

Анализ распределений Далитца для событий
процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

Димова Т.В.

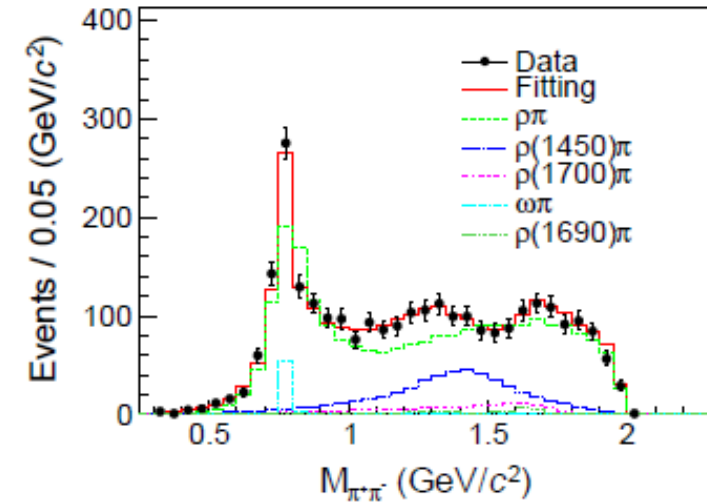
Институт Ядерной Физики им. Г.И.Будкера
Новосибирский Государственный Университет

2 апреля 2024

Мотивация

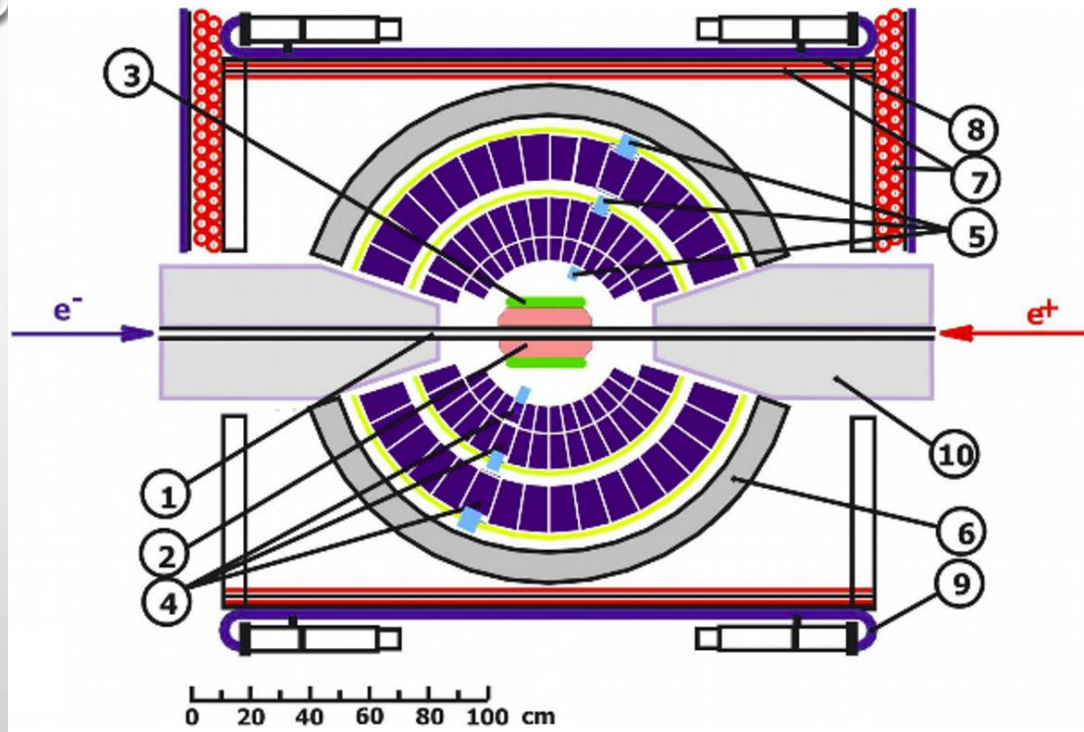
1. Предыдущий результат с детектора SND, который продемонстрировал, что в области состояния $\omega(1420)$ процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ идет в основном через промежуточное состояние $\rho\pi$, в то время как в области состояния $\omega(1650)$ этот процесс идет через промежуточное состояние $\rho'\pi$.
2. На детекторе KLOE был измерен вклад от «прямого» распада ϕ мезона ($I_{\text{dir}} = 8.5 \cdot 10^{-3}$; $I_{\rho\pi} = 0.937$; $I_{\omega\pi} = 2.0 \cdot 10^{-4}$), который можно интерпретировать как вклад от промежуточного состояния $\rho'\pi$.
3. Измерение BESIII в диапазоне 2.00 – 3.08 ГэВ продемонстрировало присутствие промежуточных состояний $\rho\pi$, $\rho'\pi$ и др. в сечении $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$
4. Улучшили процедуру анализа и появилась возможность использовать большую статистику.

BESIII



Фит распределения по инвариантной массе $\pi^+\pi^-$ при энергии $\sqrt{s} = 2.3960$ GeV

Детектор СНД



1 – вак.камера, 2 – трековый детектор, 3 – аэрогель, 4 – кристаллы NaI(Tl), 5 – фототриоды, 6 – мюонный фильтр, 7–9 – мюонный детектор, 10 – СП соленоиды.

Calorimeter

Thickness	$13.5 X_0$
Acceptance	$0.95 \times 4\pi$
Energy resolution	$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{0.042}{\sqrt[4]{E[\text{GeV}]}}$
Angular resolution	$\sigma_{\phi, \theta} = \frac{0.82^\circ}{\sqrt[4]{E[\text{GeV}]}} \oplus 0.63^\circ$

