

## ИСПУСКАНИЕ ПАР НЕЙТРИНО–АНТИНЕЙТРИНО НАГРЕТЫМИ ЯДРАМИ В КОЛЛАПСИРУЮЩЕЙ ЗВЕЗДЕ

© 2014 г. Алан А. Джиев\*, А. И. Вдовин\*\*

Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова,  
Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

Поступила в редакцию 22.05.2013 г.

Исследована вероятность испускания пар нейтрино–антинейтрино нагретыми ядрами в коллапсирующем коре сверхновой звезды. Предполагалось, что эта вероятность определяется только зарядово-нейтральными переходами типа Гамова–Теллера ( $GT_0$ ). Матричные элементы оператора  $GT_0$  были рассчитаны в приближении случайной фазы, расширенном на ненулевые температуры в рамках формализма термополевой динамики. Численные расчеты скорости испускания  $\nu\bar{\nu}$ -пар и излучения энергии горячим ядром выполнены для ядер  $^{56}\text{Fe}$  и  $^{82}\text{Ge}$  при температурах, характерных для коллапса сверхновой.

DOI: 10.7868/S0044002714080066

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Важная роль процессов с участием нейтрино в коллапсе сверхновой звезды хорошо известна [1–3]. После начала коллапса, пока плотность коллапсирующего кора звезды не достигнет величины  $\rho \gtrsim 10^{11}$  г см $^{-3}$ , вся высвобождающаяся энергия уносится нейтрино, в это время покидающими звезду свободно. Излучение энергии коллапсирующим кором благодаря вылету нейтрино препятствует росту энтропии, в результате чего нуклоны преимущественно остаются связанными в ядрах при обычных ядерных плотностях. При плотностях, превосходящих несколько единиц  $10^{11}$  г см $^{-3}$ , нейтрино высоких энергий задерживаются внутри кора из-за упругого рассеяния на ядрах. Фракция лептонов внутри кора увеличивается, что ведет к усилению ударной волны, ответственной за взрыв сверхновой. Но средний свободный пробег нейтрино низких энергий  $E_\nu < 10$  МэВ остается большим, и поэтому таким нейтрино легче диффундировать наружу. Нейтрино низких энергий в коре звезды появляются в результате нескольких процессов, например, из-за неупругого рассеяния нейтрино на свободных электронах [4] или на ядрах [1] и др. Чтобы выяснить суммарный эффект, который оказывают нейтрино на процесс коллапса, следует включить в расчеты переноса нейтрино в сверхновой все возможные процессы с их участием.

В настоящей работе исследуется один из возможных источников нейтрино низких энергий —

процесс испускания пары нейтрино–антинейтрино ( $\nu\bar{\nu}$ ) возбужденным ядром.

$$(A, Z)^* \rightarrow (A, Z) + \nu_k + \bar{\nu}_k. \quad (1)$$

В формуле (1) индекс  $k = e, \mu, \tau$  указывает на три аромата нейтрино. Важность этого процесса, идущего в экстремальных условиях звездного коллапса, т.е. при очень высоких температурах и плотностях, для астрофизики первым осознал Понтекорво [5], заметивший, что испускание нейтринных пар нагретыми ядрами представляет собой мощный механизм потери энергии звездами. Позже Бакал и др. [6] указали на то, что, несмотря на низкую вероятность, этот процесс может оказаться важным из-за того, что при звездных температурах может быть существенным тепловое заселение возбужденных состояний ядер.

Рассмотрим ансамбль ядер в равновесии с тепловым резервуаром при температуре  $T$ . Роль такого резервуара играет внутренняя часть звезды, температура которой находится в пределах от 0.5 до 2 МэВ ( $0.86 \text{ МэВ} \approx 10^{10} \text{ К} = 10 \text{ ГК}$ ). Возбужденные состояния ядер заселены в соответствии с распределением Больцмана  $g_i = (2J_i + 1) \exp(-E_i/T)$ , где  $J_i$  и  $E_i$  — спин и энергия возбуждения уровня  $i$ . Нас интересует полная скорость распада термически возбужденного состояния ядра за счет испускания пары ( $\nu\bar{\nu}$ ), а также соответствующая скорость испускания энергии. В нерелятивистском приближении в скорость распада  $\lambda_{if}$  дают вклад только гамов-теллеровские переходы “вниз” с начального состояния  $i$  с энергией  $E_i$  на конечное состояние  $f$  с меньшей энер-

\*E-mail: dzhioev@theor.jinr.ru

\*\*E-mail: vdovin@theor.jinr.ru

гией  $E_f$  [2, 6, 7]:

$$\begin{aligned}\lambda_{if} &= 3 \frac{G_F^2 g_A^2}{60\pi^3 \hbar^7 c^6} (\Delta E_{if})^5 B(\text{GT}_0)_{if} = \quad (2) \\ &= 3\lambda_0 (\Delta E_{if})^5 B(\text{GT}_0)_{if}, \\ \lambda_0 &\approx 1.72 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1} \text{ МэВ}^{-5}.\end{aligned}$$

Здесь  $\Delta E_{if} = E_i - E_f$  — энергия перехода;  $G_F$  — фермиевская слабая константа связи,  $g_A \approx 1.26$ , а  $B(\text{GT}_0)_{if}$  — приведенная вероятность (сила) перехода, вычисленная для зарядово-нейтрального оператора  $\text{GT}_0$ :

$$B(\text{GT}_0)_{if} = (2J_i + 1)^{-1} |\langle i | \sigma t_0 | f \rangle|^2, \quad (3)$$

где  $\sigma$  — оператор спина;  $t_0$  — нулевая компонента оператора изоспина. Множитель 3 в (2) учитывает три аромата нейтрино. Зная парциальные скорости распада  $\lambda_{if}$ , можно рассчитать полную скорость распада  $\Lambda$  и скорость потери энергии  $P$ , просуммировав взвешенные с больцмановским фактором скорости отдельных переходов:

$$\Lambda = Z^{-1}(T) \sum_{i,f} g_i \lambda_{if}, \quad (4)$$

$$P = Z^{-1}(T) \sum_{i,f} g_i \Delta E_{if} \lambda_{if}, \quad (5)$$

где  $Z = \sum_i g_i$  — функция распределения.

