



Восстановление спектров нейтронов методом пробного функционального разложения спектра с применением регуляризации Тихонова

К.А. Чижов, Л.Г. Бескровная, А.В. Чижов

Лаборатория радиационной биологии
ОИЯИ, Дубна

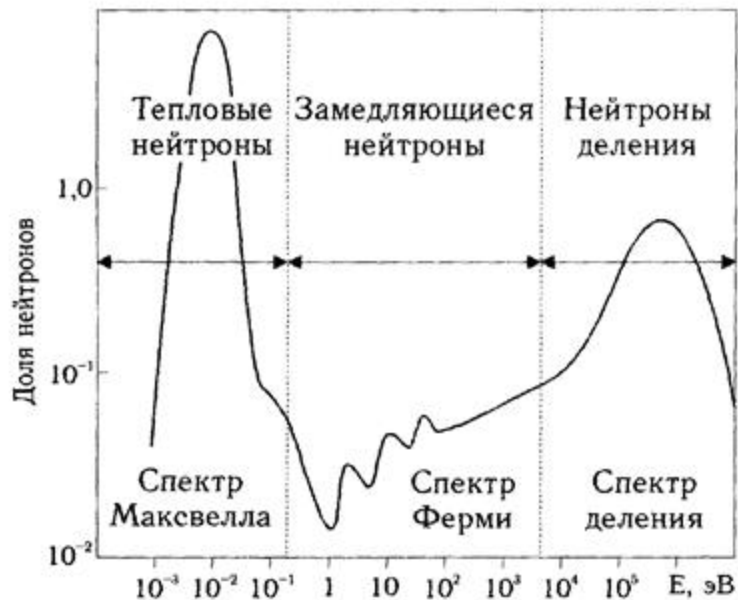
10th International Conference
"Distributed Computing and Grid Technologies in Science and Education"
(GRID'2023), 3 - 7 July 2023

Введение

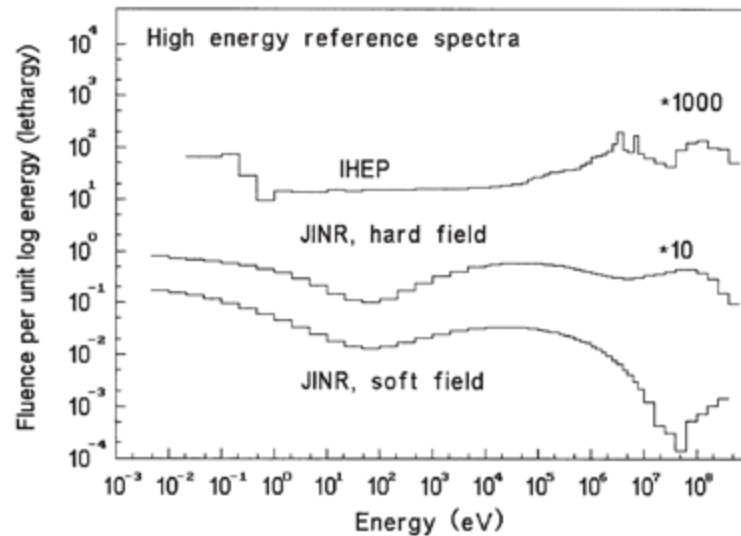
- Высокоэнергетические ускорители с энергиями $\sim$ ГэВ/нуклон требуют новых методов для оценки доз персонала.
- Радиационный контроль на ускорителях не может быть произведен только с помощью стандартных дозиметров и радиометров нейтронов, поскольку их рабочий диапазон ограничен максимальной энергией нейтронов около 10 МэВ.
- При этом нейтроны, с энергиями более 0,1 МэВ дают основной вклад в эффективную дозу за защитами ускорителей.



