



# Моделирование распространения волновых возмущений вблизи поверхности Земли с учетом рельефа

В. Стецюк, Н. И. Хохлов

GRID'2023

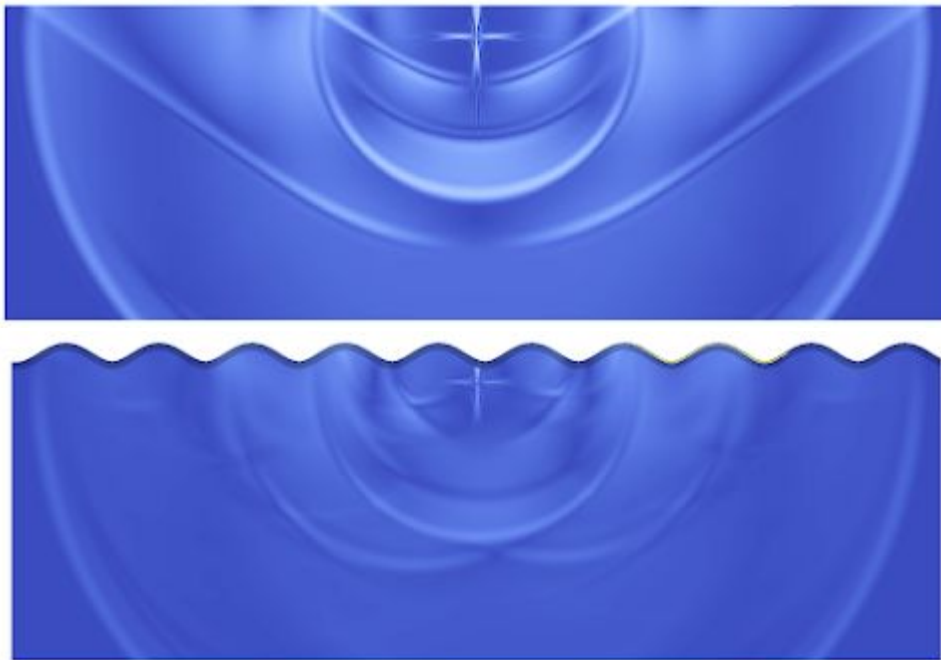


## Зачем?

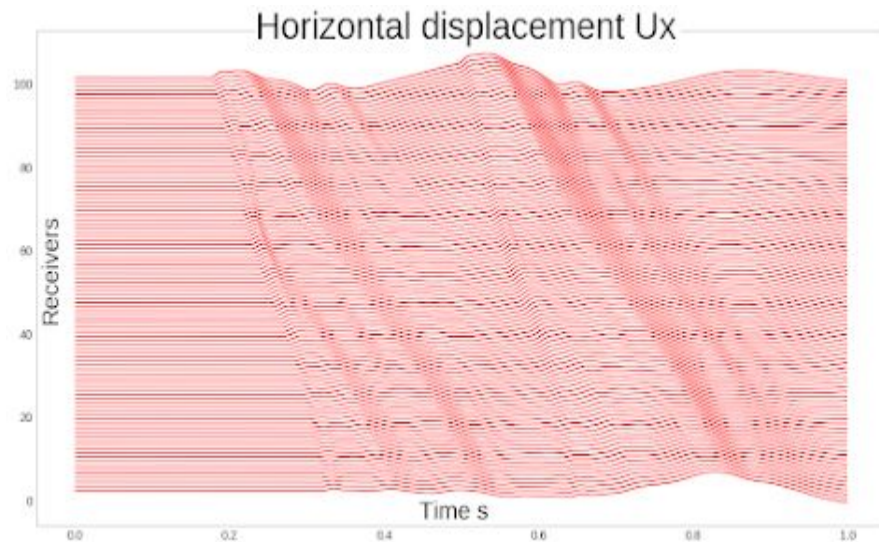
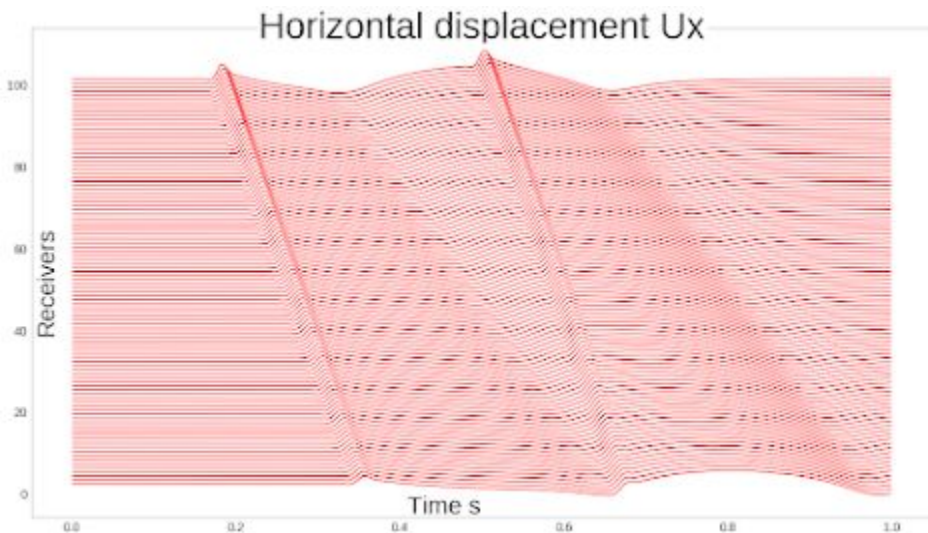
- Основное реальное применение — сейсморазведка
- Углеводородные коллекторы создают дополнительное отражение, мы пытаемся ловить его
- Рельеф создает сложные отражения от поверхности с дифракцией и интерференцией
- Задача инверсии чувствительна к точности решения прямой задачи



## Влияние мелкого рельефа



## Влияние мелкого рельефа





## Основные подходы к моделированию

- Метод конечных элементов (FEM)
  - Метод конечных разностей (FDTD)
  - Сеточно-характеристический метод (GCM)
- 
- На тетраэдральных сетках
  - На прямоугольных сетках