Tracking system

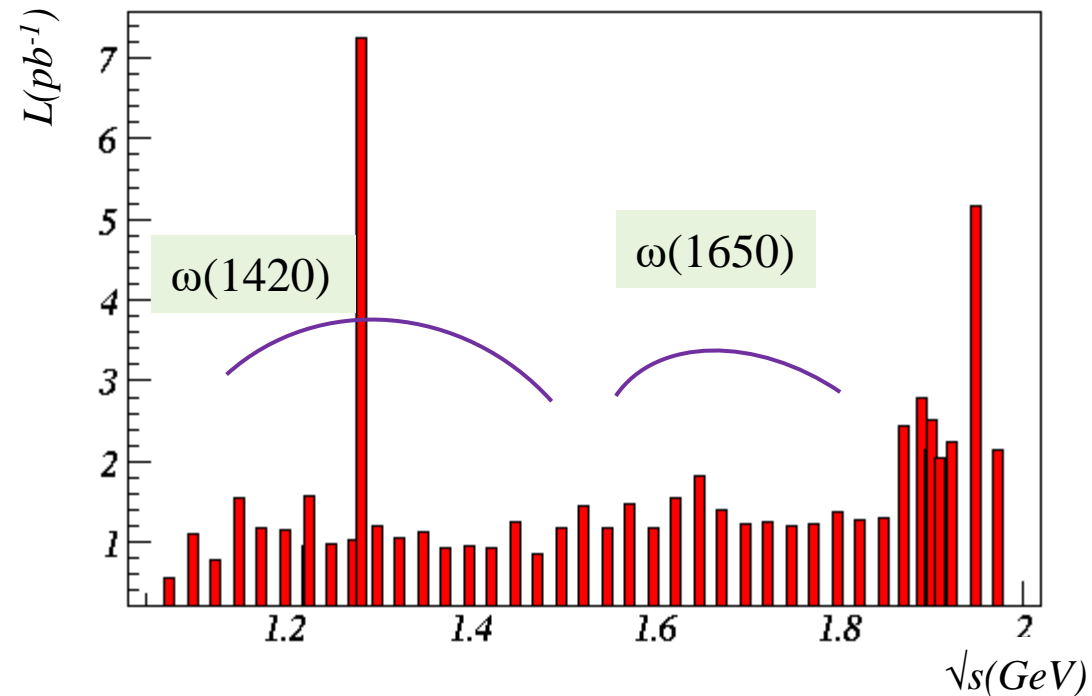
Acceptance (9 layers)	$0.94 \times 4\pi$
Angular resolution	$\sigma_\phi = 0.55^\circ, \sigma_\theta = 1.2^\circ$
Vertex resolution	$\sigma_R = 0.12\text{cm},$ $\sigma_Z = 0.45\text{cm}$

Aerogel counters

K/ π separation	$E < 1 \text{ GeV}$
---------------------	---------------------

Использованные данные

Эксперимент	Число точек	Светимость (пб ⁻¹)
MHAD 2019	42 точки от 1.075 до 1.975 ГэВ (объединены в 14т для анализа распределений Далитца)	68.1



Условия отбора $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

Предварительный отбор:

- 2 заряженные центральные частицы ($R < 0.5$ см, $|z| < 10$ см, $|z(1) - z(2)| < 1.5$)
- 2 фотона с энергией > 50 MeV
- $0.3 < E_{\text{tot}} / (2E_{\text{beam}}) < 0.8$

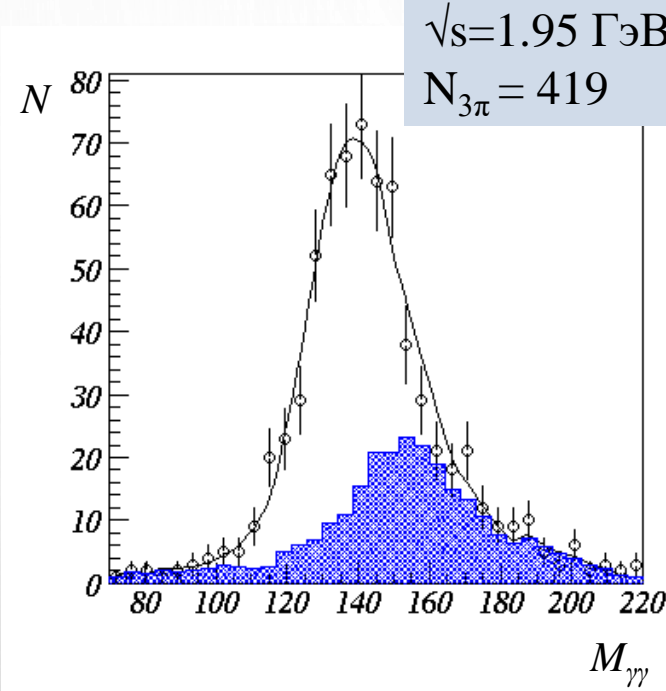
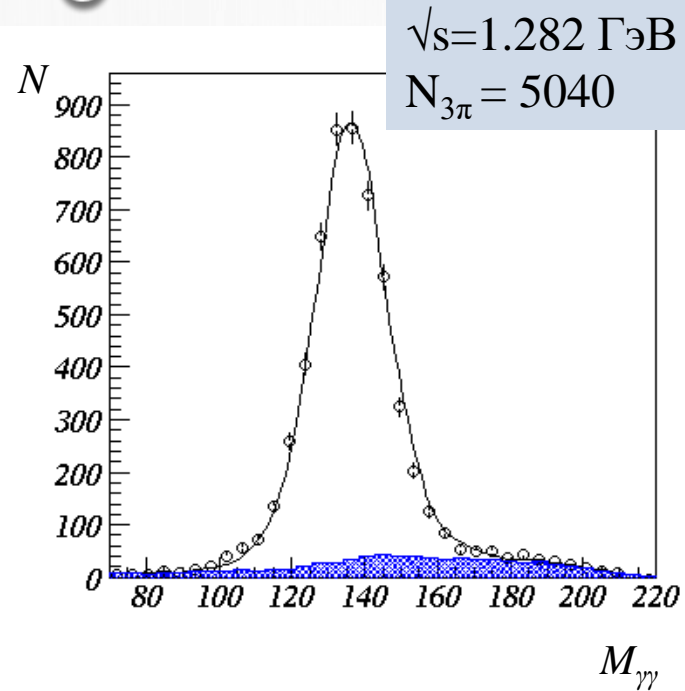
Отбор после кинематической реконструкции в гипотезе $\pi^+\pi^-\gamma\gamma$:

- z вершины после реконструкции < 10 см
- $30^\circ < \theta$ заряженных частиц $< 150^\circ$
- $30^\circ < \theta_\gamma < 150^\circ$
- $\Delta\phi$ заряженных частиц $> 10^\circ$
- ΣE_{dep} заряженных частиц $< 0.6 \cdot \sqrt{s}$
- Энерговыделение E_{dep} вне частиц < 70 МэВ
- $\chi^2_{\text{R}} < 200$ (реконструкция общей вершины)
- $\chi^2_{\text{E}} < 30$ (соблюдение законов сохранения э&и)
- Время срабатывание калориметра относительно момента столкновения пучков $|\Delta t| < 5$ нс

Более строгие условия отбора для построения распределений Далитца:

- ❖ $\chi^2_{\text{E}} < 20$
- ❖ $110 \text{ MeV} < M_{\gamma\gamma} < 170 \text{ MeV}$,

Процедура вычитания фона



Основные фоновые процессы:

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$$

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$$

$$e^+e^- \rightarrow K_S K_L (\sqrt{s} < 1.14 \text{ ГэВ})$$

$$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\pi^0 (\sqrt{s} > 1.7 \text{ ГэВ})$$

$$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$$

Кроме того, учитывались и другие много-адронные процессы с помощью инклюзивного генератора.

