

# Анализ треков рождающихся частиц в эксперименте BM@N ускорительного комплекса НИКА в математической модели фрактальной термодинамики.

Н.Н.Войтишин<sup>1</sup>, С.А.Михеев<sup>2</sup>, В.П.Цветков<sup>2</sup>, И.В.Цветков<sup>2</sup>

- 1. Лаборатория информационных технологий Объединенного института ядерных исследований.*
- 2. Тверской государственный университет.*

Эксперимент BM@N (Baryonic Matter at Nuclotron) является стартовым экспериментом в рамках мегасайенс проекта NICA в Объединенном Институте Ядерных Исследований [1]. Целью эксперимента является изучение взаимодействий пучков тяжелых ионов (вплоть до Au) с фиксированными мишенями в диапазоне энергий  $2.3 \div 3.5$  ГэВ/нуклон. Такие энергии хорошо подходят для изучения мезонов и гиперонов, имеющих в составе s-кварки, а также для изучения рождения гиперядер, образующихся при слиянии  $\Lambda$ -гиперонов с нуклонами.

Импульсы заряженных частиц, рожденных в ядро-ядерных столкновениях, определяются по кривизне их траекторий в магнитном поле. Траектории движения заряженных частиц определяются при помощи центральной трековой системы. Основой центральной трековой системы эксперимента BM@N являются газовые электронные умножители (GEM). Детекторы такого типа обладают высоким пространственным разрешением, способны работать в сильных магнитных полях и в условиях высокой множественности заряженных частиц (до  $10^5$  Гц/см<sup>2</sup>). Центральная трековая система эксперимента BM@N располагается внутри анализирующего магнита (с магнитным полем до 1 Тл) после мишени. В полной конфигурации трековая система будет состоять из четырнадцати GEM-детекторов, объединенных в семь плоскостей.

В эксперименте BM@N пучок тяжелых ионов ксенона с энергией 2,7 ГэВ/нуклон взаимодействует с цезиевой мишенью, порождая множество вторичных частиц  $\pi$ ,  $\mu$ ,  $p$ ,  $n$ ,  $\gamma$ ,  $e$ ,  $d$ ,  $\alpha$ ,  $K$  и др. После компьютерной обработки данных от используемых в эксперименте детекторов, получаем ряд снимков треков рождающихся частиц, Один из снимков представлен на Рис. 1.