# Сеточно-характеристический метод

Уравнения теории упругости

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = (\nabla \cdot \sigma)^T + \vec{f}$$
$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda(\nabla \cdot \vec{v})\mathbf{I} + \mu(\nabla \otimes \vec{v} + (\nabla \otimes \vec{v})^T)$$

Замена переменной

$$q = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & \sigma_{11} & \sigma_{22} & \sigma_{33} & \sigma_{23} & \sigma_{13} & \sigma_{12} \end{bmatrix}^T$$



# Сеточно-характеристический метод

Запись в матричном виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{q} - \mathbf{A}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \mathbf{q} - \mathbf{A}_2 \frac{\partial}{\partial x_2} \mathbf{q} - \mathbf{A}_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \mathbf{q} = 0$$

Расщепление по осям

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{q} = \mathbf{A}_i \frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{q}$$



# Сеточно-характеристический метод

Диагонализация и переход к уравнениям переноса

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{\Omega}_i^{-1} \mathbf{\Lambda}_i \mathbf{\Omega}_i$$

$$\omega_i = \mathbf{\Omega}_i \mathbf{q}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \omega_i + \mathbf{\Lambda}_i \omega_i = 0$$

$$\mathbf{\Lambda}_j = \text{diag} \{c_p, -c_p, c_s, -c_s, c_s, -c_s, 0, 0, 0\}$$



## Сеточно-характеристический метод

- Моделировать уравнения переноса удобно в осях сетки
- То же самое можно сделать и в произвольных осях, но понадобится более сложная замена, это дорого с вычислительной точки зрения
- Возникает вопрос описания границ раздела сред

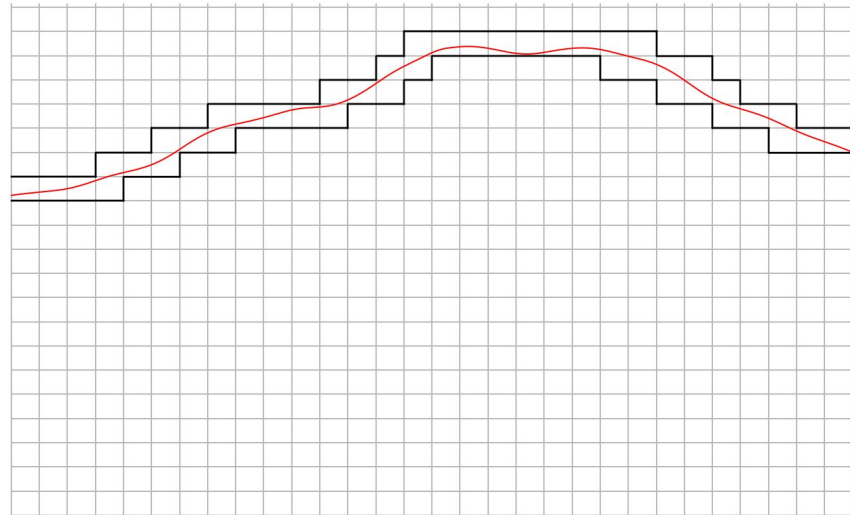
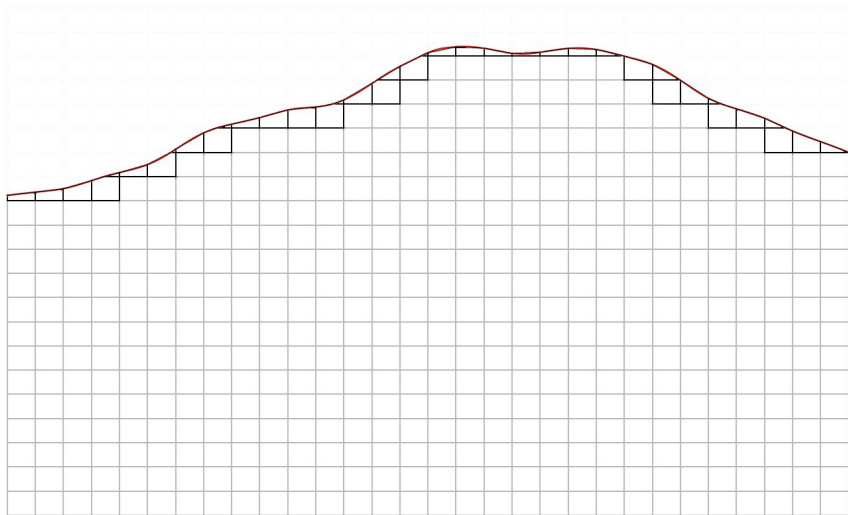


## Описание рельефа прямоугольными сетками

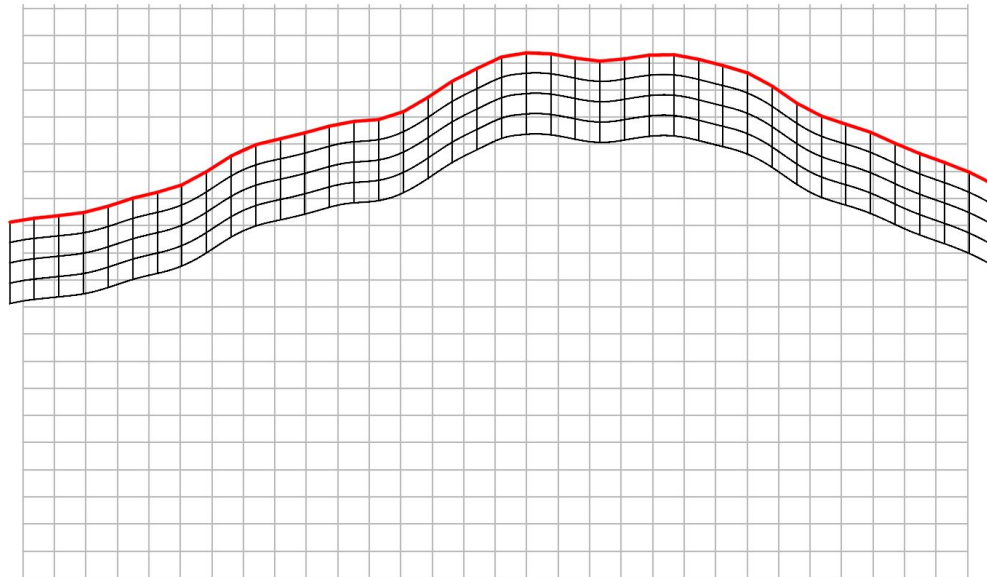
- Адаптивные сетки
- Скошенные ячейки
- Лестничные сетки
- Метод погруженной границы
- Наложенные сетки