Фит выполняется суммой распределений $m_{\gamma\gamma}$ для сигнала и фона. Параметрами подгонки были число событий $N_{3\pi}$ и множитель к форме распределения для фоновых процессов.

Модель процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

$$\frac{d\sigma}{d\Gamma} = |\alpha A_{\rho\pi} + \beta A_{\rho'\pi} + \gamma A_{\omega\pi}|^2$$

$$A_{\rho^{(\prime)}\pi} \sim \sum_{k=+,-,0} \frac{m_{\rho_k^{(\prime)}}^2}{q_k^2 - m_{\rho_k^{(\prime)}}^2 + iq_k \Gamma_{\rho_k^{(\prime)}}(q_k^2)} \quad \Gamma_{\rho_k^{(\prime)}}(q_k^2) = \Gamma_{\rho_k} \frac{m_{\rho_k^{(\prime)}}^2}{q_k^2} \left[\frac{p_\pi(q_k^2)}{p_\pi(m_{\rho_k^{(\prime)}}^2)} \right]^3 \quad A_{\omega\pi} \sim \frac{m_\omega^2}{q_0^2 - m_\omega^2 + im_\omega \Gamma_\omega}$$

$$D(M_{\pi^+\pi^-}^2, M_{\pi^\pm\pi^0}^2) = |\alpha|^2 H_{\rho\pi} + |\beta|^2 H_{\rho'\pi} + |\gamma|^2 H_{\omega\pi} + 2|\alpha||\beta| \cos(\varphi_1) R_{\rho\pi-\rho'\pi} + 2|\alpha||\beta| \sin(\varphi_1) I_{\rho\pi-\rho'\pi} + \\ + 2|\alpha||\gamma| \cos(\varphi_2) R_{\rho\pi-\omega\pi} + 2|\alpha||\gamma| \sin(\varphi_2) I_{\rho\pi-\omega\pi} + \\ + 2|\beta||\gamma| \cos(\varphi_2 - \varphi_1) R_{\rho'\pi-\omega\pi} + 2|\beta||\gamma| \sin(\varphi_2 - \varphi_1) I_{\rho'\pi-\omega\pi}$$

$H(q_k, s)$ – определяются из моделирования с использованием соответствующей A

$R(q_k, s), I(q_k, s)$ – определяются из соотношений:

$$2R_{\rho\pi-\rho'\pi}(q_k, s) = H_{\rho\pi+\rho'\pi} - H_{\rho\pi} - H_{\rho'\pi} \quad 2I_{\rho\pi-\rho'\pi}(q_k, s) = H_{\rho\pi+i\rho'\pi} - H_{\rho\pi} - H_{\rho'\pi}$$

В связи с интерференцией параметров $|\gamma|$ и φ_2 , величина параметра $|\gamma|$ определялась из сечения $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$:

$$N_{\omega\pi} = \epsilon_{\omega\pi} \sigma_{\pi\pi\gamma} (1+\delta) L / B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma) \cdot B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-) \longleftrightarrow N_{\omega\pi} = |\gamma|^2 \epsilon_{\omega\pi} \int |A_{\omega\pi}|^2 d\Gamma$$

Параметры подгонки: доля событий от $\rho\pi$ и $\rho'\pi$, и фазы интерференции φ_1, φ_2

Особенности построения распределений Далитца

Построение спектров для аппроксимации

Использовались двумерные распределения по инвариантным массам $M_{\pi^+\pi^-}^2$ vs $M_{\pi^\pm\pi^0}^2$ с разбиением 25x25 каналов. Ширина канала была выбрана таким образом, чтобы пик от ω мезона имел ширину 1.5-2 канала.

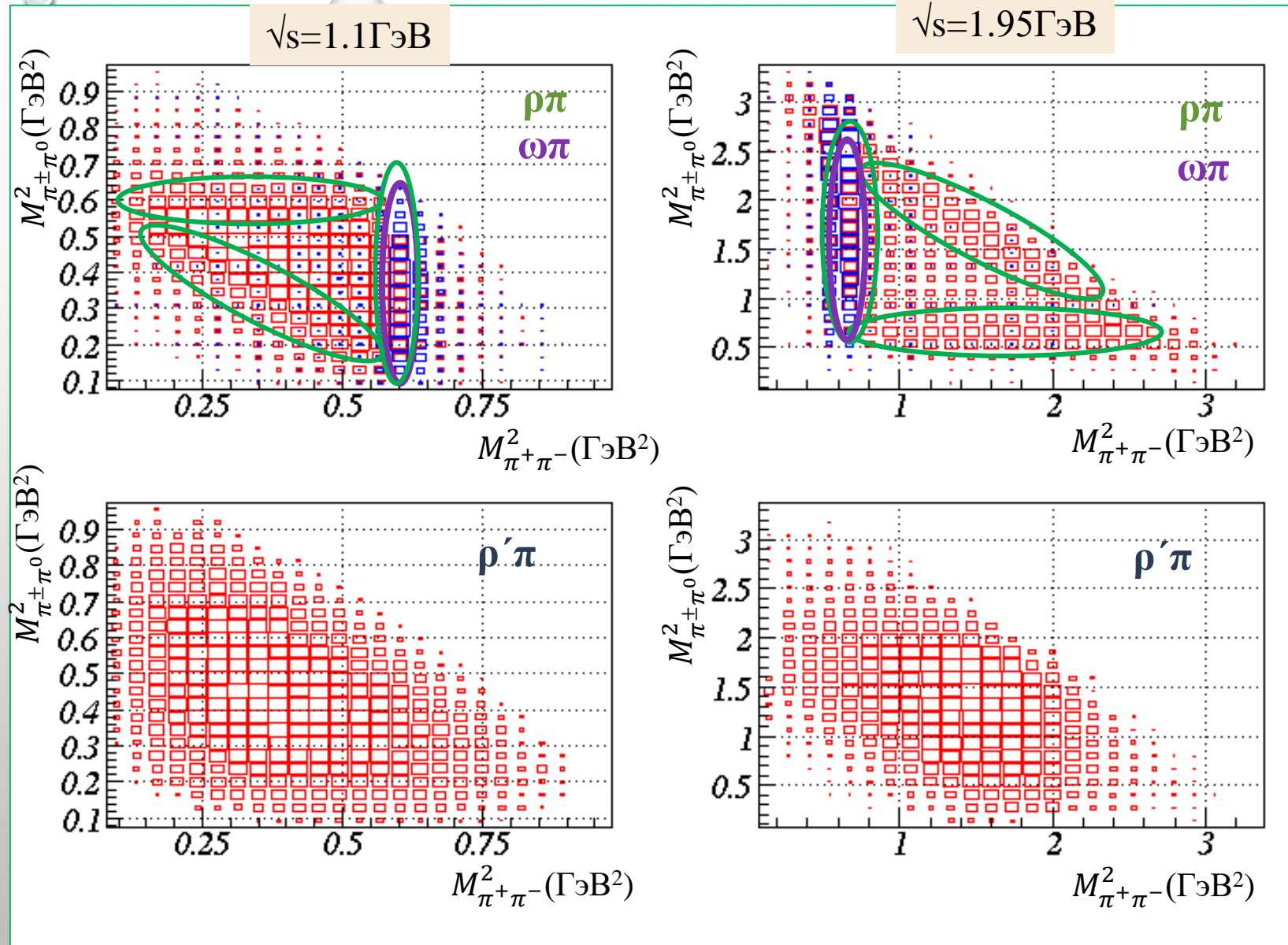
Учет вклада от фоновых событий

Для всех фоновых процессов строились распределения Далитца, нормированные на сечение и светимость.

