



**Разработка инструментарий с использованием
возможностей параллельных вычислений Python-для
задачи о моделировании динамики джозефсоновского
перехода под воздействием внешнего излучения.**

А.Р. Рахмонова, О.И. Стрельцова, М.И. Зуев, И.Р. Рахмонов,

Объединенный институт ядерных исследований

**10th International Conference "Distributed Computing and Grid Technologies in
Science and Education" (GRID'2023)**

**3-7 июля 2023
Дубна**





Стационарный эффект Джозефсона. При пропускании тока ниже критического значения в джозефсоновском переходе отсутствует напряжения и через переход течет сверхпроводящий ток.

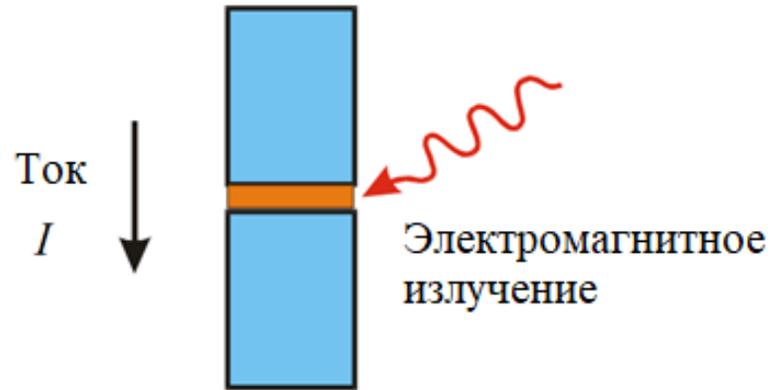
$$I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi \quad I < I_c, V=0$$

Нестационарный эффект Джозефсона. При значении тока выше критического, возникает переменное напряжение в джозефсоновском переходе и оно пропорционально производной разности фаз

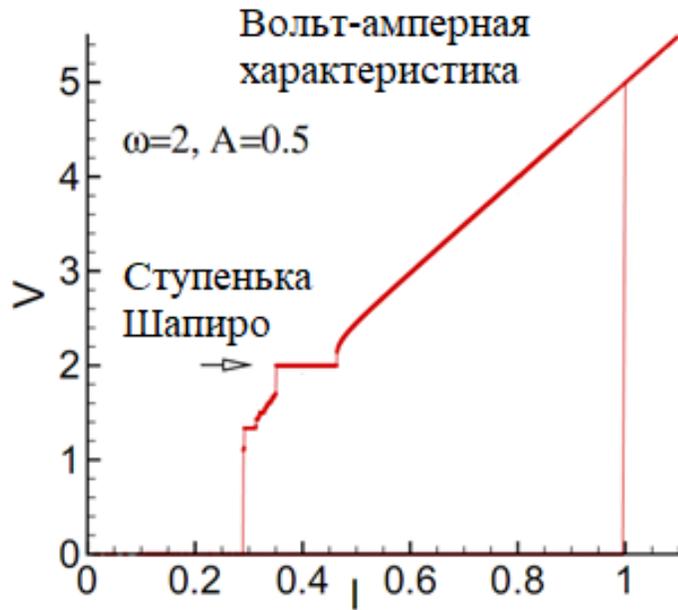
$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V \quad I > I_c, V > 0$$

φ -разность фаз параметров порядка сверхпроводящих слоев

Влияние внешнего излучения на динамику джозефсоновского перехода

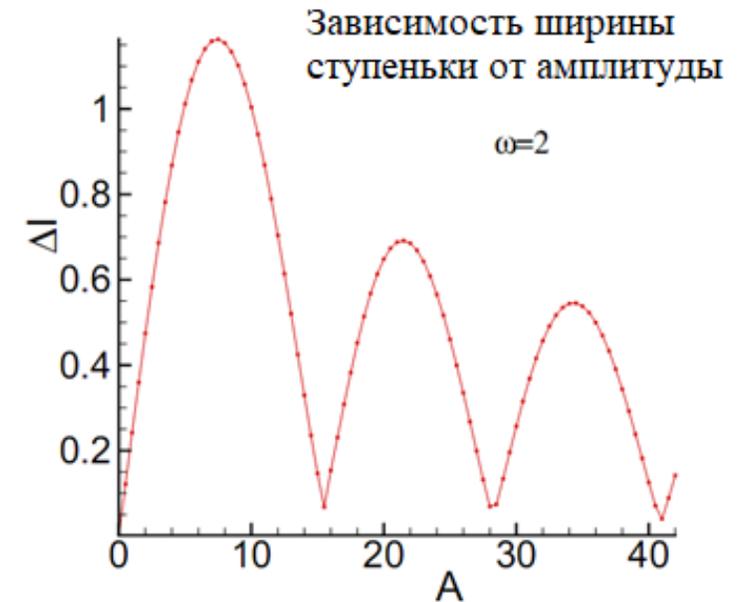


Под воздействием внешнего излучения при условии кратности частоты Джозефсона к частоте излучения ($n \omega_J = k \omega$) возникает ступенька постоянного напряжения на ВАХ джозефсоновского перехода. Эта ступенька называется **ступенькой Шапиро**.