## Описание рельефа прямоугольными сетками



## Описание рельефа прямоугольными сетками

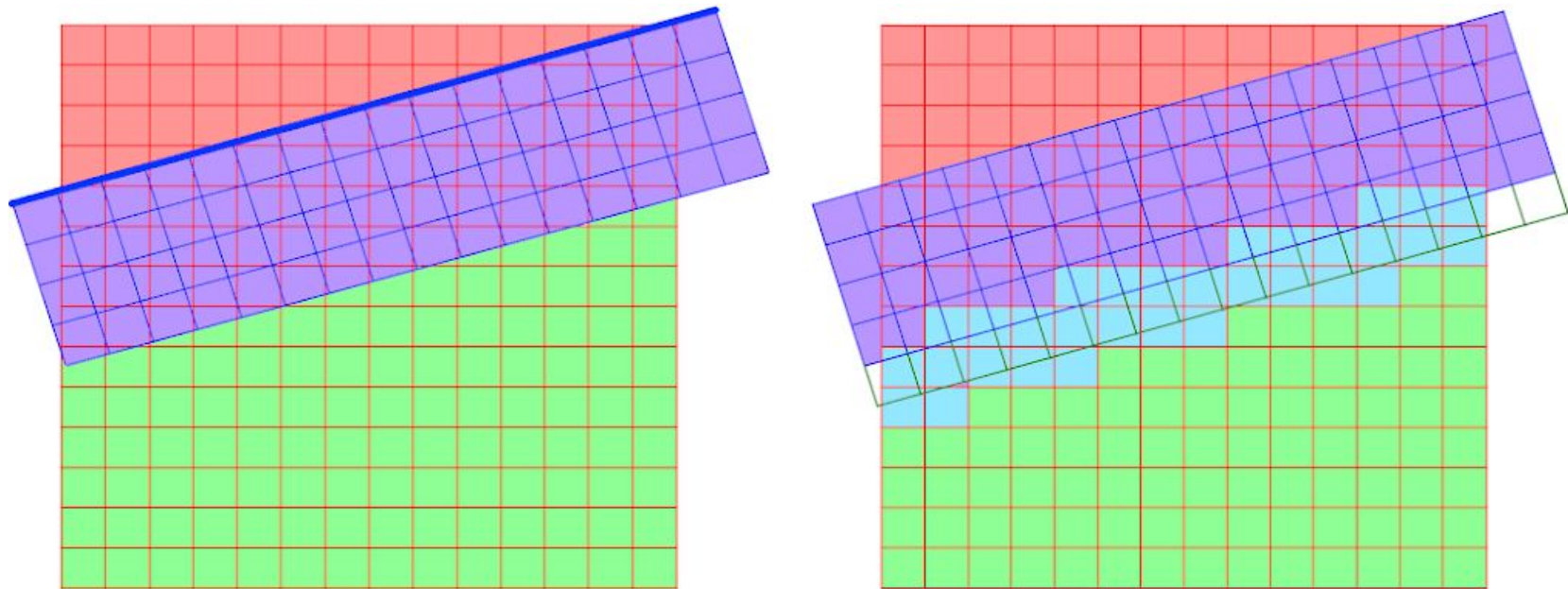




## Наложённые сетки

- + Основная сетка остается структурной
  - + Дополнительная криволинейная сетка довольно небольшая
  - + Задача построения сетки значительно упрощается
- 
- Нужен перенос между сетками
  - Неточный перенос вносит вклад в погрешность

## Наложенные сетки: области интерполяции





# Интерполяция как предобработка

Интерполяция как взвешенная сумма

$$F(\vec{x}_B) = \sum_j w_j v_j$$

Все веса вычисляются на этапе предобработки



# Интерполяция как предобработка

- + Существенно экономит вычислительные ресурсы
  - + Не нужно хранить интерполяционные структуры данных во время расчета
  - + Если меняются свойства, но не геометрия, повторять не нужно
  - Недоступны статистические методы
  - Не работает, если геометрия задачи меняется в ходе расчета
- ~ Понимание характера и природы возмущений все равно нужно