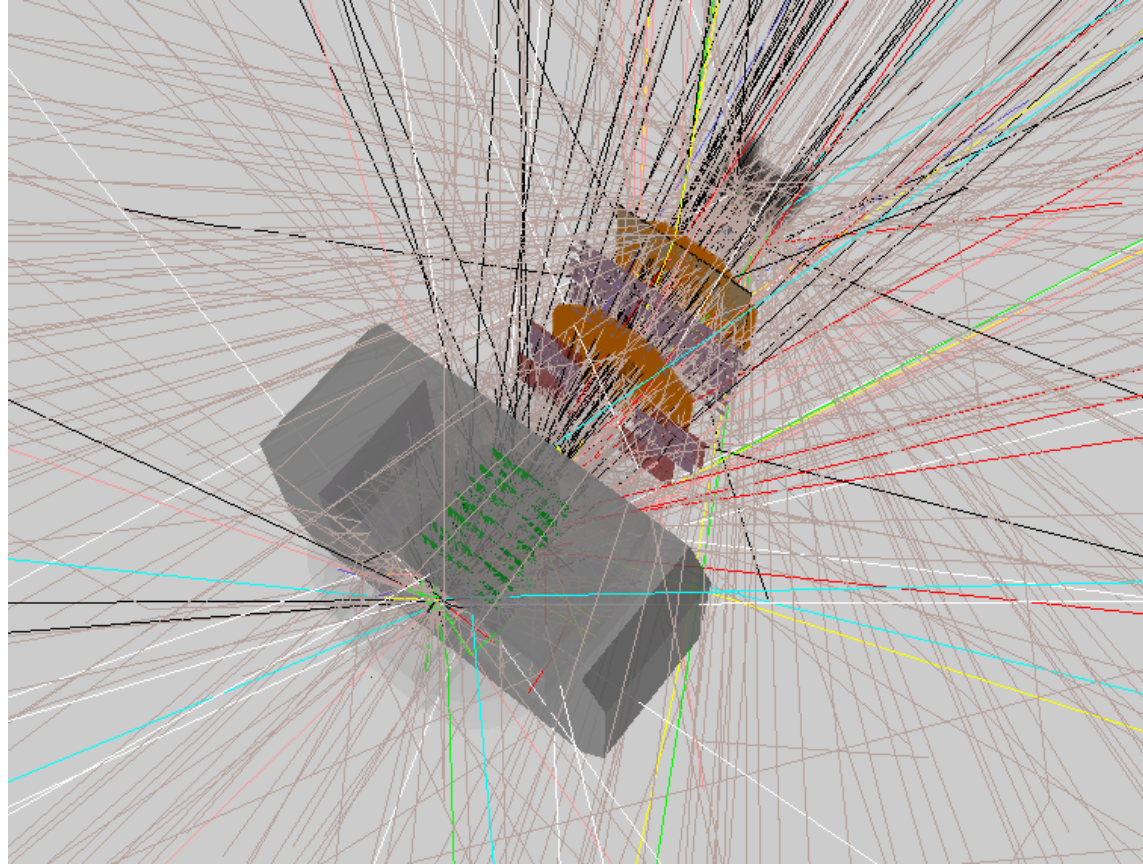


Рис. 1 Компьютерная реконструкция треков частиц, рождающихся в результате взаимодействия пучка тяжелых ионов ксенона с цезиевой мишенью.

Основной задачей нашей работы является выявление фрактальных свойств множества треков, порожденных в результате эксперимента BM@N частиц, в котором взаимодействует пучок тяжелых ионов ксенона с цезиевой мишенью.

Для выработки критерия отклонения исследуемого множества треков от фракталов, сформулируем конструктивное определение фрактальных множеств (фракталов), которое базируется на основных свойствах фракталов [2].

*Фракталы – это множества, которые будучи вложенными в  $n$ -мерное евклидово пространство могут быть покрыты элементарными фигурами этого пространства со степенной зависимостью их числа  $N$  от размеров сторон  $h$  этих фигур.*

Отсюда следуют два соотношения:

$$N(h) = \Gamma h^{-D}. \quad (1)$$

или

$$\log N(h) = \log \Gamma - D \log h. \quad (2)$$

где  $D$  – фрактальная размерность фрактального множества;  $\Gamma$  – его  $D$ -мерный (фрактальный) объем.

Это следует из соотношения (1), которое можно представить в виде

$$\Gamma = N(h)h^D. \quad (3)$$

Исследуемое множество считается фракталом, если выполнено условие  $D < n$ , то есть фрактальная размерность строго меньше топологической.

Определение фрактальной размерности производили при помощи программы Gwyddion – модульной программы анализа графических данных [3].

С помощью программы Gwyddion нами было обработано четыре изображения и вычислено значение степеней уклонения множества треков от фракталов  $\delta$ .

Соотношения (1) и (2) позволяют составить следующий алгоритм вычисления фрактальной размерности исследуемых изображений.

Возьмем последовательность значений  $h_k$ ,  $k = (1...K)$  и построим множество элементарных кубиков со сторонами  $h_k$ , покрывающими исследуемое множество. Значения  $h_k$  представим в единицах разрешения рисунка. В программе Gwyddion нами использована последовательность  $h_k = 10^{0.693147k}$  ( $k = 0...9$ ). Число полученных кубиков обозначим как  $N_k$ . Аппроксимируя зависимость  $N_k$  от  $h_k$  степенной функцией  $N(h)$  найдем значения фрактальных параметров  $D$ ,  $\Gamma$ . В дважды логарифмических координатах  $\log N(h)$  и  $\log h$  для близких к фрактальным объектам степенная функция будет линейной.

Величина  $\delta$  рассчитывалась по формуле:

$$\delta = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} \frac{|\log N_k - \log \Gamma + D \log h_k|}{\log N_k}. \quad (4)$$

Подробные оценки и графические иллюстрации величины  $\delta$  анализируемых изображений приведены на Рис.2.