Типовые спектры нейтронов



для реакторов

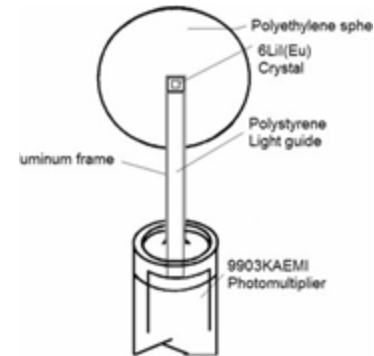


для ускорителей*

*Compendium of Neutron Spectra and Detector Response for Radiation Protection Purpose: Technical Report Series. Vienna: IAEA, 2001. No. 403. P. 154-163

Многошаровой спектрометр Боннера

- Для измерения плотности потока нейтронов применяется многошаровой спектрометр Боннера.
- Метод измерения основан на замедлении быстрых нейтронов в полиэтиленовых замедлителях различного диаметра.
- Для обнаружения тепловых нейтронов используются различные детекторы, например, неорганические сцинтилляторы, такие как ^6LiI .



Восстановление спектра

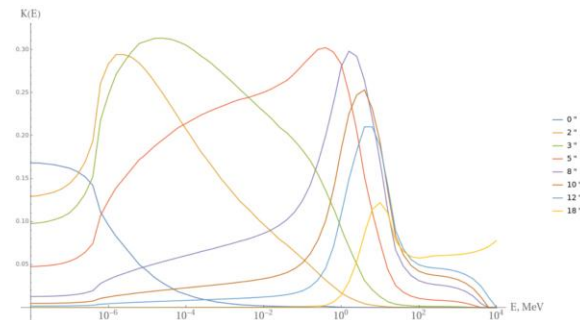
Чтобы по результатам нескольких измерений восстановить полный спектр $\varphi(E)$, необходимо решить систему интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода:

$$Q_j = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} K_j(E) \cdot \varphi(E) dE, \quad j = 1, \dots, M,$$

где Q_j – показание спектрометра Боннера для j -й сферы; $K_j(E)$ – ядро j -го уравнения, являющееся функцией чувствительности (отклика) детектора на нейтроны различных энергий; M – количество используемых для измерения спектра сфер. Пределы интегрирования $E_{\min}$ и $E_{\max}$ определяются областью определения спектра (E) и используемого для измерений набора детекторов.

Но такая задача является некорректной по Адамару, когда нарушается хотя бы одно из условий:

- Решение должно существовать в каком-то классе функций;
- Решение должно быть единственным в некотором классе функций;
- Решение должно непрерывно зависеть от данных задачи.



Функции чувствительности (ФЧ)* для сфер диаметром 0'', 2'', 3'', 5'', 8'', 10'', 12'', 18''.

*Aw schalom, Miguel, and Robert S. Sanna. Applications of Bonner sphere detectors in neutron field dosimetry. No. FNAL-TM-1209. Fermi National Accelerator Lab., 1983.

Применяемые методы

- Восстановление спектра через **численное** решение интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода с применением регуляризации Тихонова:

$$Q_j = \sum_{i=1}^N K_j(E_i) \cdot \varphi_i \cdot \Delta E \equiv \sum_{i=1}^N K_{ji} \cdot \varphi_i, \quad j = 1, \dots, M, \quad i = 1, \dots, N.$$

$$(K^T K + \alpha I) \tilde{\varphi} = K^T Q, \quad \alpha: \min \|Q - \tilde{Q}\|, \quad \text{где } \tilde{Q} = K \tilde{\varphi}.$$

- Представление спектра в виде линейной комбинации L пробных функций:

$$\varphi(E) = \sum_{i=1}^L C_i \cdot F_i(E),$$

когда коэффициенты C_i находятся

- методом градиентного спуска;
- решением СЛАУ

$$Q_j = \sum_{i=1}^L a_{ji} \cdot C_i,$$

$$a_{ji} = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} K_j(E) \cdot F_i(E) dE.$$

Модифицированный метод разложения по пробным функциям

Вместо СЛАУ

$$Q_j = \sum_{i=1}^L a_{ji} \cdot C_i$$

или в матричной форме $\mathbf{A}\mathbf{C} = \mathbf{Q}$,

где a_{ji} – элементы матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_M \end{pmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_L \end{pmatrix}$

решается регуляризованная по Тихонову СЛАУ

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha \mathbf{I}) \tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{A}^T \mathbf{Q},$$