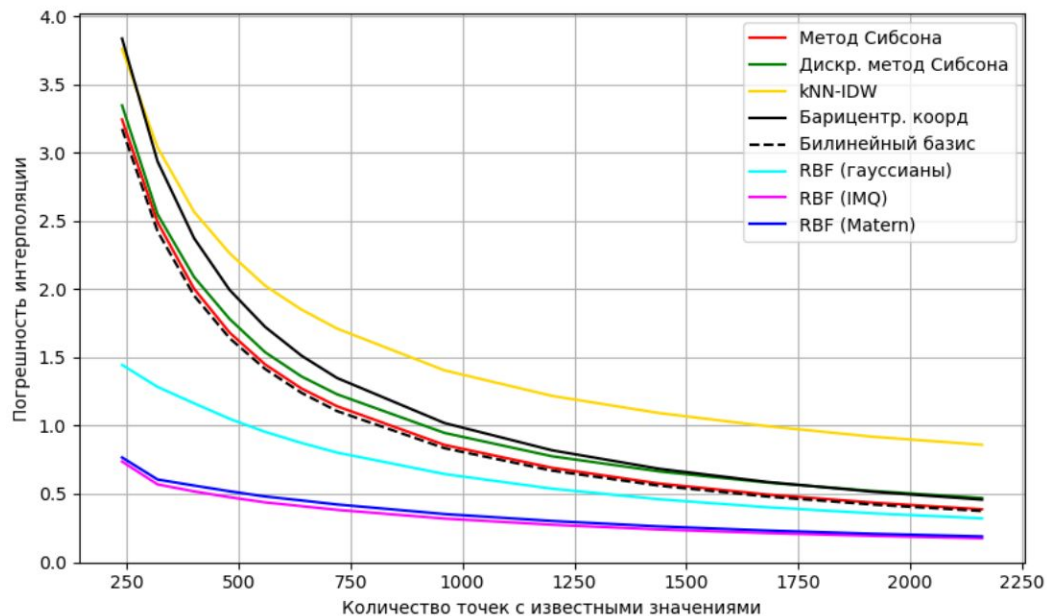


## Интерполяция: методы

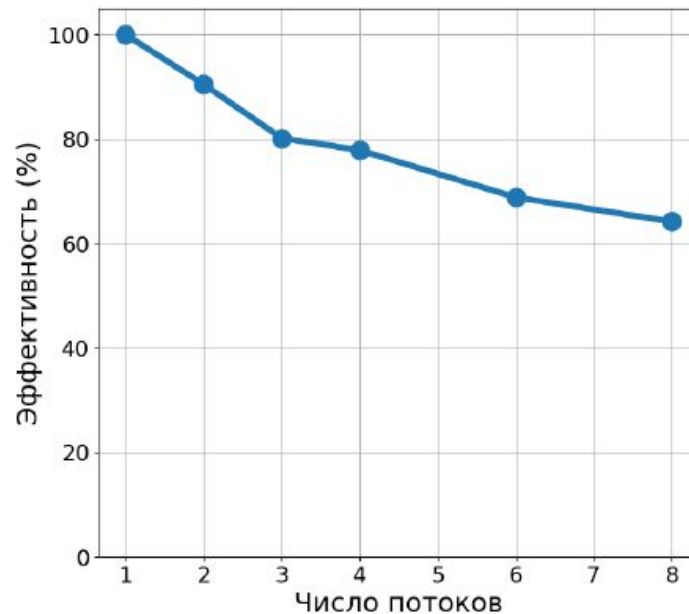
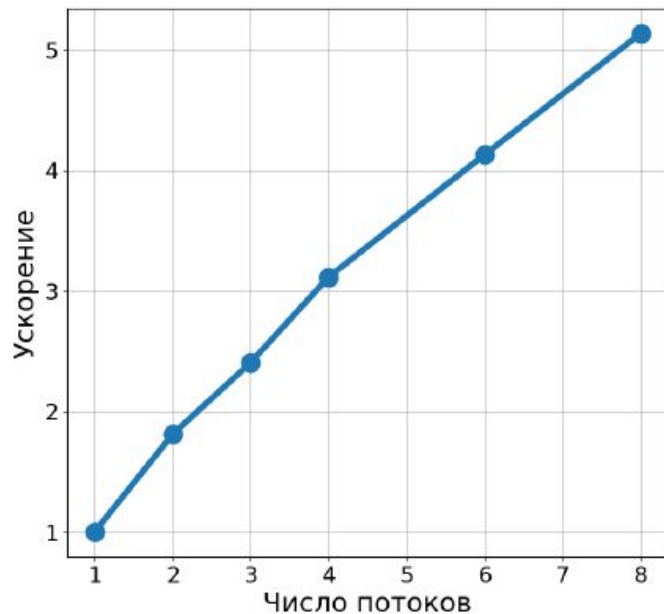
- kNN и kNN-IDW (Шепард)
- Барицентрические координаты
- Метод естественной окрестности
- Локальное разложение по базису:
  - Би- и трилинейный
  - Би- и трикубический (работает плохо)
  - RBF с обрезкой

Кригинг не может использоваться из-за своей статистической природы

# Интерполяция: методы



## Интерполяция: параллельность

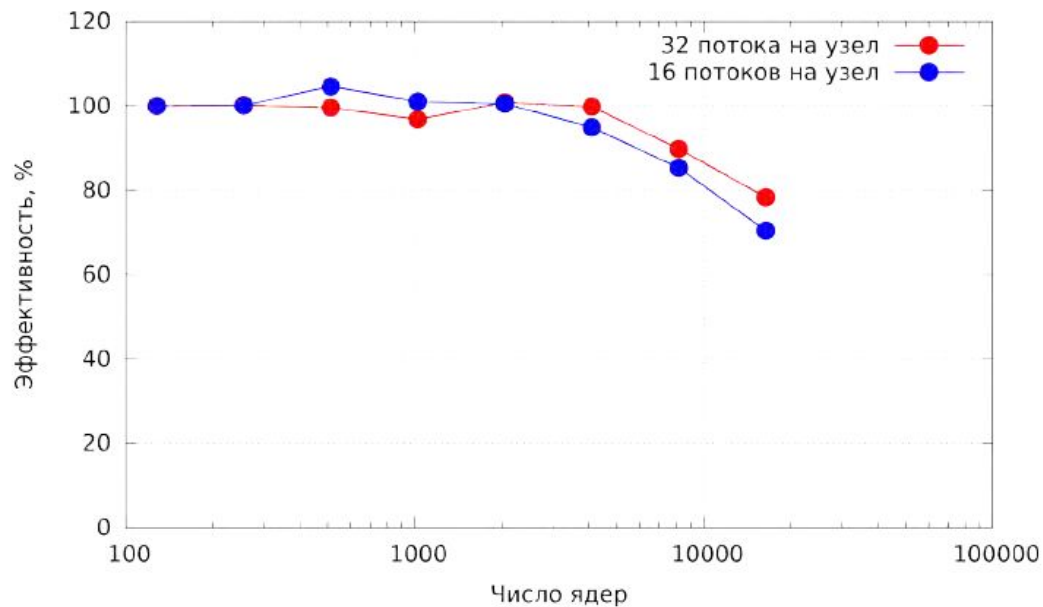




## СХМ: программный комплекс

- Работает на прямоугольных сетках
- Поддерживает как 2D, так и 3D сетки
- Многопоточная модель: POSIX Thread, OpenMP
- Массово-параллельная модель: MPI
- Аппаратные ускорители: CUDA и OpenCL

