетно-нейтронных ядрах $^{265,267,269}\text{Hs}$, $^{261,263,265}\text{Sg}$, $^{257,259,261}\text{Rf}$, $^{253,255,257}\text{No}$, и $^{249,251,253}\text{Fm}$.
- Проанализированы цепочки альфа-распада изотопов $^{265,267,269}\text{Hs}$.

Alpha-decay chain starting from ^{269}Hs .

^{269}Hs - ^{265}Sg - ^{261}Rf - ^{257}No - ^{253}Fm



502 кэВ, изомер
Изомер, 0.08 сек

^{269}Hs - ^{265}Sg - ^{261}Rf - ^{257}No - ^{253}Fm

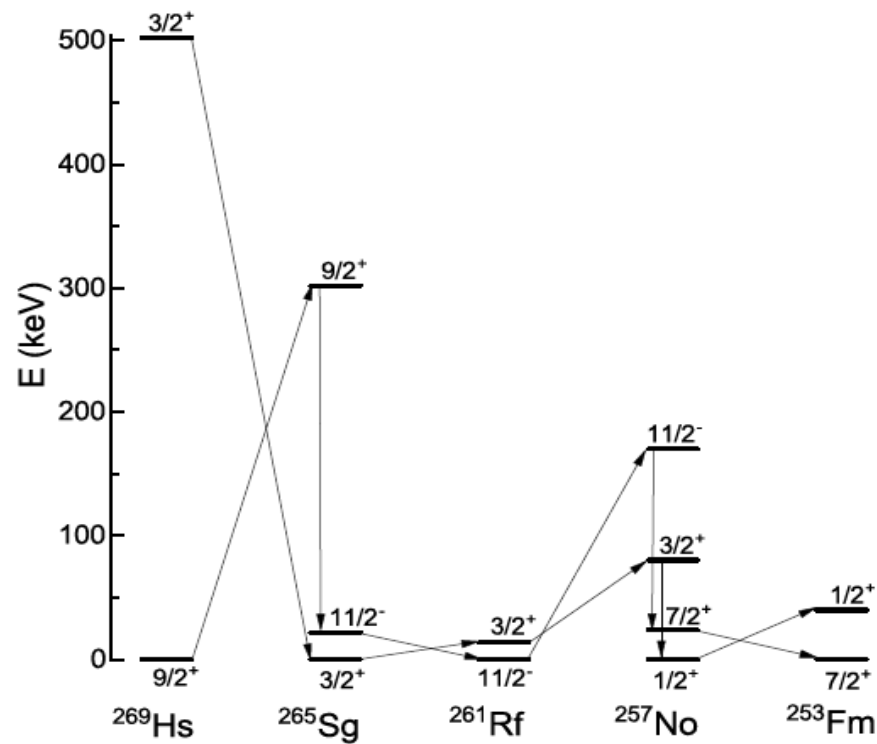
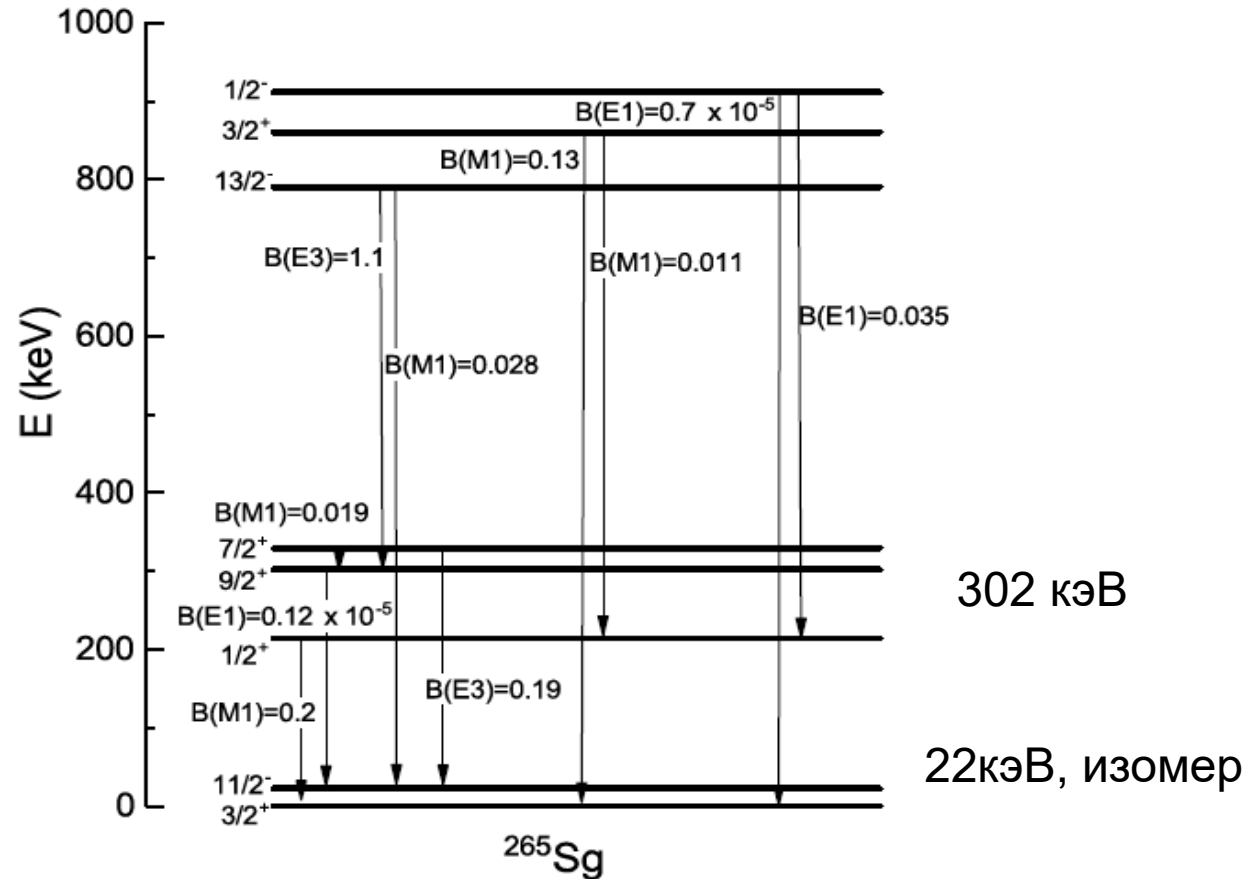
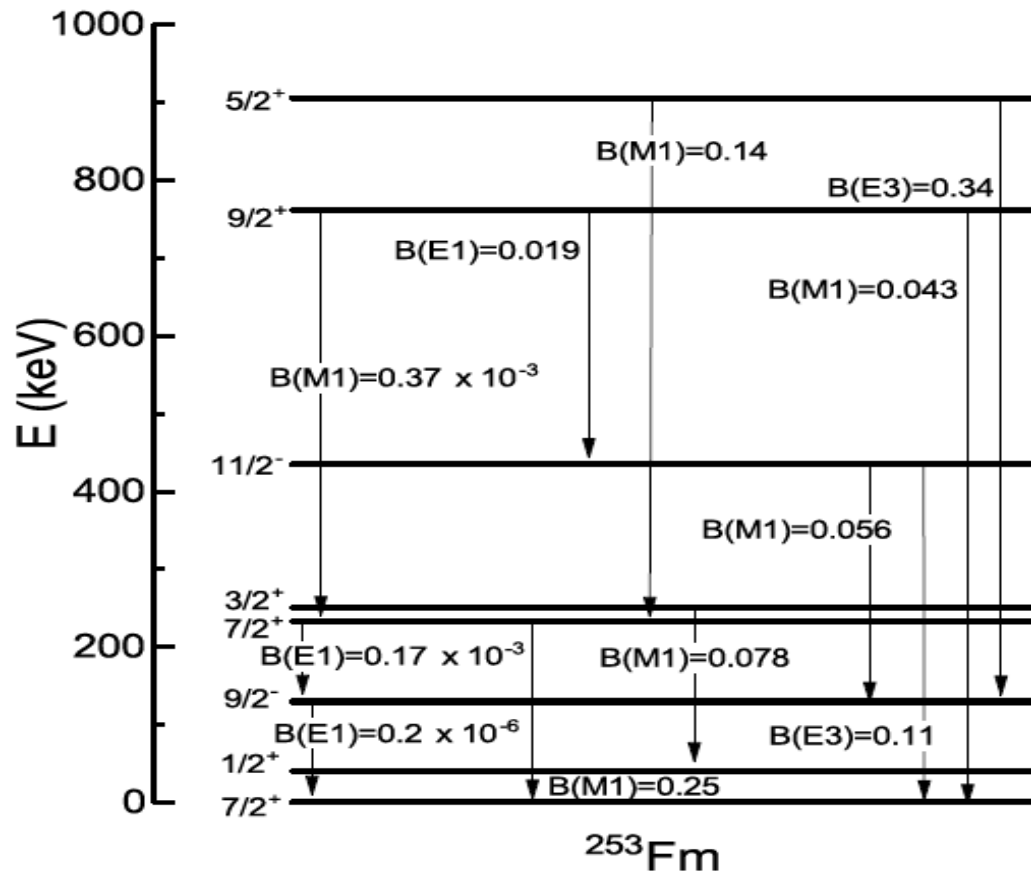


FIG. 2: Possible α -decay chains starting from ^{269}Hs .

^{265}Sg



^{253}Fm



Заключение.

- Выполнены систематические расчеты спектров возбуждения, структуры волновых функций и вероятностей гамма-переходов для ряда нечетно-нейтронных ядер с $Z=100$, 102-108.
- Деформация основного состояния рассчитывалась для каждого из исследуемых ядер.
- Рассчитанные вероятности гамма-переходов позволяют найти в спектре возбуждения изомерные состояния и оценить их времена жизни.

Заключение (продолжение)

- Высокая плотность спектра одноквазичастичных состояний увеличивает как число возможных путей альфа-распада, так и вероятность появления изомерных состояний.
- В цепочках альфа-распада $^{267,269}\text{Hs}$ ядра с $Z=108,106,104$ и 102 могут иметь две линии альфа-распада.
- Ядра ^{265}Hs и ^{261}Sg могут иметь три линии альфа-распада.

Acknowledgments

The authors acknowledge support by the Ministry of Education and Science (Russia) under Grant No. 075-10-2020-117.

Thank you!