$\mathbf{I}$ – единичная матрица размером $L \times L$,

α – параметр регуляризации, выбираемый из условий:

1) $\min \|\mathbf{Q} - \tilde{\mathbf{Q}}\|$, где $\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{C}}$

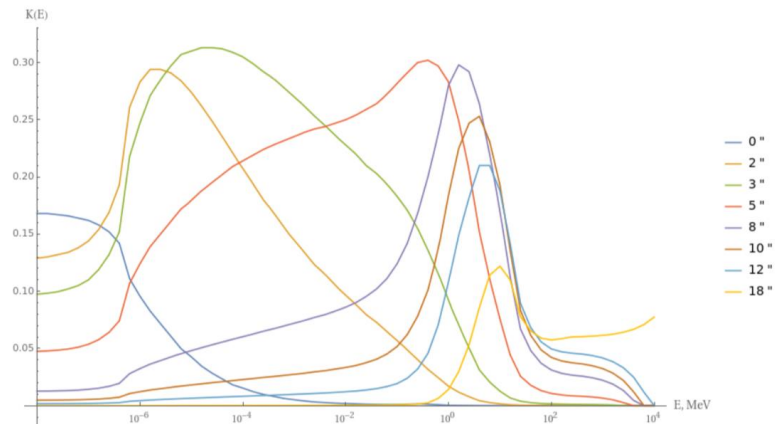
2) $\tilde{\varphi}(E) = \sum_{i=1}^L \tilde{C}_i \cdot F_i(E) \geq 0$.

Метод функционального разложения по функциям

чувствительности

Для восстановления спектров нейтронов по показаниям спектрометров Боннера в качестве пробных функций могут использоваться ФЧ $K_j(E)$. В этом случае матрица A является симметричной матрицей Грама $M \times M$ с элементами

$$a_{ji} = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} K_j(E) \cdot K_i(E) dE.$$

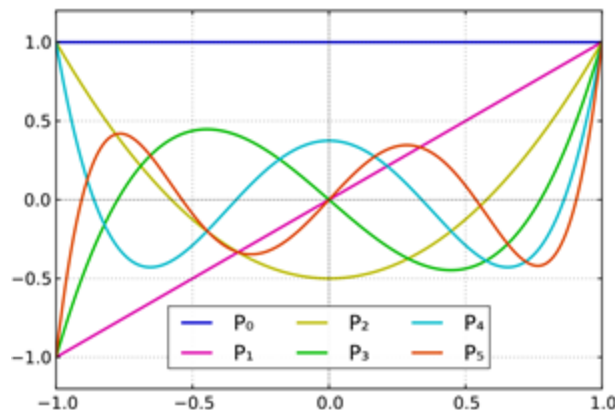


Метод функционального разложения по полиномам Лежандра

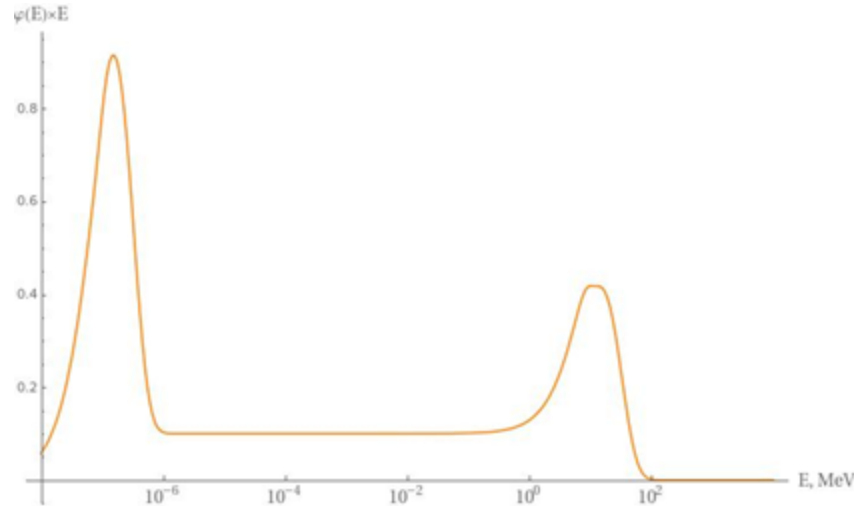
Другим примером выбора пробных функций является использование полиномов Лежандра:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \left(\frac{d}{dx} \right)^n (x^2 - 1)^n,$$

где P_n определены на интервале $[-1,1]$, где n – номер полинома, $x(E) = 2\lg(E/E_{\min})/\lg(E_{\max}/E_{\min}) - 1$.



