

ЗАРЯДОВО-ОБМЕННЫЕ ПЕРЕХОДЫ В НАГРЕТЫХ ЯДРАХ

© 2009 г. А. А. Джиев^{1)*}, А. И. Вдовин^{1)**}, В. Ю. Пономарев^{2)***}, Й. Вамбах^{2),3)****}

Поступила в редакцию 16.12.2008 г.

Изложен подход, основанный на формализме термополевой динамики, позволяющий учитывать влияние температуры на распределение силы зарядово-обменных переходов между нагретыми ядрами. Для нейтронно-избыточного ядра ^{80}Ge рассчитаны распределения силы разрешенных и первого порядка запрета $p \rightarrow n$ -переходов в зависимости от температуры. При температурах и плотностях звездного вещества, соответствующих поздней стадии эволюции массивной звезды, рассчитаны скорости захвата электронов этим ядром.

PACS: 26.50.+x, 23.40.-s, 21.60.Jz, 24.10.Pa

1. ВВЕДЕНИЕ

Реакции, обусловленные слабым взаимодействием, играют большую роль во многих астрофизических процессах [1]. Знать их скорости необходимо для моделирования процессов звездной эволюции, нуклеосинтеза и т.п. Начиная со знаменитой работы Бете [2] общепризнанным стало утверждение, что захват электронов атомными ядрами fp -оболочки является одним из наиболее важных процессов, определяющих ход коллапса массивной звезды. Через делептанизацию и размеры внутреннего ядра скорость захвата электронов существенно влияет на динамику коллапса. Кроме того, захват электронов является основным источником нейтрино, которые переносят большую часть энергии, выделяющейся при коллапсе.

Проблему захвата электронов ядрами fp -оболочки при высоких температурах и плотностях, когда ядра являются полностью ионизованными, рассматривали многие авторы (см., например, [3–9]). Одним из наиболее интересных и важных вопросов, анализировавшихся в этих работах, был вопрос о влиянии на скорость захвата температуры, т.е. теплового заселения возбужденных состояний ядер. Было показано, что тепловое заселение способно существенно увеличить скорость захвата, равно как и скорость обратной реакции — β^- -распада.

В настоящее время наиболее полные расчеты скорости захвата электронов нагретыми ядрами fp -оболочки выполнены в рамках модели оболочки с использованием реалистического нуклон-нуклонного взаимодействия (см. [9] и ссылки в этих работах). Такие расчеты требуют диагонализации матриц размером $\sim 10^9 \times 10^9$, что находится на пределе вычислительных возможностей современных компьютеров. Поэтому пока указанные исследования ограничены ядрами с атомным весом $A = 45–65$. Кроме того, в проведенных расчетах учитывались только разрешенные фермиевские и гамов-теллеровские переходы (для указанных массовых чисел это ограничение оправдано).

В процессе коллапса звезды относительная пространственность ядер (A, Z) в ее веществе меняется, так как соответствующая функция распределения зависит от температуры и плотности звездного вещества. В работе [10] было показано, что при температуре $T \geq 0.5$ МэВ среднее значение отношения Z/A соответствует нейтронно-избыточным изотопам германия с полностью занятой нейтронной подоболочкой $1f_{5/2}$. Хотя при $T = 0$ захват электронов этими ядрами за счет разрешенных $p \rightarrow n$ -переходов и затруднен, но, как было отмечено еще в работах [11, 12], одновременный учет температурных эффектов и запрещенных переходов способен значительно увеличить его скорость.

Для изучения распределения силы гамов-теллеровских переходов в нагретых ядрах и расчета скоростей электронного захвата и β^- -распада в работах [13, 14] был предложен подход, основанный на формализме термополевой динамики (ТПД) [15]. На примере ядер $^{54,56}\text{Fe}$ было показано, что для скоростей захвата электронов подход позволяет получить удовлетворительное согласие с результатами расчетов по оболочечной модели.

¹⁾Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, ОИЯИ, Дубна, Россия.

²⁾Институт ядерной физики, Технологический университет Дармштадта, Германия.

³⁾GSI, Дармштадт, Германия.

*E-mail: dzhioev@theor.jinr.ru

**E-mail: vdovin@theor.jinr.ru

***E-mail: ponomare@crunch.ikp.physik.tu-darmstadt.de

****E-mail: Jochen.Wambach@physik.tu-darmstadt.de

В настоящей работе мы используем указанный подход для изучения запрещенных переходов и влияния температуры на скорость захвата электронов нейтронно-избыточными ядрами Ge.

2. ФОРМАЛИЗМ

2.1. Основные положения термополевой динамики

В стандартной статистической механике состояние нагретой квантовой системы описывается при помощи оператора матрицы плотности ρ , удовлетворяющего уравнению Лиувилля

$$i\frac{\partial\rho}{\partial t} = [H, \rho]. \quad (1)$$

Здесь H — это гамильтониан системы, собственные функции (СФ) которого мы будем обозначать $|n\rangle$, а соответствующие собственные значения — E_n (химический потенциал включен в H). Зная матрицу плотности, можно найти тепловое среднее оператора A :

$$\begin{aligned} \langle\langle A \rangle\rangle &= \text{Tr}[\rho A] / \text{Tr}[\rho] = \\ &= Z^{-1}(T) \sum_n e^{-E_n/T} \langle n|A|n \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

где T — температура в энергетических единицах, а $Z(T)$ — статистическая сумма. Основная идея ТПД — построить такое состояние $|0(T)\rangle$, называемое тепловым вакуумом, чтобы тепловое среднее оператора A совпало со средним значением A относительно этого состояния, т.е.

$$\langle\langle A \rangle\rangle = \langle 0(T)|A|0(T)\rangle. \quad (3)$$

В этом смысле $|0(T)\rangle$ описывает состояние термодинамического равновесия системы или “основное состояние” нагретой системы.

Тепловой вакуум $|0(T)\rangle$ не может быть построен в гильбертовом пространстве состояний рассматриваемой системы [15]. Однако это оказывается возможным в гильбертовом пространстве, “удвоенном” путем добавления к исходной его части новой — ортогональной (или дуальной) к исходной. Для того чтобы сконструировать эту вторую половину “удвоенного” пространства, рассмотрим фиктивную квантовую систему, полностью аналогичную исходной. Гамильтониан этой фиктивной системы и его СФ отметим значком “тильда”, т.е. $\tilde{H}|\tilde{n}\rangle = E_n|\tilde{n}\rangle$. Тогда тепловой вакуум является вектором в удвоенном гильбертовом пространстве:

$$|0(T)\rangle = Z^{-1/2}(T) \sum_n e^{-E_n/2T} |n\rangle \otimes |\tilde{n}\rangle. \quad (4)$$

В удвоенном гильбертовом пространстве действуют два типа операторов: физические, действующие в пространстве обычных состояний,

и их тильда-образы, действующие на тильда-состояния. Взаимно-однозначное соответствие между двумя наборами операторов задается при помощи операции тильда. Правила тильда-операции приведены в [15]. Однако, в отличие от оригинального варианта ТПД [15], мы используем правило двукратного применения операции тильда, предложенное в [16]. Обоснование этого выбора дано в работе [17].

В удвоенном гильбертовом пространстве эволюция нагретой системы во времени описывается следующим уравнением Шредингера:

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\Psi(t, T)\rangle = \mathcal{H}|\Psi(t, T)\rangle, \quad (5)$$

где $\mathcal{H} = H - \tilde{H}$ — так называемый тепловой гамильтониан системы. Таким образом, в ТПД оператором трансляции нагретой системы по оси времени является не исходный гамильтониан H , а тепловой гамильтониан \mathcal{H} , собственные значения которого определяют энергии возбужденных состояний при $T \neq 0$. Тепловой вакуум (4) является СФ теплового гамильтониана с нулевым собственным значением.

В общем случае энергии возбужденных состояний зависят от температуры. У каждой СФ теплового гамильтониана с положительной энергией есть тильда-партнер — СФ с отрицательной энергией. В ТПД переходы с теплового вакуума на состояния с положительной энергией соответствуют возбуждению нагретой системы, а переходы на состояния с отрицательной энергией — ее девозбуждению.

Очевидно, что в большинстве случаев мы не можем найти точный спектр теплового гамильтониана и построить точный тепловой вакуум (4). Поэтому для диагонализации теплового гамильтониана приходится применять различные приближенные методы. Специфика ТПД позволяет использовать те же методы, что и при нулевой температуре. В результате можно построить тепловой вакуум в приближении Хартри–Фока–Боголюбова, или тепловой вакуум в приближении случайной фазы [18]. Если в результате приближенной диагонализации теплового гамильтониана возникают несколько решений, следует выбрать то, которое обеспечивает минимум термодинамического потенциала.