Ширина ступеньки Шапиро зависит от амплитуды и частоты излучения.

Ступенька Шапиро имеет практический интерес, например на ее основе реализована **стандарт напряжения**

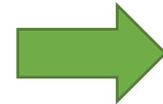


Процесс проведения численных исследований

**Математическая
модель и
постановка
задачи**



**Разработка
алгоритма
вычислений**



**Подбор библиотек,
апробация на модельных
расчетах, визуализация**



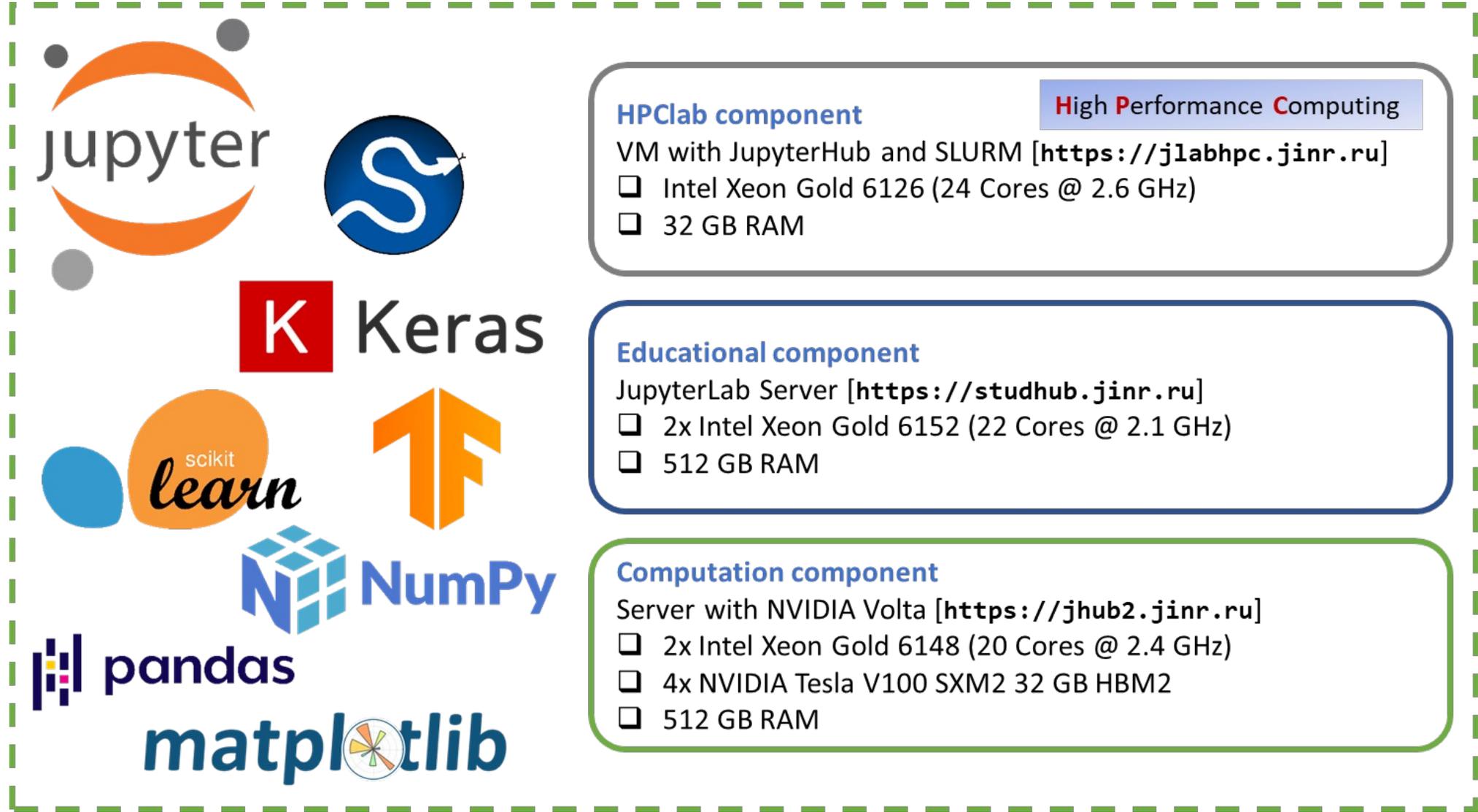
**Анализ
результатов,
построение
графиков,
диаграмм....**



**Проведение
расчетов на
вычислительных
платформах**



**Программная
реализация**



На ВАХ произвольного типа джозефсоновского перехода под воздействием излучения возникает ступенька Шапиро.

В качестве примера рассмотрим самого простого случая – джозефсоновского перехода типа Сверхпроводник-диэлектрик-Сверхпроводник.