Учет событий с излучением фотона из начального состояния

При первой итерации вклад от данных событий не учитывался. При следующих итерациях определялись параметры модели для моделирования, после чего отбирались события с энергией радиационного фотона более 20 MeV, соответствующие условиям отбора. Для них строились распределения Далитца и вычитались при подгонке. Всего было сделано 4 итерации.

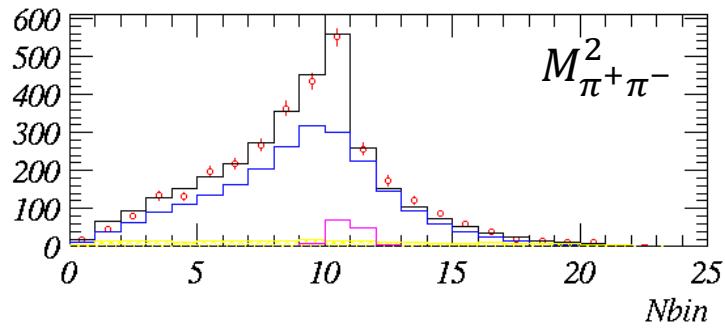
Далитц распределения для отдельных компонент (МС)



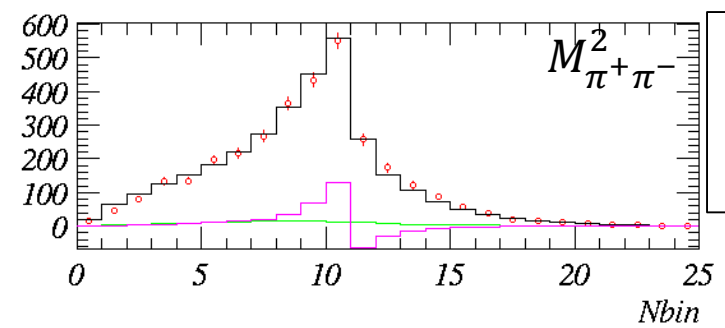
Результат аппроксимации Далитц распределений

$\sqrt{s}=1.25\text{ГэВ}$

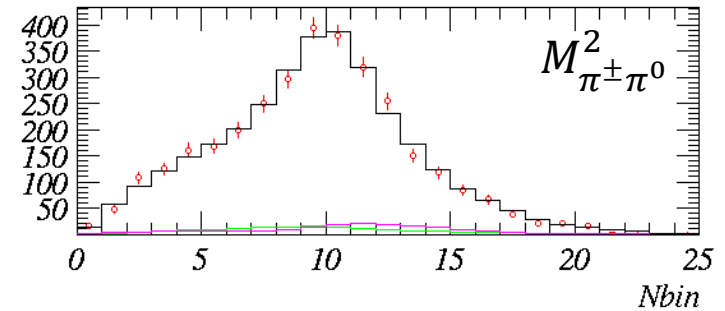
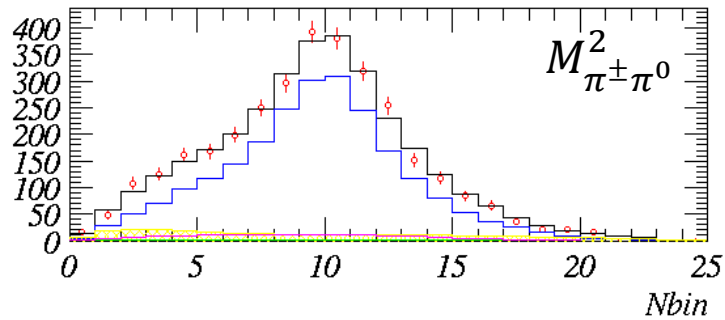
Область $\omega(1420)$



Exp
 $\rho\pi$
 $\rho'\pi$
 $\omega\pi$
fit
bkg



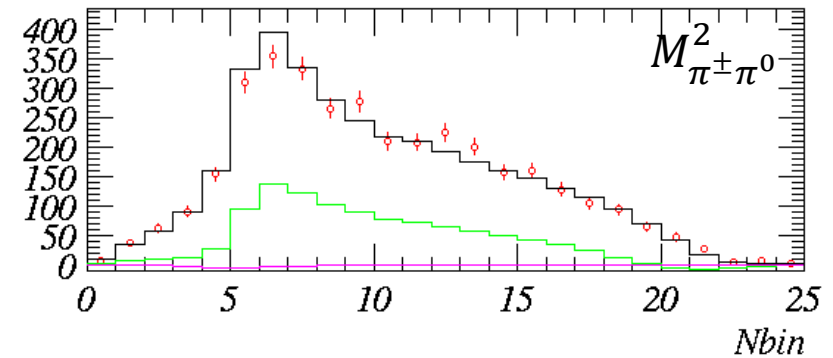
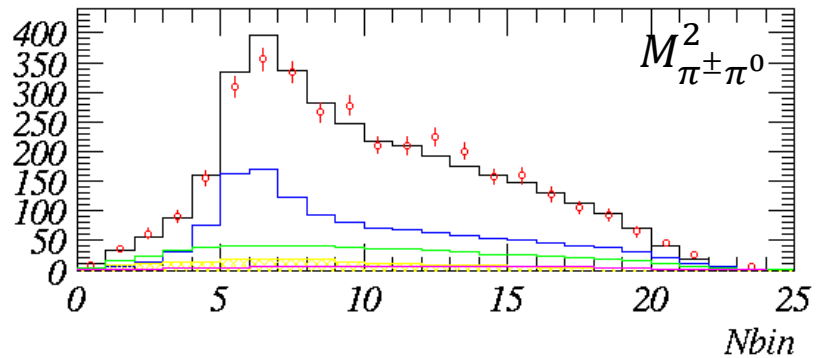
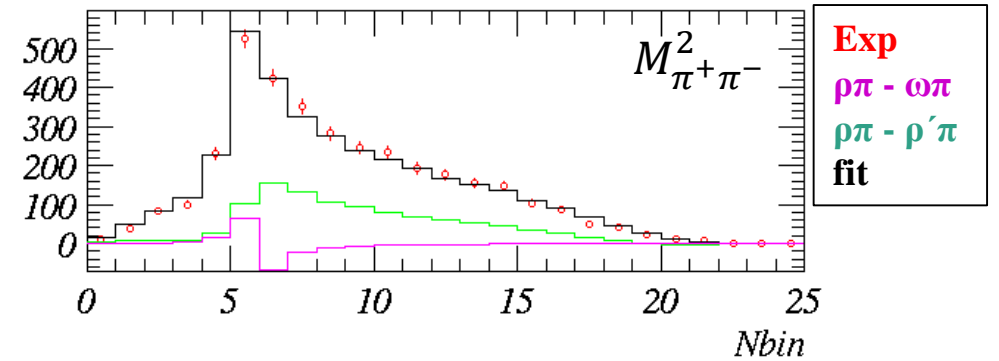
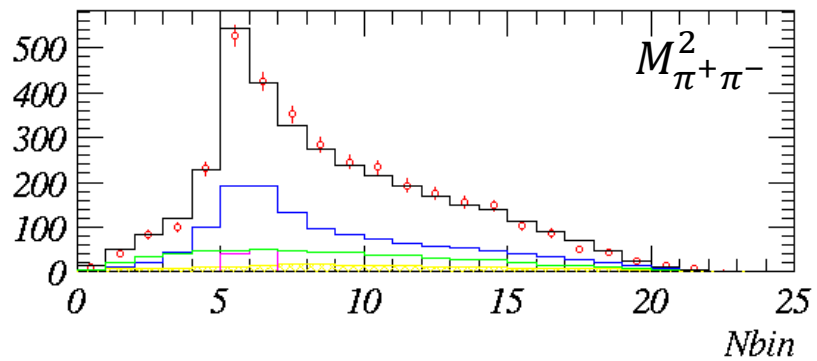
Exp
 $\rho\pi - \omega\pi$
 $\rho\pi - \rho'\pi$
fit