На Рис.5 приведен график зависимости степени относительного отклонения  $\delta$  анализируемых изображений от фрактала.

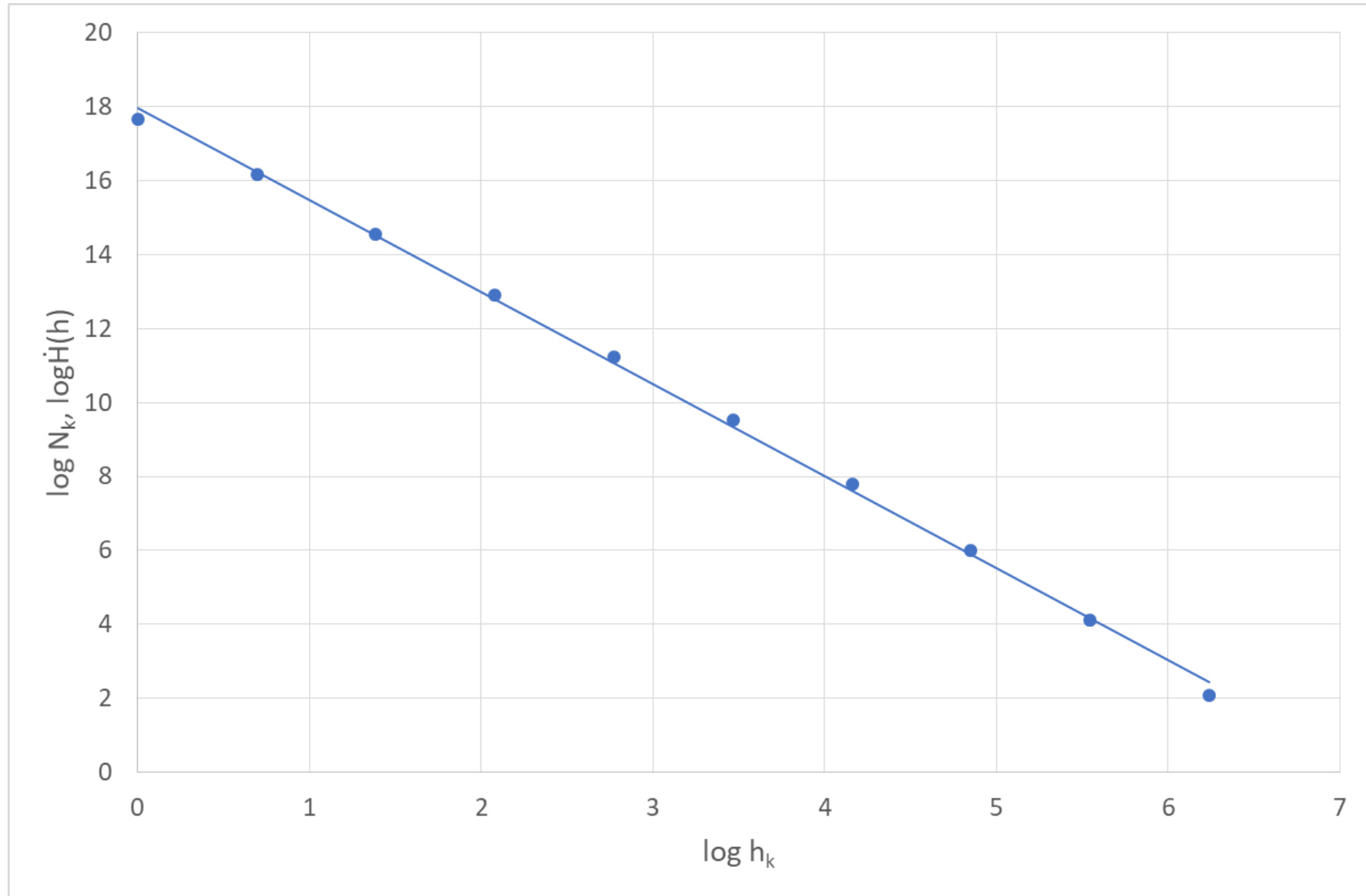


Рис. 2. Функция  $N(h)$  в дважды логарифмических координатах

Они составили  $\delta_1=0,01738$ ,  $\delta_2=0,01574$ ,  $\delta_3=0,01862$ ,  $\delta_4=0,01574$ , то есть менее 2%. Поскольку все значения  $\delta$  оказались достаточно малыми, то структура множества треков рождающихся частиц близка к фрактальной. Для всех четырех рисунков определены параметры состояния фрактальной термодинамики [2] множества треков рождающихся частиц  $D, S_f, T_f$ :