Система уравнений для описания динамики джозефсоновского перехода под излучением

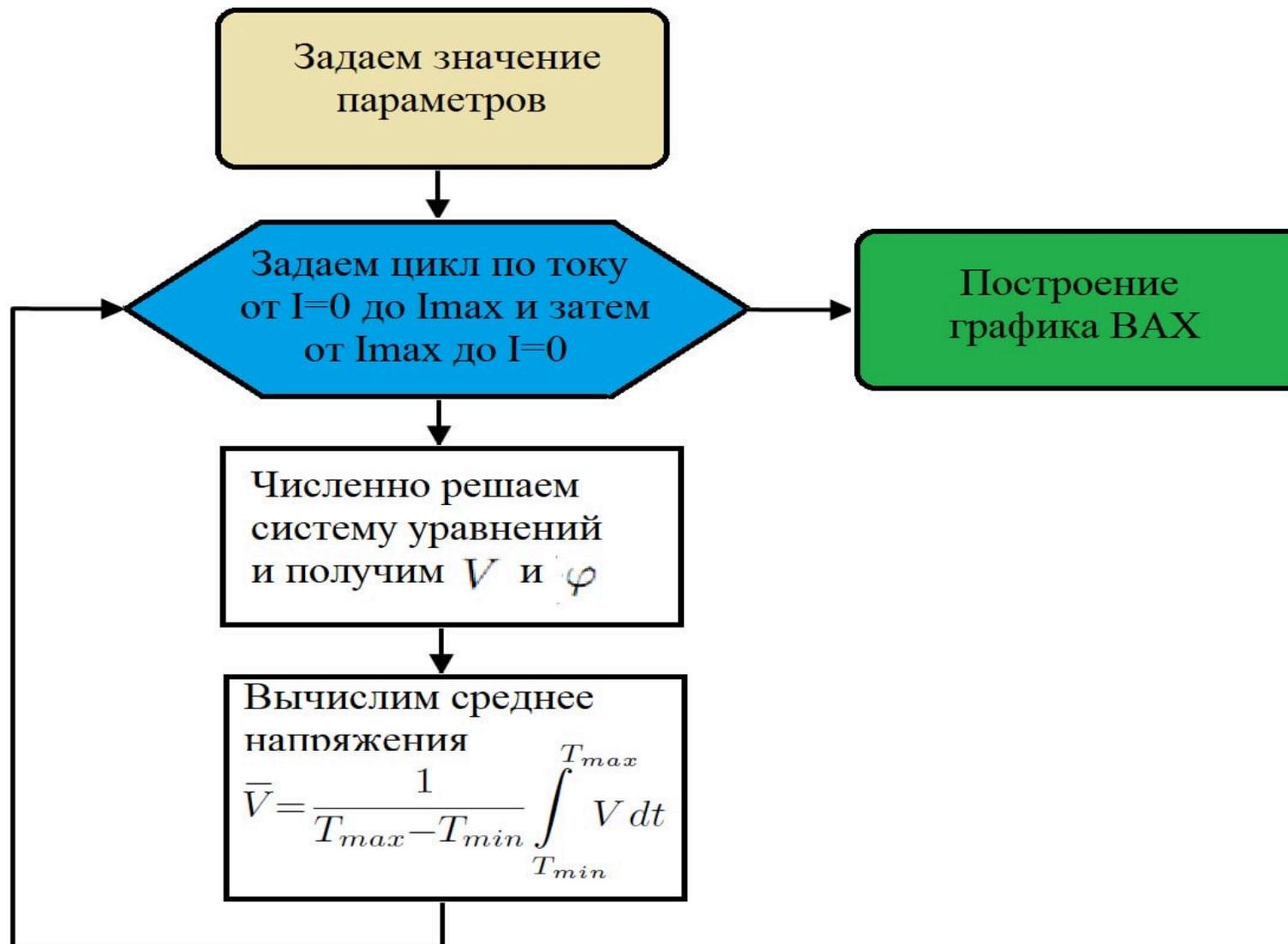
$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = I - \beta V - \sin \varphi + A \sin(u), \\ \frac{d\varphi}{dt} = V \\ \frac{du}{dt} = \omega \end{cases}$$

V - напряжение I - внешний ток A - амплитуда излучения
 φ - разность фаз β - параметр диссипации ω - частота излучения

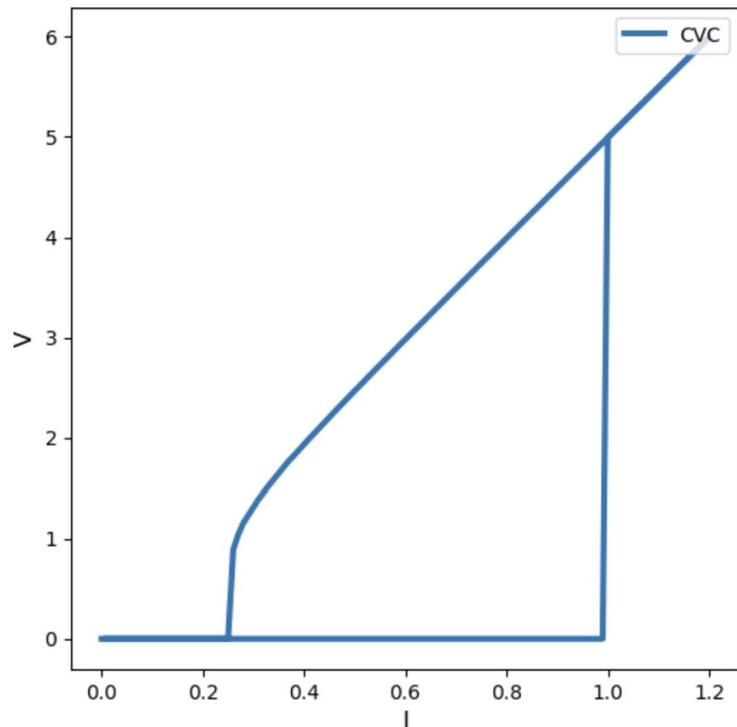
$V = 0, \varphi = 0, u = 0$; начальные условия