В пионерской работе [6] испускание пары  $\nu\bar{\nu}$  рассматривалось при относительно небольшой температуре, когда лишь несколько состояний ядра дают вклад в величину  $P$  (5). Матричные элементы соответствующих переходов Гамова–Теллера с возбужденных состояний на основное были определены по экспериментальным вероятностям  $M1$   $\gamma$ -распадов. При более высоких температурах точное вычисление сумм (4), (5) перебором уровней становится нереальным из-за быстро возрастающего вклада переходов с высоколежащих уровней<sup>1)</sup>. Свойства высоколежащих уровней, как правило, неизвестны, и, следовательно, неизвестны и матричные элементы оператора Гамова–Теллера. В работе Кроуфорда и др. [7] энергия, уносимая нейтрино за счет переходов с сильно возбужденных уровней, параметризовалась для каждого ядра в интервале температур  $0.08 \leq T_{10} \leq 0.6$  ( $T_{10} = T/10^{10}$  К) посредством замены последовательности дискретных ядерных уровней статистически оцененной плотностью ядерных состояний. Матричные элементы оператора  $\text{GT}_0$

оценивались методом, подобным тому, что использовался в [6]. Позже испускание нейтринных пар при высоких температурах рассмотрели Колб и Мазурек [8]. Они использовали силовую функцию, вычисленную в модели ферми-газа. Эти расчеты были в свою очередь улучшены Фулером и Мейером [2], использовавшими одночастичную оболочечную модель.

В настоящей работе мы применили в задаче об испускании нейтринных пар нагретым ядром иной подход. Это термодинамически последовательная схема, опирающаяся на тепловое квазичастичное приближение случайной фазы (ТКПСФ), построенное с помощью формализма термополевой динамики (ТПД) [9–11]. В рамках предлагаемого подхода достаточно ясно трактуются процессы возбуждения и девозбуждения нагретых ядер, кроме того, возможно его дальнейшее развитие и улучшение. Подход уже был использован для изучения электронного захвата и неупругого рассеяния нейтрино на горячих ядрах в условиях коллапса сверхновой [12, 13].

## 2. ФОРМАЛИЗМ

Наш подход детально изложен в работах [12, 13]. Здесь мы лишь коротко обрисовываем его основные черты, имеющие непосредственное отношение к предмету настоящего исследования.

Основная стартовая операция ТПД — формальное удвоение числа степеней свободы рассматриваемой системы (в нашем случае — ядра). Каждому оператору  $A$ , действующему в обычном гильбертовом пространстве ядра, посредством специальных правил тильда-сопряжения [9–11] сопоставляется “тильда”-оператор  $\tilde{A}$ , действующий во второй половине удвоенного пространства — “тильда”-пространстве<sup>2)</sup>. Важнейшими понятиями ТПД являются тепловой вакуум  $|0(T)\rangle$  и тепловой гамильтониан  $\mathcal{H}$ . Тепловой вакуум описывает свойства системы в состоянии теплового равновесия. Например, среднее некоторой наблюдаемой (оператора)  $A$  по большому каноническому ансамблю вычисляется как среднее значение по тепловому вакууму  $\langle 0(T) | A | 0(T) \rangle$ . Возбужденные состояния системы при ненулевой температуре — это собственные состояния теплового гамильтониана  $\mathcal{H}$ . Тепловой гамильтониан определяется как разность обычного и “тильда”-гамильтонианов:  $\mathcal{H} = H - \tilde{H}$ . Тепловой вакуум представляет собой

<sup>1)</sup>Используя для оценки средней энергии возбуждения ядра модель ферми-газа  $\langle E \rangle \approx AT^2/8$ , получим, что  $\langle E \rangle \sim 30$  МэВ для ядер, соседних с изотопами железа ( $A \approx 50$ – $60$ ), и температур  $T \sim 2$  МэВ.

<sup>2)</sup>Соответствие между термополевой динамикой и формализмом супероператоров, использованное одним из авторов (А.Д.) в исследованиях неравновесного транспорта электронов (см. [14]), обсуждается в [15].

собственный вектор  $\mathcal{H}$ , отвечающий нулевому собственному значению и удовлетворяющий так называемому условию теплового состояния [9–11]

$$A|0(T)\rangle = \sigma e^{\mathcal{H}/2T} \tilde{A}^\dagger |0(T)\rangle, \quad (6)$$

где фазовый множитель  $\sigma$  равен 1 для бозонных операторов  $A$  и  $i$  — для фермионных.

Как это видно из определения  $\mathcal{H}$ , у каждого его собственного состояния с положительной энергией имеется двойник — тильда-сопряженное состояние с такой же по абсолютной величине, но отрицательной энергией. Переходы из теплового вакуума на состояния с положительной энергией ( $\uparrow$ -переходы) отвечают возбуждению системы, увеличению ее энергии, в то время как переходы из состояния  $|0(T)\rangle$  на состояния с отрицательной энергией ( $\downarrow$ -переходы) описывают испускание энергии нагретой системой. Вероятность перехода — это квадрат матричного элемента оператора перехода между вакуумным и возбужденным состояниями.