Результат аппроксимации Далитц распределений

$\sqrt{s}=1.63\text{ГэВ}$

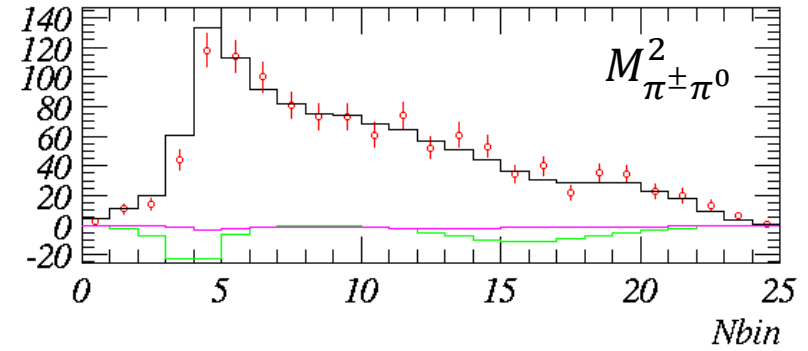
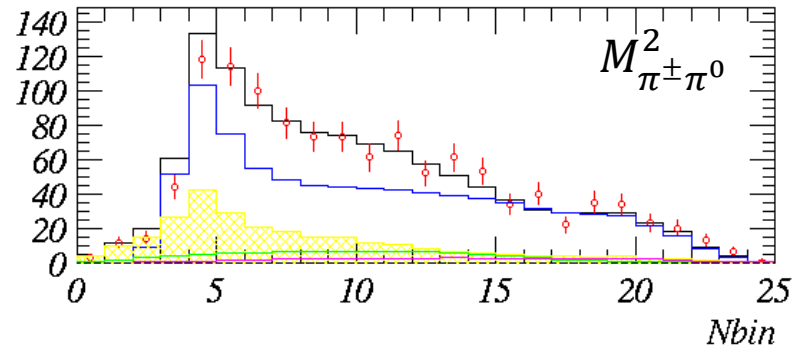
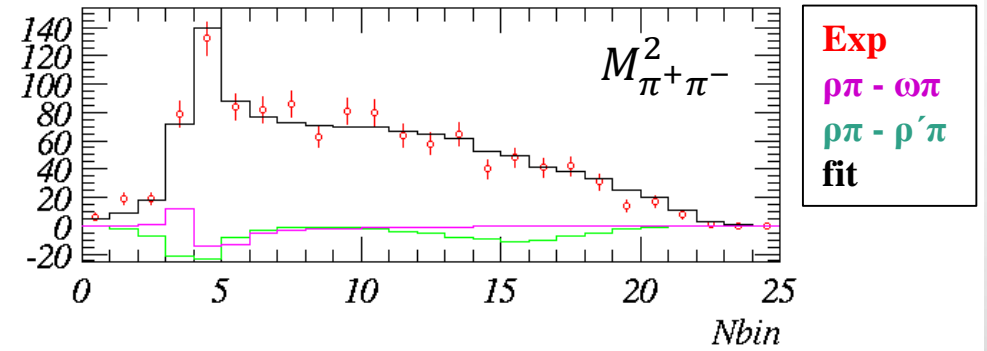
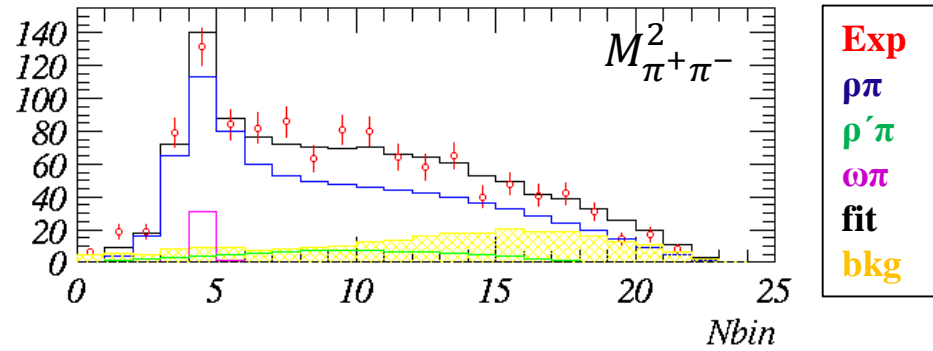
Область $\omega(1650)$