## СХМ: программный комплекс



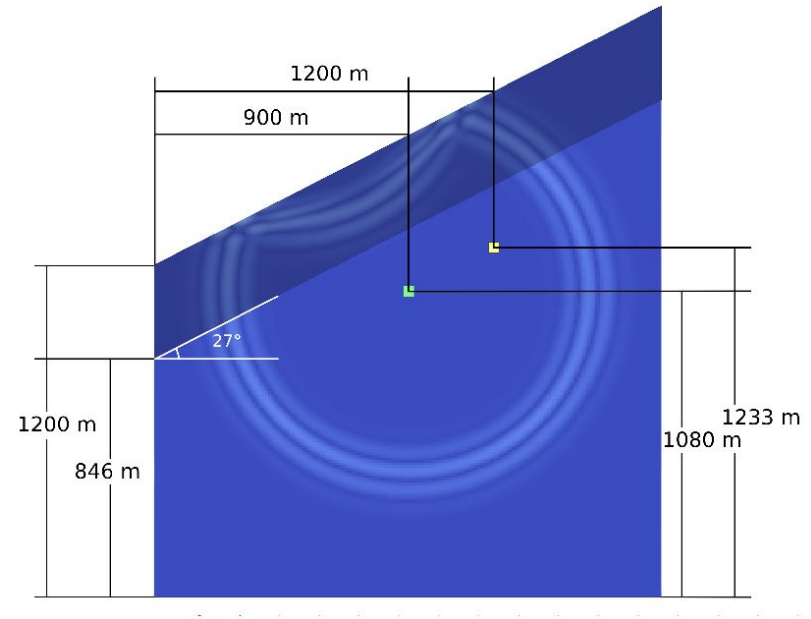


## Наложенные сетки и декомпозиция

- Основную сетку можно делить на блоки как обычно
- Наложенную сетку можно не делить, она небольшая
  - Но это приведет к тому, что считающий ее процесс будет обмениваться данными с большим количеством других и может стать бутылочным горлышком
- Можно согласовывать разбиение наложенной сетки на блоки с тем, как уже разбита основная

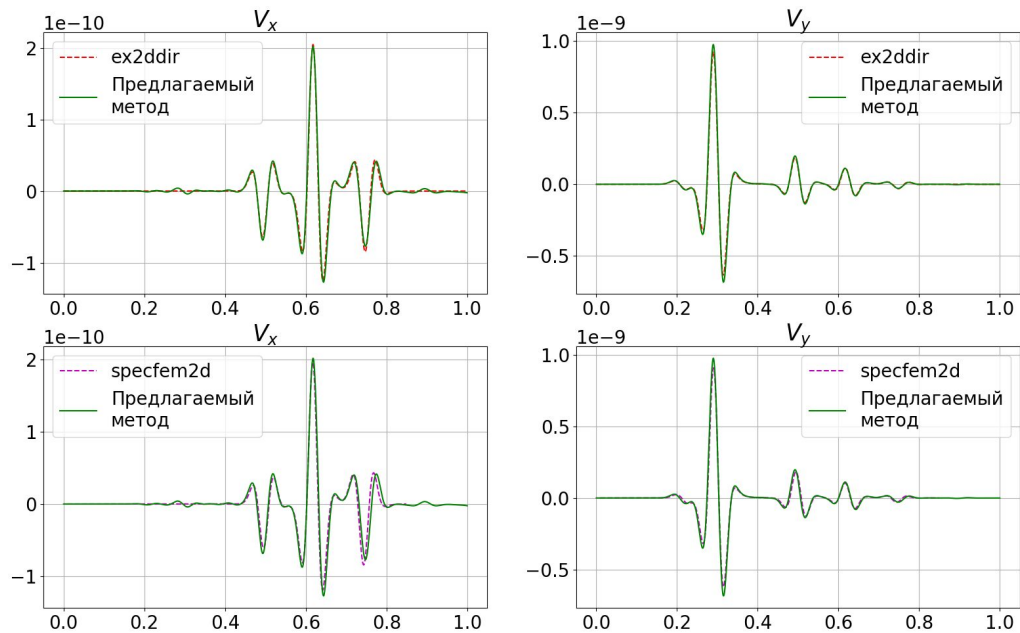
## Валидация: 2D задача Лэмба

- Плоская граница раздела полупространств
- Одно полупространство заполнено упругой изотропной средой, другое — вакуум
- Источник, направленный к поверхности раздела
- Вейвлет Рикера (Mexican Hat)



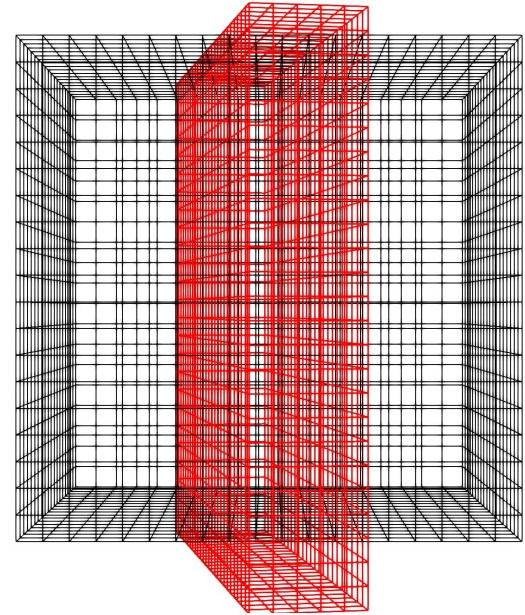
# Валидация: 2D задача Лэмба

Сравнение показаний детектора

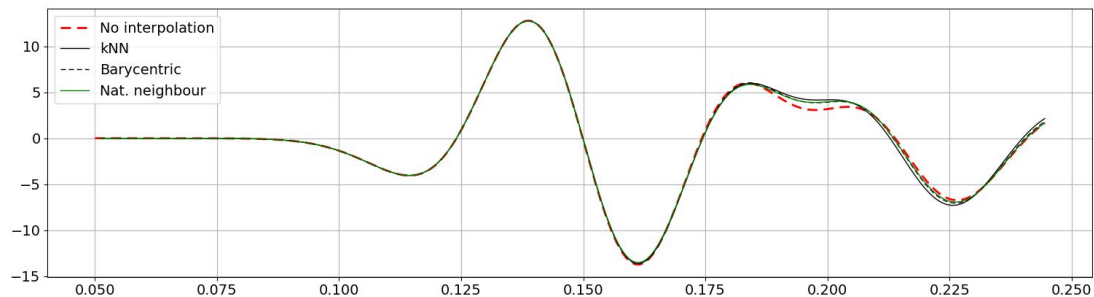
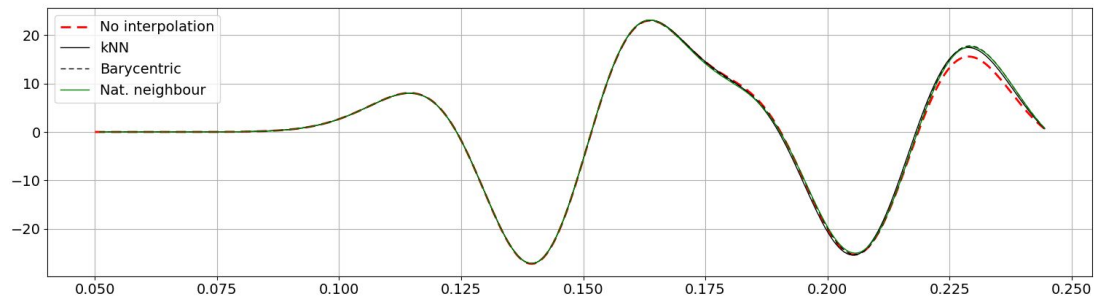


