

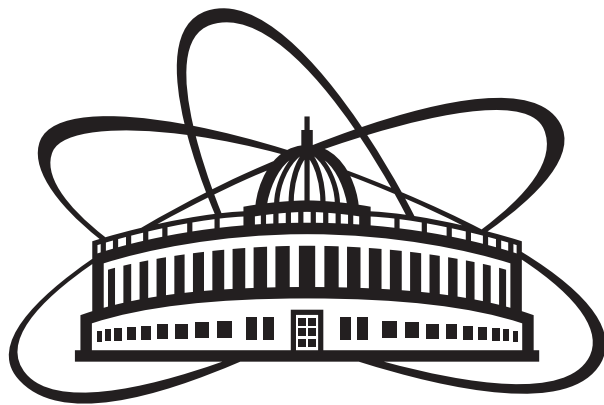


Стандартная модель

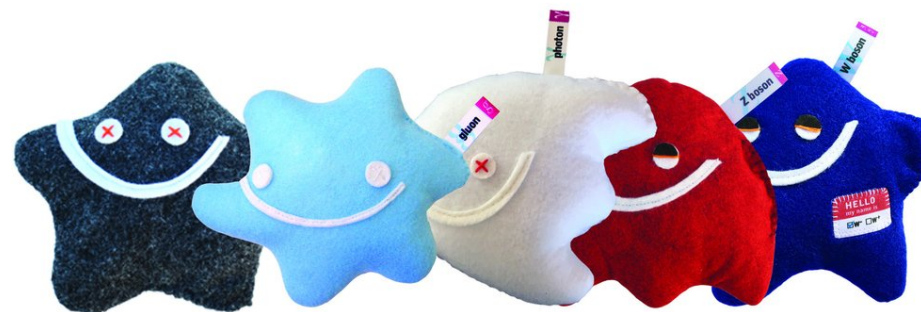
И немного квантовой теории поля

Александр Бедняков, ОИЯИ

Байкальская школа
по физике частиц и астрофизике 2023



JINR-ISU Baikal
Summer School
2023



Particle Zoo

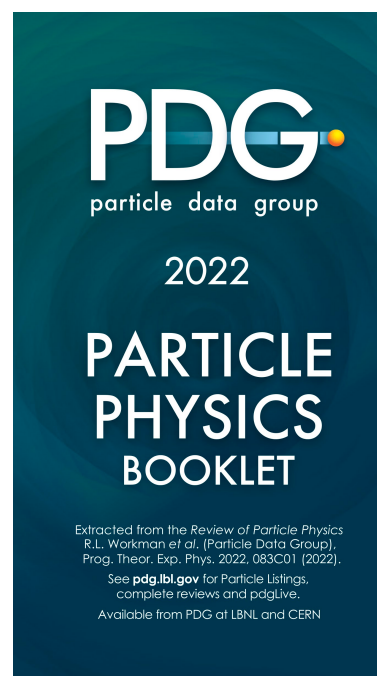
План лекций

Лекция 1

- Что такое Стандартная модель (СМ)?
- Кратко о Квантовой Теории Поля (КТП):
 - Поля и/или частицы?
 - А что с взаимодействиями?
 - **Фундаментальные или эффективные?**



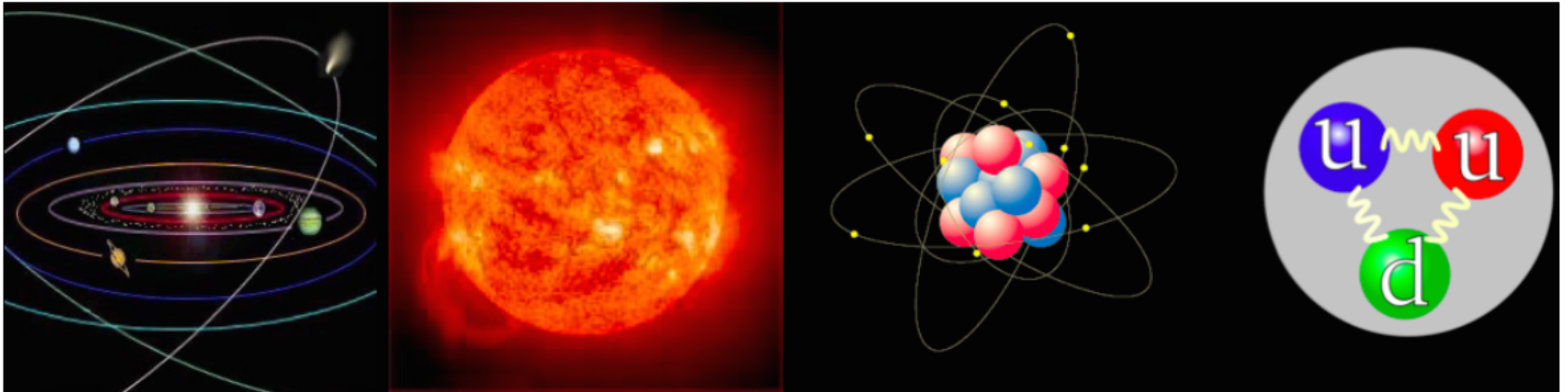
Android App



Лекция 2

- Что мы знаем о сильных, слабых и электромагнитных взаимодействиях?
- Зачем нам поле/бозон Хиггса?
- Что предсказывает СМ и как это проверяют?
- Зачем же все ищут Новую физику?

Что мы знаем о взаимодействиях?



Гравитация



Слабое



Электромагнитное



Сильное



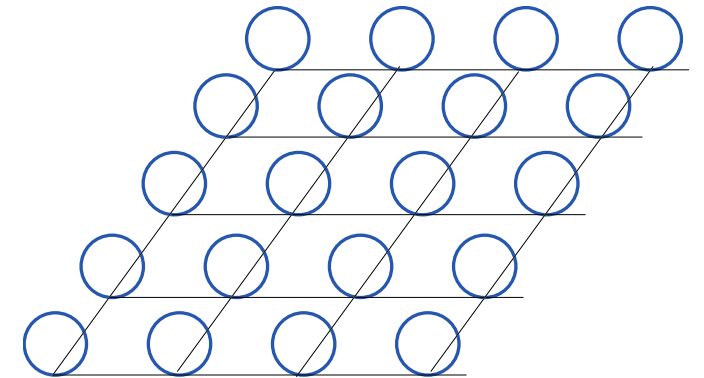
Принцип калибровочной инвариантности

- Рассмотрим Дираковский лагранжиан

$$\mathcal{L}_0^\psi = \bar{\psi}(i\hat{\partial} - m)\psi$$

инвариантный относительно **глобальных** $U(1)$:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{ie\omega}\psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi}e^{-ie\omega}$$



- Сделаем преобразование **локальным** $\omega \rightarrow \omega(x)$

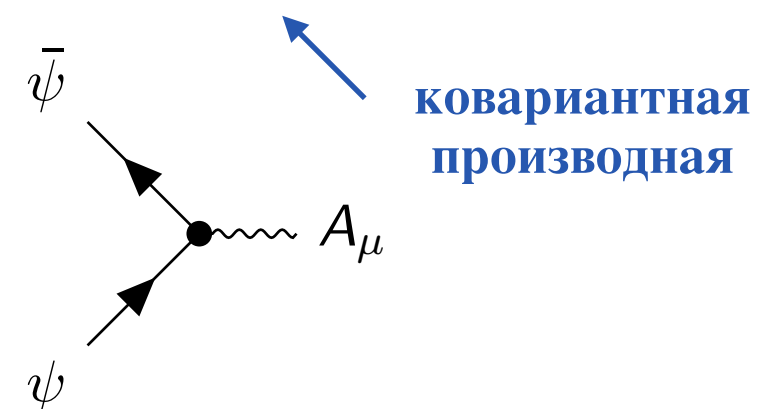
$$\delta\mathcal{L}_0^\psi = \partial_\mu \omega \cdot J_\mu, \text{ где } J_\mu = -e\bar{\psi}\gamma_\mu\psi - \text{н теровский ток}$$

- Для сокращения $\delta\mathcal{L}_0$ добавим **взаимодействие** J_μ с полем A_μ

$$\mathcal{L}_0^\psi \rightarrow \mathcal{L}^\psi = \mathcal{L}_0^\psi + A_\mu J_\mu = \bar{\psi}[i(\hat{\partial} + ieA_\mu) - m]\psi = \bar{\psi}(i\hat{D} - m)\psi$$

причем $A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu \omega$

Локальная (=калибровочная) симметрия
 $\rightarrow$ **взаимодействие**



Калибровочные бозоны и их массы

- Преобразование

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu \omega$$



оставляет инвариантным свободный лагранжиан для фотона:

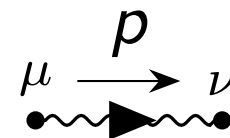
$$\mathcal{L}^A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}, \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu,$$

но не дает включить в $\mathcal{L}_0$ слагаемое вида $m^2 A_\mu A_\mu$, гарантируя, что **фотон**, $U(1)$ -калибровочный бозон, **безмассовый!**

- Количество **физических степеней свободы** уменьшается до **двух поперечных поляризаций**, **продольная** поляризация $\epsilon_\mu^L \propto p_\mu$ “**выпадает**” из наблюдаемых благодаря

$\epsilon_\mu^L J_\mu \propto p_\mu J_\mu = 0$ - “нет источника для продольного фотона”

$$\frac{i}{p^2 + i\epsilon} \cdot \left(-g_{\mu\nu} + (1-\xi) \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right)$$



от ξ наблюдаемые не зависят



Электромагнитное



КЭД!

Слабое



?

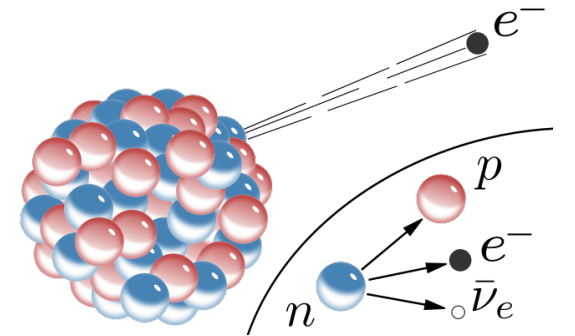
Теория Ферми: предвестник СМ

- Неперенормируемая модель β -распада: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

$$[\mathbf{G_F}] = -2$$

$$\mathcal{L}_{\text{Fermi}} = \frac{\mathbf{G_F}}{2\sqrt{2}} \left(J_\mu^+ J_\mu^- + \text{h.c.} \right)$$

$$J_\mu^- = \bar{\Psi}_n \gamma_\mu \Psi_p + \bar{\Psi}_e \gamma_\mu \Psi_\nu + \dots$$



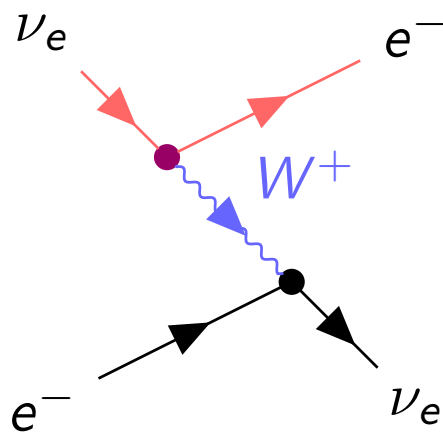
- Это же взаимодействие должно описывать рассеяние $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$

Из размерных соображений сечение

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) \propto G_F^2 s, \quad s = (p_e + p_\nu)^2$$

неограниченно **растет с энергией** $\Rightarrow$ нарушение **унитарности**

- В районе $G_F^{-1/2} \sim 10^2 - 10^3$ ГэВ **ожидаем “Новую физику”!**



$$\mathcal{L}_{\text{Fermi}} = \frac{\mathbf{G_F}}{2\sqrt{2}} \left(J_\mu^+ J_\mu^- + \text{h.c.} \right)$$

$$\rightarrow -\frac{\mathbf{g_W}}{2\sqrt{2}} (\mathbf{W}_\mu^+ J_\mu^- + \text{h.c.})$$

Нарушение четности в β -распаде

- Оператор $\hat{P}$ соответствует дискретному преобразованию, $x \rightarrow -x$

Полярные векторы
меняют знак

Аксиальные векторы
не меняются

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{r} \xrightarrow{\hat{P}} -\vec{r} \\ \vec{p} \xrightarrow{\hat{P}} -\vec{p} \\ \vec{L} \xrightarrow{\hat{P}} \vec{L} \\ \vec{\mu} \xrightarrow{\hat{P}} \vec{\mu} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (p_x = \frac{\partial}{\partial x}, \text{ etc.}) \\ (\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}) \\ (\vec{\mu} \propto \vec{L}) \end{array}$$

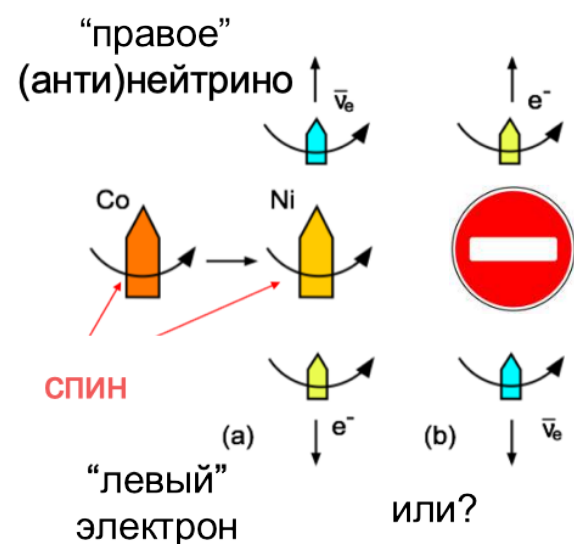
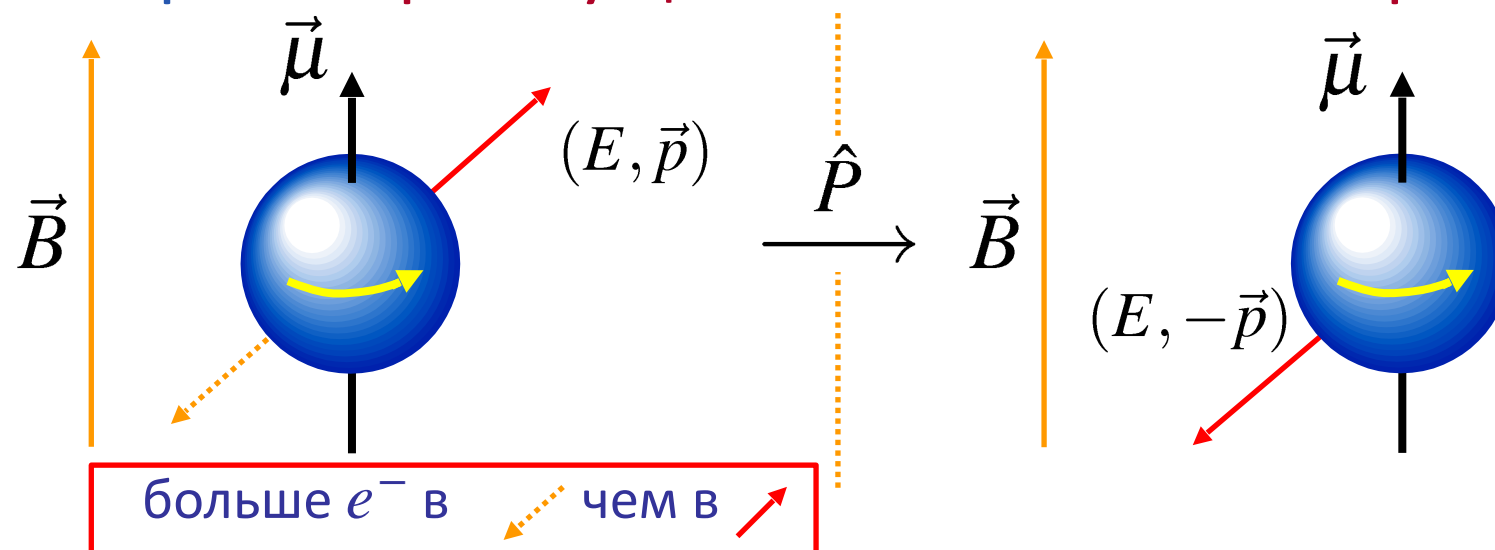
B - аксиальный
вектор

$$d\vec{B} \propto \vec{J} \wedge \vec{r} d^3\vec{r}$$

1956: мадам Ву изучала бета распад поляризованных ядер кобальта-60



- Электроны преимущественно вылетали **против** направления **поля**



Нарушение четности в β -распаде

- Оператор $\hat{P}$ соответствует дискретному преобразованию, $x \rightarrow -x$