2.2. Зарядово-обменные возбуждения в нагретых ядрах

Изложенный выше формализм ТПД использован нами для изучения влияния температуры на скорости слабых зарядово-обменных процессов в нагретых ядрах.

В качестве модельного гамильтониана ядра мы выбрали гамильтониан квазичастично-фононной

модели (КФМ) [19], состоящий из феноменологического среднего поля,

$$H_{sp} = \sum_{\tau} \sum_{jm}^{\tau} (E_j - \lambda_{\tau}) a_{jm}^{\dagger} a_{jm}, \quad (6)$$

спаривательного взаимодействия в форме БКШ с константами G_n, G_p ,

$$H_{pair} = -\frac{1}{4} \sum_{\tau} G_{\tau} \sum_{\substack{j_1 m_1 \\ j_2 m_2}}^{\tau} a_{j_1 m_1}^{\dagger} a_{j_1 m_1}^{\dagger} a_{j_2 m_2} a_{j_2 m_2} \quad (7)$$

$$(a_{j\bar{m}} = (-1)^{j-m} a_{j-m}),$$

и сепарабельного остаточного взаимодействия H_{int} в канале частица–дырка.

Поскольку в настоящей работе мы ограничимся приближением случайной фазы (ПСФ), то нам достаточно учесть ту часть взаимодействия частица–дырка, которая отвечает за формирование зарядово-обменных возбуждений [19–21], а именно

$$H_{int} = -2 \sum_{\lambda\mu} \kappa_1^{(\lambda)} M_{\lambda\mu}^{\dagger} M_{\lambda\mu} - \quad (8)$$

$$- 2 \sum_{L\lambda\mu} \kappa_1^{(L\lambda)} S_{L\lambda\mu}^{\dagger} S_{L\lambda\mu}.$$

Здесь $\kappa_1^{(\lambda)}$ и $\kappa_1^{(L\lambda)}$ — константы изовекторного мультипольного и спин-мультипольного взаимодействий, а операторы $M_{\lambda\mu}^{\dagger}$ и $S_{L\lambda\mu}^{\dagger}$ определены следующим образом:

$$M_{\lambda\mu}^{\dagger} = \sum_{\substack{j_p m_p \\ j_n m_n}} \langle j_p m_p | i^{\lambda} r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \times \quad (9)$$

$$\times t^{(-)} | j_n m_n \rangle a_{j_p m_p}^{\dagger} a_{j_n m_n},$$

$$S_{L\lambda\mu}^{\dagger} = \sum_{\substack{j_p m_p \\ j_n m_n}} \langle j_p m_p | i^{L} r^L [Y_L(\theta, \phi) \sigma]_{\mu}^{\lambda} \times$$

$$\times t^{(-)} | j_n m_n \rangle a_{j_p m_p}^{\dagger} a_{j_n m_n},$$

$$[Y_L(\theta, \phi) \sigma]_{\mu}^{\lambda} = \sum_{M, m} \langle LM1m | \lambda\mu \rangle Y_{LM}(\theta, \phi) \sigma_m.$$

Структуру зарядово-обменных возбуждений электрического типа определяют мультипольная и спин-мультипольная с $L = \lambda$ компоненты H_{int} , а структуру зарядово-обменных возбуждений магнитного типа — спин-мультипольные компоненты с $L = \lambda - 1$ и $L = \lambda + 1$. Здесь и далее a_{jm}^{\dagger} (a_{jm}) — операторы рождения (уничтожения) нуклона в одночастичном состоянии с квантовыми числами $nljm \equiv jm$ и энергией E_j . Индекс $\tau = n, p$ — изотопический, он указывает, к нейтронам или протонам относится та или иная величина, тот

или иной параметр: обозначение \sum^{τ} подразумевает суммирование только по протонным ($\tau = p$) или только по нейтронным ($\tau = n$) состояниям; λ_{τ} — нейтронный или протонный химический потенциал в ядре (уровень Ферми). Оператор $t^{(-)}$ переводит нейтрон в протон.

Тепловой гамильтониан \mathcal{H} , соответствующий приведенному выше гамильтониану КФМ, имеет вид

$$\mathcal{H} = H - \tilde{H} = \mathcal{H}_{sp} + \mathcal{H}_{pair} + \mathcal{H}_{int}. \quad (10)$$

Диагонализация \mathcal{H} начинается с определения базиса тепловых квазичастиц, который диагонализует БКШ-часть $\mathcal{H}_{sp} + \mathcal{H}_{pair}$ теплового гамильтониана (см. также [22, 23]). Для этого следует выполнить два канонических преобразования. Первое — это стандартное преобразование Боголюбова к операторам квазичастиц $\alpha_{jm}^{\dagger}, \alpha_{jm}$:

$$\alpha_{jm}^{\dagger} = u_j a_{jm}^{\dagger} - v_j a_{j\bar{m}}, \quad (11)$$

$$\alpha_{jm} = u_j a_{jm} - v_j a_{j\bar{m}}^{\dagger} \quad (u_j^2 + v_j^2 = 1).$$

Такое же преобразование и с теми же самыми коэффициентами должно быть выполнено и с их тильда-партнерами $\tilde{a}_{jm}^{\dagger}, \tilde{a}_{jm}$.

Второе преобразование, так называемое тепловое вращение или тепловое преобразование Боголюбова, смешивающее обычные и тильда-квазичастицы, вводит в рассмотрение температуру:

$$\beta_{jm}^{\dagger} = x_j \alpha_{jm}^{\dagger} - iy_j \tilde{\alpha}_{jm}, \quad (12)$$

$$\tilde{\beta}_{jm}^{\dagger} = x_j \tilde{\alpha}_{jm}^{\dagger} + iy_j \alpha_{jm} \quad (x_j^2 + y_j^2 = 1).$$

Отметим, что преобразование (12) отличается от применявшегося ранее (см., например, [15, 18, 22, 23]) множителем i , что связано с иным определением правила двукратного применения операции тильда (как уже отмечалось выше, мы следуем работе [16], см. также [17]).

Выразив оператор $\mathcal{H}_{sp} + \mathcal{H}_{pair}$ через операторы рождения и уничтожения тепловых квазичастиц и потребовав, чтобы одночастичная часть полученного выражения имела диагональный вид, получим выражение для коэффициентов преобразования Боголюбова u_j, v_j :

$$\begin{pmatrix} u_j \\ v_j \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 \pm \frac{E_j - \lambda_{\tau}}{\sqrt{(E_j - \lambda_{\tau})^2 + \Delta_{\tau}^2}} \right)^{1/2}. \quad (13)$$

Величины λ_{τ} и Δ_{τ} — это химический потенциал и сверхтекучая энергетическая щель, которые зависят от коэффициентов теплового преобразования:

$$\Delta_{\tau} = \frac{G_{\tau}}{2} \sum_j^{\tau} (2j + 1)(x_j^2 - y_j^2) u_j v_j, \quad (14)$$

$$N_\tau = \sum_j^\tau (2j+1)(v_j^2 x_j^2 + u_j^2 y_j^2),$$

N_τ — число протонов или нейтронов в ядре.

Коэффициенты x_j , y_j определяются из условия обращения в нуль вариации среднего значения оператора термодинамического потенциала по вакууму тепловых квазичастиц $|0(T); qp\rangle$:

$$\delta\langle 0(T); qp | (H_{\text{sp}} + H_{\text{pair}}) - TK_f | 0(T); qp \rangle = 0, \quad (15)$$

где

$$K_f = - \sum_\tau \sum_{jm}^\tau \{ \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{jm} \ln y_j^2 + \alpha_{jm} \alpha_{jm}^\dagger \ln x_j^2 \} \quad (16)$$

— оператор энтропии для системы невзаимодействующих боголюбовских квазичастиц.

После варьирования получаем

$$\begin{pmatrix} x_j \\ y_j \end{pmatrix} = \left[1 + \exp\left(\mp \frac{\varepsilon_j}{T}\right) \right]^{-1/2}, \quad (17)$$

$$\varepsilon_j = \sqrt{(E_j - \lambda_\tau)^2 + \Delta_\tau^2}.$$

Вакуум $|0(T); qp\rangle$ с коэффициентами x_j , y_j , определенными в (17), и является тепловым вакуумом в приближении БКШ.