Моделирование типового спектра нейтронов



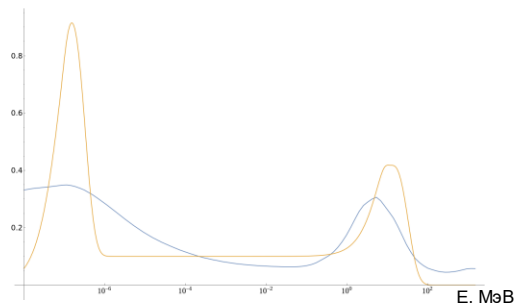
Для тестирования разработанного алгоритма была взята функция, имитирующая спектр нейтронов в диапазоне от 10^{-8} до 10^3 МэВ:

$$\varphi(u) = C_1 * 10^{u/C_2} * \sqrt{10^{u/C_2}} * e^{-10^{u/C_2}} + C_3 * 10^{u/C_4} + (C_5 * (1 + C_1/10^u)^7)^{-1} * (1 + (10^{u/C_2})^7)^{-1}$$

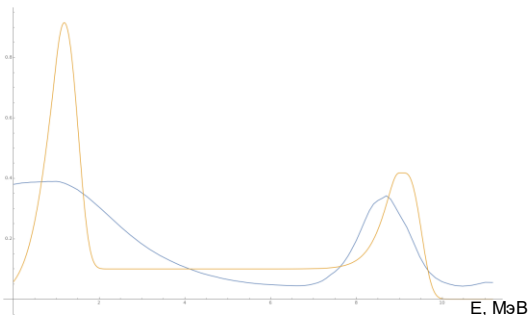
где $\varphi(u)$ – плотность потока нейтронов; $u = \log(E/E_{min})$ представление энергии E через логарифм; $C_1 = 10$, $C_2 = 10^9$, $C_3 = 2$, $C_4 = 1$, $C_5 = 0.1$ – константы.

Восстановление тестового спектра

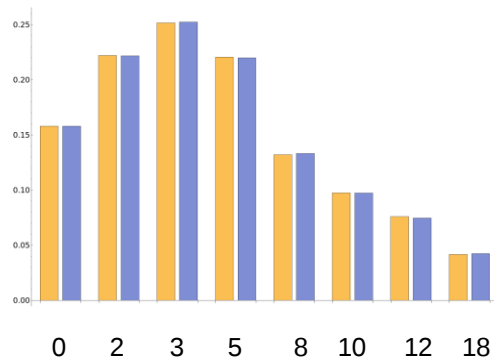
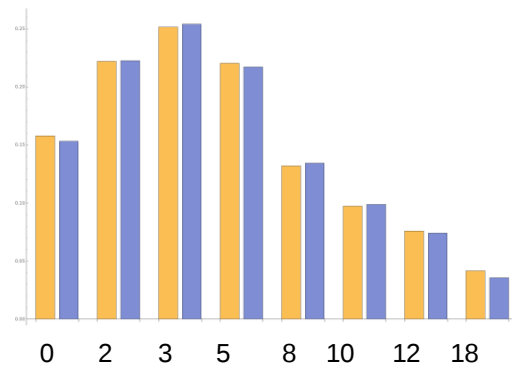
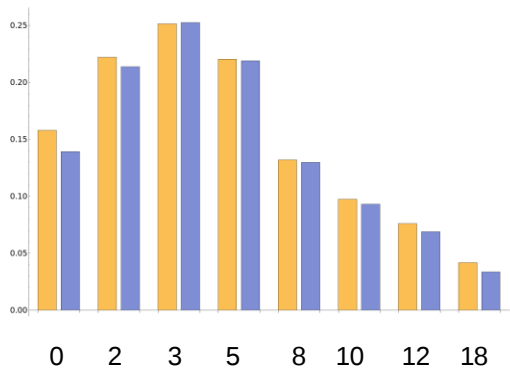
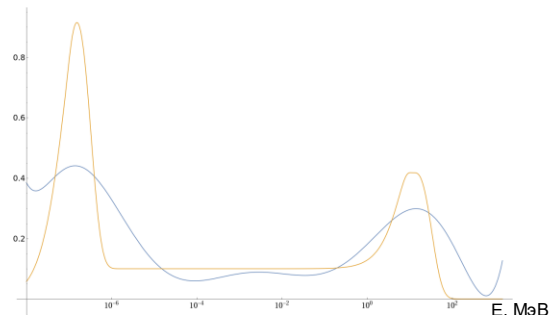
Решение СЛАУ +
регуляризация Тихонова