Полярные векторы
меняют знак

Аксиальные векторы
не меняются

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{r} \xrightarrow{\hat{P}} -\vec{r} \\ \vec{p} \xrightarrow{\hat{P}} -\vec{p} \end{array} \right. \quad (p_x = \frac{\partial}{\partial x}, \text{ etc.})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{L} \xrightarrow{\hat{P}} \vec{L} \\ \vec{\mu} \xrightarrow{\hat{P}} \vec{\mu} \end{array} \right. \quad (\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p})$$

$$(\vec{\mu} \propto \vec{L})$$

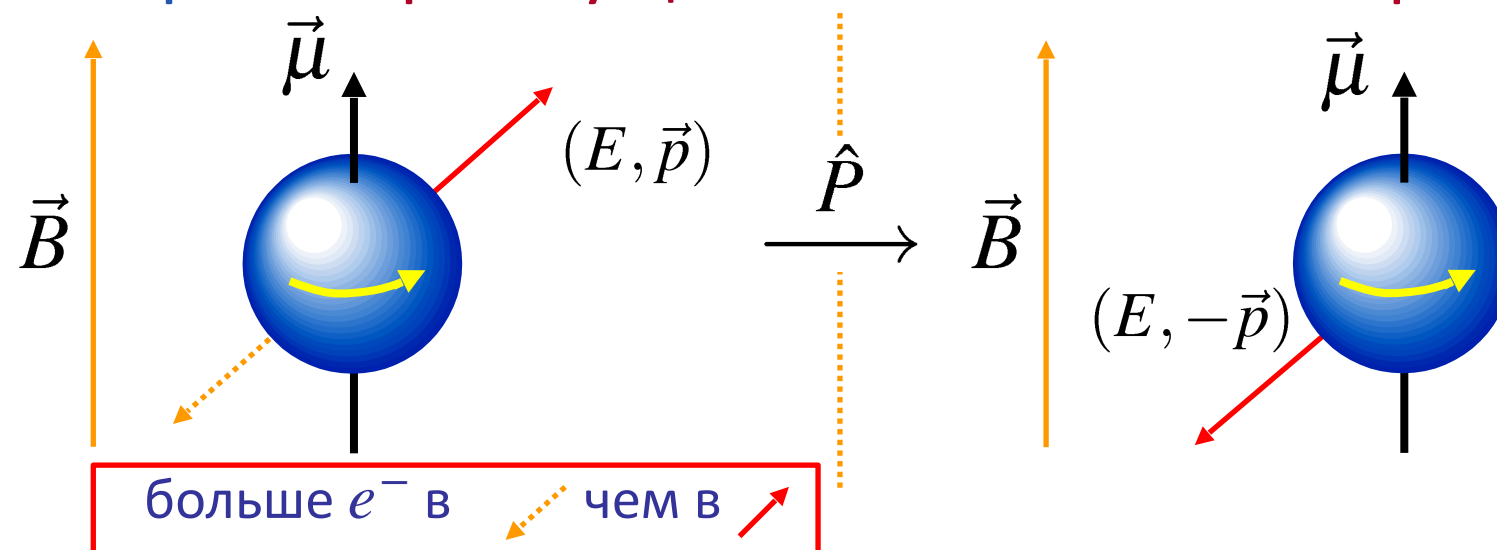
B - аксиальный
вектор

$$d\vec{B} \propto \vec{J} \wedge \vec{r} d^3\vec{r}$$

1956: мадам Ву изучала бета распад поляризованных ядер кобальта-60



- Электроны преимущественно вылетали **против** направления **поля**



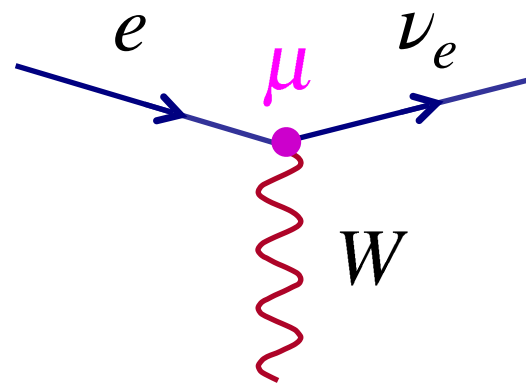
В случае **сохранения** четности ожидалось **равное** количество электронов, вылетающих **вдоль** и **против** направления магнитного поля

- В отличие от сильных, электромагнитных взаимодействий, гравитации **слабые взаимодействия нарушают четность!**

V-A форма слабых взаимодействий



- Общая форма взаимодействия за счет обмена частицей спина 1 представляет собой комбинацию **ВЕКТОРА** и **АКСИАЛЬНОГО ВЕКТОРА**
- Форма слабой вершины **определена экспериментально** и соответствует “**ВЕКТОР минус АКСИАЛ**” (V – A)



$$j^\mu \propto \bar{u}_{\nu_e} (\gamma^\mu - \gamma^\mu \gamma^5) u_e$$

V – A

- Как это позволяет описать нарушение четности?
- Рассмотрим действие $\hat{P}$ на **векторный** и **аксиальный** токи $\psi \rightarrow \hat{P}\psi = \gamma_0\psi$

$$j_V^\mu = \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2$$

$$j_V^\mu j_V^\mu \rightarrow j_V^\mu j_V^\mu$$

$$j_A^\mu = \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_2$$

$$j_V^0 \rightarrow \bar{\psi}_1 \gamma^0 \gamma^0 \gamma^0 \psi_2 = j_V^0$$

$$j_A^\mu j_A^\mu \rightarrow j_A^\mu j_A^\mu$$

$$j_A^0 \rightarrow \bar{\psi}_1 \gamma^0 \gamma^0 \gamma^5 \gamma^0 \psi_2 = -j_A^0$$

$$j_V^i \rightarrow \bar{\psi}_1 \gamma^0 \gamma^i \gamma^0 \psi_2 = -j_V^i$$

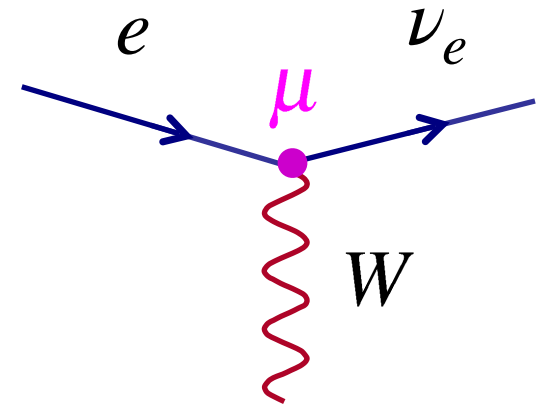
$$j_A^\mu j_V^\mu \rightarrow -j_A^\mu j_V^\mu$$

$$j_A^i \rightarrow \bar{\psi}_1 \gamma^0 \gamma^i \gamma^5 \gamma^0 \psi_2 = j_A^i$$

Спиральная структура слабых взаимодействий

- Вершина, соответствующая обмену заряженным $W^\pm$:

$$\frac{-ig_w}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)$$



Так как $P_L = (1 - \gamma_5)/2$ выделяет **левые киральные спиноры**, то

$$\bar{\psi} \frac{1}{2} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \phi = \bar{\psi} \gamma_\mu P_L \phi = \bar{\psi}_L \gamma_\mu \phi_L$$



Только **левые киральные спиноры** участвуют в **слабых взаимодействиях**, **меняющих заряд частиц** (charged current (CC) взаимодействия)

- В пределе $E \gg m$ **левые киральные спиноры** соответствуют:

$$\frac{1}{2} (1 - \gamma^5) u \Rightarrow$$



левым частицам
Спиральность = -1

$$\frac{1}{2} (1 - \gamma^5) v \Rightarrow$$

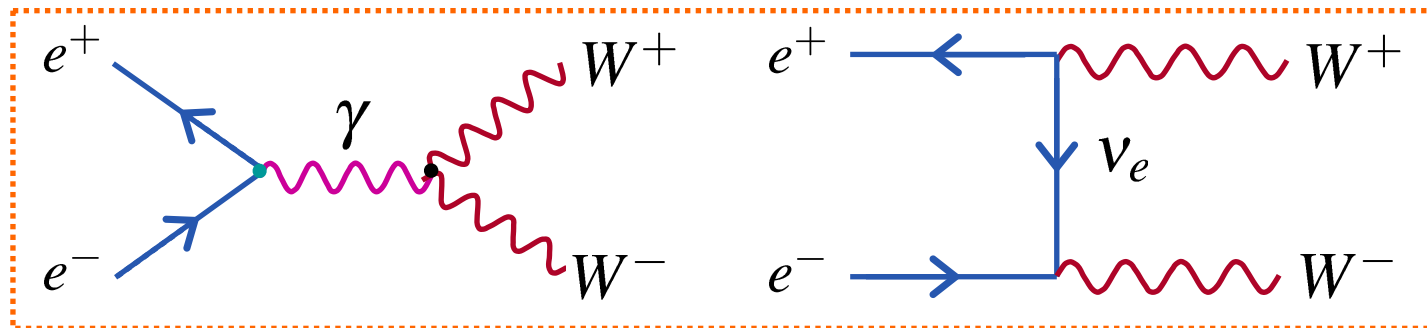


правым античастицам
Спиральность = +1

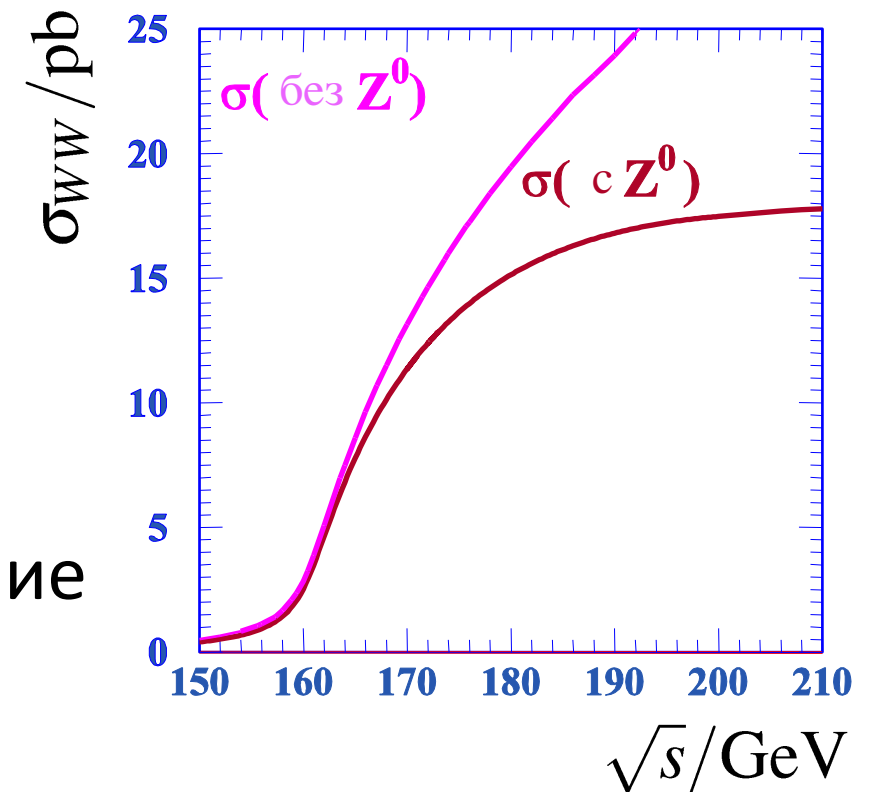
От W к Z



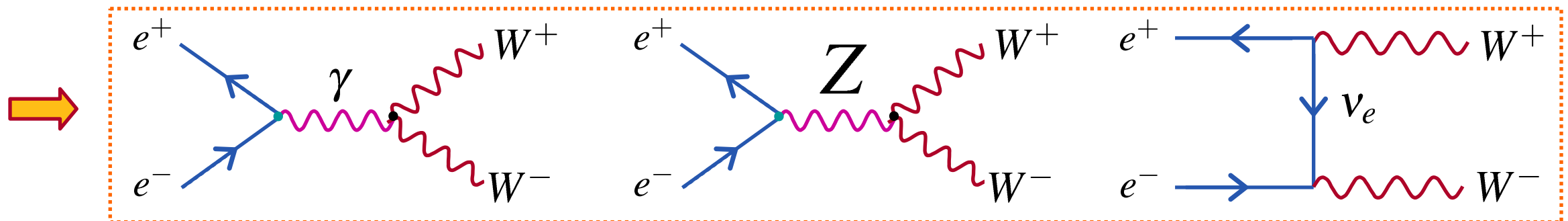
- $W^\pm$ бозоны несут **электрический заряд**
- $W^\pm$ бозоны рождаются при аннигиляции e^+e^-



- Если учитывать только эти диаграммы, то сечение **растет с ростом энергии**, что в конечном итоге приводит к **нарушению унитарности!**



- Проблему можно “решить”, **добавив новый (нейтральный) бозон - Z**.
Дополнительная диаграмма приводит к **деструктивной интерференции**:



$$|M_{\gamma WW} + M_{Z WW} + M_{\nu WW}|^2 < |M_{\gamma WW} + M_{\nu WW}|^2$$

- Сокращение работает, если взаимодействия **Z, γ , W СВЯЗАНЫ!**

От КЭД к СМ

- В Стандартной модели **сильные**, **электромагнитные** и **слабые** взаимодействия возникают за счет обмен **калибровочными** бозонами, соответствующими **симметриям**

$$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

- $SU(n)$ - группа унитарных матриц $n \times n$ с единичным определителем:

$$U^\dagger U = UU^\dagger = 1, \quad \det U = 1$$

- Матрицы U осуществляют **преобразования** (симметрии) и могут быть представлены в виде