Величина y_j^2 есть не что иное, как функция распределения Ферми–Дирака, определяющая число квазичастиц Боголюбова с энергией ε_j в тепловом вакууме БКШ:

$$\begin{aligned} \langle 0(T); qp | \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{jm} | 0(T); qp \rangle &= \quad (18) \\ &= y_j^2 \equiv \left[1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_j}{T}\right) \right]^{-1}. \end{aligned}$$

Уравнения (13), (14) и (17) образуют систему уравнений сверхтекучести при ненулевой температуре [24, 25]. Как известно, в тепловом приближении БКШ парные корреляции ослабевают с ростом температуры, и уже при относительно небольшой критической температуре ($T_{\text{cr}} \approx \Delta_\tau(T=0)/2$) энергетическая щель обращается в нуль.

После диагонализации одночастичная часть спаривательного теплового гамильтониана принимает вид

$$\mathcal{H}_{\text{sp}} + \mathcal{H}_{\text{pair}} \simeq \sum_\tau \sum_{jm}^\tau \varepsilon_j (\beta_{jm}^\dagger \beta_{jm} - \tilde{\beta}_{jm}^\dagger \tilde{\beta}_{jm}) \quad (19)$$

и описывает систему невзаимодействующих тепловых квазичастиц. Так как тепловой вакуум $|0(T); qp\rangle$ содержит некоторое количество квазичастиц Боголюбова, то возбужденные состояния можно получить как путем добавления, так и

путем уничтожения боголюбовской квазичастицы. Соотношения

$$\begin{aligned} \alpha_{jm}^\dagger |0(T); qp\rangle &= x_j \beta_{jm}^\dagger |0(T); qp\rangle, \quad (20) \\ \alpha_{jm} |0(T); qp\rangle &= -iy_j \tilde{\beta}_{jm}^\dagger |0(T); qp\rangle \end{aligned}$$

связывают первый процесс с рождением тепловой квазичастицы с положительной энергией, а второй процесс — с рождением тепловой тильда-квазичастицы с отрицательной энергией.

Второй этап диагонализации теплового гамильтониана (10) учитывает влияние протон-нейтронного частично-дырочного взаимодействия, которое при ненулевой температуре в рамках используемого формализма проявляется как взаимодействие тепловых квазичастиц. С этой целью тепловой оператор взаимодействия $\mathcal{H}_{\text{int}} = H_{\text{int}} - \tilde{H}_{\text{int}}$, где H_{int} определен в (8), должен быть выражен через операторы тепловых квазичастиц.

Затем вводится оператор зарядово-обменного теплового фонона

$$\begin{aligned} Q_{\lambda\mu i}^\dagger &= \quad (21) \\ &= \sum_{j_p j_n} \left(\psi_{j_p j_n}^{\lambda i} [\beta_{j_p}^\dagger \beta_{j_n}^\dagger]_\mu^\lambda + \tilde{\psi}_{j_p j_n}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_{j_p}^\dagger \tilde{\beta}_{j_n}^\dagger]_\mu^\lambda + \right. \\ &\quad \left. + i\eta_{j_p j_n}^{\lambda i} [\beta_{j_p}^\dagger \tilde{\beta}_{j_n}^\dagger]_\mu^\lambda + i\tilde{\eta}_{j_p j_n}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_{j_p}^\dagger \beta_{j_n}^\dagger]_\mu^\lambda \right) + \\ &\quad \left(\phi_{j_p j_n}^{\lambda i} [\beta_{j_p} \beta_{j_n}]_\mu^\lambda + \tilde{\phi}_{j_p j_n}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_{j_p} \tilde{\beta}_{j_n}]_\mu^\lambda + \right. \\ &\quad \left. + i\xi_{j_p j_n}^{\lambda i} [\beta_{j_p} \tilde{\beta}_{j_n}]_\mu^\lambda + i\tilde{\xi}_{j_p j_n}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_{j_p} \beta_{j_n}]_\mu^\lambda \right), \end{aligned}$$

и новый тепловой вакуум определяется как вакуум тепловых фононов $|0(T); ph\rangle$:

$$Q_{\lambda\mu i} |0(T); ph\rangle = 0, \quad \tilde{Q}_{\lambda\mu i} |0(T); ph\rangle = 0. \quad (22)$$

Далее по аналогии с обычным квазичастичным ПСФ при $T=0$ предполагают, что операторы рождения и уничтожения тепловых фононов удовлетворяют бозонным коммутационным соотношениям⁴). Из этого требования следуют условия ортонормировки для фононных амплитуд $\psi_{j_p j_n}^{\lambda i}$, $\phi_{j_p j_n}^{\lambda i}$ и др. В частности, из соотношения $[Q_{\lambda\mu i}, Q_{\lambda'\mu' i'}^\dagger] = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{ii'}$ следует

$$\begin{aligned} \sum_{j_p j_n} \left\{ \psi_{j_p j_n}^{\lambda i} \psi_{j_p j_n}^{\lambda' i'} + \tilde{\psi}_{j_p j_n}^{\lambda i} \tilde{\psi}_{j_p j_n}^{\lambda' i'} + \eta_{j_p j_n}^{\lambda i} \eta_{j_p j_n}^{\lambda' i'} + \right. \quad (23) \\ \left. + \tilde{\eta}_{j_p j_n}^{\lambda i} \tilde{\eta}_{j_p j_n}^{\lambda' i'} - \phi_{j_p j_n}^{\lambda i} \phi_{j_p j_n}^{\lambda' i'} - \tilde{\phi}_{j_p j_n}^{\lambda i} \tilde{\phi}_{j_p j_n}^{\lambda' i'} - \right. \\ \left. - \xi_{j_p j_n}^{\lambda i} \xi_{j_p j_n}^{\lambda' i'} - \tilde{\xi}_{j_p j_n}^{\lambda i} \tilde{\xi}_{j_p j_n}^{\lambda' i'} \right\} = \delta_{ii'}. \end{aligned}$$

Структуру и энергии тепловых фононов определяют с помощью вариационного принципа, т.е.

⁴) Это подразумевает малость числа тепловых квазичастиц в новом вакууме $|0(T); ph\rangle$.

из условия минимума среднего значения теплового гамильтониана по однофоновому состоянию при условии (23):

$$\delta \left\{ \langle 0(T); ph | Q_{\lambda\mu i} \mathcal{H} Q_{\lambda\mu i}^\dagger | 0(T); ph \rangle - \frac{\omega_{\lambda i}}{2} [\langle 0(T); ph | [Q_{\lambda\mu i}, Q_{\lambda\mu i}^\dagger] | 0(T); ph \rangle - 1] \right\} = 0. \quad (24)$$

Множитель Лагранжа $\omega_{\lambda i}$ имеет смысл энергии теплового фонона. Полученная после варьирования по фоновым амплитудам система линейных уравнений имеет нетривиальное решение, если $\omega_{\lambda i}$ является решением следующего секулярного уравнения:

$$A(\omega) = \begin{vmatrix} X_{aa}^{(+)} - \frac{1}{\kappa_1^{(a)}} & X_{aa}^{(+ -)} & X_{ab}^{(+)} & X_{ab}^{(+ -)} \\ X_{aa}^{(- +)} & X_{aa}^{(-)} - \frac{1}{\kappa_1^{(a)}} & X_{ab}^{(- +)} & X_{ab}^{(-)} \\ X_{ab}^{(+)} & X_{ab}^{(+ -)} & X_{bb}^{(+)} - \frac{1}{\kappa_1^{(b)}} & X_{bb}^{(+ -)} \\ X_{ab}^{(+ -)} & X_{ab}^{(-)} & X_{ab}^{(- +)} & X_{bb}^{(-)} - \frac{1}{\kappa_1^{(b)}} \end{vmatrix} = 0. \quad (25)$$