В большинстве практических ситуаций точно диагонализировать тепловой гамильтониан  $\mathcal{H}$  не удастся. Предположим, что нам удалось это сделать с помощью каких-то приближенных методов (например, в приближении среднего поля или приближении случайной фазы [16, 17]). Тогда тепловой гамильтониан можно записать в следующем виде:

$$\mathcal{H} \approx \sum_i \omega_i(T) (Q_i^\dagger Q_i - \tilde{Q}_i^\dagger \tilde{Q}_i), \quad (7)$$

где  $\omega_i(T) > 0$ . Приближенный тепловой вакуум  $|0(T)\rangle$  в таком случае — это вакуум для операторов  $Q_i, \tilde{Q}_i$ . Он удовлетворяет условию теплового состояния (6), где вместо точного теплового гамильтониана фигурирует  $\mathcal{H}$  (7).

Применив описанный формализм к задаче об испускании пар  $\nu\bar{\nu}$  нагретым ядром, получим парциальную скорость распада с теплового вакуума на тильда-уровень  $\tilde{Q}_i$ :

$$\lambda_i = 3\lambda_0 \omega_i^5 \tilde{\Phi}_i. \quad (8)$$

Здесь  $\omega_i$  — энергия перехода (т.е. энергия, выделяющаяся в одном распаде), а

$$\tilde{\Phi}_i = |\langle \tilde{Q}_i | \sigma t_0 | 0(T) \rangle|^2 \quad (9)$$

— сила  $G_{T_0\downarrow}$ -перехода с выделением энергии. Заметим, что силу  $G_{T_0}$ -перехода с поглощением энергии нагретым ядром ( $\uparrow$ -перехода),  $\Phi_i$ , можно вычислить, зная (9), с помощью принципа детального равновесия, именно:

$$\Phi_i = |\langle Q_i | \sigma t_0 | 0(T) \rangle|^2 = \exp(\omega_i/T) \tilde{\Phi}_i. \quad (10)$$

Парциальная скорость перехода (8) определяет спектр испускаемых пар  $\nu\bar{\nu}$ . Суммирование по всем

уровням, находящимся ниже теплового вакуума, дает полную скорость распада

$$\Lambda = \sum_i \lambda_i \quad (11)$$

и скорость испускания энергии ядром

$$P = \sum_i \omega_i \lambda_i. \quad (12)$$

Для вычисления распределения силы  $G_{T_0}$  в нагретом ядре мы использовали гамильтониан квазичастично-фононной модели (КФМ) [18]. Гамильтониан КФМ включает средние поля для протонов и нейтронов (слагаемое  $H_{sp}$ ), спаривательное взаимодействие БКШ  $H_{pair}$  и сепарабельное изоскалярное и изовекторное взаимодействие в канале частица–дырка  $H_{ph}$ :

$$H_{QPM} = H_{sp} + H_{pair} + H_{ph}. \quad (13)$$

Три перечисленных слагаемых гамильтониана  $H_{QPM}$  имеют следующий вид:

$$H_{sp} = \sum_{\tau=p,n} \sum_{jm}^\tau (E_j - \lambda_\tau) a_{jm}^\dagger a_{jm},$$

$$H_{pair} = -\frac{1}{4} \sum_{\tau=p,n} G_\tau \sum_{\substack{jm \\ j'm'}}^\tau a_{jm}^\dagger a_{j\bar{m}}^\dagger a_{j'm'} a_{j'\bar{m}'},$$

$$H_{ph} = -\frac{1}{2} \sum_{L\lambda} (\kappa_0^{(L\lambda)} + \kappa_1^{(L\lambda)} \tau_1 \tau_2) \sum_\mu S_{L\lambda\mu}^\dagger S_{L\lambda\mu},$$

где

$$S_{L\lambda\mu}^\dagger = \sum_{\tau=p,n} \sum_{\substack{jm \\ j'm'}}^\tau \langle jm | i^L r^L [Y_L \sigma]_\mu^\lambda | j'm' \rangle a_{jm}^\dagger a_{j'm'}.$$

Квантовые числа  $j, m$  обозначают полный набор квантовых чисел одночастичной подболочки —  $n, l, j, m, \tau$  ( $\tau = n, p$  — изотопический индекс);  $a_{j\bar{m}} = (-1)^{j-m} a_{j-m}$ . Обозначение  $\sum^\tau$  указывает, что суммирование ведется только по нейтронным ( $\tau = n$ ) или только по протонным ( $\tau = p$ ) одночастичным состояниям. Так как мы будем учитывать вклад в испускание  $\nu\bar{\nu}$ -пар только переходов под действием оператора  $G_{T_0}$  ( $J^\pi = 1^+$ ), то в гамильтониане (13) достаточно сохранить только спин-мультипольные слагаемые с  $\lambda = 1, L = 0, 2$ . Соответствующие силовые константы изоскалярной и изовекторной составляющих спин-мультипольного взаимодействия обозначены как  $\kappa_0^{(L\lambda)}$  и  $\kappa_1^{(L\lambda)}$ .

Чтобы описать изменение свойств ядра с гамильтонианом (13) при изменении температуры, нужно диагонализировать тепловой гамильтониан  $\mathcal{H}_{QPM} = H_{QPM} - \tilde{H}_{QPM}$  и определить соответствующее тепловое вакуумное состояние. В рамках ТКПСФ эта цель достигается в два приема.