Разложение
по ФЧ



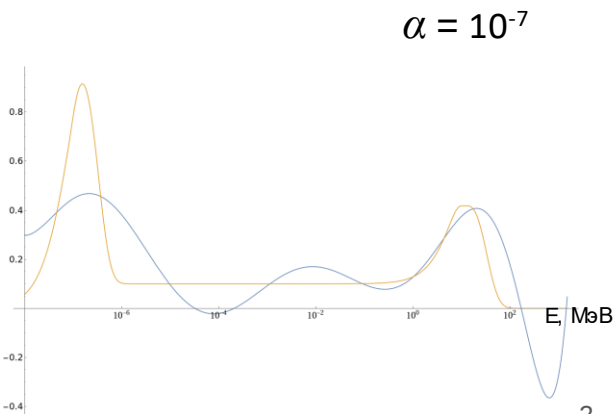
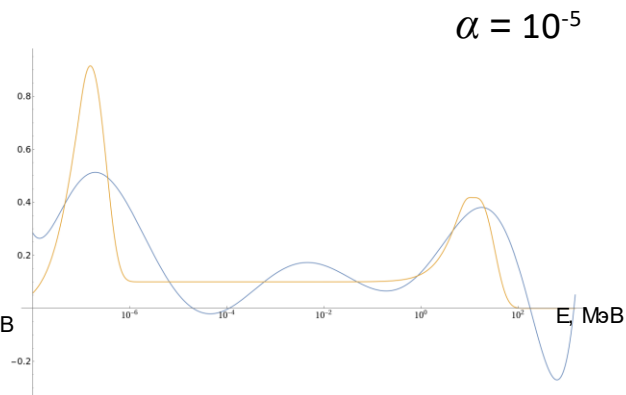
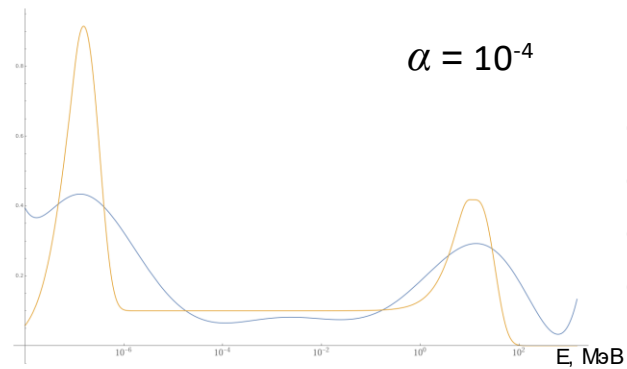
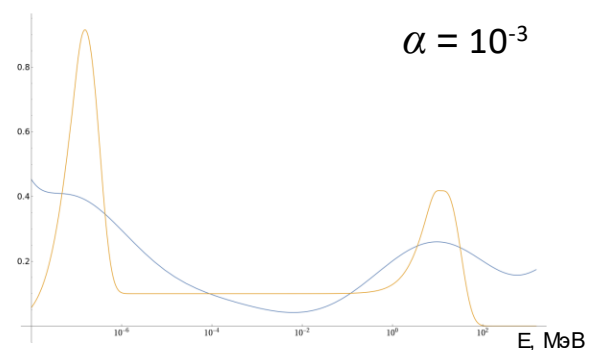
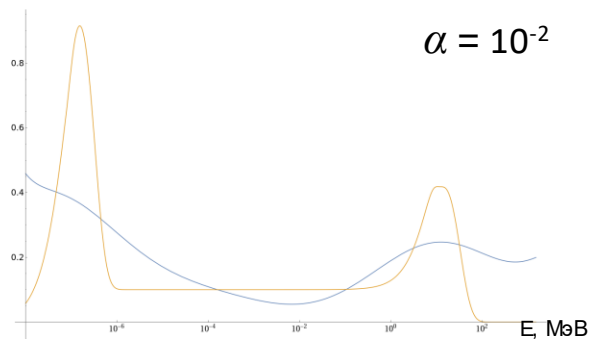
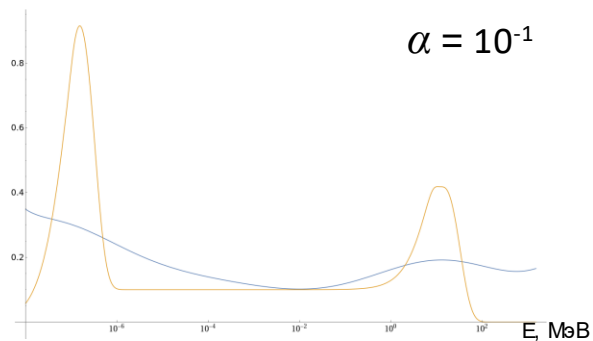
Разложение по
полиномам Лежандра +
регуляризация Тихонова