Наша задача заключается в разработке алгоритма и программного инструмента на основе Python для вычисления ВАХ при различных амплитудах излучения, где наблюдается ступенька Шапиро, и затем вычисления зависимости ширины ступеньки Шапиро от амплитуды внешнего излучения.

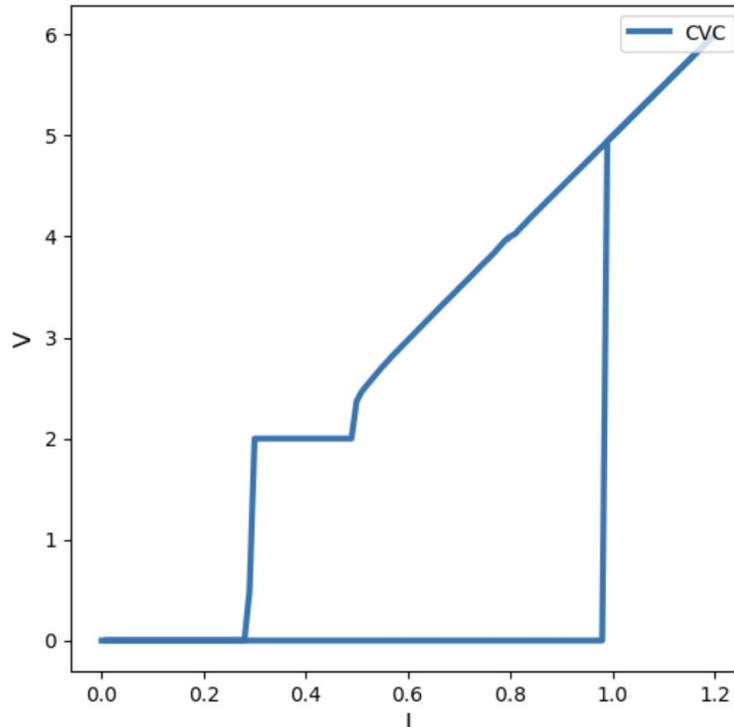
1. Задаем значений параметров модели.
2. Выбираем по времени равномерную сетку с шагом Δt в интервале $[0, T_{max}]$
3. Численно решаем систему уравнений с использованием `solve_ivp()` методом Рунге-Кутты (`method='RK45'`), для фиксированного значения тока I , т.е. определяем временную зависимость разность фаз и напряжения при фиксированном значении I
4. Усредняем полученную V по времени предварительно интегрировав по времени. В результате получим значение напряжения для заданного значения тока т.е. определяем одну точку на ВАХ.
5. Далее меняем значение тока на ΔI и повторяем пп. 2 и 3. и таким образом увеличивая до I_{max} и уменьшая до нуля значения тока получаем ВАХ.



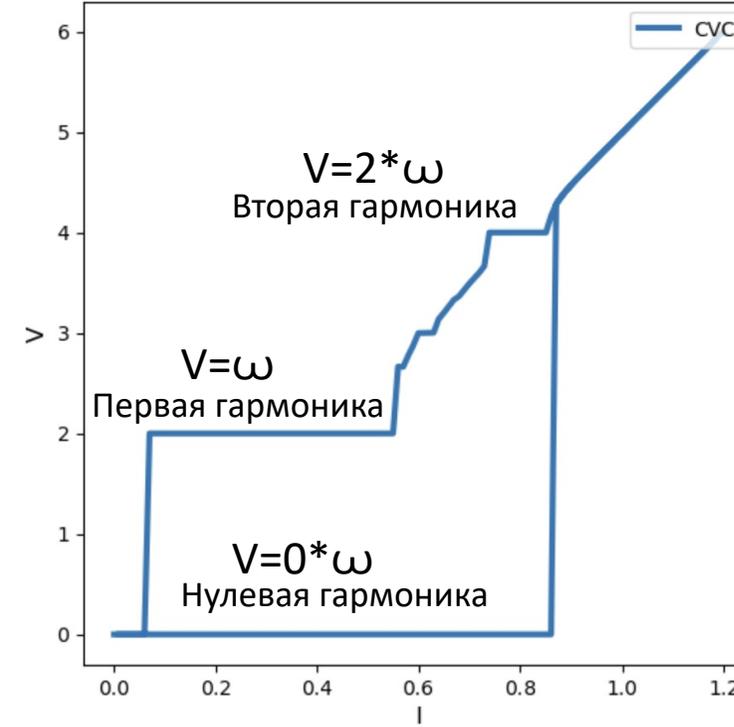
Вычисленные вольтамперные характеристики при $\omega=2$ и значений амплитуды: $A=0$, $A=1$, $A=3$