Для зарядово-обменных возбуждений электрического типа $a \equiv \lambda$, $b \equiv \lambda\lambda$, а для зарядово-обменных возбуждений магнитного типа $a \equiv (\lambda - 1)\lambda$ и $b \equiv (\lambda + 1)\lambda$. Функции $X_{cd}^{(\pm)}$, $X_{cd}^{(\pm\mp)}$ ($c = a, b$ и $d = a, b$) в (25) имеют следующий вид:

$$X_{cd}^{(\pm)}(\omega) = \frac{2}{\hat{\lambda}^2} \sum_{j_p j_n} f_{j_p j_n}^{(c)} f_{j_p j_n}^{(d)} \left\{ \frac{\varepsilon_{j_p j_n}^{(+)} (u_{j_p j_n}^{(\pm)})^2}{(\varepsilon_{j_p j_n}^{(+)} - \omega)^2} \times \right. \\ \left. \times (1 - y_{j_p}^2 - y_{j_n}^2) - \frac{\varepsilon_{j_p j_n}^{(-)} (v_{j_p j_n}^{(\mp)})^2}{(\varepsilon_{j_p j_n}^{(-)} - \omega)^2} (y_{j_p}^2 - y_{j_n}^2) \right\}, \\ X_{cd}^{(\pm\mp)}(\omega) = \frac{2}{\hat{\lambda}^2} \omega \sum_{j_p j_n} f_{j_p j_n}^{(c)} f_{j_p j_n}^{(d)} \left\{ \frac{u_{j_p j_n}^{(\pm)} u_{j_p j_n}^{(\mp)}}{(\varepsilon_{j_p j_n}^{(+)} - \omega)^2} \times \right. \\ \left. \times (1 - y_{j_p}^2 - y_{j_n}^2) - \frac{v_{j_p j_n}^{(\pm)} v_{j_p j_n}^{(\mp)}}{(\varepsilon_{j_p j_n}^{(-)} - \omega)^2} (y_{j_p}^2 - y_{j_n}^2) \right\},$$

где $f_{j_p j_n}^{(\lambda)}$, $f_{j_p j_n}^{(L\lambda)}$ — приведенные матричные элементы из мультипольного и спин-мультипольного одночастичных операторов (9); $u_{j_p j_n}^{(\pm)} = u_{j_p} v_{j_n} \pm v_{j_p} u_{j_n}$, $v_{j_p j_n}^{(\pm)} = u_{j_p} u_{j_n} \pm v_{j_p} v_{j_n}$; $\varepsilon_{j_p j_n}^{(\pm)} = \varepsilon_{j_p} \pm \varepsilon_{j_n}$; $\hat{\lambda} = \sqrt{2\lambda + 1}$. Такое же секулярное уравнение получится, если минимизировать среднее значение теплового гамильтониана по однофоновому тильда-состоянию $\tilde{Q}_{\lambda\mu i}^\dagger | 0(T); ph \rangle$.

Стоит указать некоторые особенности уравнения (25). Так, полюсы $\varepsilon_{j_p j_n}^{(-)}$, отсутствующие в аналогичном уравнении ПСФ при нулевой темпера-

туре, обусловлены присутствием в структуре теплового фонона (21) компонент $\beta^\dagger \tilde{\beta}^\dagger$. В результате в низкоэнергетической части спектра зарядово-обменных возбуждений при $T \neq 0$ появляются новые состояния. Далее, опять-таки в отличие от случая $T = 0$, при ненулевой температуре решения уравнения (25) с отрицательной энергией приобретают физический смысл. Они отвечают возбуждению тильда-фононов $\tilde{Q}_{\lambda\mu i}^\dagger | 0(T); ph \rangle$ и связаны с включением в структуру теплового фонона слагаемых $\tilde{\beta}^\dagger \tilde{\beta}^\dagger$. Выше уже отмечалось, что рождение тепловой тильда-квазичастицы означает уничтожение в тепловом вакууме квазичастицы Боголюбова. Поэтому возбуждение низкоэнергетических фононов и фононов с отрицательной энергией соответствует зарядово-обменным переходам из возбужденных состояний ядра.

Для амплитуд различных компонент теплового фонона справедливы следующие выражения:

$$\begin{pmatrix} \psi \\ \phi \end{pmatrix}_{j_p j_n}^{\lambda i} = \frac{\mathcal{N}_{\lambda i}}{\varepsilon_{j_p j_n}^{(+)} \mp \omega_{\lambda i}} \times \quad (26) \\ \times \left\{ \kappa_1^{(a)} f_{j_p j_n}^{(a)} (u_{j_p j_n}^{(+)} A_{11} \pm u_{j_p j_n}^{(-)} A_{12}) + \right. \\ \left. + \kappa_1^{(b)} f_{j_p j_n}^{(b)} (u_{j_p j_n}^{(+)} A_{13} \pm u_{j_p j_n}^{(-)} A_{14}) \right\} \times \\ \times (x_{j_p} x_{j_n} X_{\lambda i} - y_{j_p} y_{j_n} Y_{\lambda i}), \\ \begin{pmatrix} \tilde{\psi} \\ \tilde{\phi} \end{pmatrix}_{j_p j_n}^{\lambda i} = - \frac{\mathcal{N}_{\lambda i}}{\varepsilon_{j_p j_n}^{(+)} \pm \omega_{\lambda i}} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \kappa_1^{(a)} f_{j_p j_n}^{(a)} (u_{j_p j_n}^{(+)} A_{11} \mp u_{j_p j_n}^{(-)} A_{12}) + \right. \\
& \left. + \kappa_1^{(b)} f_{j_p j_n}^{(b)} (u_{j_p j_n}^{(+)} A_{13} \mp u_{j_p j_n}^{(-)} A_{14}) \right\} \times \\
& \quad \times (y_{j_p} y_{j_n} X_{\lambda_i} - x_{j_p} x_{j_n} Y_{\lambda_i}), \\
& \quad \left(\frac{\eta}{\xi} \right)_{j_p j_n}^{\lambda_i} = \frac{\mathcal{N}_{\lambda_i}}{\varepsilon_{j_p j_n}^{(-)} \mp \omega_{\lambda_i}} \times \\
& \times \left\{ \kappa_1^{(a)} f_{j_p j_n}^{(a)} (v_{j_p j_n}^{(-)} A_{11} \pm v_{j_p j_n}^{(+)} A_{12}) + \right. \\
& \left. + \kappa_1^{(b)} f_{j_p j_n}^{(b)} (v_{j_p j_n}^{(-)} A_{13} \pm v_{j_p j_n}^{(+)} A_{14}) \right\} \times \\
& \quad \times (x_{j_p} y_{j_n} X_{\lambda_i} - y_{j_p} x_{j_n} Y_{\lambda_i}), \\
& \quad \left(\frac{\tilde{\eta}}{\tilde{\xi}} \right)_{j_p j_n}^{\lambda_i} = -\frac{\mathcal{N}_{\lambda_i}}{\varepsilon_{j_p j_n}^{(-)} \pm \omega_{\lambda_i}} \times \\
& \times \left\{ \kappa_1^{(a)} f_{j_p j_n}^{(a)} (v_{j_p j_n}^{(-)} A_{11} \mp v_{j_p j_n}^{(+)} A_{12}) + \right. \\
& \left. + \kappa_1^{(b)} f_{j_p j_n}^{(b)} (v_{j_p j_n}^{(-)} A_{13} \mp v_{j_p j_n}^{(+)} A_{14}) \right\} \times \\
& \quad \times (y_{j_p} x_{j_n} X_{\lambda_i} - x_{j_p} y_{j_n} Y_{\lambda_i}),
\end{aligned}$$

где A_{jk} — алгебраическое дополнение определителя $\mathcal{A}(\omega_{\lambda_i})$, множитель \mathcal{N}_{λ_i} определяется из условия нормировки (23), а неизвестные коэффициенты X_{λ_i} , Y_{λ_i} связаны соотношением $X_{\lambda_i}^2 - Y_{\lambda_i}^2 = 1$.

Таким образом, диагонализация \mathcal{H} однозначно определяет только энергию тепловых фононов, в то время как их структура оказывается известной лишь с точностью до унитарного преобразования

$$\begin{aligned}
Q_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} & \rightarrow X_{\lambda_i} Q_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} - Y_{\lambda_i} \tilde{Q}_{\lambda_{\mu i}}, \\
\tilde{Q}_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} & \rightarrow X_{\lambda_i} \tilde{Q}_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} - Y_{\lambda_i} Q_{\lambda_{\mu i}}.
\end{aligned} \quad (27)$$

Причина такой неопределенности связана с инвариантностью теплового гамильтониана

$$\mathcal{H} = \sum_{\lambda_{\mu i}} \omega_{\lambda_i} (Q_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} Q_{\lambda_{\mu i}} - \tilde{Q}_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} \tilde{Q}_{\lambda_{\mu i}}) \quad (28)$$

относительно преобразования (27).