На первом этапе диагонализуется часть полного теплового гамильтониана КФМ  $\mathcal{H}_{\text{QPM}}$ , состоящая из одночастичного и спаривательного слагаемых:  $\mathcal{H}_{\text{BCS}} = \mathcal{H}_{\text{sp}} + \mathcal{H}_{\text{pair}}$ . Для этого с операторами рождения и уничтожения частиц  $a_{jm}^\dagger, a_{jm}$  проводятся два последовательных унитарных преобразования. Первое преобразование — это обычное преобразование Боголюбова от операторов частиц к операторам боголюбовских квазичастиц  $\alpha_{jm}^\dagger, \alpha_{jm}$ . Точно такое же преобразование производится с тильда-операторами  $\tilde{a}_{jm}^\dagger, \tilde{a}_{jm}$ , в результате чего появляются тильда-квазичастицы  $\tilde{\alpha}_{jm}^\dagger, \tilde{\alpha}_{jm}$ . Второе преобразование, унитарное тепловое преобразование Боголюбова, смешивает обычные и тильда-квазичастицы:

$$\begin{aligned} \beta_{jm}^\dagger &= x_j \alpha_{jm}^\dagger - i y_j \tilde{\alpha}_{jm}, \\ \tilde{\beta}_{jm}^\dagger &= x_j \tilde{\alpha}_{jm}^\dagger + i y_j \alpha_{jm} \quad (x_j^2 + y_j^2 = 1), \end{aligned} \quad (14)$$

производя тепловые квазичастицы (также обычные  $\beta_{jm}^\dagger$  и тильда- $\tilde{\beta}_{jm}^\dagger$ ).

Коэффициенты обоих преобразований находятся в результате диагонализации одночастичной части оператора  $\mathcal{H}_{\text{BCS}}$ , т.е. приведения ее к виду

$$\mathcal{H}_{\text{BCS}} \simeq \sum_{\tau} \sum_{jm}^{\tau} \varepsilon_j(T) (\beta_{jm}^\dagger \beta_{jm} - \tilde{\beta}_{jm}^\dagger \tilde{\beta}_{jm}), \quad (15)$$

при дополнительном условии для вакуума тепловых квазичастиц  $|0(T); \text{qp}\rangle$  удовлетворять условию теплового состояния (6) с гамильтонианом (15). В результате получаются хорошо известные уравнения БКШ при ненулевой температуре. Коэффициенты  $y_j^2$  определяют среднее число возбужденных боголюбовских квазичастиц при  $T \neq 0$ , т.е. совпадают с тепловыми факторами заполнения уровней в статистике Ферми–Дирака. Из-за появления при  $T \neq 0$  возбужденных боголюбовских квазичастиц одночастичные переходы, заблокированные при  $T = 0$  (например, из-за принципа Паули), деблокируются. В частности, это происходит с одночастичными  $\downarrow$ -переходами с высоколежащих состояний на низколежащие.

На втором этапе приближенной диагонализации  $\mathcal{H}_{\text{QPM}}$  в рамках ТКПСФ учитываются частично-дырочные корреляции. Именно, диагонализуется гамильтониан  $\mathcal{H}_{\text{QPM}} = \mathcal{H}_{\text{BCS}} + \mathcal{H}_{\text{ph}}$ , где  $\mathcal{H}_{\text{BCS}}$  имеет вид (15), а  $\mathcal{H}_{\text{ph}}$  выражен через операторы тепловых квазичастиц. Диагонализация проводится аналогично процедуре для обычного КПСФ, но в пространстве тепловых фононных операторов, следующим образом сконструированных из тепловых квазичастиц:

$$Q_{\lambda\mu i}^\dagger = \frac{1}{2} \sum_{\tau} \sum_{j_1 j_2}^{\tau} \left\{ \psi_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\beta_{j_1}^\dagger \beta_{j_2}^\dagger]_{\mu}^{\lambda} + \right. \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &+ \tilde{\psi}_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_{j_1}^\dagger \tilde{\beta}_{j_2}^\dagger]_{\mu}^{\lambda} + 2i \eta_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\beta_{j_1}^\dagger \tilde{\beta}_{j_2}^\dagger]_{\mu}^{\lambda} + \\ &+ \phi_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\beta_{j_1} \beta_{j_2}]_{\mu}^{\lambda} + \tilde{\phi}_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_{j_1} \tilde{\beta}_{j_2}]_{\mu}^{\lambda} + \\ &\left. + 2i \xi_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\beta_{j_1} \tilde{\beta}_{j_2}]_{\mu}^{\lambda} \right\}. \end{aligned}$$

В выражении (16)  $[\ ]_{\mu}^{\lambda}$  означает, что угловые моменты  $j_1, j_2$  связаны на полный момент  $\lambda$ . Оператор тильда-фонона  $\tilde{Q}_{\lambda\mu i}^\dagger$  получается из (16) с помощью правил операции тильда-сопряжения, упоминавшихся выше. Операторы тепловых фононов рассматриваются как бозонные операторы, что накладывает дополнительные связи на фононные амплитуды. Чтобы найти энергии и структуру тепловых фононов, применяется вариационная процедура. В результате получается система линейных уравнений для амплитуд  $\psi_{j_1 j_2}^{\lambda i}, \tilde{\psi}_{j_1 j_2}^{\lambda i}, \eta_{j_1 j_2}^{\lambda i}$  и т.д. Условие разрешимости этой системы приводит к уравнениям для энергий тепловых фононов (детали можно найти в [17]). Полученные уравнения представляют собой уравнения ТКПСФ. Новый тепловой вакуум  $|0(T); \text{ph}\rangle$  определяется как вакуум для тепловых фононов. Кроме того, для нового теплового вакуума должно выполняться условие теплового состояния (6).