Диаметр сферы Боннера, в дюймах

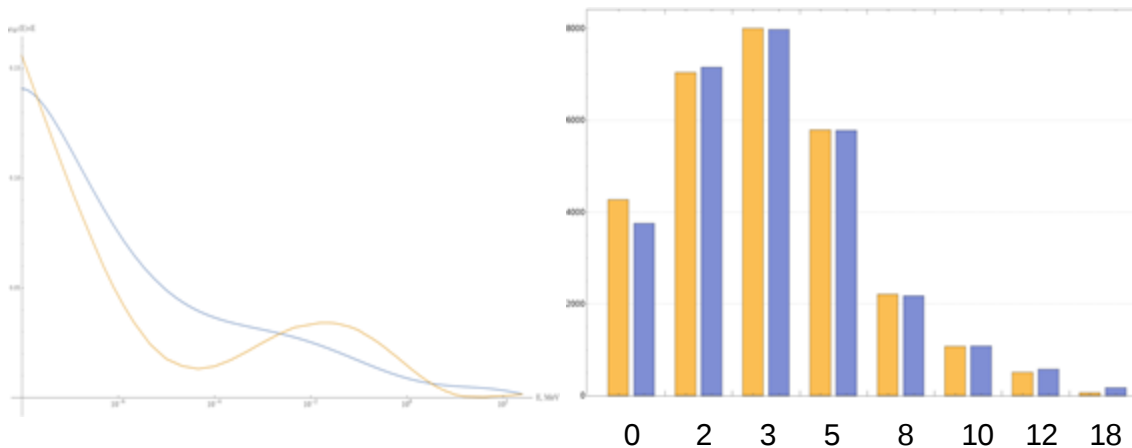
Восстановление тестового спектра через полиномы Лежандра