Неоднозначность определения структуры тепловых фононов означает, что и соответствующий тепловой вакуум не определен однозначно. Чтобы устранить эту неоднозначность, следует привлечь дополнительные условия. Например, можно потребовать, чтобы на “истинном” тепловом фононном вакууме достигалось минимальное значение термодинамического потенциала системы невзаимодействующих фононов Ω_{ph} . Последний имеет вид

$$\begin{aligned}
\Omega_{\text{ph}} = \left\langle 0(T); ph \left| \sum_{\lambda_{\mu i}} \omega_{\lambda_i} q_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} q_{\lambda_{\mu i}} - \right. \right. \\
\left. \left. - T \hat{K}_{\text{ph}} \right| 0(T); ph \right\rangle. \quad (29)
\end{aligned}$$

Операторы $q_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger}$, $q_{\lambda_{\mu i}}$ введены для обозначения таких тепловых фононов, у которых $X_{\lambda_i} = 1$, $Y_{\lambda_i} = 0$ (см. (26)). Оператор K_{ph} — оператор энтропии для системы фононов (тракуемых как бозоны [15]):

$$K_{\text{ph}} = - \sum_{\lambda_{\mu i}} \{ q_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} q_{\lambda_{\mu i}} \ln Y_{\lambda_i}^2 - q_{\lambda_{\mu i}} q_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} \ln X_{\lambda_i}^2 \}. \quad (30)$$

Условие минимума Ω_{ph} дает

$$\begin{aligned}
Y_{\lambda_i} = \left[\exp \left(\frac{\omega_{\lambda_i}}{T} \right) - 1 \right]^{-1/2}, \\
X_{\lambda_i}^2 = 1 + Y_{\lambda_i}^2.
\end{aligned} \quad (31)$$

Таким образом, коэффициенты $Y_{\lambda_i}^2$ оказываются тепловыми числами заполнения Бозе–Эйнштейна и определяют число фононов $q_{\lambda_{\mu i}}$ в “истинном” тепловом вакууме:

$$\langle 0(T); ph | q_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} q_{\lambda_{\mu i}} | 0(T); ph \rangle = Y_{\lambda_i}^2. \quad (32)$$

Следует отметить, что из-за используемого нами приближения в трактовке парных корреляций любое однофононное состояние $|Q_{\lambda_{\mu i}}\rangle = Q_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} |0(T); ph\rangle$ или $|\tilde{Q}_{\lambda_{\mu i}}\rangle = \tilde{Q}_{\lambda_{\mu i}}^{\dagger} |0(T); ph\rangle$ оказывается суперпозицией возбужденных состояний соседних ядер $(Z+1, N-1)$ и $(Z-1, N+1)$. Лишь при температурах $T > T_{\text{cr}}$ компоненты однофононных состояний, принадлежащие разным ядрам, расцепляются, и возбуждение можно однозначно связать либо с ядром $(Z+1, N-1)$, либо с ядром $(Z-1, N+1)$.

Вероятность зарядово-обменного перехода из теплового вакуума на тепловое однофононное состояние есть квадрат приведенного матричного элемента соответствующего оператора:

$$\begin{aligned}
\Phi_{\lambda_i}^{(\pm)} & = \left| \langle 0(T); ph | D_{\lambda_{\mu}}^{(\pm)} | Q_{\lambda_{\mu i}} \rangle \right|^2, \\
\tilde{\Phi}_{\lambda_i}^{(\pm)} & = \left| \langle 0(T); ph | D_{\lambda_{\mu}}^{(\pm)} | \tilde{Q}_{\lambda_{\mu i}} \rangle \right|^2.
\end{aligned} \quad (33)$$

Здесь знак “+” относится к оператору $p \rightarrow n$ -переходов, а знак “-” — к оператору $n \rightarrow p$ -переходов. Выражения для амплитуд $\Phi_{\lambda_i}^{(\pm)}$ и $\tilde{\Phi}_{\lambda_i}^{(\pm)}$ приведены в Приложении. Там же показано, что в нашем формализме правила сумм Икеды для фермиевских и гамов-теллеровских переходов выполняются и в нагретом ядре.

Для энергии перехода из теплового вакуума на тепловое однофононное состояние имеем

$$\begin{aligned}
E_{\lambda_i}^{(\pm)} & = \omega_{\lambda_i} \pm (\Delta \lambda_{np} + \Delta m_{np}), \\
\tilde{E}_{\lambda_i}^{(\pm)} & = -\omega_{\lambda_i} \pm (\Delta \lambda_{np} + \Delta m_{np}),
\end{aligned} \quad (34)$$

где $\Delta \lambda_{np} = \lambda_n - \lambda_p$ — разность значений нейтронного и протонного химических потенциалов, а

$\Delta m_{np} = m_n - m_p = 1.29$ МэВ — разность масс нейтрона и протона. Соотношения (34) учитывают, что до перехода нуклон принадлежит протонной (нейтронной) подсистеме ядра, а после перехода — нейтронной (протонной) подсистеме.

Рассчитав величины (33) для всех возможных тепловых однофононных состояний, мы найдем распределения силы зарядово-обменных переходов в нагретом ядре. При ненулевой температуре часть силы переходов находится в отрицательной области энергий относительно теплового вакуума. Благодаря этому ядра, β -стабильные при $T = 0$, становятся нестабильными при $T \neq 0$, т.е. могут распадаться посредством β^\pm -переходов из возбужденных состояний ядра. Кроме того, переход на состояния с отрицательной энергией становится возможен и в результате захвата электрона или позитрона.

2.3. Скорость захвата электрона

Зная распределение силы $p \rightarrow n$ -переходов различной мультипольности J , мы можем рассчитать скорость захвата электронов. При этом подразумевается, что атомное ядро находится в состоянии теплового равновесия, которое описывается тепловым вакуумом (в рассматриваемом приближении — вакуумом тепловых фононов $|0(T); ph\rangle$). Состояния, образовавшиеся в результате захвата электронов, трактуются как однофононные зарядово-обменные состояния. При таких предположениях скорость захвата электронов атомным ядром из окружающего его электронного газа дается выражением

$$\lambda = \frac{\ln 2}{6150 \text{ с}} \times \sum_J \sum_i [\Phi_{Ji}^{(+)} F^{\text{ec}}(E_{Ji}) + \tilde{\Phi}_{Ji}^{(+)} F^{\text{ec}}(\tilde{E}_{Ji})]. \quad (35)$$

Фазовый интеграл $F^{\text{ec}}(E)$ в (35) зависит от энергии перехода E и химического потенциала μ_e электронного газа (см., например, [9]).

Оператор $D_{0,1}^{(+)}$ разрешенных переходов выглядит следующим образом:

$$D = (g_V + g_A^* \boldsymbol{\sigma}) t^{(+)}, \quad (36)$$

т.е. состоит из фермиевской ($\Delta J^\pi = 0^+$) и гамов-теллеровской ($\Delta J^\pi = 1^+$) частей. Величины $g_V = 1$, $g_A^* = 0.75 g_A^{\text{frec}}$ — векторная и перенормированная аксиальная константы связи.

В нерелятивистском приближении операторы переходов первого порядка запрета в ядре с зарядом Z и радиусом R имеют вид [11, 12]

$$\Delta J^\pi = 0^-, \quad D = g_A^* \left(\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{m} + \frac{\alpha Z}{2R} i \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \right) t^{(+)}, \quad (37)$$

$$\Delta J^\pi = 1^-,$$

$$D = \left(g_V \frac{\mathbf{p}}{m} - \frac{\alpha Z}{2R} (g_A^* \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{p} - g_V \mathbf{r}) \right) t^{(+)},$$

$$\Delta J^\pi = 2^-, \quad D = i \frac{g_A^*}{\sqrt{3}} [\boldsymbol{\sigma} \mathbf{r}]_\mu^2 \sqrt{p_e^2 + q_\nu^2} t^{(+)}. \quad (38)$$

Здесь $\boldsymbol{\sigma}$, \mathbf{r} , \mathbf{p} — операторы спина, координаты и импульса нуклона соответственно; m — масса нуклона; α — постоянная тонкой структуры. Оператор уникального перехода с $\Delta J^\pi = 2^-$ зависит от импульса p_e захваченного электрона и импульса q_ν вылетевшего нейтрино.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Численные расчеты выполнены на примере ядра ^{80}Ge , имеющего большой избыток нейтронов. Это ядро “мягкое”, т.е. его низколежащие квадрупольные возбуждения сильно коллективизированы. Мы рассматриваем ^{80}Ge как сферически-симметричное ядро. Одночастичные волновые функции и энергии рассчитаны в потенциале Вудса—Саксона с параметрами Чепурнова [26]. При этом глубина потенциала подобрана так, чтобы воспроизвести энергии отделения $E_{p(n)}$ протона и нейтрона.

Константы спаривательного взаимодействия G_p и G_n определялись по парным энергиям, найденным по экспериментальным энергиям связи [27]. Значения протонной и нейтронной энергетических щелей при $T = 0$ получились следующими: $\Delta_p = 1.39$ МэВ, $\Delta_n = 1.35$ МэВ. Изовекторные константы $\kappa_1^{(\lambda)}$, $\kappa_1^{(L\lambda)}$ мультипольного и спин-мультипольного взаимодействий находились согласно стандартным формулам для сепарабельных сил с радиальной зависимостью r^λ (см., например, [28, 29]).