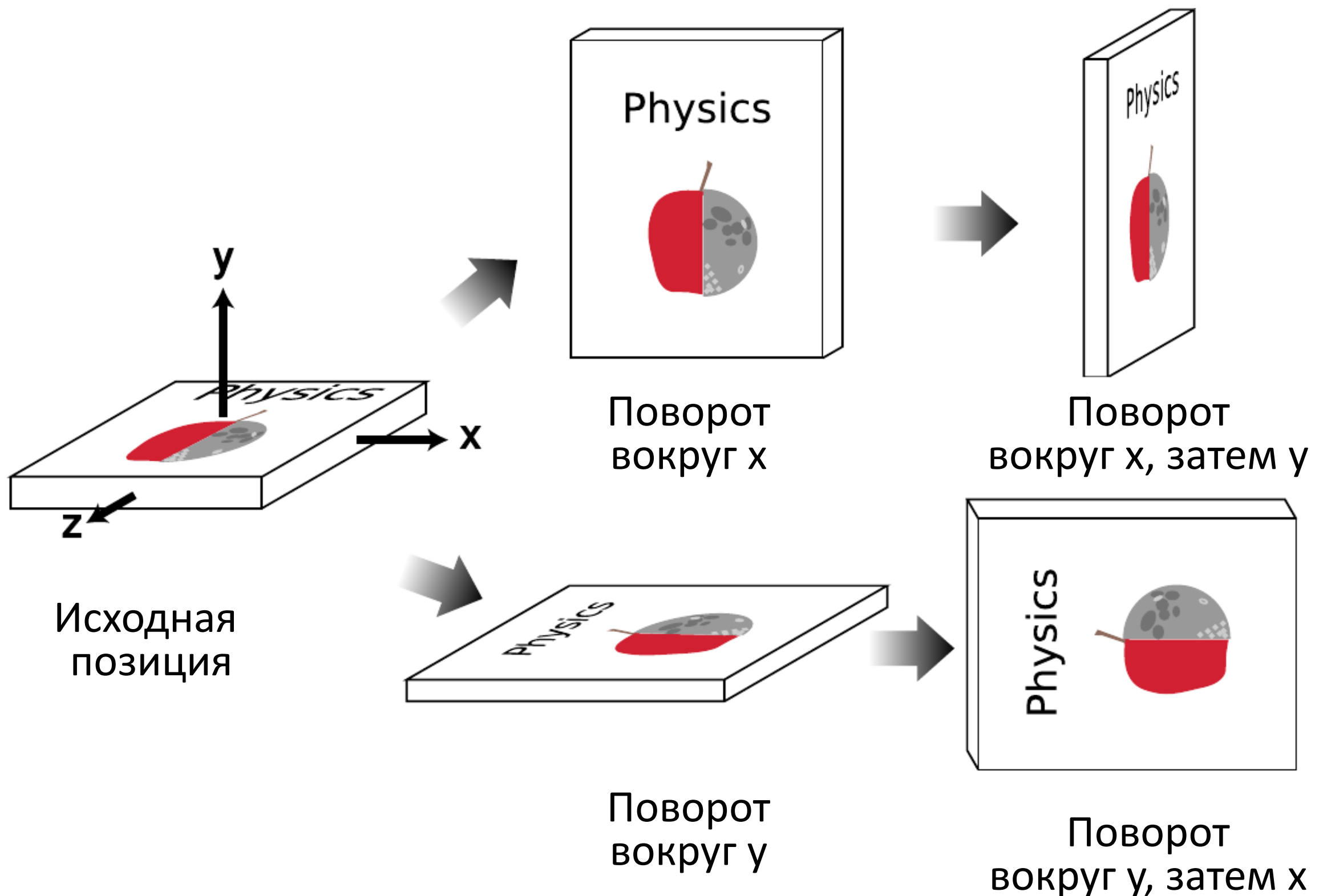
$$U(\omega) = e^{ig\omega^a t^a}, \quad a = 1, 2, \dots, n^2 - 1$$

где t^a - эрмитовы ($t^\dagger = t$) матрицы - **генераторы независимых** преобразований.

- В отличие от $U(1)$ (**абелева** группа) $SU(n)$ - **неабелева** и важен **порядок** преобразований:

$$[t^a, t^b] = if^{abc}t^c, \quad f^{abc} - \text{структурные константы}$$

Пример неабелевой группы



От КЭД к СМ

- В Стандартной модели **сильные**, **электромагнитные** и **слабые** взаимодействия возникают за счет обмен **калибровочными** бозонами, соответствующими **симметриям**

$$\cancel{SU(3)_c} \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

- $SU(2)$ - группа унитарных матриц 2×2 с единичным определителем:
- Матрицы $SU(2)$ могут быть представлены в виде

$$U(\omega) = e^{ig\omega^a T^a}, \quad a = 1, 2, 3$$

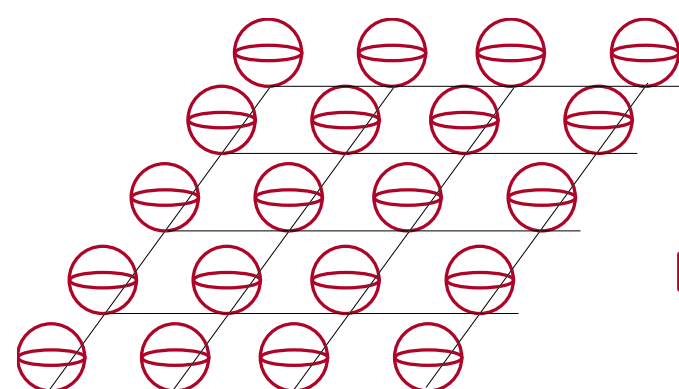
$$T_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad T_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$[T_i, T_j] = i\epsilon_{ijk} T_k, \quad \epsilon_{ijk} - \text{абсолютно антисимметричный тензор,}$$

$$U(\omega) = 1 + ig\omega T^a + \mathcal{O}(\omega^2) = \begin{pmatrix} 1 + ig\frac{\omega_3}{2} & i\frac{\omega_1 - i\omega_2}{2} \\ i\frac{\omega_1 + i\omega_2}{2} & 1 - ig\frac{\omega_3}{2} \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\omega^2)$$

$SU(2)_L$: слабые взаимодействия

- Слабые взаимодействия возникают из требования локальной инвариантности относительно преобразований $SU(2)$



$$\psi \rightarrow e^{ig\vec{\omega}(x)\cdot\vec{\sigma}/2}\psi, \text{ где } \vec{\sigma} - \text{генераторы (матрицы Паули)}$$

→ 3 калибровочных бозона $\vec{W}^\mu = (W_1^\mu, W_2^\mu, W_3^\mu)$

- Фермионы (CM) попадают в (изоспиновые) дублеты и локальное преобразование $SU(2)$ перемешивает их $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}' = e^{ig\vec{\omega}(x)\cdot\vec{\sigma}/2} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$
- Слабые взаимодействия (W) чувствительны только к левым (LH) частицам/правым (RH) античастицам (только они попадают в дублеты)

$I_W = \frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$	$I_W^3 = +\frac{1}{2}$
		$I_W^3 = -\frac{1}{2}$
$I_W = 0$	$(\nu_e)_R, (e^-)_R, \dots (u)_R, (d)_R, \dots$	NB: R/L соответствует киральности

Слабый изоспин - аналог обычного спина 1/2

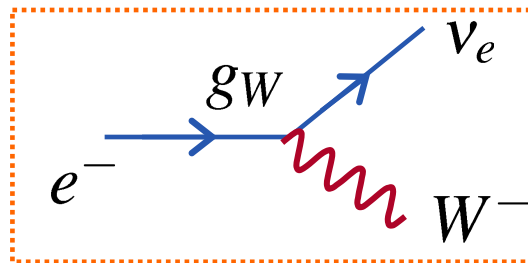
Заряженные и нейтральные токи

- Взаимодействие W^+/W^- с заряженными токами определяется линейными комбинация

$$W_\mu^\pm = (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)/\sqrt{2}$$

$$g \rightarrow g_W$$

W⁺

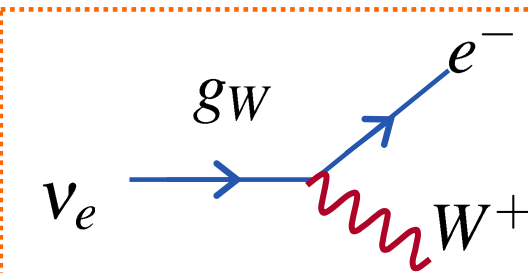


соответствует

$$j_+^\mu = \frac{g_W}{\sqrt{2}} \bar{\chi}_L \gamma^\mu \sigma_+ \chi_L$$

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$$

W⁻



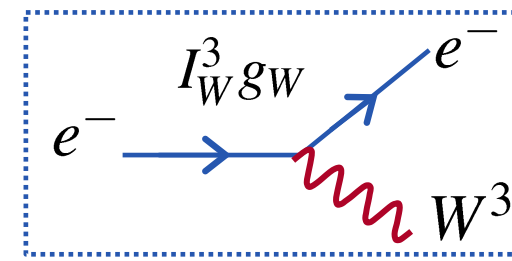
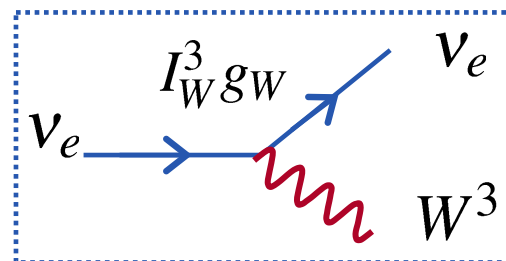
соответствует

$$j_-^\mu = \frac{g_W}{\sqrt{2}} \bar{\chi}_L \gamma^\mu \sigma_- \chi_L$$

$$\sigma^\pm = (\sigma_1 \pm i\sigma_2)/2$$

- Однако, имеем еще дополнительное взаимодействие за счет **W³**

Электрический заряд не меняется



Взаимодействие с нейтральным током (NEUTRAL CURRENT) !

Электрослабое объединение



- Кажется естественным отождествить W^3 с Z бозоном...
- Однако, это не так. В спектре имеем **два физических нейтральных векторных бозона γ, Z** , а W^3 - их **линейная комбинация**
- Ортогональная комбинация — **нейтральный калибровочный бозон B** — соответствует **новой калибровочной симметрией $U(1)_Y$**

слабый гиперзаряд, g' - калибровочная константа

- Как следствие, **физические состояния**

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_W + W_3 \sin \theta_W$$

$$Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_W + W_3 \cos \theta_W$$

θ_W **угол смешивания Вайнберга**

$$Y = 2Q - 2I_W^3 \quad \left\{ \begin{array}{l} Q — \text{электрический заряд} \\ I_W^3 — \text{третья компонента сл. изоспина} \end{array} \right.$$

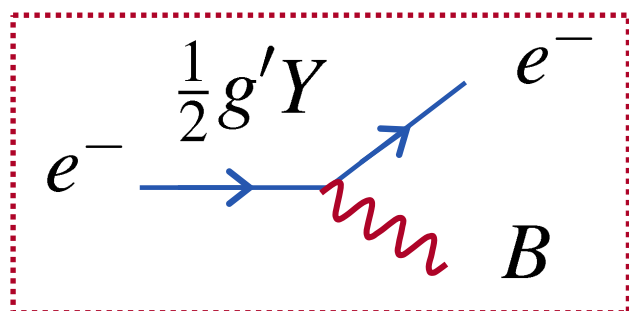
Сила взаимодействия с B определяется фактором $\frac{1}{2}g'Y$

$$e_L : Y = 2(-1) - 2(-\frac{1}{2}) = -1$$

$$\nu_L : Y = +1$$

$$e_R : Y = 2(-1) - 2(0) = -2$$

$$\nu_R : Y = 0$$



Взаимодействие электрона с фотоном в СМ

- Рассмотрим взаимодействие электрона с W^3 , B , и фотоном (g_W , g' , e - соответствующие константы связи):

$$\begin{array}{ll}
 \gamma & j_\mu^{em} = e \bar{\psi} Q_e \gamma_\mu \psi = e \bar{e}_L Q_e \gamma_\mu e_L + e \bar{e}_R Q_e \gamma_\mu e_R \\
 W^3 & j_\mu^{W^3} = -\frac{g_W}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L \\
 B & j_\mu^Y = \frac{g'}{2} \bar{\psi} Y_e \gamma_\mu \psi = \frac{g'}{2} \bar{e}_L Y_{e_L} \gamma_\mu e_L + \frac{g'}{2} \bar{e}_R Y_{e_R} \gamma_\mu e_R
 \end{array}$$

разные гиперзаряды у левых и правых полей

- Соотношение $A_\mu = B_\mu \cos \theta_W + W_3 \sin \theta_W$ соответствует тому, что

$$j_\mu^{em} = j_\mu^Y \cos \theta_W + j_\mu^{W^3} \sin \theta_W$$

$$\begin{aligned}
 e \bar{e}_L Q_e \gamma_\mu e_L + e \bar{e}_R Q_e \gamma_\mu e_R &= \frac{1}{2} g' \cos \theta_W [\bar{e}_L Y_{e_L} \gamma_\mu e_L + \bar{e}_R Y_{e_R} \gamma_\mu e_R] - \frac{1}{2} g_W \sin \theta_W [\bar{e}_L \gamma_\mu e_L] \\
 -e \bar{e}_L \gamma_\mu e_L - e \bar{e}_R \gamma_\mu e_R &= \frac{1}{2} g' \cos \theta_W [-\bar{e}_L \gamma_\mu e_L - 2\bar{e}_R \gamma_\mu e_R] - \frac{1}{2} g_W \sin \theta_W [\bar{e}_L \gamma_\mu e_L]
 \end{aligned}$$

Сравнивая, получаем

$$e = g_W \sin \theta_W = g' \cos \theta_W$$

- Таким образом, константы связи электромагнитного, слабого и $U(1)_Y$ взаимодействия связаны между собой.