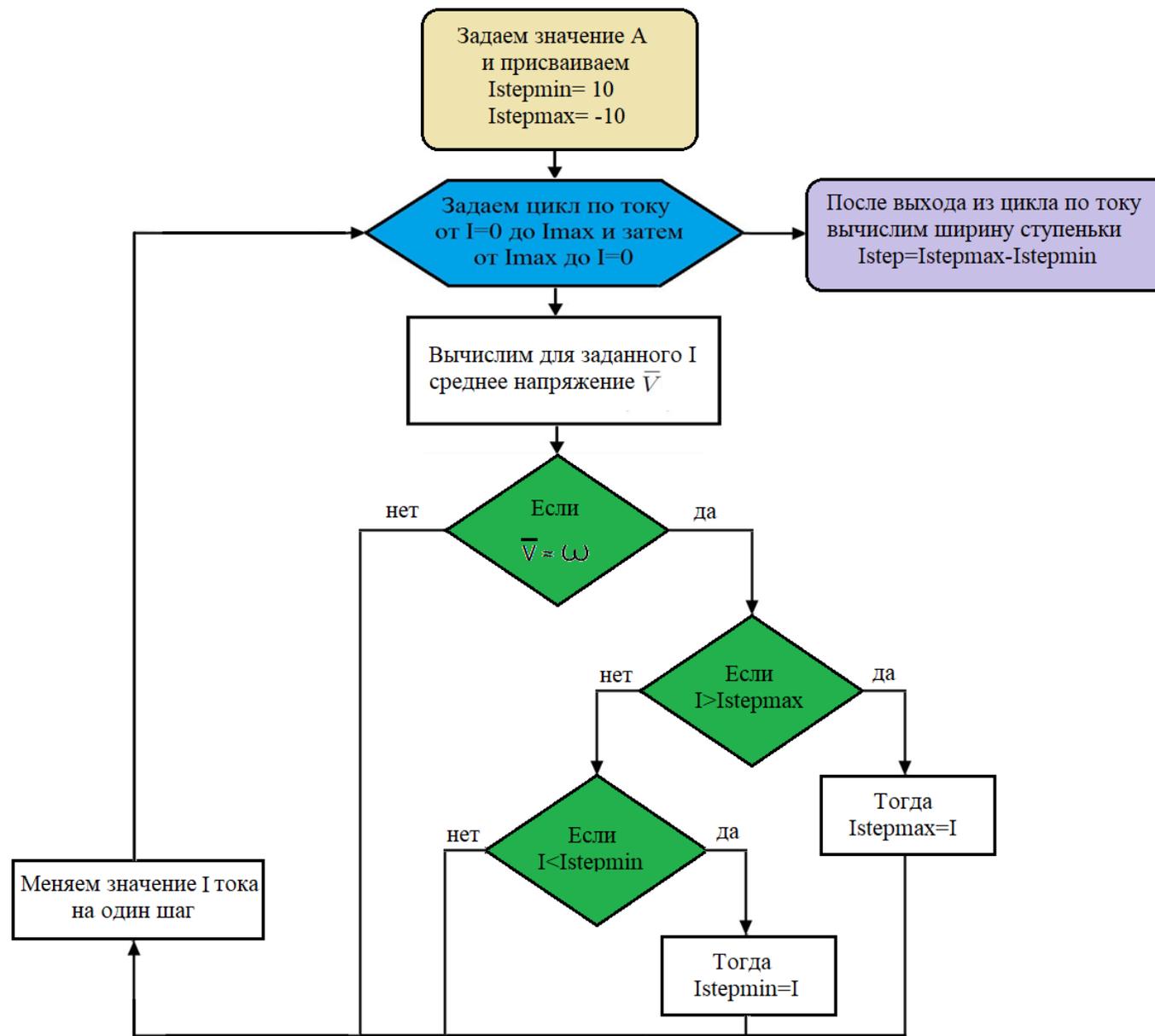
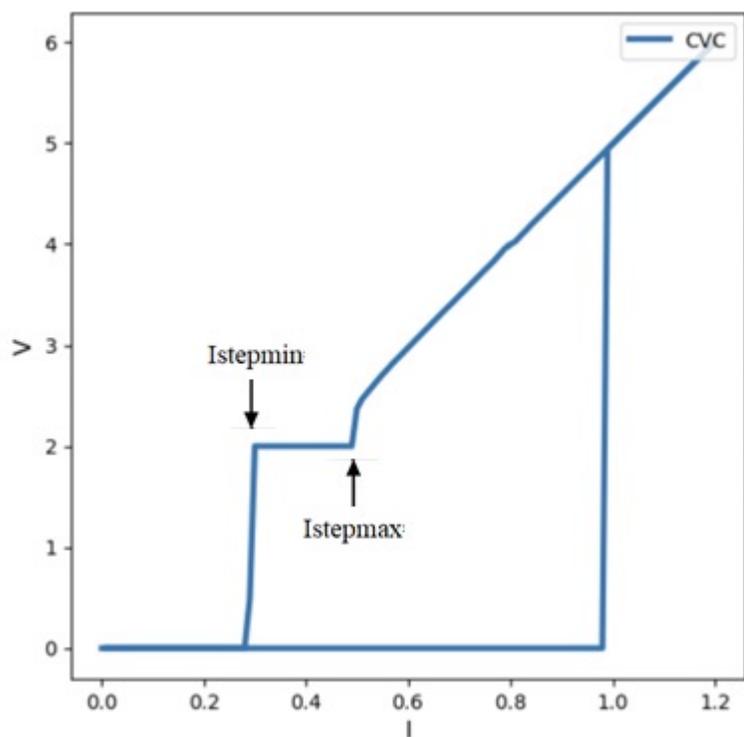
ВАХ без излучения