Рассчитанные одночастичные схемы уровней для протонов и нейтронов близки к тем, что были использованы в [12] для расчета скорости электронного захвата ядром ^{82}Ge . В приближении независимых частиц основное состояние ядра ^{80}Ge соответствует полностью занятой протонной подболочке $2p_{3/2}$ и восьми нейтронам на подболочке $1g_{9/2}$. Поэтому при $T = 0$ в одночастичном приближении разрешенные $p \rightarrow n$ -переходы из основного состояния ядра ^{80}Ge полностью блокированы действием принципа Паули, и захват электрона может идти лишь за счет запрещенных переходов. Однако парные корреляции размывают протонную и нейтронную поверхности Ферми, чем ослабляют блокировку.

На рис. 1 показано, как меняется с ростом температуры распределение силы разрешенных

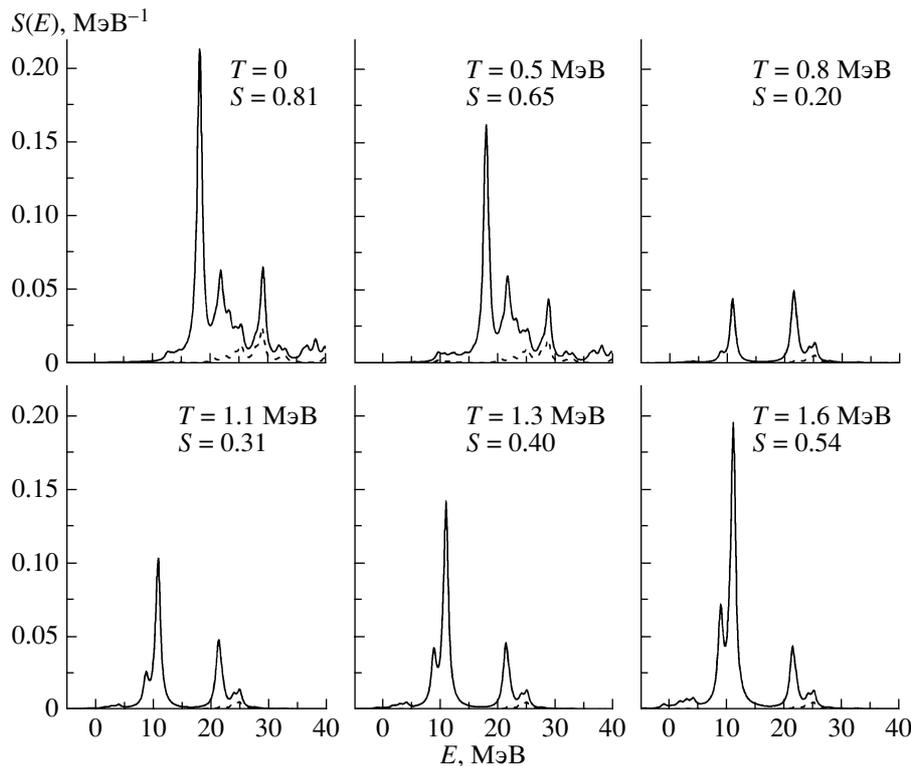


Рис. 1. Распределение силы $S(E)$ разрешенных ($\Delta J^\pi = 0^+, 1^+$) $p \rightarrow n$ -переходов в ядре ^{80}Ge при различных значениях температуры T . По оси абсцисс отложена энергия перехода E . Штриховые кривые — вклад фермиевских 0^+ -переходов. S — полная сила переходов при данной T .

$p \rightarrow n$ -переходов в ^{80}Ge . Для каждого значения T указана суммарная сила S этих переходов.

При температуре ниже критической $T_{\text{cr}} \approx 0.7\text{--}0.8$ МэВ главный максимум распределения силы находится при энергии 18–19 МэВ. В формировании этого максимума принимают участие два одночастичных перехода: $\pi(1f_{7/2}) \rightarrow \nu(1f_{5/2})$ и $\pi(1g_{9/2}) \rightarrow \nu(1g_{7/2})$. Первый из них — переход типа дырка–дырка, второй — частица–частица. Таким образом, указанный максимум обязан своим существованием парным корреляциям, благодаря которым уровень $\pi 1g_{9/2}$ становится частично занятым, а на уровне $\nu 1f_{5/2}$ появляются дырки. Энергия перехода определяется полюсом $\varepsilon_{j_p j_n}^{(+)}$ секулярного уравнения (25).

Из-за ослабления парных корреляций с ростом T рассматриваемый максимум в распределении силы разрешенных переходов практически исчезает при $T \approx T_{\text{cr}}$, уменьшается и полная сила разрешенных $p \rightarrow n$ -переходов. Однако дальнейшее повышение температуры увеличивает вклад $p \rightarrow n$ -переходов с возбужденных состояний ядра. На рис. 1 это проявляется в увеличении полной силы переходов и появлении в распределении силы максимума при энергии ~ 10 МэВ. В формировании

этого максимума участвуют те же самые одночастичные переходы, что обсуждались выше. Но в данном случае эти переходы обусловлены тепловыми эффектами, и их невозмущенная энергия определяется величиной $\varepsilon_{j_p j_n}^{(-)}$, т.е. она меньше, чем энергия тех же самых переходов при $T < T_{\text{cr}}$. Таким образом, рост температуры приводит к заметному перераспределению силы разрешенных $p \rightarrow n$ -переходов в ^{80}Ge . Это, в свою очередь, влияет на скорость захвата электрона.

На рис. 2 показано распределение силы запрещенных $0^-, 1^-$ и 2^- $p \rightarrow n$ -переходов в ^{80}Ge при разных температурах. Видно, что температура практически не влияет на суммарную силу запрещенных переходов. Причина этого в том, что сильные запрещенные $p \rightarrow n$ -переходы формируются главным образом частично-дырочными переходами больших энергий, на которые слабо влияют и парные корреляции, и температура. Однако для 1^- - и 2^- -переходов рост температуры приводит к заметному уширению силовой функции, что связано с тепловой размазкой нейтронной и протонной поверхностей Ферми и, как следствие, — с ростом вклада низкоэнергетических одночастичных переходов. Для 0^- -переходов, в силу более жестких