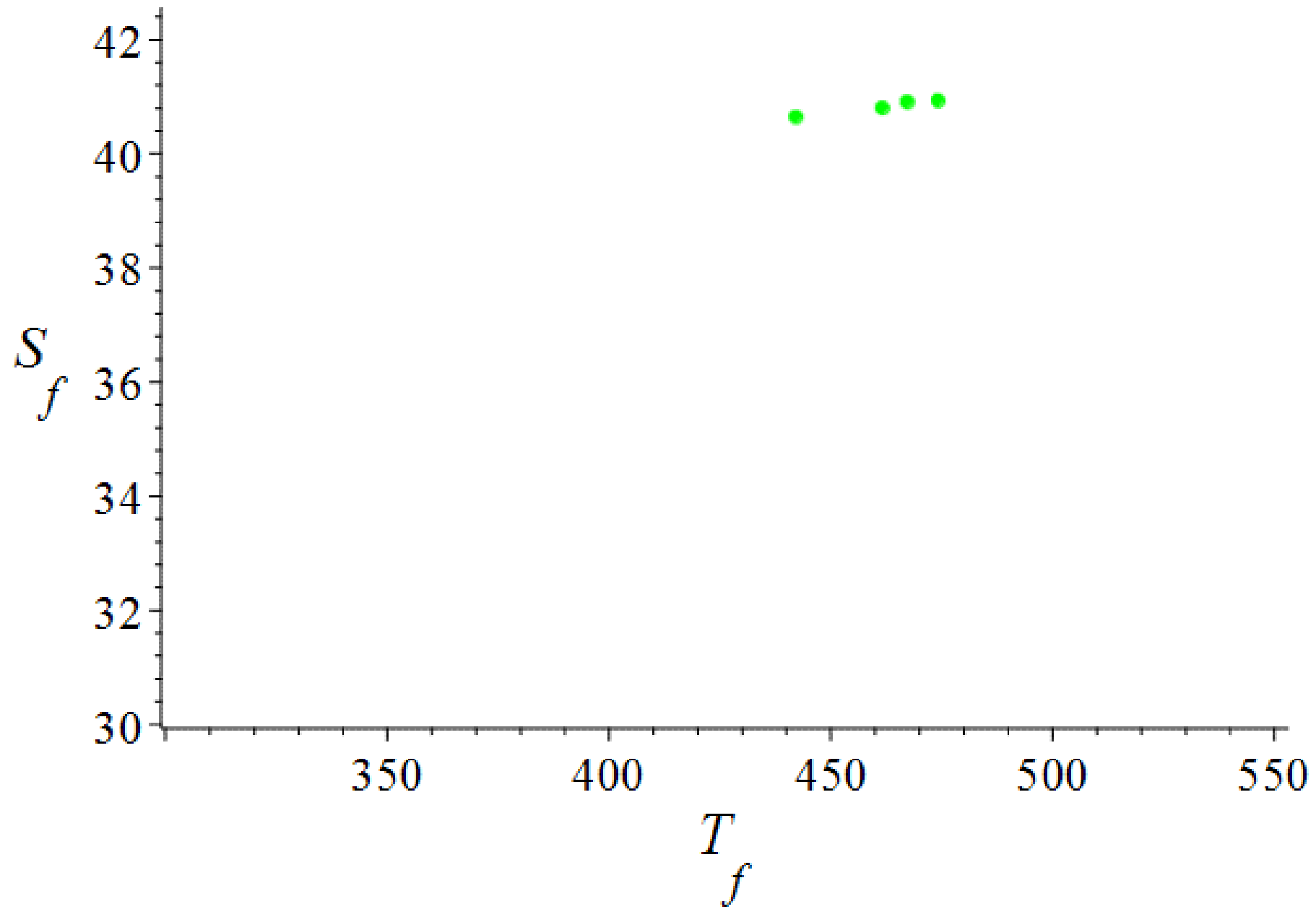
$$S_f = \ln \Gamma, \quad T_f = 273(1/(3 - D) - 1/3) \quad (5)$$

Значения этих параметров приведем в таблице 1.