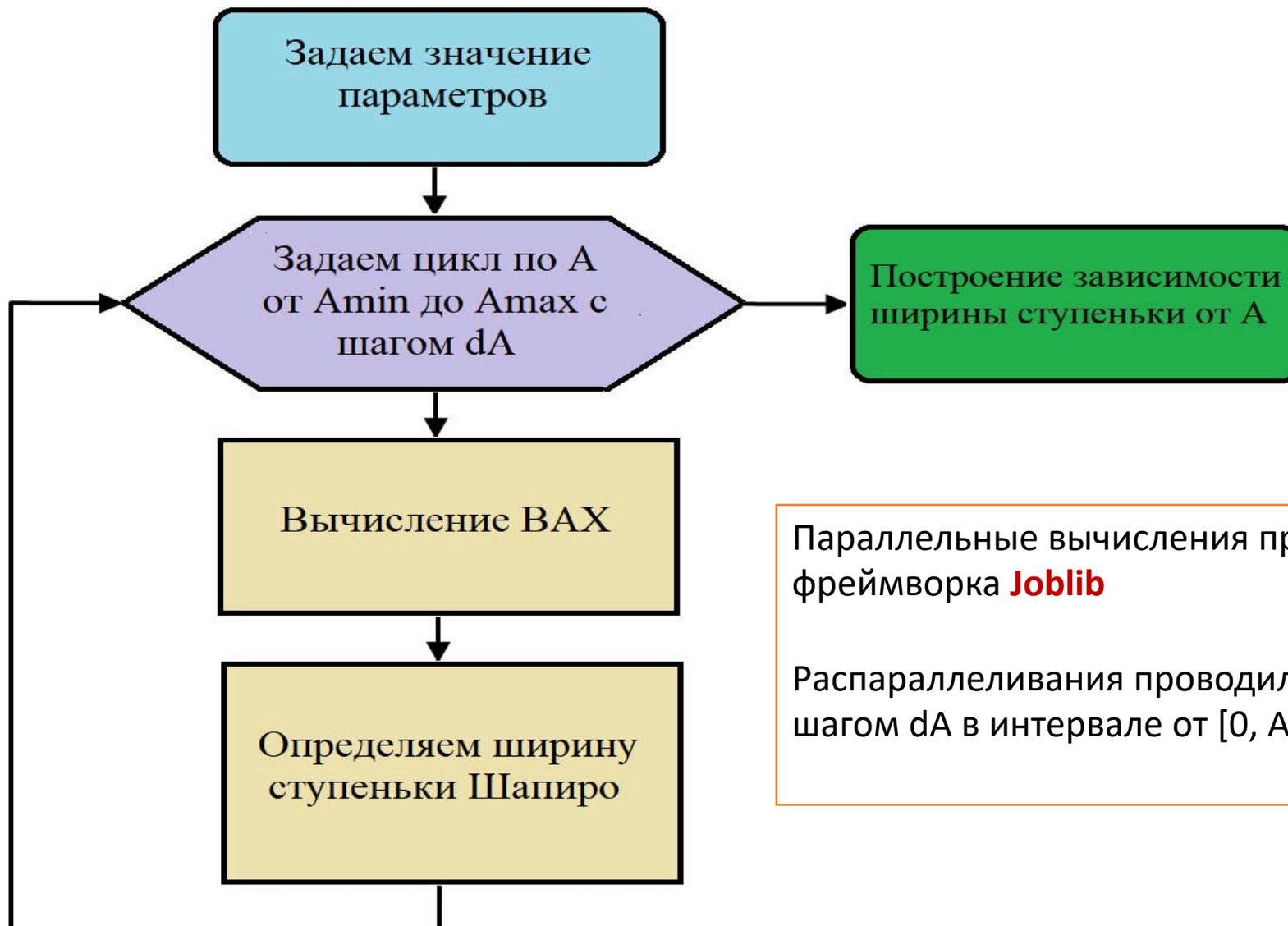


ВАХ с излучением при $\omega=2$ и $A=1$



ВАХ с излучением при $\omega=2$ и $A=3$

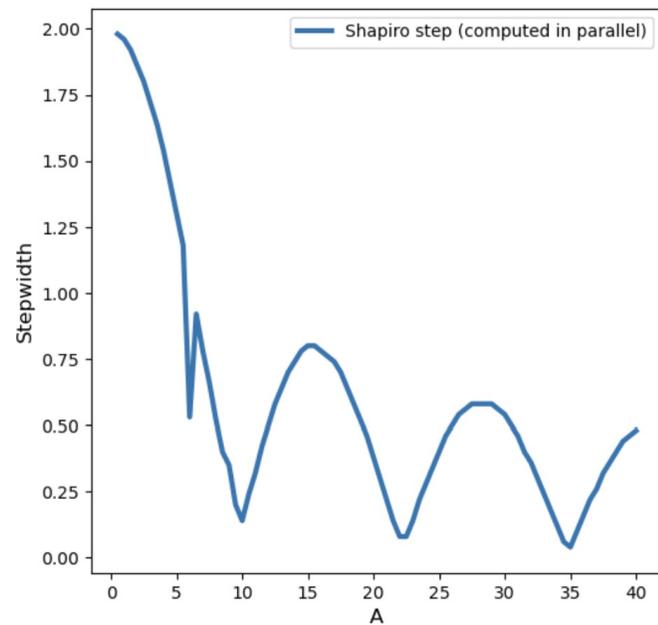




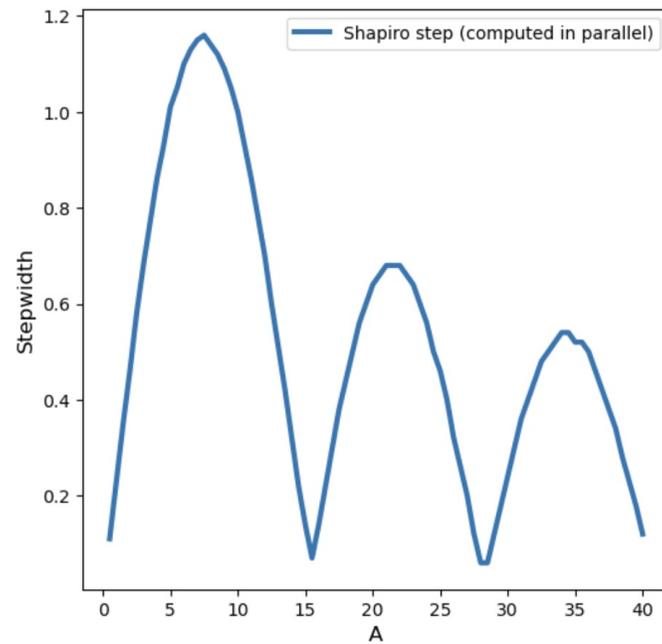
Параллельные вычисления проводились с использованием фреймворка **Joblib**