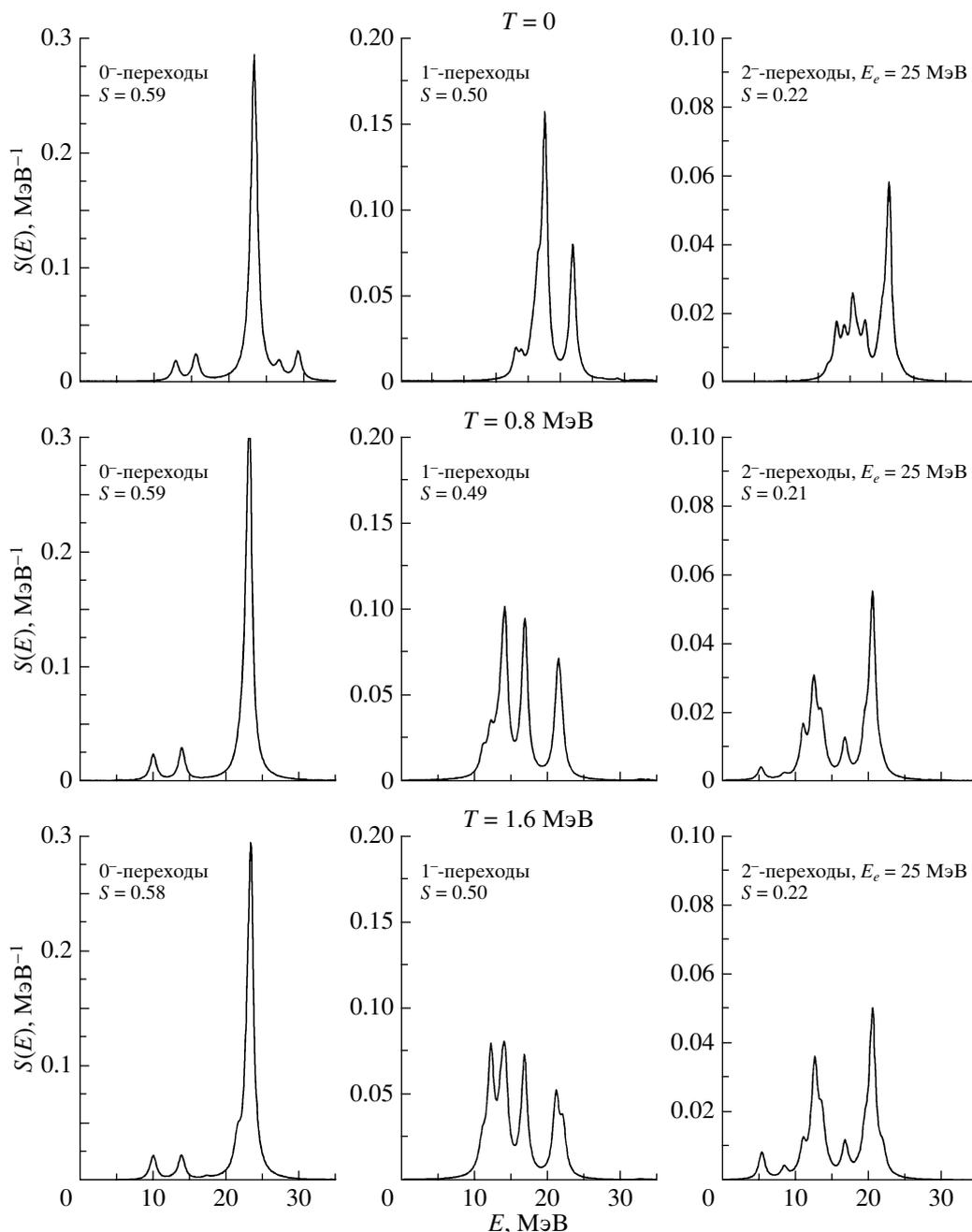


Рис. 2. Распределение силы $S(E)$ $p \rightarrow n$ -переходов первого порядка запрета ($\Delta J^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$) в ядре ^{80}Ge при температурах $T = 0, 0.8$ и 1.6 МэВ. По оси абсцисс отложена энергия перехода E . S — полная сила переходов с данным ΔJ при данной T . Распределение силы 2^- -переходов соответствует энергии захваченного электрона $E_e = 25$ МэВ.

правил отбора, вклад низкоэнергетических переходов несуществен.

Сравнение суммарных сил разрешенных и запрещенных переходов показывает, что в расчетах скоростей захвата электронов ядрами нейтронно-избыточных изотопов германия необходимо учитывать переходы обоих типов.

На рис. 3 показаны результаты расчета скорости захвата электронов ядром ^{80}Ge при различных

температурах и плотностях. Видно, что скорость захвата растет как с ростом температуры, так и с ростом плотности. При этом оказывается, что чем ниже плотность, тем чувствительнее скорость захвата к температуре. Причина в том, что при низкой плотности и, как следствие, относительно небольшой величине химического потенциала электронного газа скорость захвата сильно зависит от деталей распределения силы $p \rightarrow n$ -переходов.

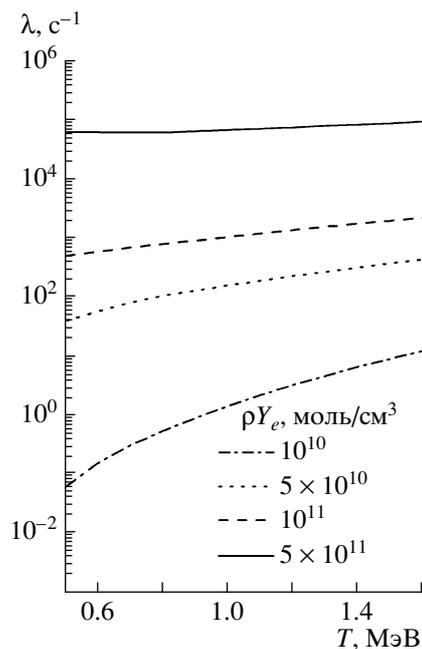


Рис. 3. Зависимость скорости захвата электронов λ ядром ^{80}Ge от температуры при различных значениях плотности ρY_e .

При плотности $\rho Y_e = 10^{10}$ моль/см³ в рассматриваемом диапазоне температур химический потенциал электронного газа $\mu_e \approx 10\text{--}11$ МэВ, и захват электронов может происходить лишь за счет низкоэнергетических $p \rightarrow n$ -переходов. Но, как было показано выше, рост температуры приводит к увеличению доли таких переходов из-за сдвига вниз по энергии максимума силовой функции разрешенных переходов и из-за увеличения вклада низкоэнергетических запрещенных переходов. Это и приводит к сильному увеличению скорости захвата с ростом температуры. С ростом плотности химический потенциал электронного газа также растет: от $\mu_e \approx 18\text{--}19$ МэВ при $\rho Y_e = 5 \times 10^{10}$ моль/см³ до $\mu_e \approx 40\text{--}41$ МэВ при $\rho Y_e = 5 \times 10^{11}$ моль/см³. В результате с ростом ρY_e зависимость скорости захвата от температуры ослабевает и при $\rho Y_e = 5 \times 10^{11}$ моль/см³ определяется только суммарной силой $p \rightarrow n$ -переходов, а не деталями их распределения по спектру ядра.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе изложен основанный на формализме термополевой динамики подход, предназначенный для изучения влияния температуры на скорости слабых процессов в нагретых ядрах. Получены уравнения, позволяющие рассчитывать вероятности соответствующих переходов при конечной температуре в приближении случайной фазы. Для материнского ядра ^{80}Ge рассчитаны рас-

пределения силы разрешенных и первого порядка запрета $p \rightarrow n$ -переходов. Обнаружено понижение с ростом температуры максимума в распределении силы разрешенных переходов, а также характерное изменение суммарной силы переходов. Этот эффект связан с ослаблением парных корреляций при увеличении температуры. В то же время суммарная сила запрещенных переходов практически не зависит от температуры. С ростом температуры распределения силы 1^- - и 2^- -переходов становятся шире за счет увеличения вклада низкоэнергетических $p \rightarrow n$ -переходов.

Кроме того, рассчитаны температурные зависимости скорости захвата электронов. Показано, как изменения в распределении силы $p \rightarrow n$ -переходов влияют на скорости захвата при различных плотностях.

Представляется интересным в рамках предложенного формализма выйти за границы теплового ПСФ и учесть связь с более сложными, в первую очередь двухфононными, конфигурациями. Для зарядово-обменных состояний в холодных ядрах этот вопрос исследовался в квазичастично-фононной модели [20, 21] и некоторых других подходах [30]. Связь со сложными конфигурациями заметно влияет на распределение силы переходов по ядерному спектру, а вид этого распределения, как мы видим, важен для расчетов скорости электронного захвата при не очень больших плотностях вырожденного электронного газа.

Авторы признательны В.А. Кузьмину за полезные обсуждения и советы. Настоящая работа выполнена при частичной поддержке программы Гейзенберг–Ландау и гранта DFG (SFB 634).

Приложение

Амплитуды различных зарядово-обменных переходов из теплового вакуума на тепловые однофононные обычное и тильда-состояния имеют вид:

$$\Phi_{\lambda i}^{(-)} = \left(\sum_{j_p j_n} d_{\lambda}^{(-)}(j_p j_n) \Omega_1(j_p j_n; \lambda i) \right)^2, \quad (\text{П.1})$$

$$\tilde{\Phi}_{\lambda i}^{(-)} = \left(\sum_{j_p j_n} d_{\lambda}^{(-)}(j_p j_n) \tilde{\Omega}_1(j_p j_n; \lambda i) \right)^2,$$

$$\Phi_{\lambda i}^{(+)} = \left(\sum_{j_p j_n} (-1)^{j_n - j_p + \lambda} d_{\lambda}^{(+)}(j_n j_p) \Omega_2(j_p j_n; \lambda i) \right)^2,$$

$$\tilde{\Phi}_{\lambda i}^{(+)} = \left(\sum_{j_p j_n} (-1)^{j_n - j_p + \lambda} d_{\lambda}^{(+)}(j_n j_p) \tilde{\Omega}_2(j_p j_n; \lambda i) \right)^2,$$

где $d_{\lambda}^{(\mp)}(j_p n j_n)$ — приведенный одночастичный матричный элемент оператора перехода:

$$d_{\lambda}^{(\mp)}(j_p n j_n) = \langle j_n | D_{\lambda}^{(\mp)} | j_p \rangle, \quad (\text{П.2})$$