## Валидация: 3D задача Гарвина

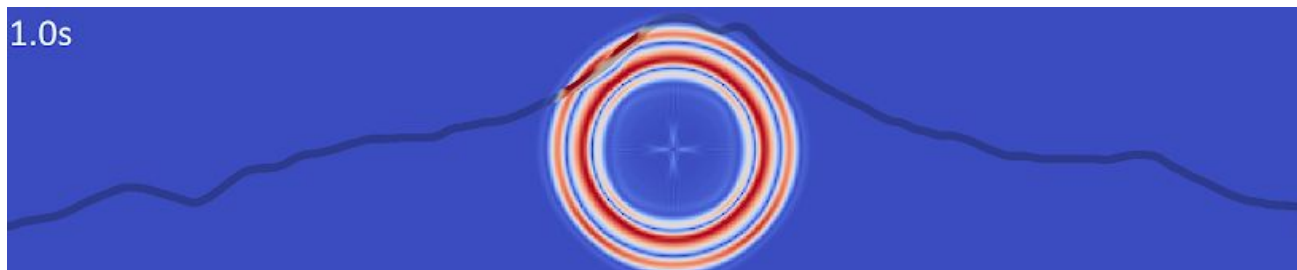
- Два полупространства  
плоской границей раздела
- Упругая изотропная среда и  
вакуум
- Импульс Рикера
- **Всенаправленный**  
источник



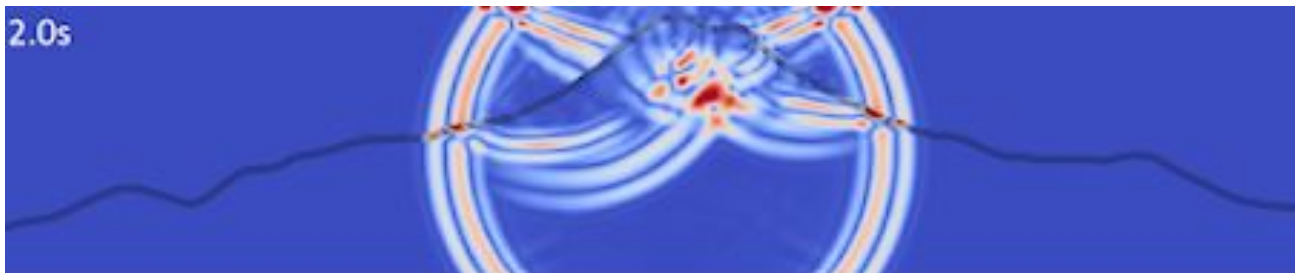
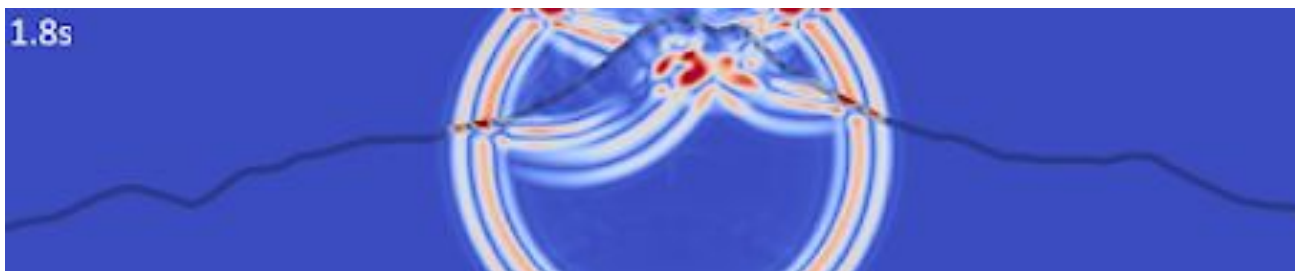
## Валидация: 3D задача Гарвина



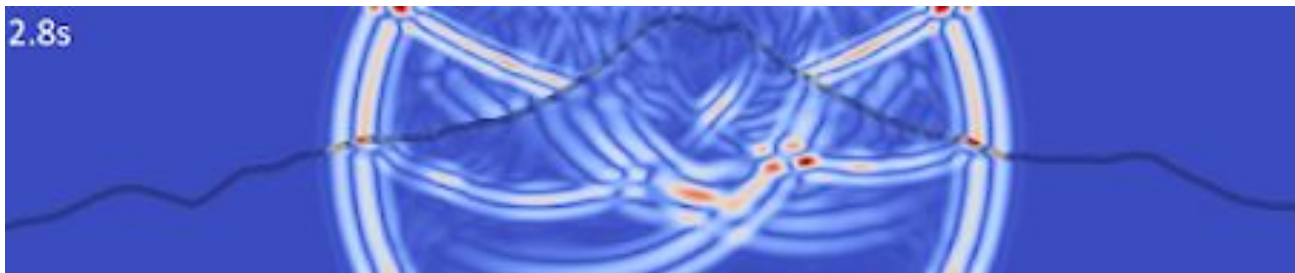
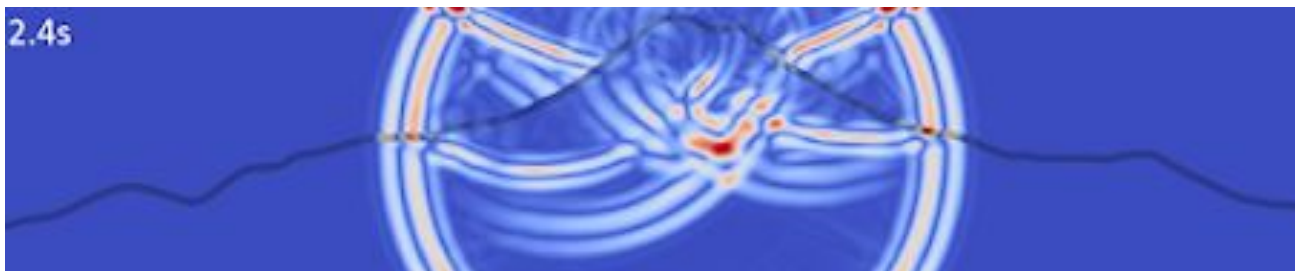
## Пример расчета: 2D