Таблица 1

| №<br>рисунка | D     | $T_f$       | $S_f$  |
|--------------|-------|-------------|--------|
| 1            | 2,517 | 474,2168442 | 40,931 |
| 2            | 2,506 | 461,631148  | 40,802 |
| 3            | 2,511 | 467,2823801 | 40,907 |
| 4            | 2,488 | 442,2033067 | 40,641 |

На основе данных таблицы 1 построена диаграмма фрактальных состояний  $S_f(T_f)$  и приведена на Рис. 3.



**Рис. 3.** Диаграмма фрактальных состояний  $S_f(T_f)$ .

Поскольку фрактальные параметры  $\Gamma$  и  $D$  связаны соотношением (1), то между фрактальной энтропией  $S_f$  и фрактальной температурой  $T_f$  должна быть функциональная зависимость, отражающая структуру множества треков, описываемого данным фракталом. Характер этой зависимости и определяет фрактальное уравнение состояния (ФУС)  $S$ . В связи с тем, что  $S_f = 0$  при  $T_f = 0$ , то конкретный вид ФУС выберем в виде степенной функции:

$$S_f = A \cdot T_f^\gamma \quad (6)$$

Величину показателя степени  $\gamma$  будем называть индексом ФУСа, а коэффициент  $A$  – предстепенным множителем.

Проведенные нами расчеты дают значения:  $A=10.631$ ,  $\gamma=0.219$ . Тогда график ФУСа множества треков рождающихся частиц в эксперименте BM@N в нашем случае представим на Рис. 4.