Распараллеливания проводилось для значений амплитуды A с шагом dA в интервале от $[0, A_{\max}]$ для 80 точек.

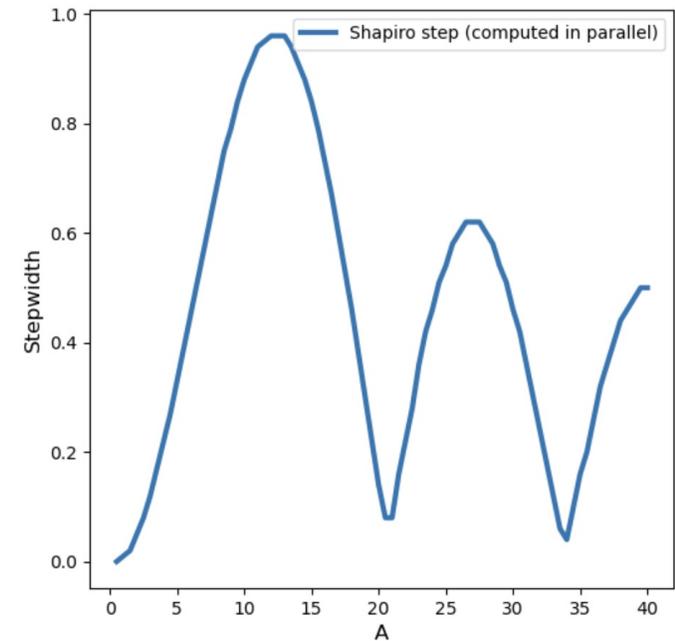
Графики зависимости ширины ступеньки Шапиро от амплитуды при $\omega=2$, для нулевой первой и второй гармоника