Результат аппроксимации Далитц распределений: проекции

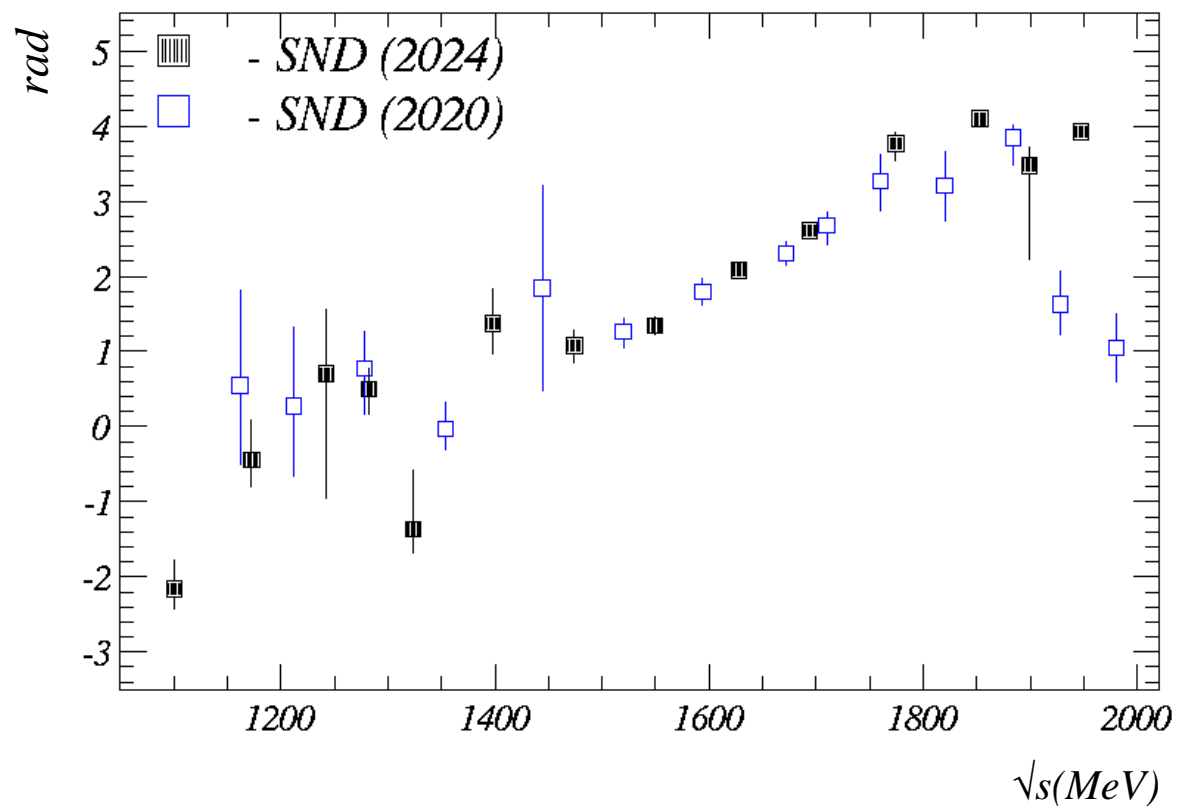
$\sqrt{s}=1.9\text{ГэВ}$

Область выше $\omega(1650)$

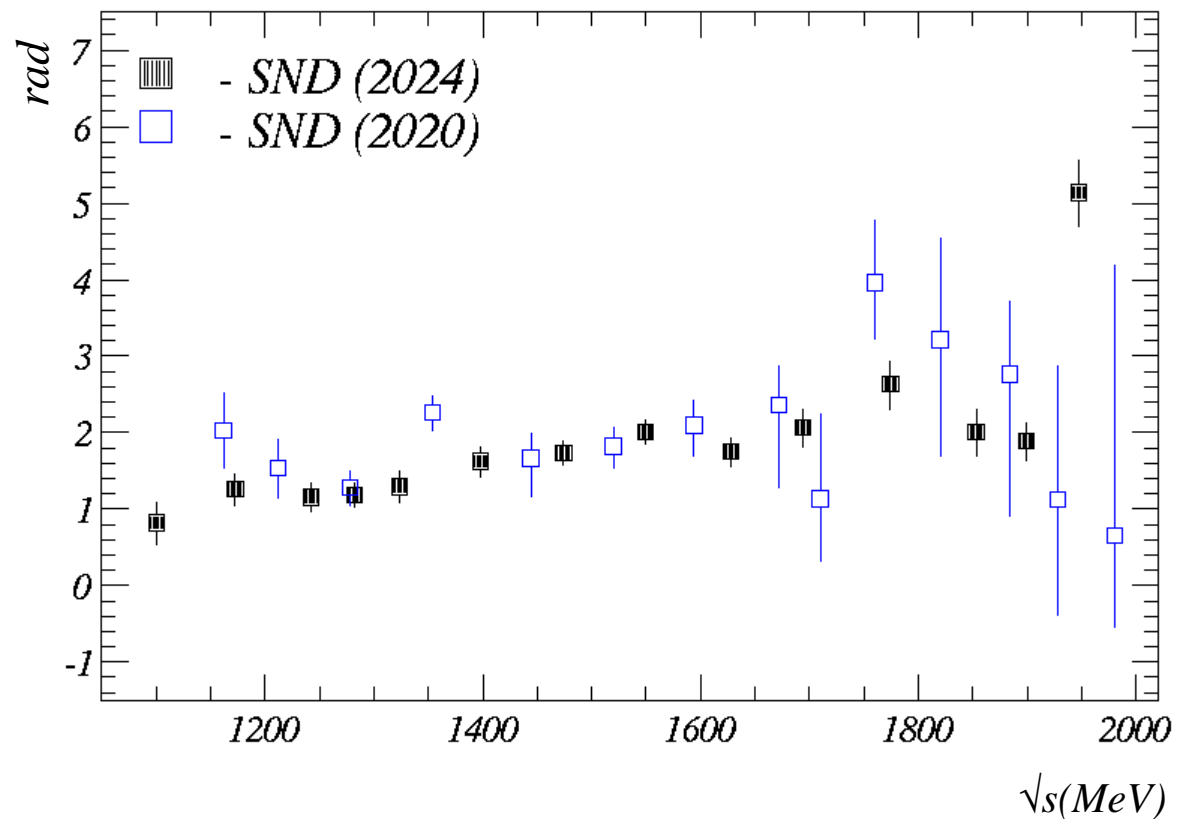


Результат аппроксимации распределений Далитца: фазы интерференции

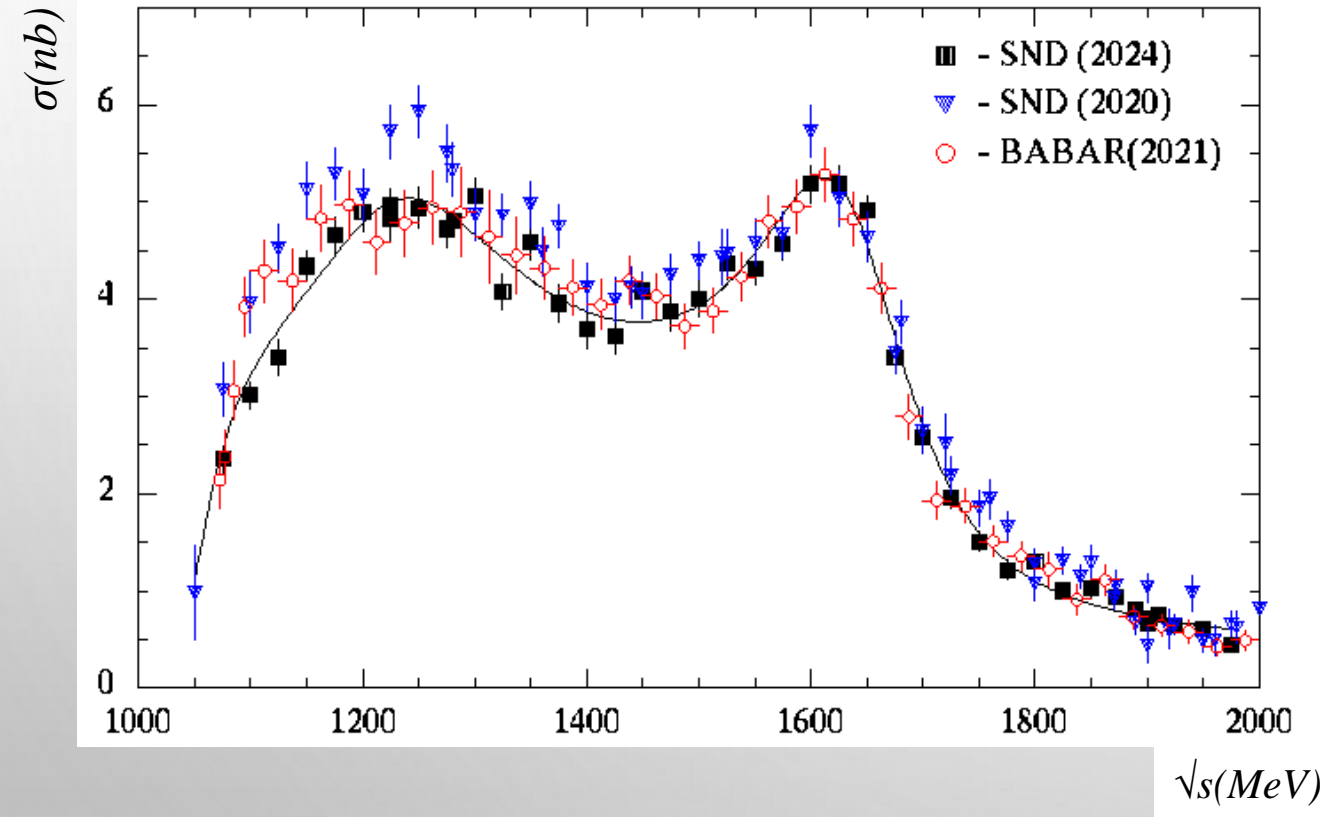
φ_1 - интерференция между $\rho\pi$ и $\rho'\pi$ состояниями



φ_2 - интерференция между $\rho\pi$ и $\omega\pi$ состояниями



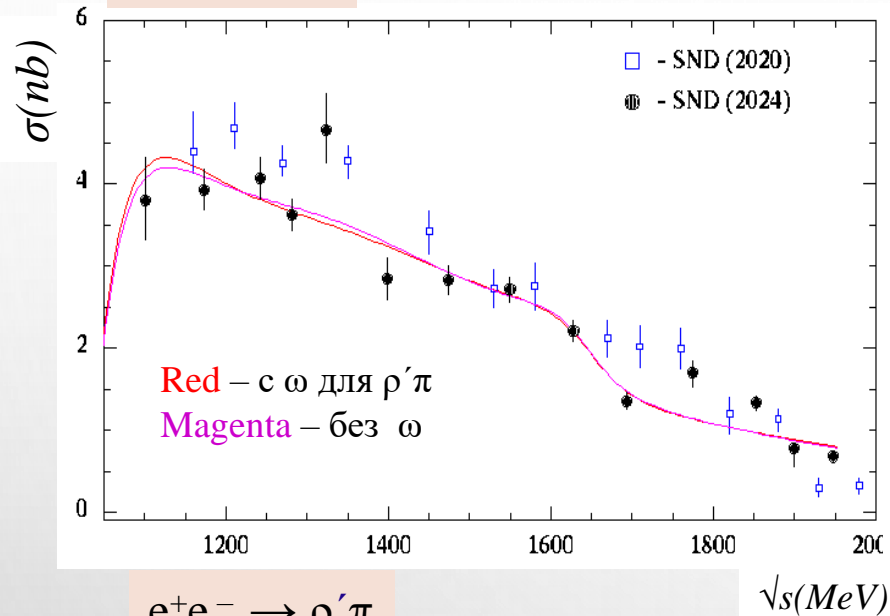