Взаимодействие электрона с **Z-бозоном** в СМ

• Теперь, в этой модели можно определить, как Z взаимодействует с электроном: $Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_W + W_3 \cos \theta_W$

$$I_W^3$$

для электрона $I_W^3 = -1/2$

$$j_\mu^Z = -\frac{1}{2} g' \sin \theta_W [\bar{e}_L Y_{eL} \gamma_\mu e_L + \bar{e}_R Y_{eR} \gamma_\mu e_R] - \frac{1}{2} g_W \cos \theta_W [e_L \gamma_\mu e_L]$$

$$j_\mu^Z = -\frac{1}{2} g' \sin \theta_W [\bar{e}_L (2Q - 2I_W^3) \gamma_\mu e_L + \bar{e}_R (2Q) \gamma_\mu e_R] + I_W^3 g_W \cos \theta_W [e_L \gamma_\mu e_L]$$

для RH спиноров $I_3^W = 0$

$$j_\mu^Z = [g' I_W^3 \sin \theta_W - g' Q \sin \theta_W + g_W I_W^3 \cos \theta_W] \bar{e}_L \gamma_\mu e_L - [g' Q \sin \theta_W] e_R \gamma_\mu e_R$$

• Используя $e = g_W \sin \theta_W = g' \cos \theta_W$ и факторизуя $g' / \sin \theta_W$:

$$j_\mu^Z = \left[g' \frac{(I_W^3 - Q \sin^2 \theta_W)}{\sin \theta_W} \right] \bar{e}_L \gamma_\mu e_L - \left[g' \frac{Q \sin^2 \theta_W}{\sin \theta_W} \right] e_R \gamma_\mu e_R$$

$$j_\mu^Z = g_Z (I_W^3 - Q \sin^2 \theta_W) [\bar{e}_L \gamma_\mu e_L] - g_Z Q \sin^2 \theta_W [e_R \gamma_\mu e_R]$$

где

$$e = g_Z \cos \theta_W \sin \theta_W$$

т.е.

$$g_Z = \frac{g_W}{\cos \theta_W} = \frac{g'}{\sin \theta_W}$$

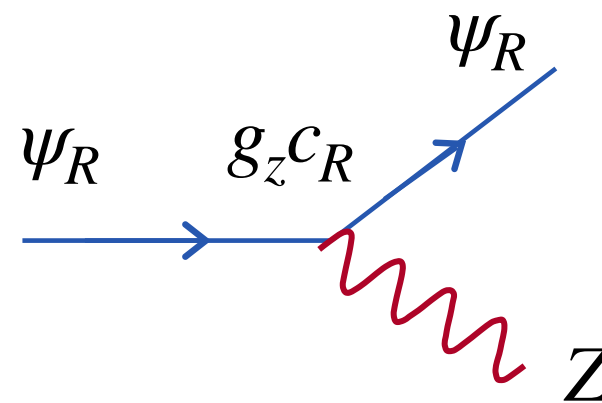
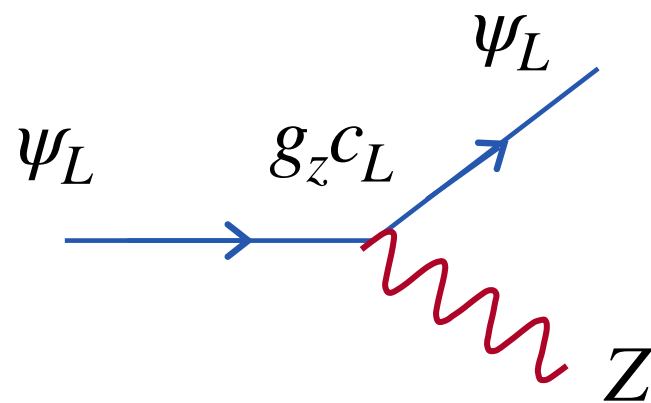
Взаимодействие фермионов СМ с **Z-бозоном**

- Обобщение на **другие фермионы** СМ:

$$j_Z^\mu = g_Z \left(c_L \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L + c_R \bar{\psi}_R \gamma_\mu \psi_R \right)$$

$$c_L = I_W^3 - Q \sin^2 \theta_W$$

$$c_R = -Q \sin^2 \theta_W$$



- Используя **экспериментальное** значение $\sin^2 \theta_W \approx 0.23$

$$c_V = c_L + c_R$$

$$c_A = c_R - c_L$$

фермионы	Q	I_W^3	c_L	c_R	c_V	c_A
ν_e, ν_μ, ν_τ	0	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$
e^-, μ^-, τ^-	-1	$-\frac{1}{2}$	-0.27	0.23	-0.04	$-\frac{1}{2}$
u, c, t	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{2}$	0.35	-0.15	+0.19	$+\frac{1}{2}$
d, s, b	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-0.42	0.08	-0.35	$-\frac{1}{2}$

Электрослабые взаимодействия

- **Компактно** можно записать лагранжиан для взаимодействия кварков и лептонов с W_μ и B_μ с помощью **ковариантных** производных:

$$\delta\mathcal{L}_{ew} = i \left(\bar{Q}^j \hat{D}_L Q^j + \bar{L}^j \hat{D}_L L^j + \bar{u}_R^j \hat{D}_R u_R^j + \bar{d}_R^j \hat{D}_R d_R^j + \bar{e}_R^j \hat{D}_R e_R^j \right)$$

$$D_\mu^L = \begin{pmatrix} \partial_\mu - \frac{i}{2}(g_W W_\mu^3 + g' Y_L^f B_\mu) & -i \frac{g_W}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \\ -i \frac{g_W}{\sqrt{2}} W_\mu^- & \partial_\mu + \frac{i}{2}(g_W W_\mu^3 - g' Y_L^f B_\mu) \end{pmatrix}$$

$$D_\mu^R = \partial_\mu - i g' \frac{Y_R^f}{2} B_\mu$$

$$Q^j = \begin{pmatrix} u_L^j \\ d_L^j \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} \nu_L^j \\ e_L^j \end{pmatrix}, \quad u_R^j, d_R^j, e_R^j, \quad j = \overline{1,3} \text{ - 3 поколения}$$

NB: глобальная “флейворная” симметрия $\delta\mathcal{L}_{ew}$: $[U(3)_Q \times U(3)_d \times U(3)_u] \times [U(3)_L \times U(3)_e]$

Электрослабые взаимодействия

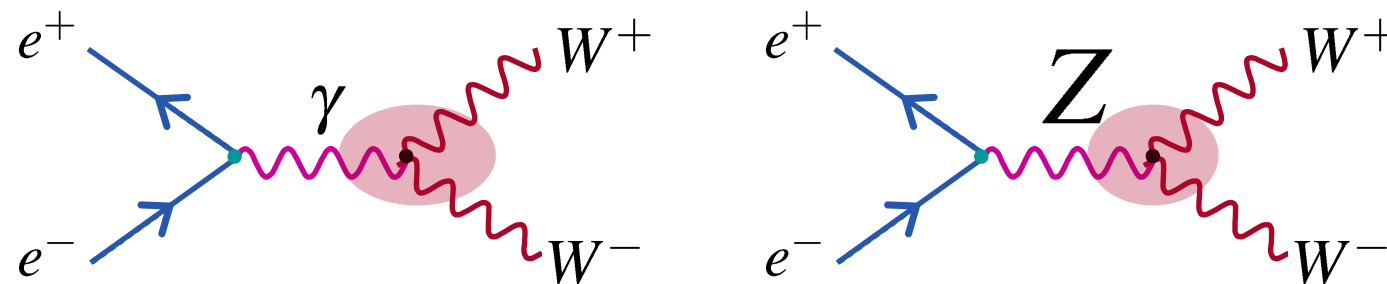
- Важный момент для неабелевых калибровочных симметрий:

$$\mathcal{L}_0^{W,B} = -\frac{1}{4}\vec{W}_{\mu\nu} \cdot \vec{W}_{\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B_{\mu\nu}$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

$$\vec{W}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{W}_\nu - \partial_\nu \vec{W}_\mu + g_W \vec{W}_\mu \times \vec{W}_\nu$$

- Самодействие калибровочных бозонов (несут заряд)





Ок, у фотона
нет массы



У глюона
тоже

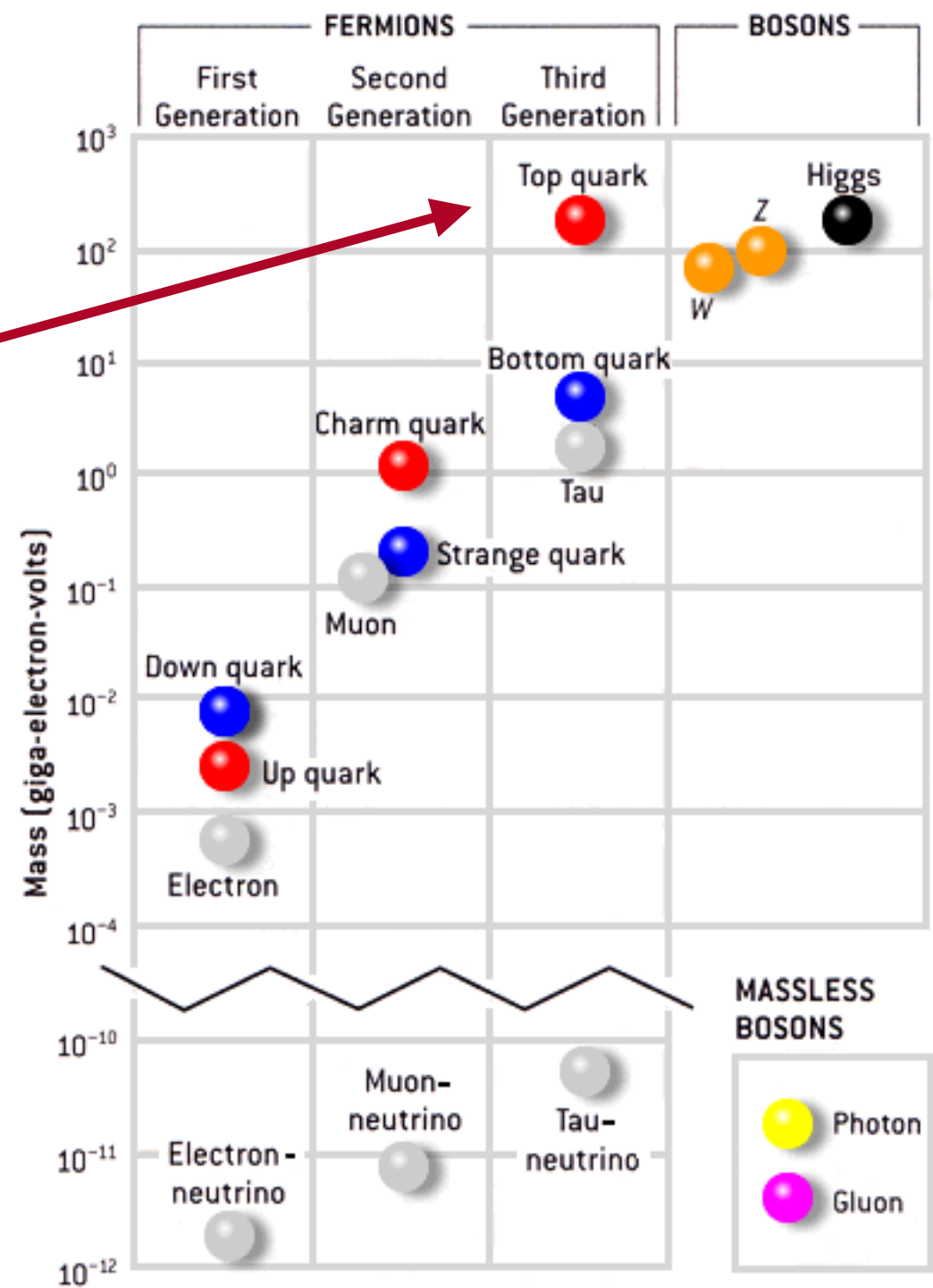
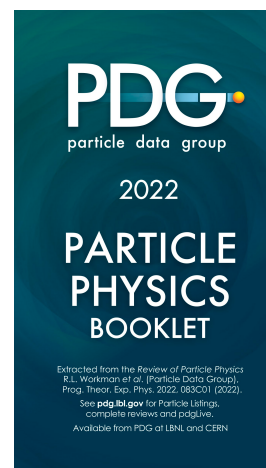
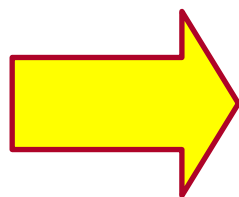


Что-то не так у вас с
теорией

Топ-кварк

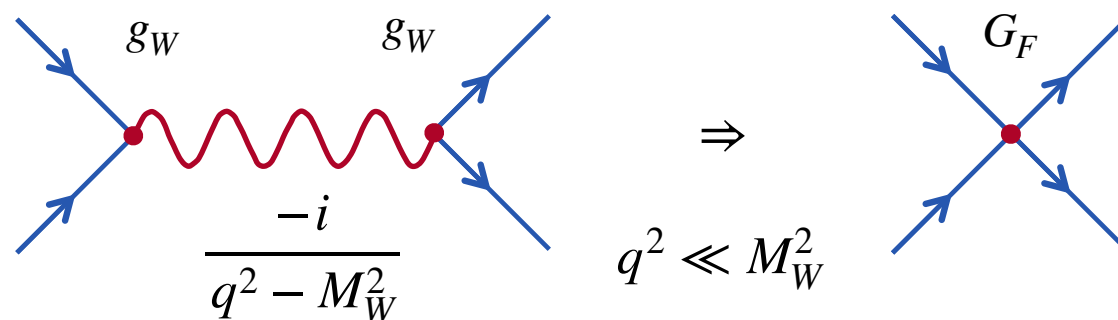


$$M_t = 172.5 \pm 0.7 \text{ ГэВ}$$



Проблема с массами элементарных частиц.

- Ранее мы использовали идею **калибровочной инвариантности**, чтобы описать **слабые и электромагнитные взаимодействия** единым образом.
- Симметрия **требует**, чтобы калибровочные бозоны были **безмассовыми**
- Однако, из **эксперимента** мы знаем, что W и Z обладают **массами**:
 - не видим **Z -бозона**, “летающего” вокруг нас (в отличие от фотона)
 - слабые силы - **короткодействующие**
 - при **низких энергиях** мы должны **воспроизводить модель Ферми**:



The diagram illustrates the transition from a W boson exchange to a four-fermion contact interaction (Feynman model) in the low-energy limit. On the left, a Feynman diagram shows two fermion lines (blue arrows) interacting via a W boson (red wavy line). The vertices are labeled g_W . The propagator is labeled $\frac{-i}{q^2 - M_W^2}$. An arrow points to the right, where a simplified four-fermion contact interaction is shown, labeled G_F . The condition $q^2 \ll M_W^2$ is written between the diagrams. To the right of the diagrams, the equation $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8m_W^2}$ is displayed.

- Кроме этого, оказывается, что эта же симметрия **запрещает массы у фермионов**: соответствующее слагаемое $\mathcal{L} \ni -m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L)$ “перемешивает” **левые** ψ_L и **правые** ψ_R киральные поля, которые преобразуются по-разному относительно $SU(2)_L \times U(1)_Y$: **левые** поля объединены в **дублеты** $SU(2)_L$, а **правые** являются **синглетами**.