Нулевая гармоника

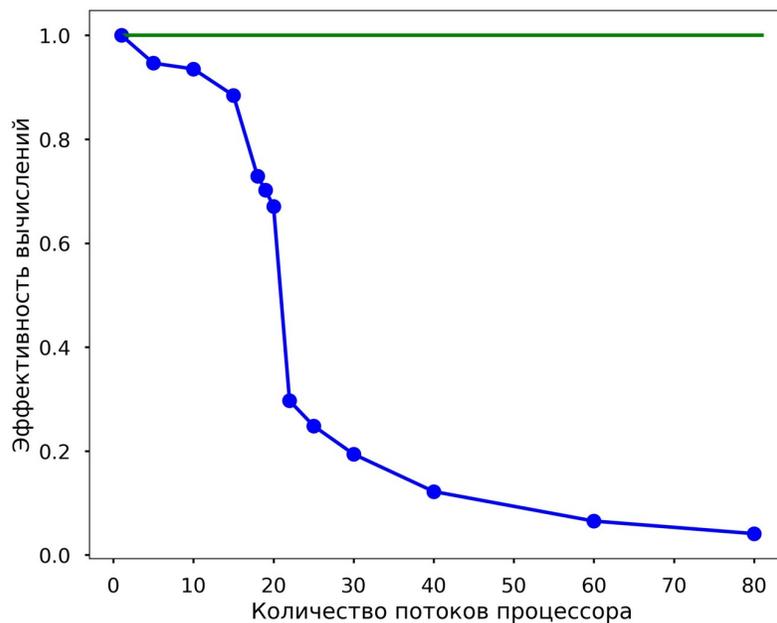
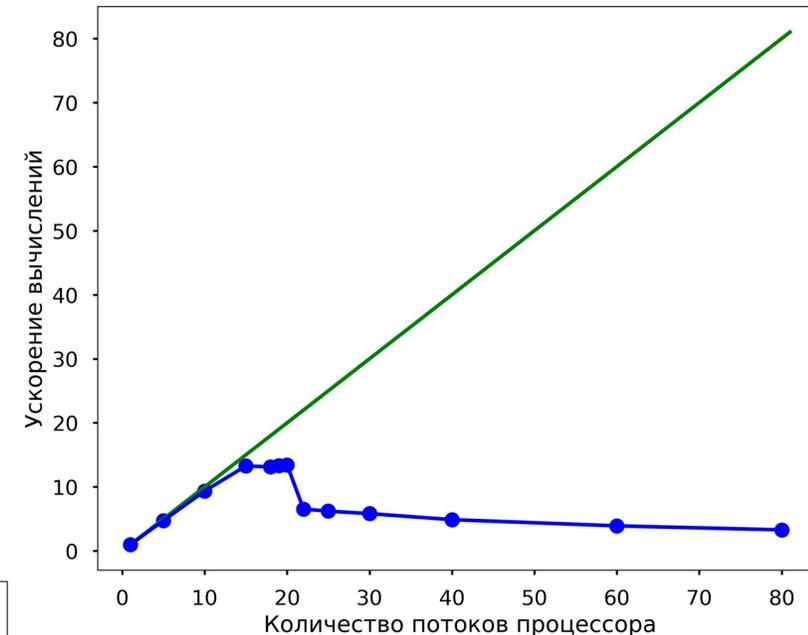
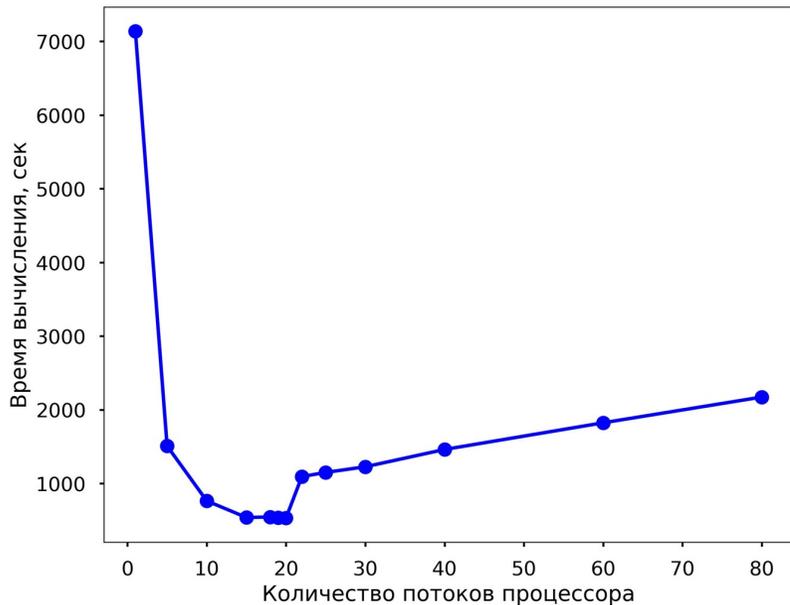


Первая (основная) гармоника



Вторая гармоника

Параллельные вычисления проводились для 80 точек



Создана интерактивная среда для моделирования динамики джозефсоновского перехода под воздействием внешнего излучения на примере перехода типа сверхпроводник-диэлектрик-сверхпроводник.

С использованием Python в среде Jupyter book разработаны алгоритмы для вычисления вольтамперной характеристики (ВАХ) джозефсоновского перехода под воздействием внешнего излучения и нахождения ширины ступеньки в процессе вычисления ВАХ. Также реализован параллельный алгоритм для расчёта зависимости ширины ступеньки Шапиро от амплитуды внешнего излучения и показана эффективность параллельного вычисления.

Данную среду можно легко адаптировать также для моделирования других типов джозефсоновских переходов путем замены системы уравнений. Этот инструментарий удобен в плане использования поскольку не требует инсталляций дополнительных программных продуктов на компьютере пользователя так как запускается прямо с браузера. Разработанная среда также может быть использована в качестве учебного инструмента для студентов.



Спасибо за внимание!