а функции $\Omega_{1,2}(j_p j_n; \lambda i)$ представляют собой линейные комбинации амплитуд (26):

$$\begin{aligned} \Omega_1(j_p j_n; \lambda i) &= u_{j_p} v_{j_n} (x_{j_p} x_{j_n} \psi_{j_p j_n}^{\lambda i} + \\ &+ y_{j_p} y_{j_n} \tilde{\phi}_{j_p j_n}^{\lambda i}) + v_{j_p} u_{j_n} (y_{j_p} y_{j_n} \tilde{\psi}_{j_p j_n}^{\lambda i} + \\ &+ x_{j_p} x_{j_n} \phi_{j_p j_n}^{\lambda i}) + u_{j_p} u_{j_n} (x_{j_p} y_{j_n} \eta_{j_p j_n}^{\lambda i} + \\ &+ y_{j_p} x_{j_n} \tilde{\xi}_{j_p j_n}^{\lambda i}) - v_{j_p} v_{j_n} (y_{j_p} x_{j_n} \tilde{\eta}_{j_p j_n}^{\lambda i} + x_{j_p} y_{j_n} \xi_{j_p j_n}^{\lambda i}), \\ \Omega_2(j_p j_n; \lambda i) &= v_{j_p} u_{j_n} (x_{j_p} x_{j_n} \psi_{j_p j_n}^{\lambda i} + \\ &+ y_{j_p} y_{j_n} \tilde{\phi}_{j_p j_n}^{\lambda i}) + u_{j_p} v_{j_n} (y_{j_p} y_{j_n} \tilde{\psi}_{j_p j_n}^{\lambda i} + \\ &+ x_{j_p} x_{j_n} \phi_{j_p j_n}^{\lambda i}) - v_{j_p} v_{j_n} (x_{j_p} y_{j_n} \eta_{j_p j_n}^{\lambda i} + \\ &+ y_{j_p} x_{j_n} \tilde{\xi}_{j_p j_n}^{\lambda i}) + u_{j_p} u_{j_n} (y_{j_p} x_{j_n} \tilde{\eta}_{j_p j_n}^{\lambda i} + x_{j_p} y_{j_n} \xi_{j_p j_n}^{\lambda i}). \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

Выражения для $\tilde{\Omega}_{1,2}(j_p j_n; \lambda i)$ получаются из $\Omega_{1,2}(j_p j_n; \lambda i)$ заменой обычных амплитуд на тильда-амплитуды и наоборот.

Если операторы $D_{\lambda}^{(-)}$ и $D_{\lambda}^{(+)}$ различаются только множителем, действующим в изотопическом пространстве, что верно, в частности, для фермиевских и гамов-теллеровских переходов, то $d_{\lambda}^{(-)}(j_p j_n) = (-1)^{j_n - j_p + \lambda} d_{\lambda}^{(+)}(j_n j_p)$, а вероятности переходов (П.1) удовлетворяют соотношению

$$\tilde{\Phi}_{\lambda i}^{(\mp)} = \exp(-\omega_{\lambda i}/T) \Phi_{\lambda i}^{(\pm)} \quad (\omega_{\lambda i} > 0). \quad (\text{П.4})$$

Аналогичное соотношение было получено в [17] для зарядово-нейтральных переходов электрического типа в нагретых ядрах.

Для фермиевских и гамов-теллеровских переходов в нагретом ядре справедливы правила сумм Икеды. Действительно, определяя полную силу $n \rightarrow p$ - и $p \rightarrow n$ -переходов

$$S_{\lambda}^{(\mp)} = \sum_i (\Phi_{\lambda i}^{(\mp)} + \tilde{\Phi}_{\lambda i}^{(\mp)}) \quad (\lambda = 0^+, 1^+) \quad (\text{П.5})$$

и учитывая, что для амплитуд тепловых фононов выполняется условие полноты, получаем

$$\begin{aligned} \text{ISR} &= S_{\lambda}^{(-)} - S_{\lambda}^{(+)} = \sum_{j_p j_n} [d_{\lambda}^{(-)}(j_p j_n)]^2 \times \\ &\times \left([u_{j_n}^2 y_{j_n}^2 + v_{j_n}^2 x_{j_n}^2] - [u_{j_p}^2 y_{j_p}^2 + v_{j_p}^2 x_{j_p}^2] \right). \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Далее, так как

$$\begin{aligned} \sum_{j_p(n)} |\langle j_p || t^{(-)} || j_n \rangle|^2 &= (2j_n + 1), \quad (\text{П.7}) \\ \sum_{j_p(n)} |\langle j_p || \sigma t^{(-)} || j_n \rangle|^2 &= 3(2j_n + 1), \end{aligned}$$

то с учетом выражения для числа частиц в тепловом приближении БКШ (14) получаем: $\text{ISR} = N - Z$ для фермиевских переходов, $\text{ISR} = 3(N - Z)$ для гамов-теллеровских переходов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. K. Langanke and G. Martinez-Pinedo, Rev. Mod. Phys. **75**, 819 (2003).
2. H. A. Bethe *et al.*, Nucl. Phys. A **324**, 487 (1979).
3. G. M. Fuller *et al.*, Astrophys. J. **252**, 715 (1982).
4. M. B. Aufderheide *et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser. **91**, 389 (1994).
5. F. K. Sutaria and A. Ray, Phys. Rev. C **52**, 3460 (1995).
6. P. B. Radha *et al.*, Phys. Rev. C **56**, 3079 (1997).
7. O. Civitarese and M. Reboiro, Phys. Rev. C **63**, 034323 (2001).
8. J.-U. Nabi and H. V. Klapdor-Kleingrothaus, At. Data Nucl. Data Tables **88**, 237 (2004).
9. E. Caurier *et al.*, Nucl. Phys. A **653**, 439 (1999); K. Langanke and G. Martinez-Pinedo, Nucl. Phys. A **673**, 481 (2000).
10. K. Langanke *et al.*, Phys. Rev. C **63**, 032801(R) (2001).
11. A. Zaringhalam, Nucl. Phys. A **404**, 599 (1983).
12. J. Cooperstein and J. Wambach, Nucl. Phys. A **420**, 591 (1984).
13. А. А. Джигоев и др., Изв. РАН. Сер. физ. **72**, 294 (2008).
14. A. Vdovin *et al.*, in *Proceedings of the 26th International Workshop on Nuclear Theory, Rila Mountains, Bulgaria, 2007*, p. 23.
15. Y. Takahashi and H. Umezawa, Collect. Phenom. **2**, 55 (1975); H. Umezawa, H. Matsumoto, and M. Tachiki, *Thermo Field Dynamics and Condensed States* (North-Holland, Amsterdam, 1982).
16. I. Ojima, Ann. Phys. (N. Y.) **137**, 1 (1981).
17. A. A. Dzhiboev and A. I. Vdovin, Int. J. Mod. Phys. E (in print).
18. T. Hatsuda, Nucl. Phys. A **492**, 187 (1989).
19. В. Г. Соловьев, *Теория атомного ядра: квази-частицы и фононы* (Москва, Энергоатомиздат, 1989).
20. V. A. Kuzmin and V. G. Soloviev, J. Phys. G **10**, 1507 (1984).
21. V. A. Kuzmin and V. G. Soloviev, J. Phys. G **11**, 603 (1985).
22. O. Civitarese and A. L. DePaoli, Z. Phys. A **344**, 243 (1992).

23. А. И. Вдовин, Д. С. Косов, ЯФ **58**, 829 (1995).
24. A. L. Goodman, Nucl. Phys. A **352**, 30, 45 (1981).
25. O. Civitarese *et al.*, Nucl. Phys. A **404**, 15 (1983).
26. В. А. Чепурнов, ЯФ **6**, 955 (1967).
27. G. Audi and A. H. Wapstra, Nucl. Phys. A **595**, 409 (1995).
28. D. R. Bes *et al.*, Phys. Rep. **16**, 1 (1975).
29. B. Castel and I. Hamamoto, Phys. Lett. B **65**, 27 (1976).
30. S. Drożdż *et al.*, Phys. Lett. B **166**, 18 (1986); **189**, 271 (1987).

CHARGE-EXCHANGE TRANSITIONS IN HOT NUCLEI

A. A. Dzhioev, A. I. Vdovin, V. Yu. Ponomarev, J. Wambach

A formalism based on the thermofield dynamics and allowing to treat thermal effects on the strength distribution of charge-exchange transitions in hot nuclei is developed. The strength distributions of allowed and first-forbidden $p \rightarrow n$ transitions are calculated for neutron-rich nucleus ^{80}Ge at different temperatures. Electron capture rates are calculated for ^{80}Ge at temperatures and densities corresponding to an advanced stage of stellar evolution.