Механизм Хиггса в скалярной электродинамике

- Попробуем решить проблему с массами калибровочных бозонов, рассмотрев теорию **заряженного скалярного поля**, взаимодействующего с **фотоном**.
- Соответствующий лагранжиан:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^\dagger \partial_\mu \phi - V(\phi^\dagger \phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + ie \left(\phi^\dagger \partial_\mu \phi - \phi \partial_\mu \phi^\dagger \right) A_\mu + e^2 A_\mu A_\mu \phi^\dagger \phi$$

Свободное
скалярное поле

“Потенциал”:

масса скалярного поля + самодействие

Свободное
электромагнитное
поле

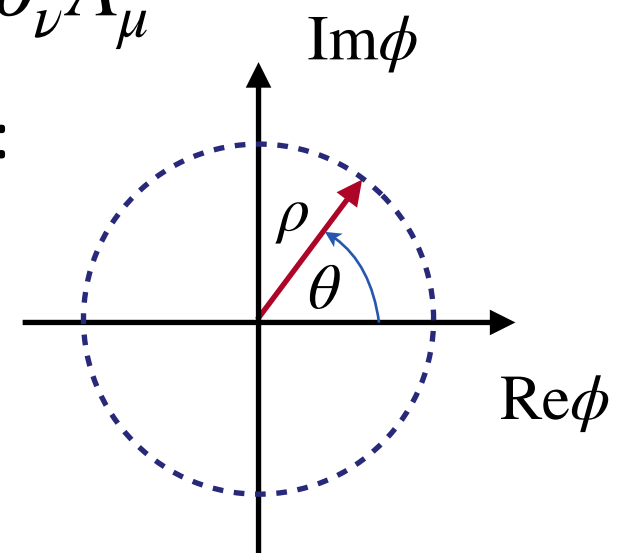
Взаимодействие скалярного поля
с электромагнитным полем

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

инвариантен относительно **калибровочных преобразований**:

$$\phi \rightarrow e^{ie\omega(x)} \phi, \quad A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \omega$$

- Поле ϕ [две степени свободы (“частица-античастица”)]
может быть переписано в **полярных координатах** и



$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \rho(x) e^{i\theta(x)}$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \rho)^2 + \frac{e^2 \rho^2}{2} \left(A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \theta \right) \left(A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \theta \right) - V(\rho^2/2) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2$$

Механизм Хиггса в скалярной электродинамике

- Попробуем решить проблему с массами калибровочных бозонов, рассмотрев теорию **заряженного скалярного поля**, взаимодействующего с **фотоном**.
- Соответствующий лагранжиан:

$$\mathcal{L} = \underbrace{\partial_\mu \phi^\dagger \partial_\mu \phi}_{\text{Свободное скалярное поле}} - \underbrace{V(\phi^\dagger \phi)}_{\text{“Потенциал”: масса скалярного поля + самодействие}} - \underbrace{\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2}_{\text{Свободное электромагнитное поле}} + \underbrace{ie \left(\phi^\dagger \partial_\mu \phi - \phi \partial_\mu \phi^\dagger \right) A_\mu + e^2 A_\mu A_\mu \phi^\dagger \phi}_{\text{Взаимодействие скалярного поля с электромагнитным полем}}$$

Свободное
скалярное поле

“Потенциал”:

масса скалярного поля + самодействие

Свободное
электромагнитное
поле

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

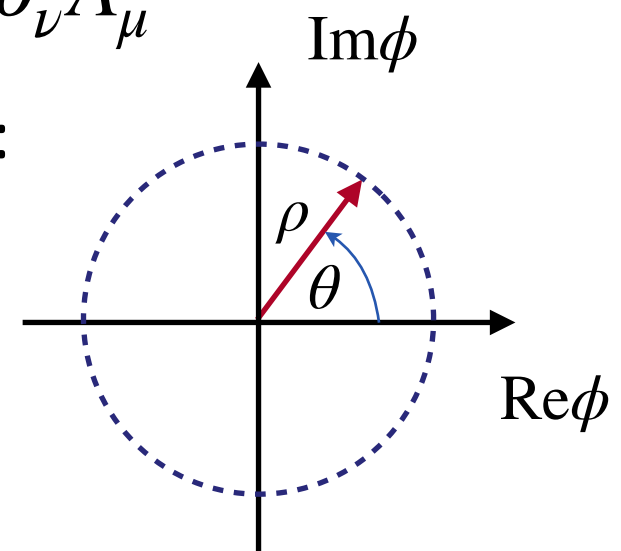
Взаимодействие скалярного поля
с электромагнитным полем

инвариантен относительно **калибровочных преобразований**:

$$\phi \rightarrow e^{ie\omega(x)} \phi, \quad A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \omega$$

- Поле ϕ [две степени свободы (“частица-античастица”)] может быть переписано в **полярных координатах** и

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \rho)^2 + \frac{e^2 \rho^2}{2} B_\mu B_\mu - V(\rho^2/2) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2(B), \quad B_\mu = A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \theta$$



$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \rho(x) e^{i\theta(x)}$$

- Поля ρ и $B_\mu \equiv A_\mu - \partial_\mu \theta/e$ не меняются при калибр. преобразований!

В этих переменных **калибровочная симметрия скрыта!**

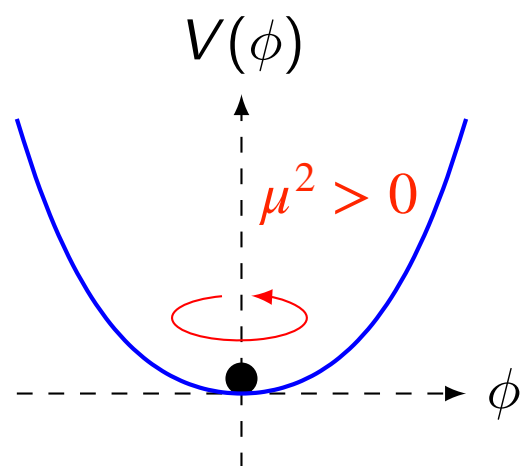
Механизм Хиггса в скалярной электродинамике

- Лагранжиан в **новых переменных** (B_μ все еще безмассовое):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \rho)^2 + \frac{e^2 \rho^2}{2} B_\mu B_\mu - V(\rho^2/2) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2$$

- Поле $\rho(x)$ — **динамическое** поле, однако, если мы заменим его $\rho \rightarrow v = \text{const}$, то слагаемое $e^2 v^2 B_\mu B_\mu / 2$ в $\mathcal{L}$ будет выглядеть как масса для поля B_μ . **Как оправдать такую замену?**

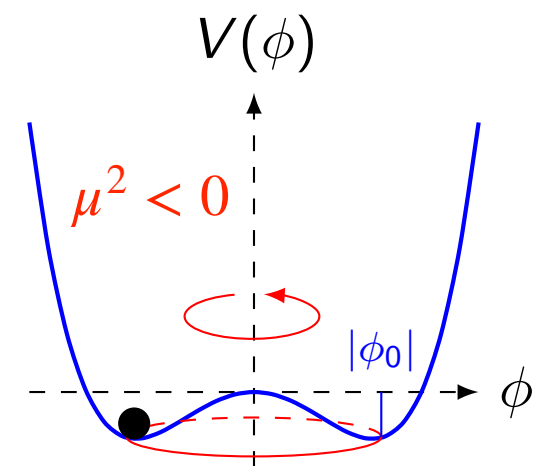
- Вспомним, что в квантовой теории поля, частицы есть возбуждения поля над **вакуумом** - состоянием с **наименьшей энергией***. В зависимости от формы потенциала V , который обычно берут в виде:



- единственный **симметричный** вакуум ($\phi_0 = 0$)

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$$

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \phi} \right|_{\phi=\phi_0} = 0$$



- бесконечный набор **вырожденных** **несимметричных** состояний ($\phi_0 = v e^{i\alpha} / \sqrt{2}$)

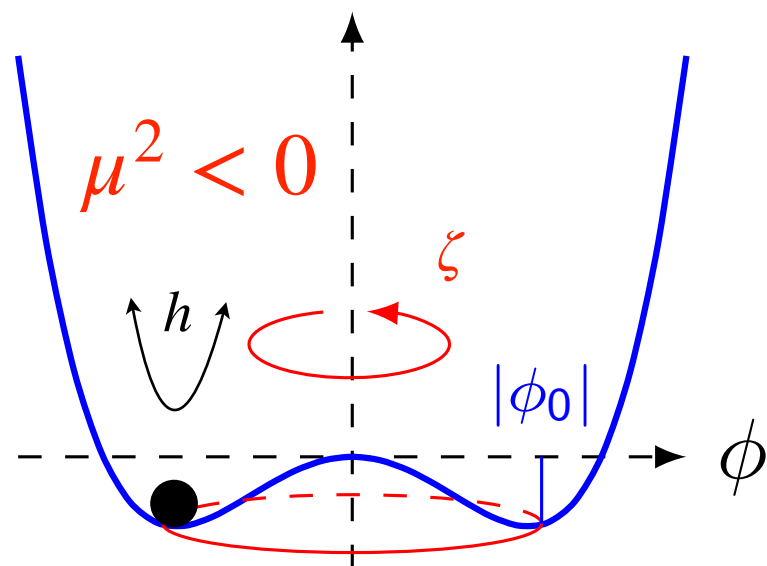
Механизм Браута-Энглера-Хиггса-Хагена-Гуралника-Киббла

• Ненулевое значение поля в минимуме потенциала интерпретируется в квантовой теории поля как вакуумное среднее (оператора).

• **Спонтанное** нарушение — **выбор одного** из возможных (**эквивалентных**) вакуумов (значений α), например,

$$\phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}} e^{i\alpha} \Rightarrow \frac{v}{\sqrt{2}} \equiv \langle 0 | \phi(x) | 0 \rangle, \quad \alpha = 0$$

• Частицам соответствуют (**малые**) **возбуждения** над **вакуумом**:



$$\phi(x) = \frac{\rho(x)}{\sqrt{2}} e^{i\theta(x)} = \frac{v+h(x)}{\sqrt{2}} e^{i\zeta(x)/v}$$

• $h(x)$ — радиальные возбуждения (массивные частицы, а.к.а **бозон Хиггса**)

• $\zeta(x)$ — возбуждения вдоль “долины” (**безмассовые голдстоуновские моды**)

• Подставляя $\rho(x) = v + h(x)$ в лагранжиан $\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \rho)^2 + \frac{e^2 \rho^2}{2} B_\mu B_\mu - V(\rho^2/2) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 + \frac{e^2 v^2}{2} B_\mu B_\mu + e^2 v h B_\mu B_\mu + \frac{e^2 h^2}{2} B_\mu B_\mu - V - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2$$

масса “фотона”

взаимодействие бозона Хиггса с “фотоном”

Механизм Хиггса: степени свободы

- Мы начали с лагранжиана:

$$\mathcal{L}_1 = \partial_\mu \phi^\dagger \partial_\mu \phi - V(\phi^\dagger \phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + ie \left(\phi^\dagger \partial_\mu \phi - \phi \partial_\mu \phi^\dagger \right) A_\mu + e^2 A_\mu A_\mu \phi^\dagger \phi$$

- После замены переменных [$\sqrt{2}\phi = (v + h)\exp(i\zeta/v)$, $B_\mu = A_\mu - \partial_\mu \zeta/(ev)$]

$$\mathcal{L}_2 = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 + \frac{e^2 v^2}{2} B_\mu B_\mu + e^2 v h B_\mu B_\mu + \frac{e^2 h^2}{2} B_\mu B_\mu - V - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2$$

- $\mathcal{L}_1$ описывает

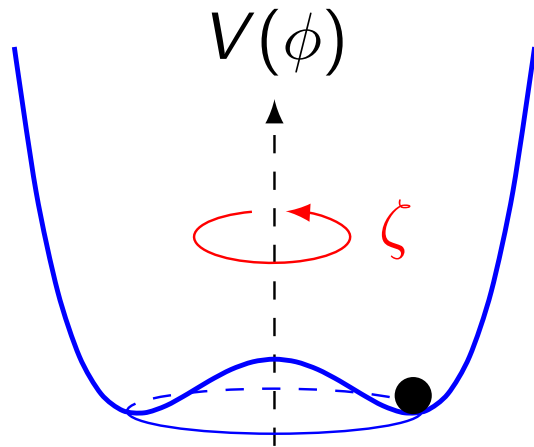
- 2 степени свободы (**комплексное** скалярное поле — $\phi, \phi^\dagger$)
- 2 степени свободы (**безмассовое** калибровочное поле — A_μ)

- $\mathcal{L}_2$ описывает

- 1 степень свободы (действительное скалярное поле — h)
- 3 степени свободы (**массивное** векторное поле — B_μ)

“Чтобы стать массивным, безмассовый калибровочный бозон съел одну скалярную степень свободы”

О теореме Голдстоуна



• Если бы симметрия была **глобальная**, то при спонтанном нарушении симметрии возникали бы **безмассовые** (физические) состояния: голдстоуновские бозоны ζ — возбуждения над вакуумом “**вдоль**” **нарушенных симметрий** (генераторов)

• Это связано с тем, что у нас есть **набор вырожденных вакуумных состояний**, которые **связаны** друг с другом **преобразованиями нарушенных симметрий**.

$$\phi \rightarrow e^{ie\omega} \phi : \quad \frac{v}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{v}{\sqrt{2}} e^{ie\omega}, \quad \omega = \text{const}$$

• Заменим параметр ω преобразования на поле $\omega \rightarrow \zeta(x)/(ev)$ и получим **параметризацию голдстоуновскую моды**. Характерной чертой является то, что под действием глобального преобразования $\omega = \text{const}$ поле сдвигается на константу:

$$\zeta(x) \rightarrow \zeta(x) + ev\omega$$

• В случае же **локальной (калибровочной) симметрии**, $\zeta(x)$ не является физическим и **может быть “убрано”** с помощью преобразования с **подходящим $\omega(x)$ = “съедено” калибровочным бозоном**, связанным с нарушенной симметрией.

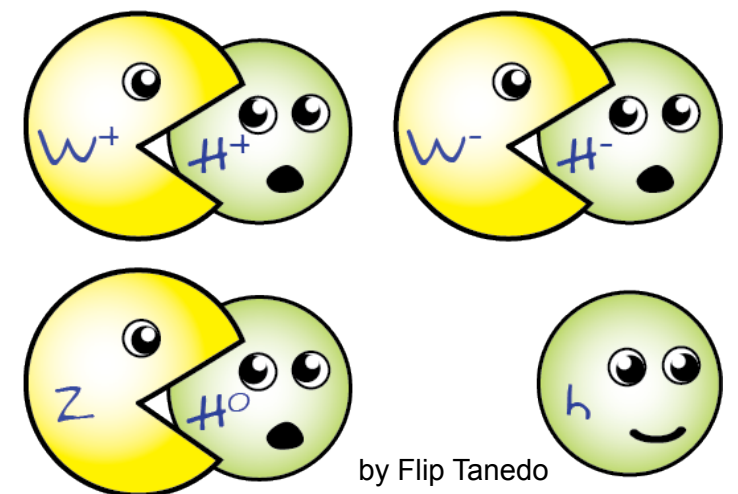
Механизм Хиггса в электрослабой теории

- При построении электрослабой теории мы использовали $SU(2)_L \times U(1)_Y$ калибровочную группу, которая давала 4 калибровочных бозона: нейтральные Z, γ (комбинации W_3 и B) + заряженные $W^\pm$ (комбинации $W_{1,2}$)
- Из эксперимента мы знаем, что лишь фотон γ является безмассовым!
- Необходимо нарушить 3 из 4 симметрий (генераторов), чтобы $Z, W^\pm$ смогли стать массивными, съев 3 голдстоуновских бозона.