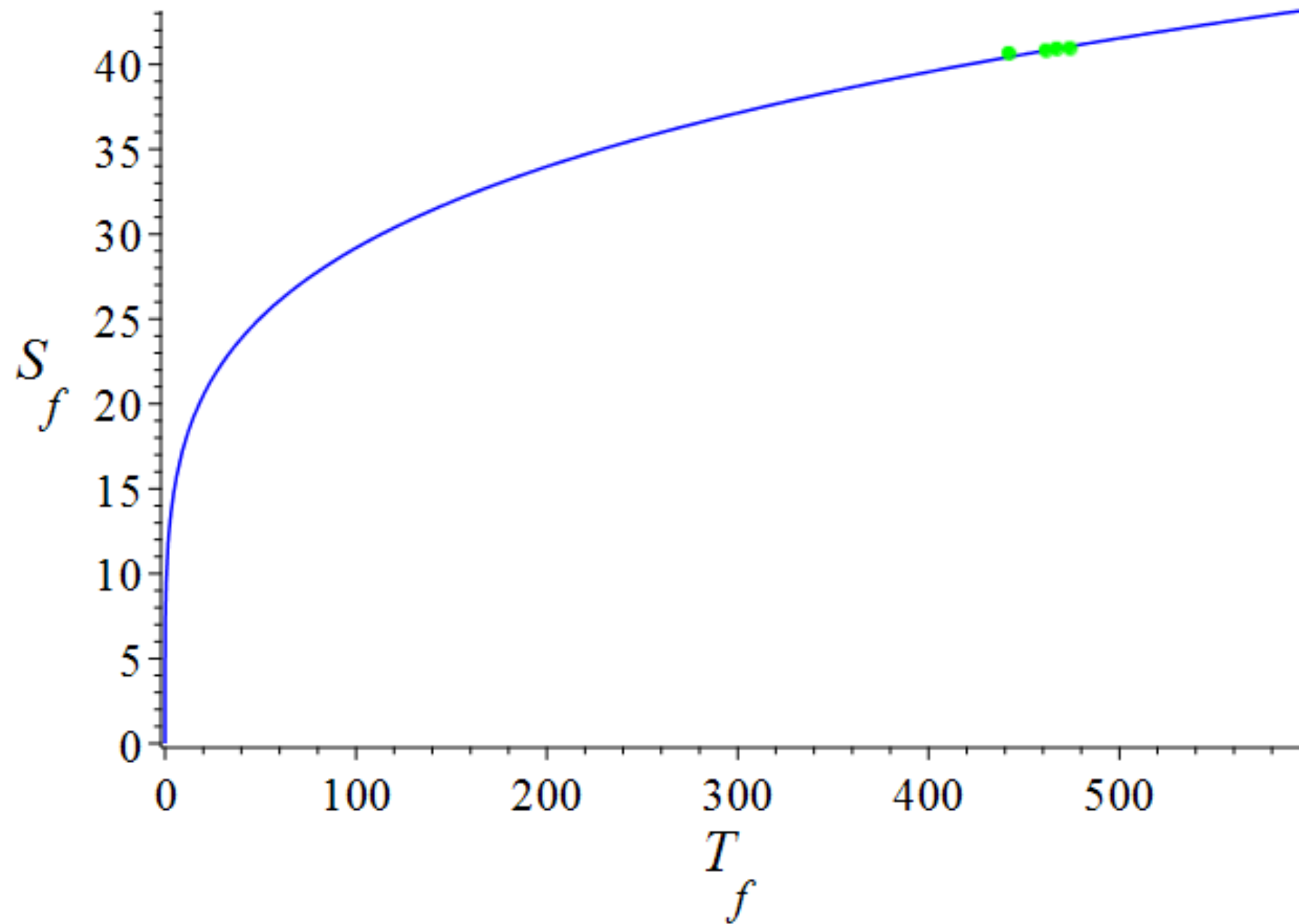


Рис. 4. График ФУСа множества треков рождающихся частиц.

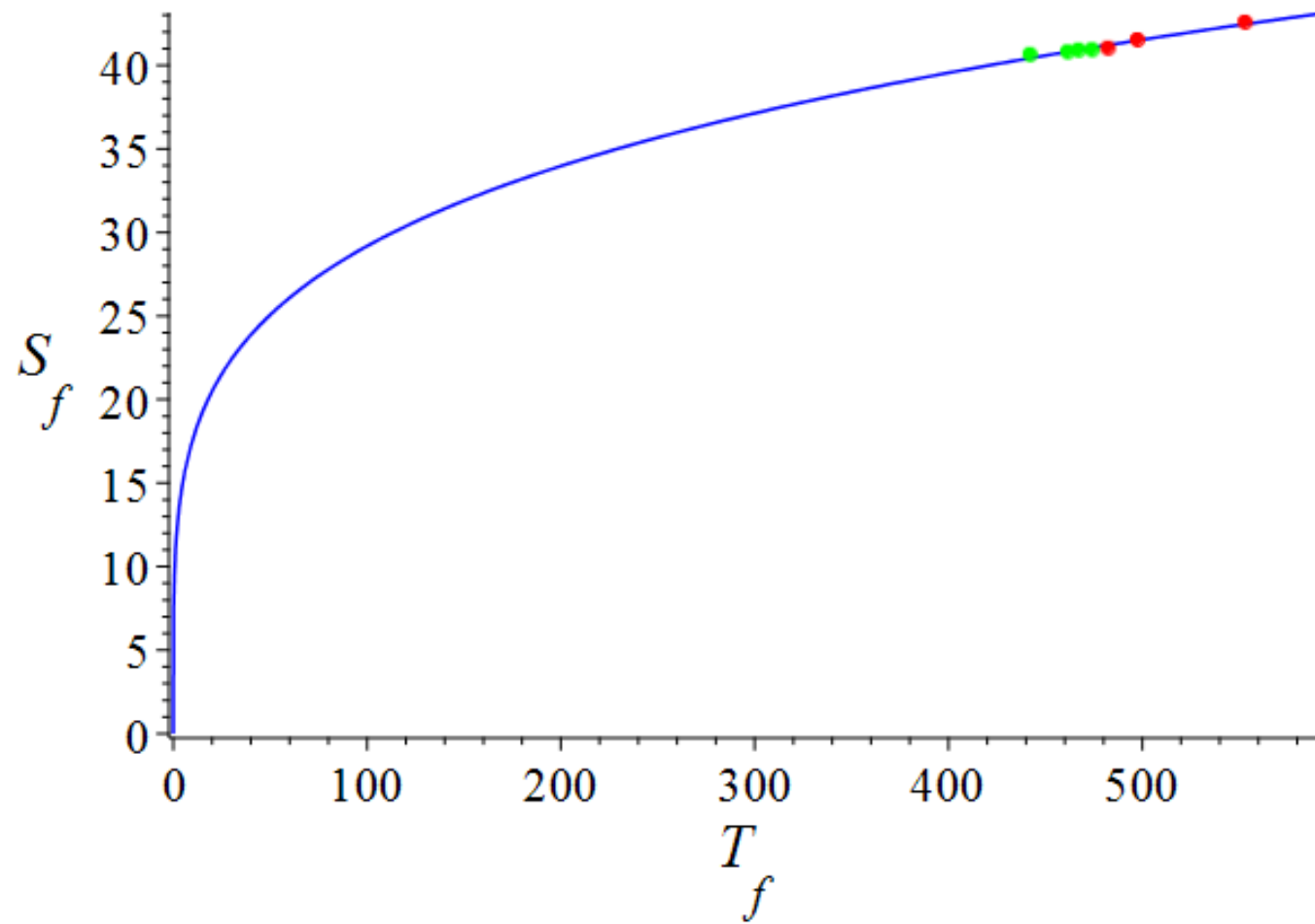
Чтобы выявить область применимости построенной нами математической модели фрактальной термодинамики для исследования треков рождающихся частиц в экспериментах, не только NICA, но и для экспериментов с существенной больше энергией сталкивающихся тяжелых ионов, мы проведем анализ трех экспериментов LHC в рамках развиваемого нами подхода.