## Пример расчета: 2D

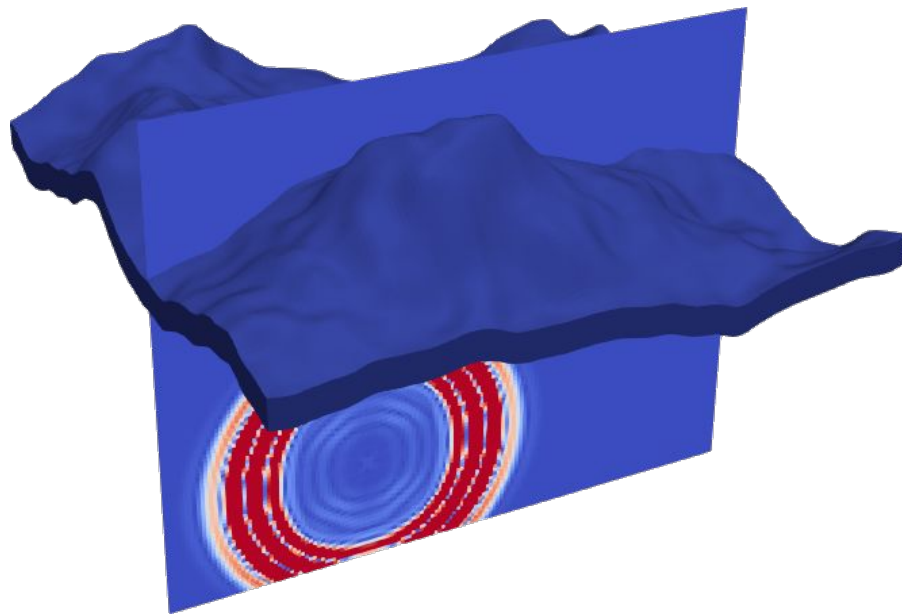
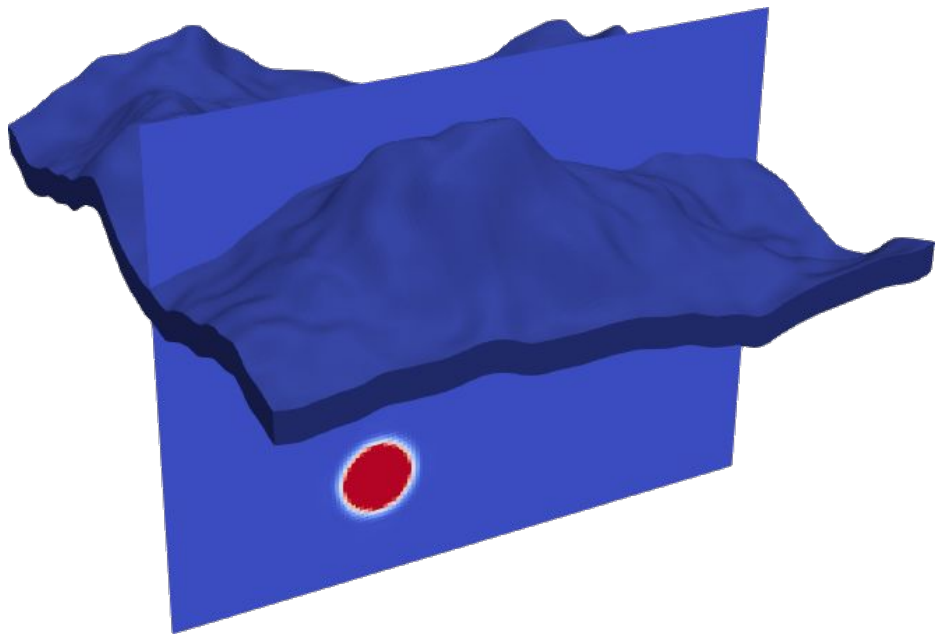