Диагонализированный гамильтониан  $\mathcal{H}_{\text{QPM}}$  имеет вид

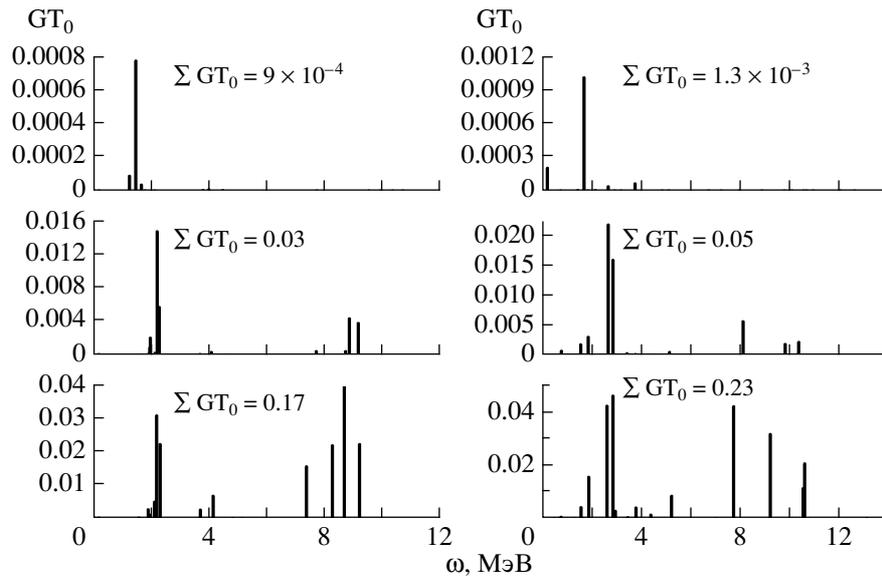
$$\mathcal{H}_{\text{TRPA}} = \sum_{\lambda\mu i} \omega_{\lambda i}(T) (Q_{\lambda\mu i}^\dagger Q_{\lambda\mu i} - \tilde{Q}_{\lambda\mu i}^\dagger \tilde{Q}_{\lambda\mu i}), \quad (17)$$

где  $\omega_{\lambda i}(T) > 0$ . Именно этот гамильтониан  $\mathcal{H}_{\text{TRPA}}$  должен фигурировать в условии теплового состояния для теплового фононного вакуума.

Коль скоро структура тепловых фононов определена, можно рассчитать вероятности переходов с теплового вакуума на тепловые однофононные состояния. Как уже говорилось выше, чтобы описать процесс распада, следует учесть  $\downarrow$ -переходы с теплового вакуума на тильда-состояния. Для оператора перехода Гамова–Теллера  $\sigma t_0$  в ТКПСФ получается следующее выражение для вероятности перехода ( $\lambda = 1$ ):

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_i &= \frac{1}{4} \left[ \sum_{\tau} \sum_{j_1 j_2}^{\tau} \langle j_1 | \sigma t_0 | j_2 \rangle \times \right. \quad (18) \\ &\times \left\{ u_{j_1 j_2}^{(-)} (x_{j_1} x_{j_2} \tilde{w}_{j_1 j_2}^{\lambda i} - y_{j_1} y_{j_2} w_{j_1 j_2}^{\lambda i}) + \right. \\ &\left. \left. + v_{j_1 j_2}^{(+)} (x_{j_1} y_{j_2} \tilde{s}_{j_1 j_2}^{\lambda i} - y_{j_1} x_{j_2} s_{j_1 j_2}^{\lambda i}) \right\} \right]^2. \end{aligned}$$

Здесь  $\langle j_1 | \sigma t_0 | j_2 \rangle$  — приведенный одночастичный матричный элемент оператора  $\text{GT}_0$ ;  $u_{j_1 j_2}^{(-)} = u_{j_1} v_{j_2} - v_{j_1} u_{j_2}$ ,  $v_{j_1 j_2}^{(+)} = u_{j_1} u_{j_2} + v_{j_1} v_{j_2}$ ;  $w_{j_1 j_2}^{\lambda i} = \psi_{j_1 j_2}^{\lambda i} - \phi_{j_1 j_2}^{\lambda i}$ ,  $s_{j_1 j_2}^{\lambda i} = \eta_{j_1 j_2}^{\lambda i} - \xi_{j_1 j_2}^{\lambda i}$  и т.д. Подставив



**Рис. 1.** Распределение силы  $\downarrow$ -переходов Гамова–Теллера в ядрах  $^{56}\text{Fe}$  (левая часть рисунка) и  $^{82}\text{Ge}$  (правая часть рисунка) для трех значений температуры:  $T = 0.5$  МэВ (верхняя часть рисунка),  $T = 1.5$  МэВ (средняя часть рисунка) и  $T = 2.5$  МэВ (нижняя часть рисунка). Для каждого значения  $T$  указана полная сила  $GT_0$ -переходов.

$\omega_{\lambda_i}$  и  $\tilde{\Phi}_i$  в (8), мы получим парциальную скорость распада с теплового вакуума ТКПСФ на тепловые тильда-однофоновые состояния. Затем вычисляем полную скорость распада (11) и скорость испускания энергии (12).

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ДЛЯ НАГРЕТЫХ ЯДЕР $^{54}\text{Fe}$ И $^{82}\text{Ge}$

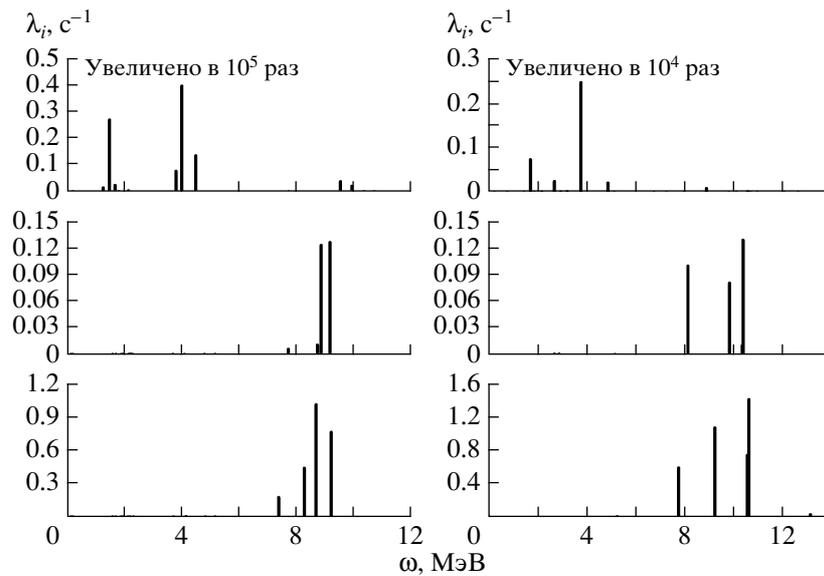
Численные расчеты скорости испускания пар  $\nu\bar{\nu}$  были выполнены для ядер  $^{56}\text{Fe}$  и  $^{82}\text{Ge}$ . Выбор ядер обусловлен следующими соображениями:  $^{56}\text{Fe}$  принадлежит к числу наиболее распространенных нуклидов в коллапсирующей звезде на ранней стадии коллапса. Однако на более поздней стадии коллапса в ее веществе начинают доминировать более тяжелые нейтронно-избыточные ядра, в качестве представителя которых и выбран  $^{82}\text{Ge}$ .