Разложение по первым 10-ти полиномам Лежандра, и пример решения для различных α



Сравнение для “мягкого” опорного поля

"Мягкое" опорное поле нейтронов на фазотроне в лабиринте тоннеля в цокольном этаже под главным залом ускорителя



$$\alpha = 3 \cdot 10^{-2}$$

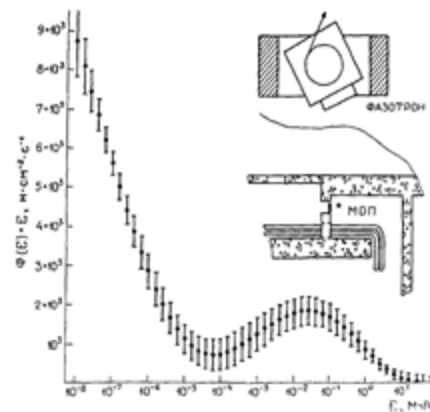
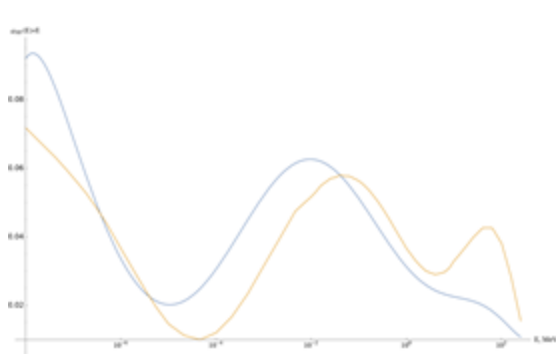


Рис. 1. Спектр нейтронов в мягком опорном поле фазотрона.

В. Е. Алейников, В. П. Бамблевский, М. М. Комочков и др. Опорные поля нейтронного излучения для метрологического обеспечения радиационного контроля - Дубна : ОИЯИ, 1992. - 12 с. : ил.; 22 см. - (Препринт. Объед. ин-т ядер. исслед.; Р16-92-36).

Результаты для “жесткого” опорного поля

“Жёсткое” опорное поле фазотрона (поле за 2-х метровой бетонной защитой фазотрона). Поле формировалось нейтронами утечки из защиты, облучаемой вторичным излучением из камеры установки.



$$\alpha = 5 \cdot 10^{-4}$$

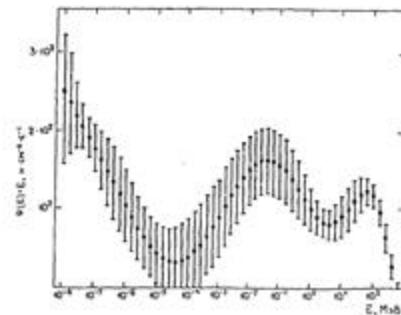
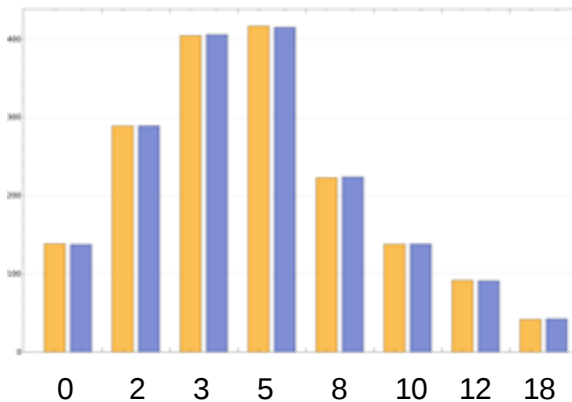


Рис. 6. Спектр нейтронов в жестком опорном поле фазотрона.

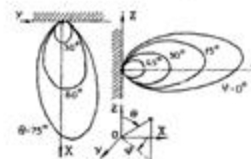
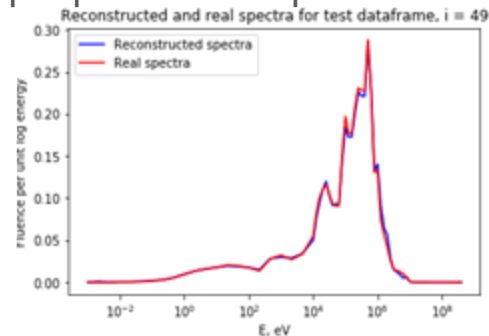
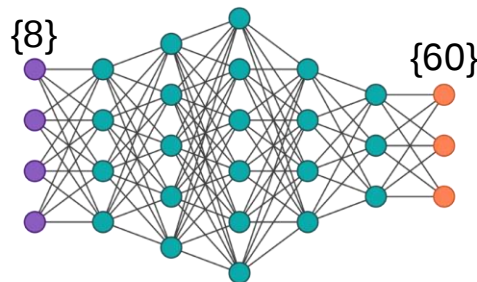
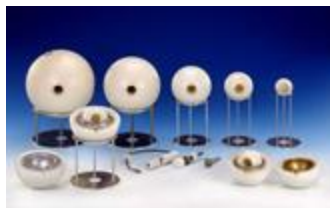


Рис. 7. Диаграмма направленности потока нейтронов в жестком опорном поле фазотрона.