Полное борновское сечение $e^+e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ и рад.поправка



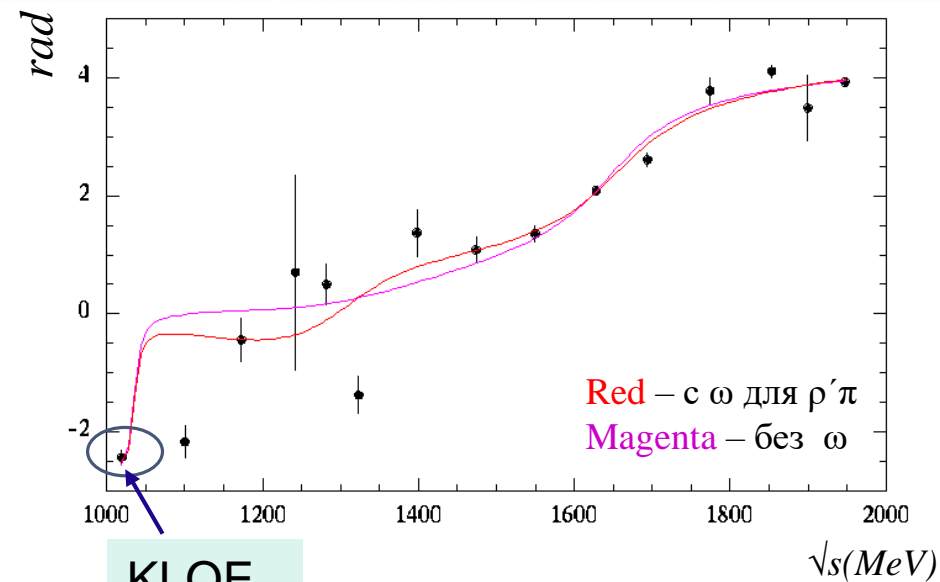
- Число событий $N_{3\pi}$ определяется из подгонки $M_{\gamma\gamma}$ спектров
- Аппроксимация сечения выполняется для определения рад. поправки
- Модель для подгонки включает в себя только промежуточное состояние $\rho\pi$ с суммированием по $V = \omega, \phi, \omega(1420), \omega(1650)$ и константный член.
- Различие с предыдущим измерением СНД обусловлено не полным учетом фоновых процессов в предыдущем анализе