Одночастичные функции и энергии одночастичных уровней для обоих нуклидов рассчитаны в сферически-симметричном потенциале Вудса–Саксона с известными параметрами [19]. При этом для ядра  $^{82}\text{Ge}$  спектр одночастичных уровней получился близким к тому, что был использован ранее в работе [20]. Заметим, что согласно простейшей одночастичной оболочечной модели у ядра  $^{82}\text{Ge}$  полностью заполнены нейтронные  $pf$ -подоболочки и валентные нейтроны находятся на подоболочках  $sdg$ , а валентные протоны на подоболочках  $pf$ .

Константы спаривательного взаимодействия  $G_{p,n}$  определялись в приближении БКШ по экспериментальным четно–нечетным разностям масс. При температурах  $T_{cr} \approx 0.8$  МэВ в приближении теплового БКШ спаривательные энергетические щели обращаются в нуль и спаривание перестает оказывать влияние на результаты расчетов.

Как отмечалось в предыдущем разделе, возбуждения с квантовыми числами  $J^\pi = 1^+$  в сферически-симметричных ядрах генерируются спин-монополярной и спин-квадрупольной компонентами частично-дырочного взаимодействия. Соответствующие изовекторные  $\kappa_1^{01}, \kappa_1^{21}$  и изоскалярные  $\kappa_0^{01}, \kappa_0^{21}$  силовые параметры были вычислены по формулам работы [21] для схематических сепарабельных сил с радиальным формфактором  $r^\lambda$ .

Сначала для обоих ядер в ТКПСФ были рассчитаны распределения силы  $GT_0$ -переходов с теплового вакуумного состояния на тильда-однофоновые состояния. На рис. 1 эти распределения изображены для трех значений температуры, типичных для различных стадий коллапса звезды. Распределения силы переходов представлены как функции энергии перехода  $\omega_i > 0$ . Хотя в деталях распределения несколько различаются, в главном они близки. Именно, при небольших температурах ( $T = 0.5$  МэВ) сила переходов сосредоточена в области энергий между 2 и 3 МэВ. С ростом температуры появляются  $GT_0$ -переходы больших энергий и увеличивается полная сила переходов. На рис. 1 видно также, что фрагментация силы переходов больших энергий сильнее, чем низких.



**Рис. 2.** Парциальная скорость распада (8) для ядер  $^{56}\text{Fe}$  (левая часть рисунка) и  $^{82}\text{Ge}$  (правая часть рисунка) в зависимости от энергии перехода  $\omega$ . Расчеты выполнены для трех значений температуры:  $T = 0.5$  МэВ (верхняя часть рисунка),  $T = 1.5$  МэВ (средняя часть рисунка) и  $T = 2.5$  МэВ (нижняя часть рисунка).

Вышеописанные изменения распределений силы  $\text{GT}_0$ -переходов в зависимости от  $T$  легко объяснить. Прежде всего заметим, что только переходы между одночастичными уровнями, составляющими спин-орбитальный дублет, дают вклад в суммарную  $\text{GT}_0$ -силу. Поэтому энергии переходов определяются величиной спин-орбитального расщепления оболочек в исследуемом ядре. Некоторое увеличение энергий переходов по сравнению с одночастичными значениями происходит под влиянием спаривания и отталкивающего спин-мультипольного взаимодействия в канале частица–дырка.

Проиллюстрируем приведенное рассуждение на примере  $^{56}\text{Fe}$  и  $^{82}\text{Ge}$ . При температурах  $T \sim 0.5$  МэВ одночастичные  $\downarrow$ -переходы между уровнями, близкими к уровню Ферми, деблокируются под влиянием их теплового заселения. В ядре  $^{56}\text{Fe}$  это переходы  $2p_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$  для протонов и нейтронов. В нейтронно-избыточном ядре  $^{82}\text{Ge}$  подоболочка  $2p_{3/2}$  расположена много ниже уровня Ферми и при этих температурах практически заполнена. Поэтому в  $^{82}\text{Ge}$  переход  $2p_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$  возможен только для протонов. Таким образом, энергия  $\text{GT}_0$ -переходов задается спин-орбитальным расщеплением  $2p$ -оболочки, величина которого и составляет 2–3 МэВ.

Рост температуры ядра делает возможным переходы нуклонов на вышележащие подоболочки. Появляется возможность  $\downarrow$ -переходов между спин-орбитальными партнерами с большими  $j$  и,

следовательно, с большим спин-орбитальным расщеплением. В  $^{56}\text{Fe}$  это переходы  $1f_{7/2} \rightarrow 1f_{5/2}$  и  $1g_{9/2} \rightarrow 1g_{7/2}$  для нейтронов, и для протонов. Разброс силы  $\text{GT}_0$ -переходов при высоких энергиях (см. рис. 1), наиболее заметный при  $T = 2.5$  МэВ, отражает различие спин-орбитального расщепления оболочек  $1f$  и  $1g$ . То же самое происходит и в ядре  $^{82}\text{Ge}$  с тем лишь отличием, что при энергиях выше 10 МэВ здесь добавляется вклад нейтронного перехода  $1h_{11/2} \rightarrow 1h_{9/2}$ .