Первый: рождение частиц при столкновении протона и иона свинца, зарегистрированное экспериментом ALICE 13 сентября 2012 г. в центре масс, энергия на сталкивающуюся пару нуклон-нуклон составляет 5,02 ТэВ.

Второй: рождение «адских снежков» в столкновениях ядер свинца, разогнанных на Большом адронном коллайдере до энергии 2,76 тераэлектронвольт.

Третий: рождение частиц столкновении ионов свинца при энергии центра масс 2,76 ТэВ на пару нуклонов.

Вычислив параметры состояния фрактальной термодинамики для этих трех экспериментов, представим их на Рис. 5 совместно с предыдущими данными эксперимента BM@N при тех же значения параметров ФУСа  $A=10.631$ ,  $\gamma=0.219$ .



**Рис. 3.** Диаграмма фрактальных состояний  $S_f(T_f)$  множества треков рождающихся частиц. Зеленые точки – эксперимент BM@N, красные – эксперименты на LHC.

Как видно из Рис. 3 имеет место хорошее соответствие данных, полученных совместно в экспериментах BM@N и LHC, в рамках развиваемой нами математической модели фрактальная термодинамика в широком диапазоне энергий пучков тяжелых ионов от 2,7 ГэВ/нуклон до 2,51 ТэВ/нуклон.

БЛАГОДАРИМ ЗА ВНИМАНИЕ

## Литература

1. Н. Н. Войтишин Методы и комплексы программ для реконструкции траекторий заряженных частиц в экспериментах BM@N и CMS. Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук. ОИЯИ 2023г.
2. E.K. Paramonova, A.N. Kudinov, S.A. Mikheev, V.P. Tsvetkov, and I.V. Tsvetkov. Fractal Thermodynamics, Big Data and its 3D Visualization, Proceedings of the 9th International Conference "Distributed Computing and Grid Technologies in Science and Education" (GRID'2021), Dubna, Russia, July 5-9, 2021.
3. Сайт программы Gwyddion. // URL: <http://gwyddion.net/>. (Дата обращения: 29.01.2023)