## Пример расчета: 2D



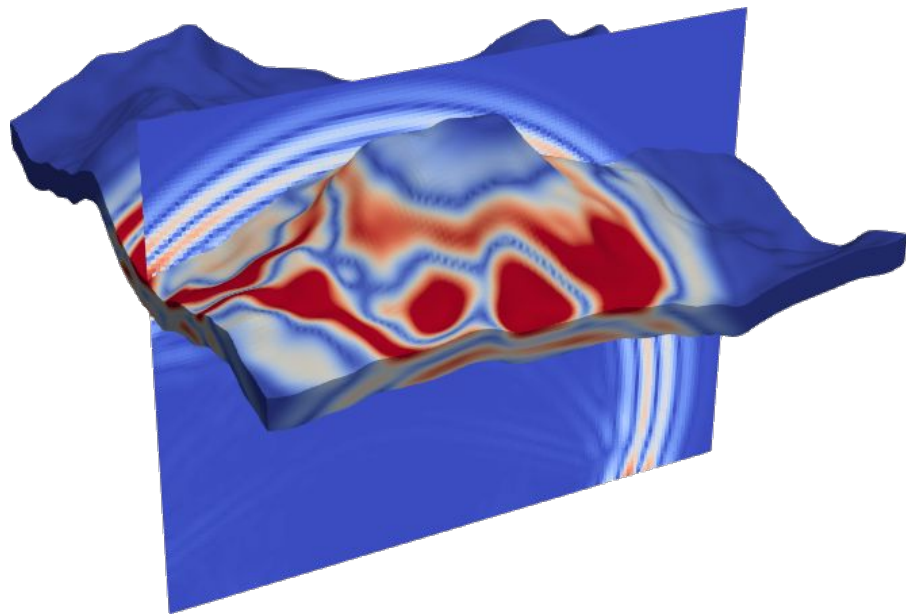
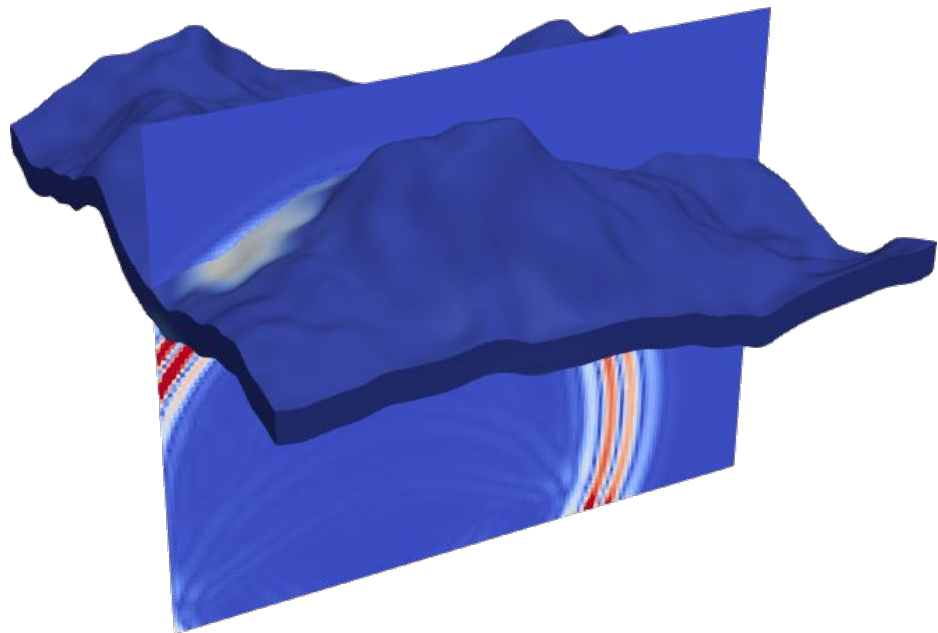


## Пример расчета: 3D



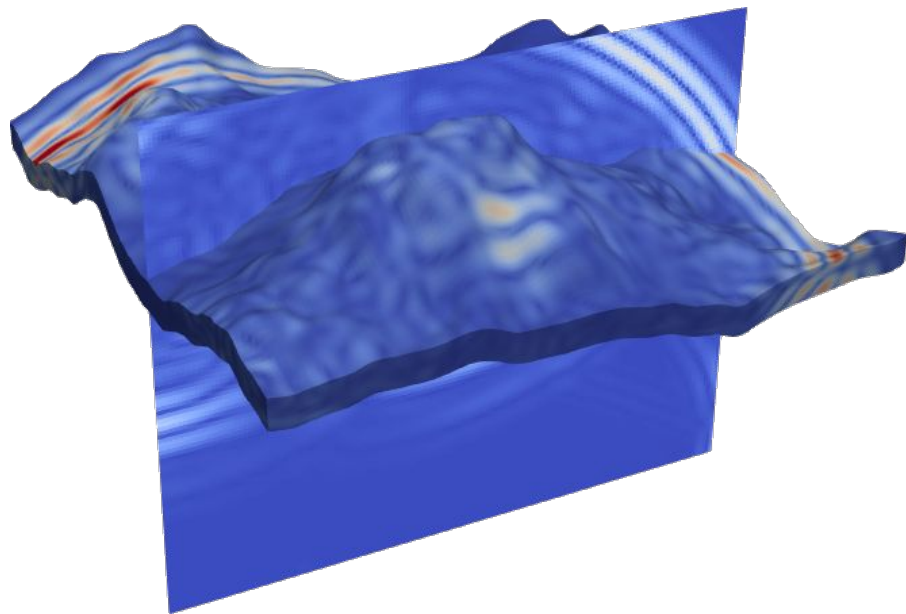
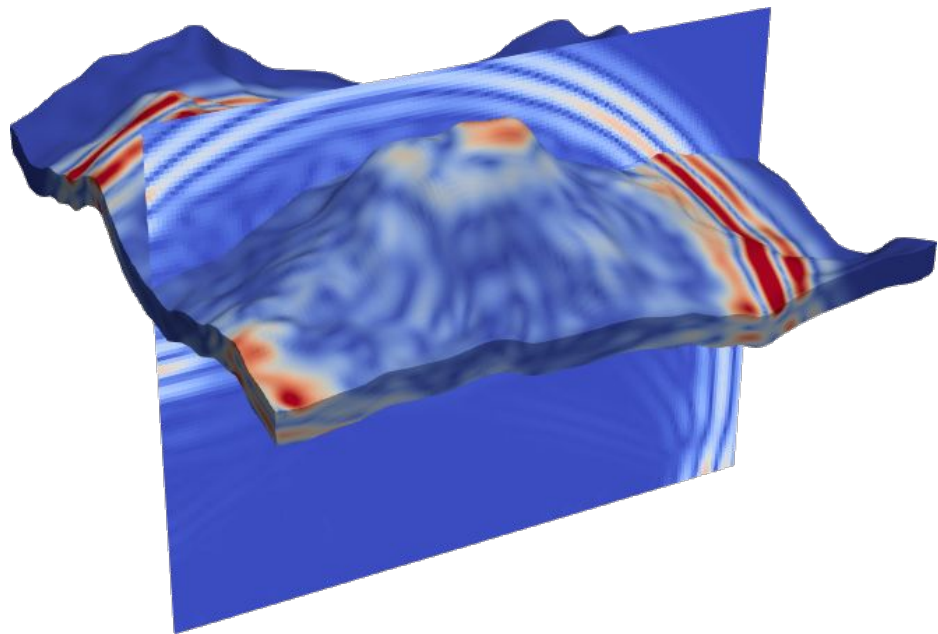


## Пример расчета: 3D





## Пример расчета: 3D





## Пример расчета: 3D