В. Е. Алейников, В. П. Бамблевский, М. М. Комочков и др. Опорные поля нейтронного излучения для метрологического обеспечения радиационного контроля - Дубна : ОИЯИ, 1992. - 12 с. : ил.; 22 см. - (Препринт. Объед. ин-т ядер. исслед.; Р16-92-36).

Дальнейшее развитие метода. Восстановление спектра с помощью алгоритмов нейронных сетей

Комбинирование с нейронными сетями для оценки вида априорного спектра

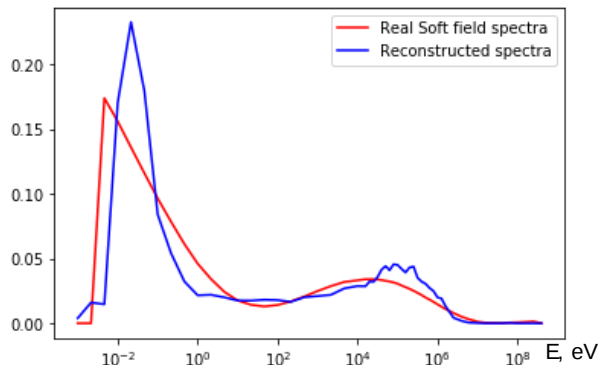


На основе обучающей выборки компендиума МАГАТЭ нами были восстановлены спектры для мягкого и жесткого опорных полей.

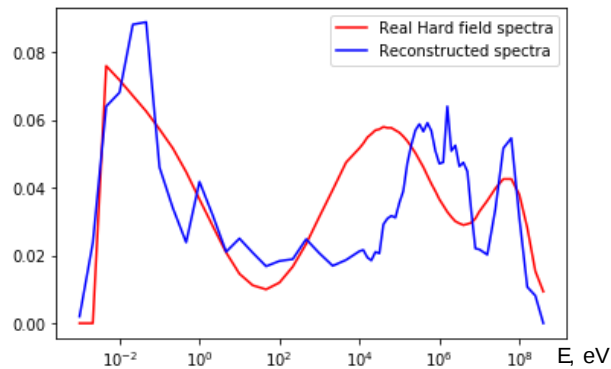
- Алгоритм Random Forest Regressor
- Обучающая выборка 199 (80%)
- Тестовая выборка 50 (20%)
- Средняя оценка качества $\text{mean}(\text{l_score}) = 0.95$
- Реализация на HybriLIT Jupyterhub

Дальнейшее развитие метода. Восстановление спектра с помощью алгоритмов нейронных сетей

Сравнение реальных и восстановленных спектров



"Мягкое" опорное поле



"Жёсткое" опорное поле

Выводы

1. Разработан численный метод восстановления спектров нейтронов методом пробного функционального разложения спектра с применением регуляризации Тихонова.
2. В качестве пробных функций были выбраны полиномы Лежандра, т.к. среди рассмотренных функций их применение даёт наименьшую ошибку.
3. Разработанный метод позволил восстановить спектры "мягкого" и "жесткого" опорных полей ОИЯИ.
4. Разработан алгоритм восстановления спектра на основе нейронных сетей. Его применение позволяет определить вид искомого спектра для более точного выбора параметра регуляризации.
5. Уравнение Фредгольма отражает наиболее общие закономерности процессов измерения физических зависимостей, и может быть использовано для решения многих задач, таким образом разработанный метод применим для восстановления спектров в других экспериментах.



Спасибо за внимание!

kchizhov@jinr.ru