В соответствии с уравнением (8), чтобы получить парциальную скорость распада или, что то же самое, спектр излучаемых пар  $\nu\bar{\nu}$ , силу переходов надо умножить на их энергию в пятой степени. На рис. 2 показана рассчитанная в соответствии с формулой (8) парциальная скорость распада для рассматриваемых ядер при температурах  $T = 0.5, 1.5$  и  $2.5$  МэВ. Из представленных графиков с очевидностью следует, что энергетический фактор  $\omega_i^5$  обеспечивает доминирующий вклад высокоэнергичных переходов. Этот эффект наиболее ярко выражен при промежуточных значениях  $T$ . Сравнение распределений на рис. 1 и 2, относящихся к  $T = 1.5$  МэВ, показывает, что максимум в спектре излучаемых  $\nu\bar{\nu}$ -пар ( $\omega \sim 8\text{--}10$  МэВ) расположен при гораздо более высоких энергиях, нежели максимум распределения  $\text{GT}_0$ -силы ( $\omega \sim 2\text{--}3$  МэВ). Таким образом, рост температуры вызывает ускоренный рост энергии излучаемых нейтрино. Ниже мы еще вернемся к этому вопросу.

На рис. 3 полная скорость распада  $\Lambda$  (11) и скорость излучения энергии  $P$  (12) для ядер  $^{56}\text{Fe}$

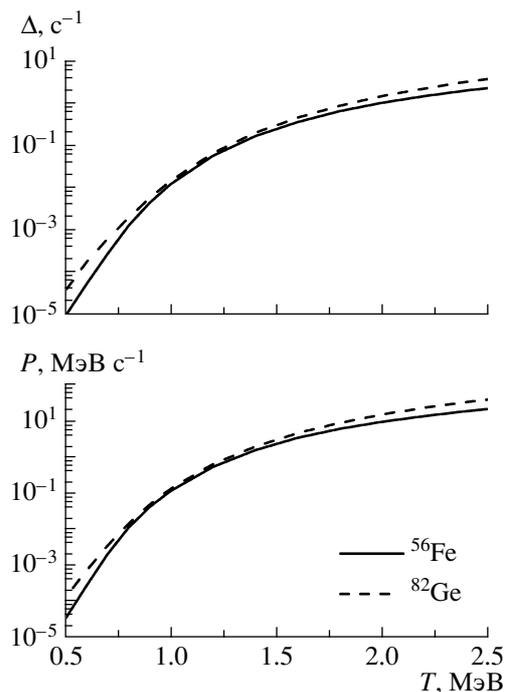


Рис. 3. Полная скорость распада  $\Delta$  (верхний рисунок) и скорость излучения энергии  $P$  (нижний рисунок) для ядер  $^{56}\text{Fe}$  и  $^{82}\text{Ge}$  как функции температуры  $T$ .

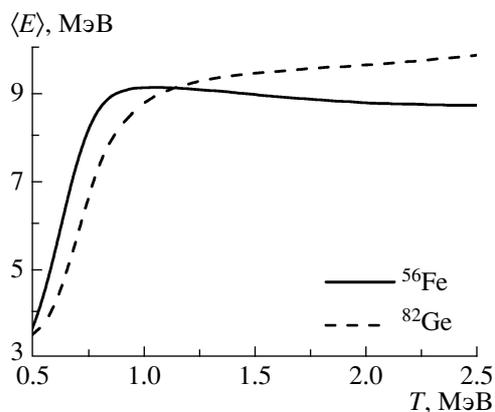


Рис. 4. Средняя энергия  $\langle E \rangle$   $\nu\bar{\nu}$ -пар, испускаемых ядрами  $^{56}\text{Fe}$  и  $^{82}\text{Ge}$ , как функция температуры  $T$ .

и  $^{82}\text{Ge}$  представлены как функции температуры. Как и ожидалось, обе величины демонстрируют сильную температурную зависимость. Из предшествующего обсуждения ясно, что основная причина этого состоит в тепловом деблокировании высокоэнергичных  $\text{GT}_0\downarrow$ -переходов, так как увеличение силы переходов с большой энергией  $\omega$  приводит к росту скорости эмиссии. Кроме того, оказывается, что при рассмотренных значениях  $T$  рассчитанные скорости  $\Delta$  и  $P$  для ядер  $^{56}\text{Fe}$  и  $^{82}\text{Ge}$  близки, несмотря на существенную разницу масс этих ядер.

Однако при ближайшем рассмотрении это обстоятельство не выглядит очень уж удивительным, так как в обоих ядрах в излучение  $\nu\bar{\nu}$ -пар основной вклад дают одни и те же одночастичные  $\downarrow$ -переходы.

Мы сравнили наши результаты для скорости излучения энергии  $P$  нагретым ядром  $^{56}\text{Fe}$  с имеющимися в литературе оценками [2, 8]. Оказалось, что они очень близки к результатам расчетов в рамках одночастичной оболочечной модели [2].