• В СМ для того, чтобы нарушить $SU(2)_L$ используют скалярное поле (набор полей), которое преобразуется как $SU(2)$ - дублет:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i \frac{\zeta_i}{v} \cdot \frac{\sigma_i}{2} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$

“голдстоуны” на съедение



бозон Хиггса

• Также предполагается, что $\Phi(x)$ несет слабый гиперзаряд, т.е. преобразуется под действием $U(1)_Y$

вакуумное среднее $\Phi_0 \equiv \langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$

генераторы $SU(2)$ — матрицы Паули

Механизм Хиггса в электрослабой теории

- Таким образом, в СМ **дублет**

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i \frac{\zeta_i}{v} \cdot \frac{\sigma_i}{2} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$



- **Преобразуется** под действием $SU(2)_L \times U(1)_Y$ как

генераторы
слабого изоспина
(матрицы Паули)

$$\Phi \rightarrow \exp \left[i g_W T_i \omega_i + i g' \frac{Y_H}{2} \omega' \right] \Phi$$

гиперзаряд
Хиггсовского
дублета
(число)

- **Не хотим, чтобы фотон был массивным**, **вакуумное** состояние должно иметь **нулевой электрический заряд** = не преобразовываться под действием $U(1)_{em}$:

$$Q\Phi_0 = \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right) \Phi_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + Y_H & 0 \\ 0 & -1 + Y_H \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = 0$$

- Следовательно, если $Y_H = 1$, то **вакуум электрически нейтрален** и **фотон остается безмассовым**: нарушение $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$

Модель Глешоу-Вайнберга-Салама (GWS)

- Вакуумное среднее поля $\Phi(x)$ возникает, если взять потенциал

$$V(\Phi) = m_{\Phi}^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

с $m_{\Phi}^2 < 0$. Аналогично скалярной электродинамике имеем $v = |m_{\Phi}^2|/\lambda$.

- Кроме того, лагранжиан СМ также содержит (“кинетическое”) слагаемое

$$(D_{\mu} \Phi)^\dagger (D_{\mu} \Phi) = \frac{1}{2} (\partial_{\mu} h)^2 + \left[\frac{g_W^2 v^2}{4} W_{\mu}^+ W_{\mu}^- + \frac{v^2}{8} (g_W W_{\mu}^3 - g' B_{\mu})^2 \right] \left(1 + \frac{h}{v} \right)^2$$

где мы использовали калибровочную свободу, чтобы избавиться от голдстоуновских полей (“унитарная калибровка”)

- Масса W -бозона в СМ связана с вакуумным средним: $M_W = g_W v/2$

Модель Глешоу-Вайнберга-Салама (GWS)

- Вакуумное среднее поля $\Phi(x)$ возникает, если взять потенциал

$$V(\Phi) = m_{\Phi}^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

с $m_{\Phi}^2 < 0$. Аналогично скалярной электродинамике имеем $v = |m_{\Phi}^2|/\lambda$.

- Кроме того, лагранжиан СМ также содержит (“кинетическое”) слагаемое

$$(D_{\mu}\Phi)^{\dagger}(D_{\mu}\Phi) = \frac{1}{2}(\partial_{\mu}h)^2 + \left[\frac{g_W^2 v^2}{4} W_{\mu}^{+} W_{\mu}^{-} + \frac{g_Z^2 v^2}{8} (g_W/g_Z W_{\mu}^3 - g'/g_Z B_{\mu})^2 \right] \left(1 + \frac{h}{v} \right)^2$$

где мы использовали калибровочную свободу, чтобы избавиться от голдстоуновских полей (“унитарная калибровка”)

- Масса W -бозона в СМ связана с вакуумным средним: $M_W = g_W v/2$

- Не хотим, чтобы фотон стал массивным: $Z_{\mu} = -B_{\mu} \sin \theta_W + W_3 \cos \theta_W$

$$\cos \theta_W = \frac{g_W}{g_Z} \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{g_Z}, \quad g_Z = \sqrt{g_W^2 + g'^2}$$

- Масса Z -бозона в СМ: $M_Z = g_Z v/2$

Модель Глешоу-Вайнберга-Салама (GWS)

- Вспомогая, что $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8M_W^2}$, получаем, $v^2 = \frac{1}{\sqrt{2}G_F} \approx 246$ ГэВ.

- Предсказание:

$$\frac{M_W}{M_Z} = g_W/g_Z = \cos \theta_W$$

- Параметр ρ — **относительная сила** электрослабых взаимодействий за счет обмена **нейтральным и заряженным бозоном**:

$$\rho = \frac{g_Z^2}{M_Z^2} \cdot \frac{M_W^2}{g_W^2} = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} \approx 1$$

- В СМ **предсказывается**, что **ρ близок к единице** (небольшое отличие за счет квантовых поправок, нарушающих так называемую custodial симметрию)

Механизм Хиггса и массы фермионов СМ

- Массовое слагаемое “перемешивает” **левые и правые киральные** поля
например, для d-кварков

$$\mathcal{L} \ni -m\bar{d}d = -m(\bar{d}_L d_R + \bar{d}_R d_L) \text{ принадлежит } SU(2)_L \text{ дублету } Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$$

$SU(2)_L$ синглет.

- Чтобы сделать лагранжиан инвариантным относительно $SU(2)_L$ необходимо образовать **комбинацию дублетов**, **не меняющуюся под действием группы**: **юкавское** взаимодействие (фермион-фермион-скаляр)

$$\mathcal{L} \ni -y_d(\bar{Q}_L \Phi) d_R - y_d \bar{d}_R \Phi^\dagger Q_L \Rightarrow -\frac{y_d}{\sqrt{2}} (\bar{u}_L \quad \bar{d}_L) \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} d_R + \text{h.c.}$$

не меняется при $SU(2)_L$ вращениях:

$$Q_L \rightarrow e^{ig_W T_i \omega_i} Q_L, \quad \Phi \rightarrow e^{ig_W T_i \omega_i} \Phi$$

при замене $\Phi \rightarrow (0, v/\sqrt{2})$ на **вакуумное среднее** возникает необходимое **массовое слагаемое**:

$$-m_d (\bar{d}_L d_R + \text{h.c.}), \quad m_d = \frac{y_d v}{\sqrt{2}}$$

Механизм Хиггса и массы фермионов СМ

- Аналогичным образом можно добавить Юкавские взаимодействия, приводящие к **массам** всех **нижних фермионов** СМ (d, s, b, e, μ, τ). При этом ничто не мешает нам ввести смешивания между поколениями:

$$\mathcal{L} \ni -y_d^{ij}(\bar{Q}_L^i \Phi) d_R^j - y_d^{*ji} \bar{d}_R^j \Phi^\dagger Q_L^i \Rightarrow -\frac{y_d^{ij}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{u}_L^i & \bar{d}_L^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} d_R^j + \text{h.c.}$$

массовая матрица
нижних кварков

$$M_d^{ij} = \frac{y_d^{ij} v}{\sqrt{2}}$$

- Легко понять, что указанные слагаемые также инвариантны относительно $U(1)_Y$, так как при

$$Q_L \rightarrow e^{ig' \frac{Y_{Q_L}}{2} \omega'} Q_L, \quad \Phi \rightarrow e^{ig' \frac{Y_\Phi}{2} \omega'} \Phi, \quad d_R \rightarrow e^{ig' \frac{Y_{d_R}}{2} \omega'} d_R$$

Юкавское взаимодействие нижних фермионов **не меняется**

$$-y_d(\bar{Q}_L \Phi) d_R \rightarrow -y_d(\bar{Q}_L \Phi) d_R \times e^{ig' \frac{\omega'}{2} (-Y_{Q_L} + Y_\Phi + Y_{d_R})} = -y_d(\bar{Q}_L \Phi) d_R$$

благодаря соотношению

$$-Y_{Q_L} + Y_\Phi + Y_{d_R} = -\frac{1}{3} + 1 - \frac{2}{3} = 0$$

Механизм Хиггса и массы фермионов СМ

- Для решения проблемы масс **верхних** фермионов необходимо ввести (зарядово) **сопряженный дублет** полей Хиггса, гиперзаряд которого равен

$$\Phi_c \equiv i\sigma_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}^* \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v+h \\ 0 \end{pmatrix} \quad Y_{\Phi_c} = -Y_{\Phi} = -1$$

- С его помощью можно записать **Юкавское взаимодействие** для **верхних фермионов**, инвариантное как относительно $SU(2)_L$, так и $U(1)_Y$:

$$\mathcal{L} \ni -y_u^{ij} (\bar{Q}_L^i \Phi_c) u_R^j - y_u^{*ji} \bar{u}_R^j \Phi_c^\dagger Q_L^i \Rightarrow -\frac{y_u^{ij}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{u}_L^i & \bar{d}_L^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v+h \\ 0 \end{pmatrix} u_R^j + \text{h.c.}$$

массовая матрица
верхних кварков

$M_u^{ij} = \frac{y_u^{ij} v}{\sqrt{2}}$

- В общем случае, **матрицы** M_u и M_d являются **комплексными** и задаются $2 \times 2 \cdot N^2$ действительными параметрами для $N = 3$ кварковых поколений.

Массы кварков и смешивание

и матрица Каббибо-Кобаяши-Маскава

- В СМ исходно лагранжиан записан в **базисе кварковых полей** q , в котором **сильные и электрослабые взаимодействия диагональны**. **Юкавские** же взаимодействия фермионов с бозоном Хиггса - **недиагональными по поколениям**.
- В этом базисе M_u и M_d **не диагональны** и для нахождения **спектра масс кварков** надо перейти с помощью **унитарных вращений** в **массовый базис** q' :

$$\begin{aligned} u'_L &= U_L u_L, & u'_R &= U_R u_R \\ d'_L &= D_L d_L, & d'_R &= D_R d_R \end{aligned} \quad M_u^{diag} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad M_d^{diag} = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}$$

при этом
$$-\bar{u}_L M_u u_R - \bar{d}_L M_d d_R = -\bar{u}'_L M_u^{diag} u'_R - \bar{d}'_L M_d^{diag} d'_R$$

и
$$M_u^{diag} = U_L M_u U_R^\dagger, \quad M_d^{diag} = D_L M_d D_R^\dagger$$

- Переписывая все через **массовый базис**, можно заметить, что благодаря **унитарности почти везде** матрицы вращений **исчезнут**, например,

$$eQ_u A_\mu (\bar{u}_L \gamma_\mu u_L + \bar{u}_R \gamma_\mu u_R) \rightarrow eQ_u A_\mu (\bar{u}'_L \mathbf{U}_L \mathbf{U}_L^\dagger \gamma_\mu u'_L + \bar{u}'_R \mathbf{U}_R \mathbf{U}_R^\dagger \gamma_\mu u'_R)$$

Смешивание кварков

и матрица Каббибо-Кобаяши-Маскава (аналог PMNS для нейтрино:)

- **Единственное** место в СМ, где останется след от матриц вращения — это взаимодействие с W-бозоном (**заряженный ток**):

“массовый базис”

$$\frac{g_W}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma_\mu d_L^i W_\mu^+ \rightarrow \frac{g_W}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i (U_L D_L^\dagger)_{ij} \gamma_\mu d_L^j W_\mu^+$$

“слабый базис”

Матрица смешивания СКМ
Каббибо-Кобаяши-Маскава!

$$V = U_L D_L^\dagger$$

- Поменяв базис, мы избавились от “**лишних**” параметров:

$$2 \cdot N \times N + 2 \cdot N \times N \rightarrow 2N + \frac{N(N-1)}{2} + \frac{(N-2)(N-1)}{2}$$

M_d M_u Массы кварков углы в матрице СКМ “фазы” в СКМ, нарушающие CP

- В СМ имеем в **кварковом секторе** 6 масс, 3 угла и одна **CP-нечетную фазу**.

Смешивание кварков

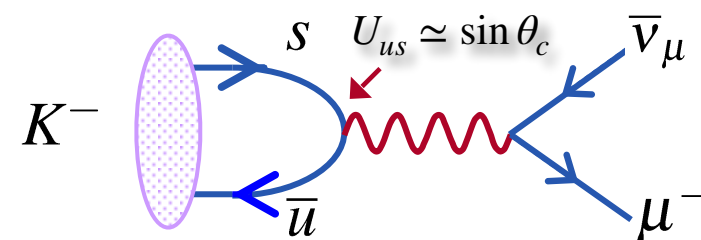
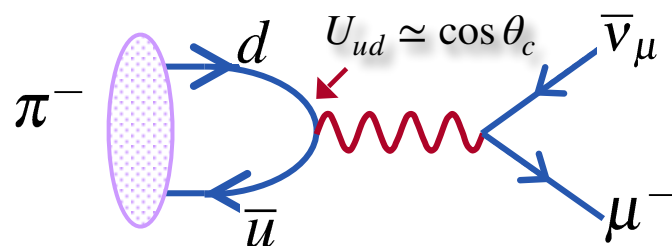
и матрица Каббибо-Кобаяши-Маскава (аналог PMNS для нейтрино:)

- Единственное место в СМ, где останется след от матриц вращения — это взаимодействие с W -бозоном (заряженный ток):

$$\frac{g_W}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma_\mu d_L^i W_\mu^+ = \frac{g_W}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma_\mu (V)_{ij} d_L^j W_\mu^+ \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L$$

“слабый базис” “массовый базис”

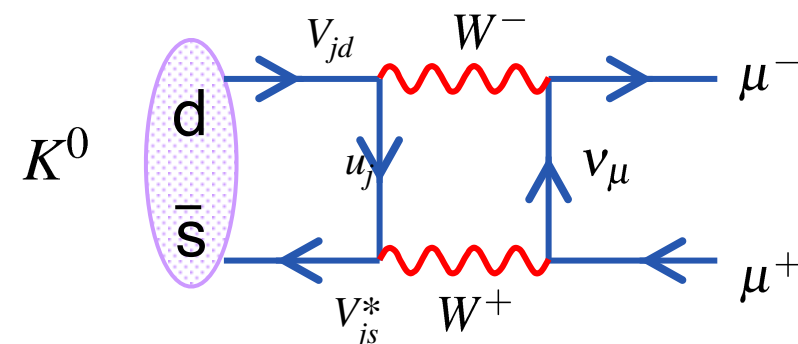
- Смешивание в квантовом секторе объясняет разницу в распадах (Каббибо):



64 из 100 K^-
Распадаются так

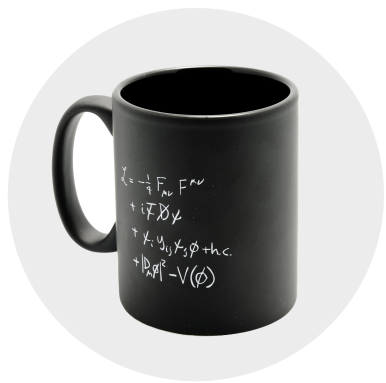
- Отсутствие FCNC (изменяющие аромат нейтральные токи)

на древесном уровне - подавление таких переходов в СМ:



7 из 109 K^-
Распадаются так

- CP-нарушение! (нужны 3 поколения!)