Имея величины  $\Delta$  и  $P$ , мы рассчитали среднюю энергию испускаемой  $\nu\bar{\nu}$ -пары  $\langle E \rangle = P/\Delta$  (см. рис. 4). Как следует из наших расчетов, при малых  $T$  средняя энергия излучаемых  $\nu\bar{\nu}$ -пар меньше 9 МэВ. Величина  $\langle E \rangle$  быстро растет с температурой, пока последняя не достигнет значения  $T \approx 1.0$  МэВ, а затем становится практически от  $T$  не зависящей. Таким образом, для  $T > 1.0$  МэВ средняя энергия испускаемых  $\nu\bar{\nu}$ -пар определяется спин-орбитальным расщеплением  $f$ ,  $g$  и  $h$ -оболочек. Этот вывод важен для оценки роли нейтронно-избыточных ядер с массовыми числами  $A \sim 100$ . Мы должны также указать, что при температурах  $T > 2.0$  МэВ уже нельзя пренебрегать вкладом переходов первого порядка запрета (см. [2]). Их учет увеличит среднюю энергию пары  $\langle E \rangle$  при  $T > 2.0$  МэВ.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы исследовали вероятность излучения пары нейтрино–антинейтрино нагретыми ядрами и ее зависимость от температуры. Это исследование имеет прямое отношение к моделированию коллапса в процессе возникновения сверхновой, так как возможно, что рождение  $\nu\bar{\nu}$ -пар дает заметный вклад в образование низкоэнергетических нейтрино, а это в свою очередь влияет на транспорт энергии при коллапсе. В качестве примера мы рассмотрели испускание  $\nu\bar{\nu}$ -пар ядрами  $^{56}\text{Fe}$  и  $^{82}\text{Ge}$  для температур  $0.5 \leq T \leq 2.5$  МэВ, принимая во внимание только разрешенные  $\text{GT}_0$ -переходы. Тепловые эффекты были учтены в рамках ТКПСФ, сформулированного в формализме термополевой динамики.

Влияние ядерной структуры на некоторые особенности испускания  $\nu\bar{\nu}$ -пар конкретными ядрами становится понятным в результате анализа положения и структуры одночастичных спин-орбитальных пар уровней в рассматриваемых ядрах. Мы показали, что одночастичные переходы между спин-орбитальными партнерами  $f$ ,  $g$  и  $h$ -оболочек доминируют в процессе испускания  $\nu\bar{\nu}$ -пар при  $T \gtrsim 1$  МэВ, в то время как такие же переходы в  $p$ -оболочке существенны только при небольших температурах  $T \sim 0.5$  МэВ. Наши

расчеты подтверждают один из важных выводов других авторов [2, 8]: рост температуры ведет к значительному росту вероятности испускания пар нейтрино–antineйтрино. Согласно нашим расчетам, причина этого роста состоит в тепловой деблокировке  $\downarrow$ -переходов между спин-орбитальными партнерами высоколежащих оболочек  $f$ ,  $g$  и  $h$ . Это обстоятельство важно для оценки возможной роли нейтронно-избыточных ядер.

Рассчитанная нами скорость испускания энергии нагретым ядром  $^{56}\text{Fe}$  близка к полученной в работе [2] в рамках одночастичной оболочечной модели. Чтобы исследовать в рамках нашего подхода процесс испускания  $\nu\bar{\nu}$ -пар при более высоких температурах, необходимо учесть переходы первого порядка запрета. Мы намерены в будущем исследовать эту проблему.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. W. Bruenn and W. C. Haxton, *Astrophys. J.* **376**, 678 (1991).
2. G. M. Fuller and B. S. Meyer, *Astrophys. J.* **376**, 701 (1991).
3. H.-Th. Janka *et al.*, *Phys. Rept.* **442**, 38 (2007).
4. D. L. Tubbs and D. N. Schramm, *Astrophys. J.* **201**, 467 (1975).
5. B. Pontecorvo, *Phys. Lett.* **1**, 287 (1962).
6. J. N. Bahcall *et al.*, *Phys. Lett. B* **52**, 275 (1974).
7. J. P. Crawford *et al.*, *Astrophys. J.* **206**, 208 (1976).
8. E. W. Kolb and T. J. Mazurek, *Astrophys. J.* **234**, 1085 (1979).
9. Y. Takahashi and H. Umezawa, *Collect. Phenom.* **2**, 55 (1975).
10. H. Umezawa, H. Matsumoto, and M. Tachiki, *Thermo Field Dynamics and Condensed States* (North-Holland, Amsterdam, 1982).
11. I. Ojima, *Ann. Phys. (N.Y.)* **137**, 1 (1981).
12. A. A. Dzhioev *et al.*, *Phys. Rev. C* **81**, 015804 (2010).
13. A. A. Dzhioev *et al.*, *Yad. Fiz.* **74**, 1193 (2011) [*Phys. Atom. Nucl.* **74**, 1162 (2011)].
14. A. A. Dzhioev and D. S. Kosov, *J. Phys. Condens. Matter* **24**, 225304 (2012).
15. M. Schmutz, *Z. Phys. B* **30**, 97 (1978).
16. T. Hatsuda, *Nucl. Phys. A* **492**, 187 (1989).
17. A. A. Dzhioev and A. I. Vdovin, *Int. J. Mod. Phys. E* **18**, 1535 (2009).
18. V. G. Soloviev, *Theory of Atomic Nuclei: Quasi-particles and Phonons* (Inst. Phys. Publ., Bristol; Philadelphia, 1992).
19. V. A. Chepurinov, *Yad. Fiz.* **6**, 955 (1967) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **6**, 696 (1968)].
20. J. Cooperstein and J. Wambach, *Nucl. Phys. A* **420**, 591 (1984).
21. B. Castel and I. Hamamoto, *Phys. Lett. B* **65**, 27 (1976).

## NEUTRINO PAIR EMISSION FROM THERMALLY EXCITED NUCLEI IN STELLAR COLLAPSE

Alan A. Dzhioev, A. I. Vdovin

We examine the rate of neutrino–antineutrino pair emission by hot nuclei in collapsing stellar cores. The rates are calculated assuming that only allowed charge–neutral Gamow–Teller ( $\text{GT}_0$ ) transitions contribute to the decay of thermally excited nuclear states. To obtain the  $\text{GT}_0$ -transition matrix elements, we employ the quasiparticle random-phase approximation extended to finite temperatures within the thermo-field dynamics formalism. The decay rates and the energy emission rates are calculated for the sample nuclei  $^{56}\text{Fe}$  and  $^{82}\text{Ge}$  at temperatures relevant to core collapse supernovae.