Резюме

Лекция 2

- ✓ Мы обсудили (почти) все аспекты **Стандартной модели** физики частиц.
- ✓ Хотя теоретически СМ была предложена в **конце 60-70 годах 20 века**, ее **экспериментальное подтверждение** затянулось вплоть до 2010-2020 г.
- ✓ Для построения СМ использовались



- ✓ На протяжении многих лет, Стандартная модель **выдерживает многочисленные экспериментальные проверки**

➡ Несмотря на успех **СМ** нельзя забывать, что это **всего лишь модель**

Стандартная модель

Проблемы и вопросы

- ▶ Слишком много параметров: 3 калибровочные константы, $6+(3+3)$ масс кварков и лептонов, 2 параметра хиггсовского потенциала, $3+3$ угла смешивания в кварковом и нейтринном секторах, $1+1+2(?)$ CP-нарушающие фазы.
- ▶ Почему три поколения?
- ▶ Почему $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)$? Объединение взаимодействия?
- ▶ Природа CP нарушения, необходимого в Ранней Вселенной?
- ▶ Что есть Темная материя?
- ▶ Почему у фермионов такие разные массы? Почему такое смешивание?
- ▶ Почему масса бозона Хиггса (сравнительна) мала? (Проблема иерархии)
- ▶ Как учесть гравитацию?
- ▶ Небольшие отклонения от предсказаний СМ?
- ▶

Существует множество моделей, выходящих за пределы СМ, которые позволяют решить те или иные проблемы (например, суперсимметрия, дополнительные измерения и пр)

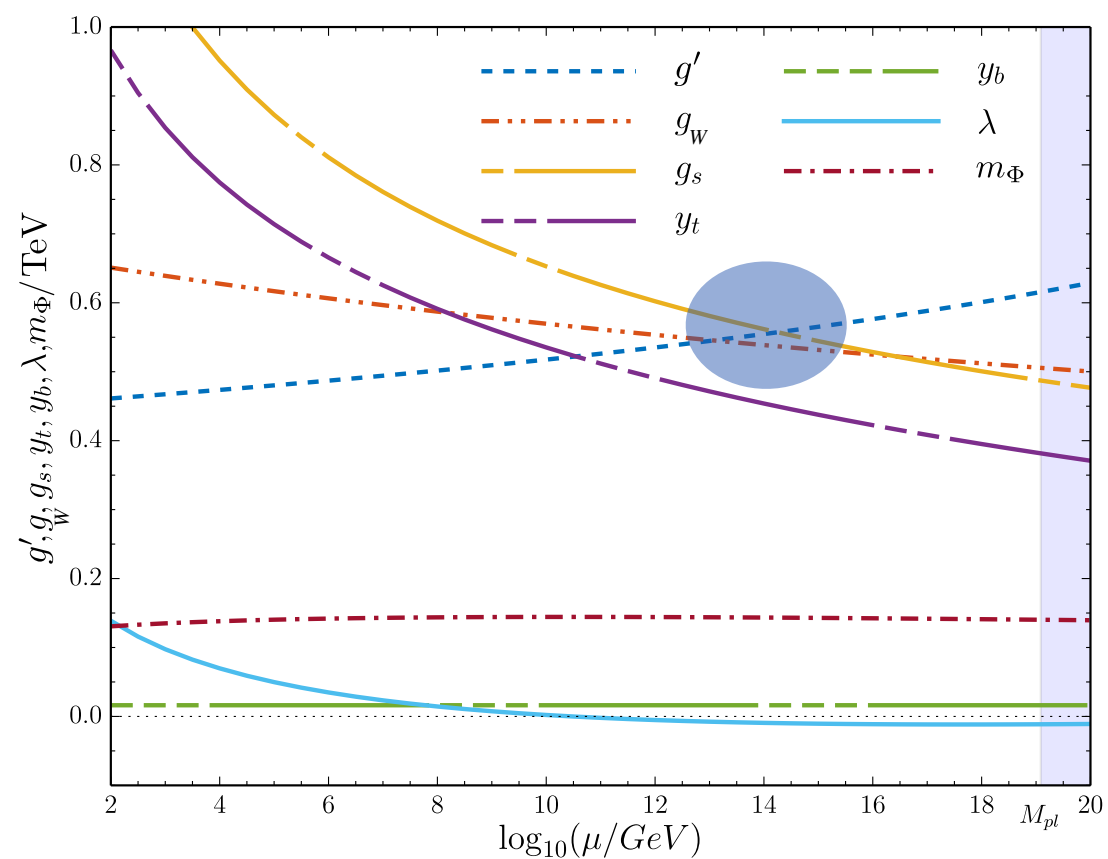
Надеемся, что в конечном итоге эксперимент позволит с уверенностью сказать, какой из множества предложенных сценариев реализуется в Природе.

Что не обсудили?

- Важную роль **радиационных поправок** (старших порядков ТВ):
 - ➔ Связь измерений, сделанных в разных экспериментах
 - ➔ **Рождение и распад бозона Хиггса на БАК**
- Проверку/подтверждение СМ в экспериментах:
 - ➔ **Наблюдаемые на LEP(2), SLC, Tevatron**
 - ➔ **Обнаружение бозона Хиггса на БАК**
- Богатую “**флейворную**” физику:
 - ➔ Эффекты **CP-нарушения**
 - ➔ **Осцилляции** нейтральных **мезонов**
 - ➔ **Редкие (FCNC) распады**
- **(Мета)стабильность вакуума СМ**
- Сокращение **киральных аномалий в СМ**
 - ✓ Каждое поколение должно быть полным (кварки, лептоны)

Спасибо за внимание!

Вопросы?



Дополнения...

Киральность и масса: общий случай

$$\mathcal{L}_D = i(\bar{\psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R) - \frac{1}{2} \left[(\bar{\psi}_L \quad \bar{\psi}_R^c) \begin{pmatrix} M_L & m_D \\ m_D & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L^c \\ \psi_R \end{pmatrix} + \text{h.c.} \right]$$

$$m_{1,2} = \frac{M_R}{2} \left(1 + \frac{M_L}{M_R} \pm \sqrt{\left(1 - \frac{M_L}{M_R} \right)^2 + 4 \frac{m_D^2}{M_R^2}} \right)$$

Если $M_L = 0$, а $m_D \ll M_R$, то (механизм “качели”):

$$m_{1,2} \simeq \frac{M_R}{2} \left[1 \pm \left(1 + 2 \frac{m_D^2}{M_R^2} \right) \right] \Rightarrow m_1 \simeq M_R + \frac{m_D^2}{M_R}, \quad m_2 \simeq \frac{m_D^2}{M_R}$$

Зачем еще нужен хиггс?

- Мы уже встречались с **проблемой унитарности**, возникающей при рассмотрении процессов с участием **массивных калибровочных бозонов**. Проблема связана с рассеянием **продольно поляризованных состояний**

$$\epsilon_L = \frac{1}{m}(p_z, 0, 0, E) \rightarrow \frac{p_\mu}{m} + \mathcal{O}\left(\frac{m}{p_0}\right), \quad m \ll p_0 \approx |\vec{p}|$$

- В $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$ мы имеем четыре W-бозона и вклада Z “**не хватает**”, чтобы **полностью решить проблему** в этом процессе:

$$\propto + g_W^2 \frac{E^2}{M_W^2}$$

- Улучшить поведение амплитуды можно путем добавления **нейтрального скалярного** бозона Хиггса, взаимодействие которого с W **подобрано** таким образом, чтобы **сократить** растущие с энергией вклады:

Подход
“Снизу-вверх”

$$\propto - g_W^2 \frac{E^2}{M_W^2}$$

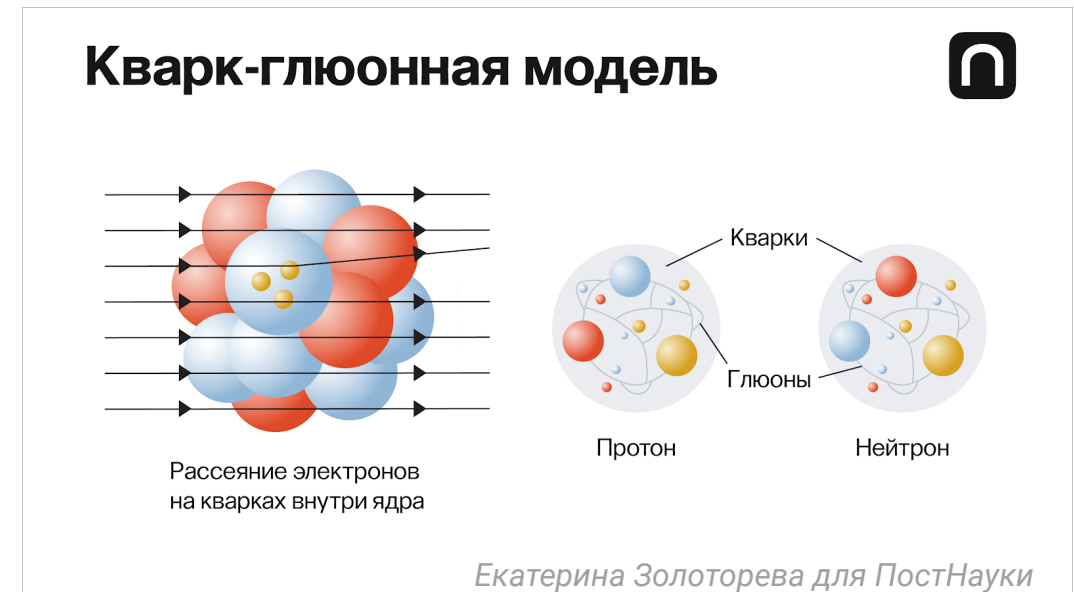


От КЭД к КХД

- Неотъемлемой частью СМ является **квантовая хромодинамика** - калибровочная теория взаимодействия **кварков и глюонов**.
- Кто такие **кварки**?

Фермионы, несущие
цветовой заряд
“красные”,
“синие”,
“зеленые”

$$\Psi = \begin{pmatrix} q_r \\ q_b \\ q_g \end{pmatrix}$$



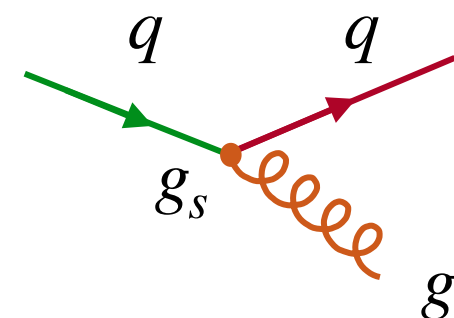
- Кто такие **глюоны**?

Калибровочные бозоны (аналоги фотона). Требование **локальной инвариантности** теории относительно $SU(3)$ вращений **цветных кварков** (**фундаментальное представление**)

$$\Psi \rightarrow \Psi' = e^{ig_s \omega^a(x) t^a} \Psi$$

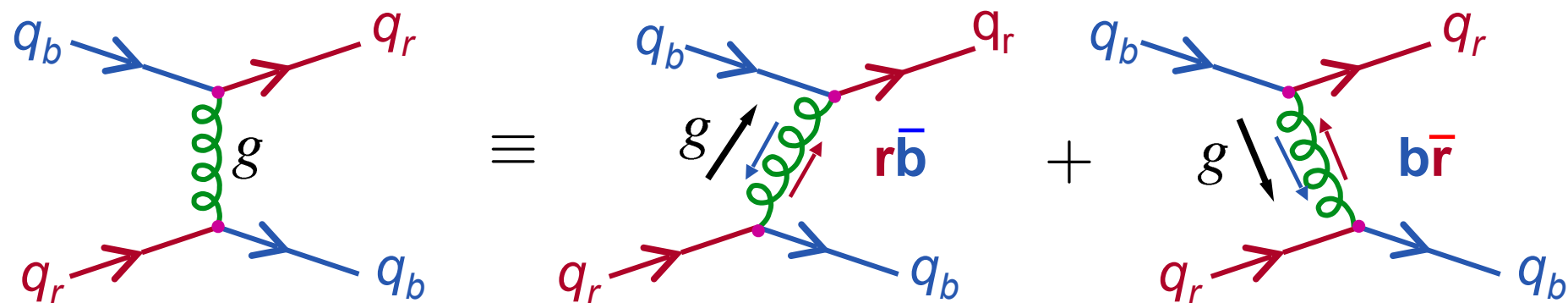
требует **введения взаимодействия кварков с 8 глюонами** G_μ^a :

$$\delta \mathcal{L} = - g_s (\bar{\Psi} \gamma_\mu t^a \Psi) G_\mu^a$$



От КЭД к КХД

- В КХД кварки взаимодействуют, обмениваясь **глюонами**



- Глюоны несут “цвет-антицвет” — присоединенное представление

$r \leftrightarrow b$	$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$r \leftrightarrow g$	$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$b \leftrightarrow s$	$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Генераторы $t^a = \frac{\lambda^a}{2}$ - матрицы Гелл-Манна

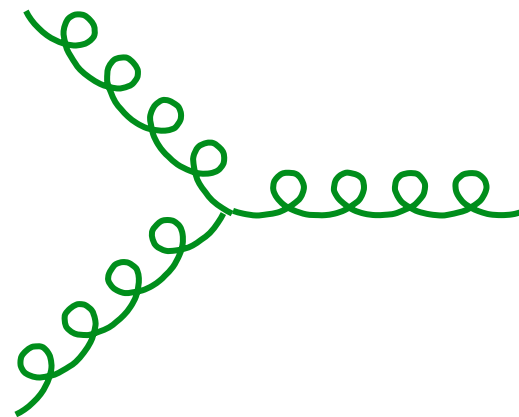
От КЭД к КХД

- В КЭД фотон не несет электрического заряда (нейтрален)
- В КХД глюоны заряжены и взаимодействуют друг с другом

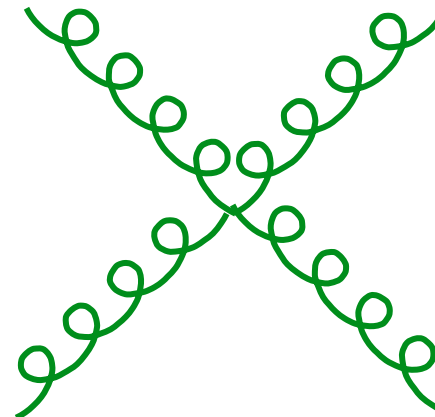
$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a, \quad G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c$$

- Новые **вершины взаимодействия** (нет аналогов в КЭД)

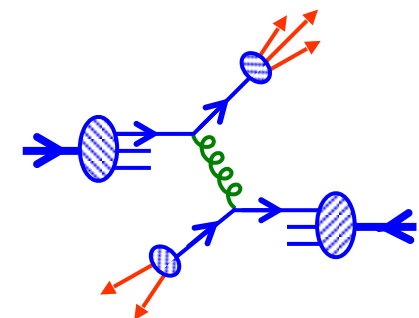
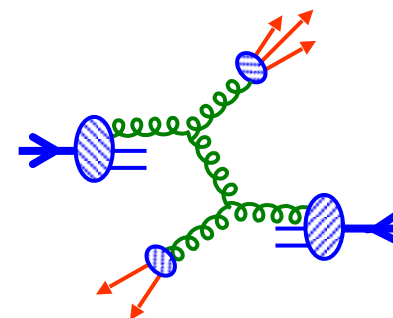
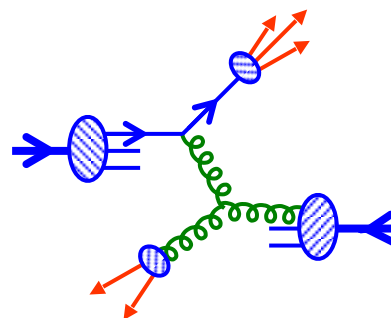
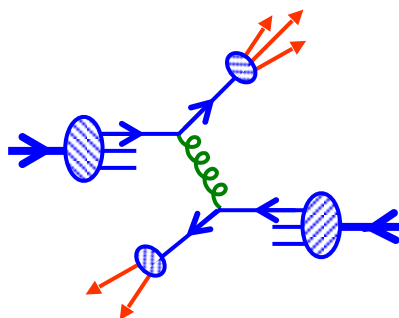
тройная
вершина



четвертная
вершина

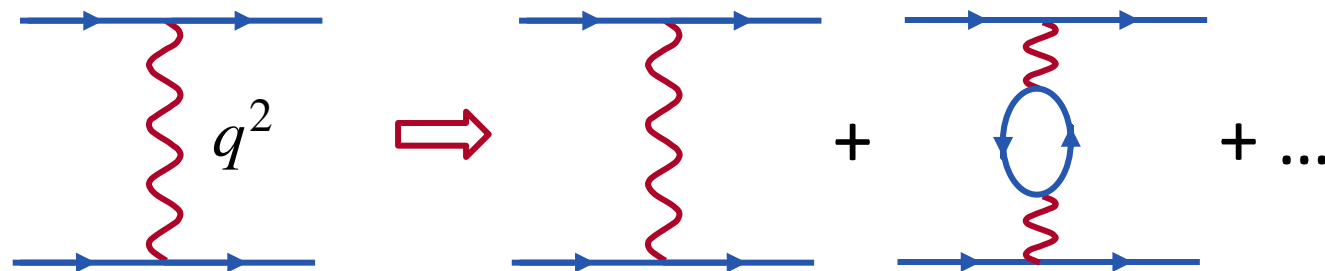


- Кроме рассеяния **кварк-кварк** предсказывается **кварк-глюон** и **глюон-глюонное** рассеяние:

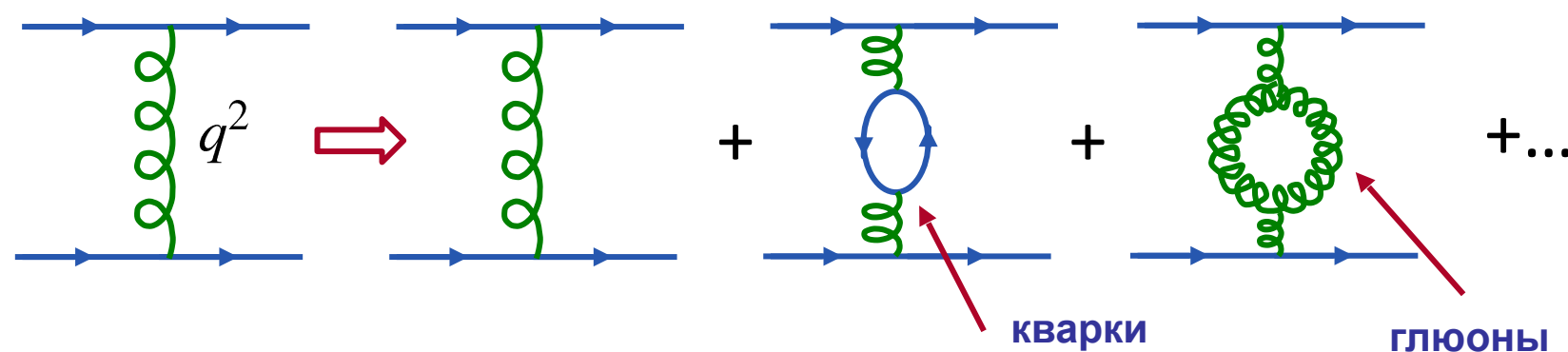


От КЭД к КХД

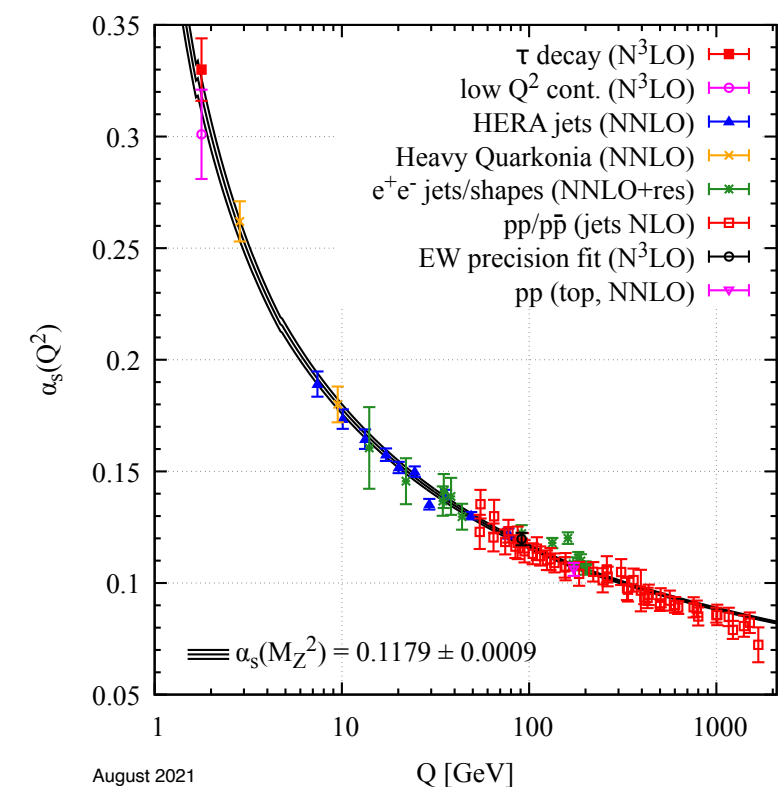
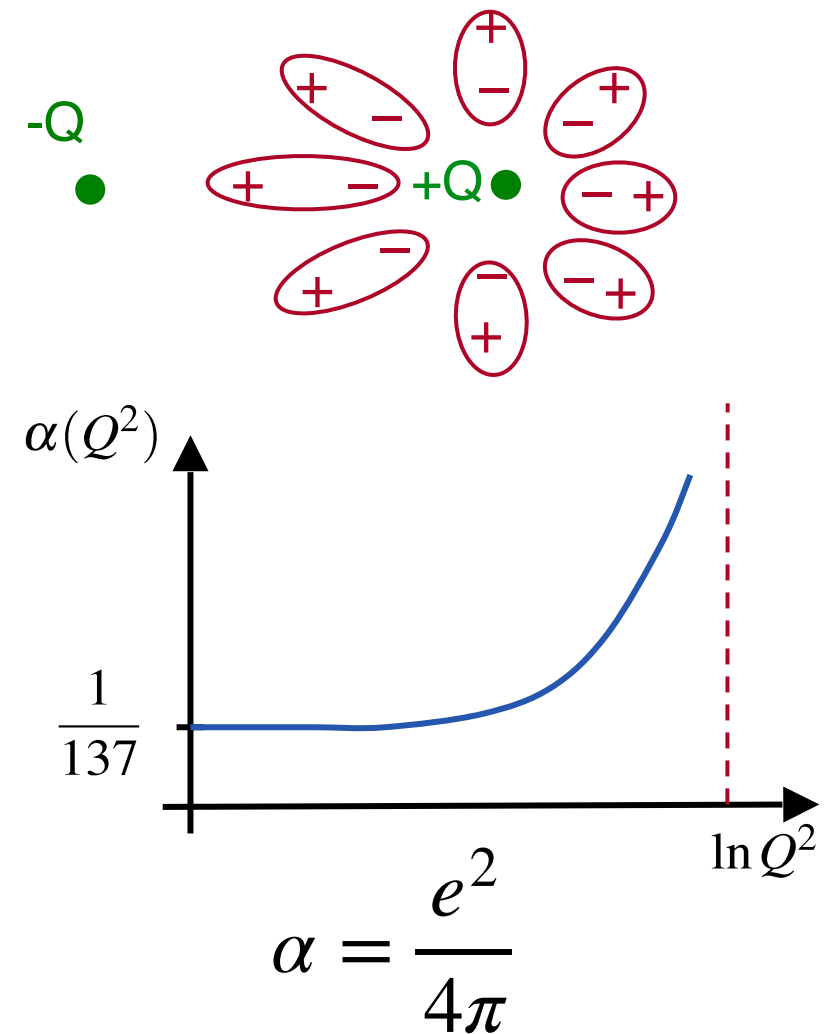
- В КЭД рождение виртуальных пар частица-античастица приводит к **экранировке** заряда



- В КХД самодействие глюонов приводит к **антиэкранировке** - заряд уменьшается с уменьшением масштаба (**асимптотическая свобода**)

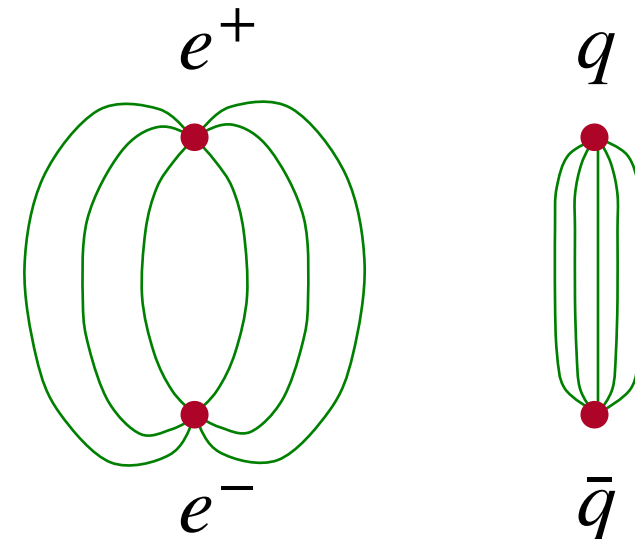
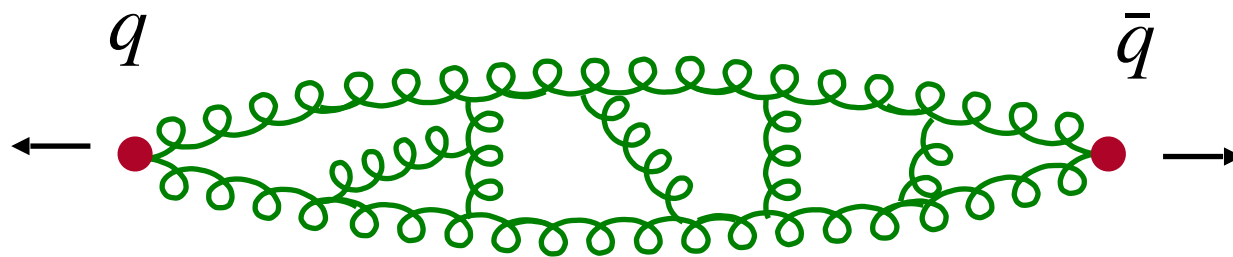


- Обратная сторона **асимптотической свободы** **конфайнмент** (“запертый цвет”)



Самодействие глюонов и конфайнмент

- Предполагается, что именно благодаря **самодействию глюонов** возникает **конфайнмент**
- Попытка **разделить** цветовые заряды, например $q\bar{q}$

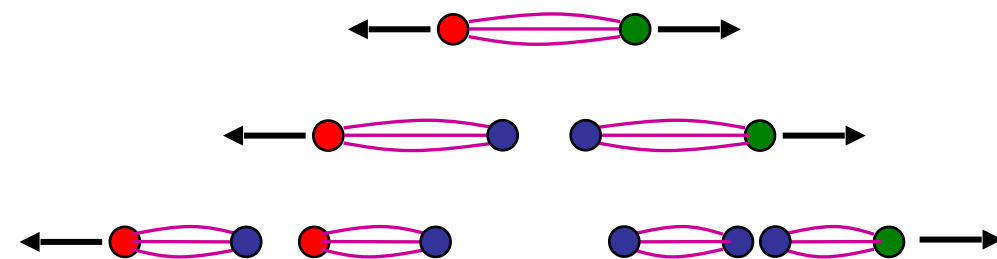


приводит к образованию **струны** взаимодействующих глюонов с примерно постоянной плотностью энергии $\sim 1 \text{ ГэВ/фм}$

$$\rightarrow V(r) \sim \lambda r$$



- Цветные **кварки и глюоны** всегда **заперты** внутри бесцветных состояний
- В процессах на коллайдерах при разлете релятивистских $q\bar{q}$ энергии запасенной в **струне** оказывается достаточно для **рождения новых $q\bar{q}$**



адронизация

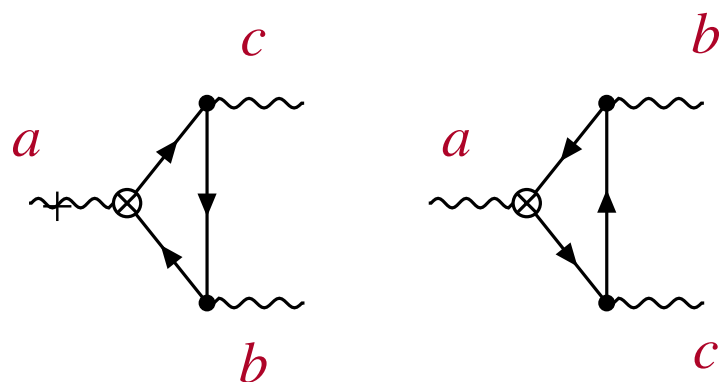
Киральные аномалии

- Квантовые аномалии соответствуют ситуациям, когда **симметрии классического лагранжиана нарушаются на квантовом уровне**

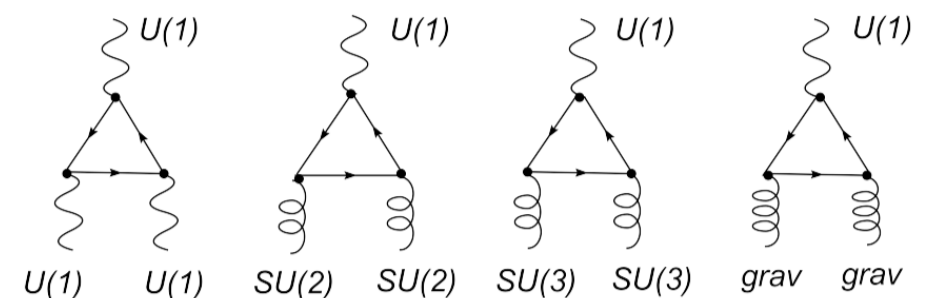
$$J_\mu^A = \bar{\Psi} \gamma_\mu \gamma_5 \Psi, \quad \partial_\mu J_\mu^5 = 2im \bar{\Psi} \gamma_5 \Psi + \frac{\alpha}{2\pi} F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}, \quad \tilde{F}_{\mu\nu} = 1/2 \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$$

- Если J_μ^A взаимодействует с калибровочным полем, то теория становится не самосогласованной.
- В СМ электрослабые взаимодействия различают **левые** и **правые**.

Аномалия $\sim \text{Tr}[t^a, \{t^b, t^c\}]_L - \text{Tr}[t^a, \{t^b, t^c\}]_R$



- В СМ вклады разных частиц в аномалии **сокращаются между собой в рамках одного поколения**



$$\text{Tr} Y^3 = 3 \left[\left(\frac{1}{3} \right)_{u_L}^3 + \left(\frac{1}{3} \right)_{d_L}^3 - \left(\frac{4}{3} \right)_{u_R}^3 - \left(-\frac{2}{3} \right)_{d_R}^3 \right] + (-1)_{\nu_L}^3 + (-1)_{e_R}^3 - (-2)_{e_R}^3 = 0$$

Что это?