Борновское сечение процессов $e^+e^- \rightarrow \rho\pi$ и $\rho'\pi$

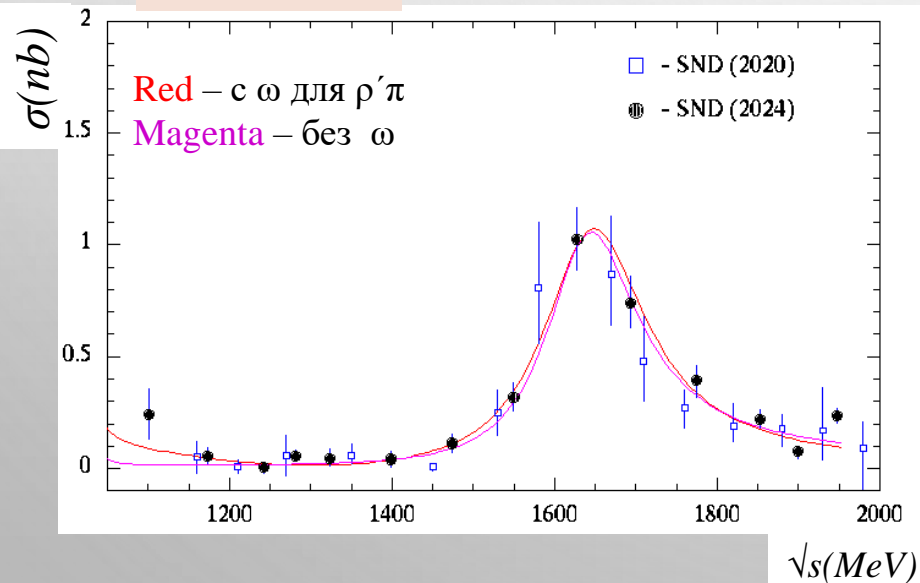
$e^+e^- \rightarrow \rho\pi$



φ_1 - угол интерференции между $\rho\pi$ и $\rho'\pi$



$e^+e^- \rightarrow \rho'\pi$



- Сечения получаются умножением доли событий соответствующего состояния полученных из аппроксимации распределений Далитца на значение полного борновского сечения
- Параметризация сечений производится моделью векторной доминантности с учетом $V = \omega, \phi, \omega(1420), \omega(1650)$.
- Параметры распада ϕ мезона в $\rho'\pi$ берутся из работы KLOE (фаза и величина сечения)

Параметры резонансов

Параметры	Фит 1 (без ω в $\rho'\pi$)	Фит2 (с ω в $\rho'\pi$)
$M(\omega')$ (МэВ)	1245 ± 30	1242 ± 34
$\Gamma(\omega')$ (МэВ)	471 ± 20	503 ± 21
$\sigma(\omega' \rightarrow \rho\pi)$ (нб)	5.73 ± 0.23	5.51 ± 0.23
$\sigma(\omega' \rightarrow \rho'\pi)$ (нб)	0.032 ± 0.011	0.056 ± 0.012
$M(\omega'')$ (МэВ)	1638 ± 6	1644 ± 7
$\Gamma(\omega'')$ (МэВ)	138 ± 11	155 ± 13
$\sigma(\omega'' \rightarrow \rho\pi)$ (нб)	0.062 ± 0.035	0.067 ± 0.035
$\sigma(\omega'' \rightarrow \rho'\pi)$ (нб)	1.47 ± 0.13	1.47 ± 0.13
$\varphi_{\omega\omega'} (\text{°})$ [$\rho\pi$]	$160^\circ \pm 3$	$156^\circ \pm 3$
$\varphi_{\omega\omega''} (\text{°})$ [$\rho\pi$]	$-72^\circ \pm 15$	$-67^\circ \pm 13$
$\varphi_{\omega''\omega'} (\text{°})$ [$\rho'\pi$]	$139^\circ \pm 6$	$151^\circ \pm 5$
$\varphi_{\omega''\varphi} (\text{°})$ [$\rho'\pi$]	$8^\circ \pm 7$	$5^\circ \pm 8$

С $\varphi_{\omega''\omega} = 0, \sigma(\omega \rightarrow \rho'\pi) = 100$

$$\chi^2 = 49.1/38.9/66.5$$

$$\chi^2 = 51.5/38.6/53.3$$

Заключение & планы

1. На основе данных с $\mathcal{L} \sim 70 \text{ пб}^{-1}$ измерено сечение $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Результат согласуется с измерением Babar, однако несколько меньше предыдущего результата SND. Разница объясняется не полным учетом вклада от фоновых процессов в предыдущем анализе
2. Получены сечения для промежуточных механизмов $e^+e^- \rightarrow \rho\pi$ и $e^+e^- \rightarrow \rho'\pi$, различие с предыдущим измерением SND связано, кроме разницы в фоновых процессах, еще и с недооценкой вклада от событий с излучением из начального состояния.
3. Из аппроксимации полученных сечений видно, что распад $\omega(1420)$ идет практически только через механизм $\rho\pi$, а его масса получается ниже, чем при аппроксимации полного сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Распад $\omega(1650)$ идет в основном через механизм $\rho'\pi$
4. Кроме того, измерены фазы между амплитудами $A_{\rho\pi}$ и $A_{\rho'\pi}$ (φ_1) и $A_{\rho\pi}$ и $A_{\omega\pi}$ (φ_2). Результат согласуется с предыдущим измерением.
5. В планах: повторить анализ, используя статистику (около 580 пб^{-1}) набранную в 2020-2023 годах, что позволит значительно повысить точность определения сечений $e^+e^- \rightarrow \rho\pi$ и $\rho'\pi$

Backup slides

Параметризация сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (для $\rho\pi$ и $\rho'\pi$ механизмов)

Борновское сечение: $\sigma(s) = \frac{4\pi\alpha}{s^2} |A_{\rho(\prime)\pi}|^2 P_{\rho(\prime)\pi}(s)$ где $P_{\rho(\prime)\pi}(s)$ – фазовый объем $\rho(\prime)\pi$

$$A_{\rho\pi}(s) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha}} \sum_{V=\omega,\varphi,\omega',\omega''} \frac{\Gamma_V m_V^2 \sqrt{m_V \sigma_V}}{D_V(s) \sqrt{P_{\rho\pi}(m_V^2)}} e^{i\varphi_V} \quad A_{\rho'\pi}(s) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha}} \sum_{V=\omega,\varphi,\omega',\omega''} \frac{\Gamma_V m_V^2 \sqrt{m_V \sigma'_V}}{D_V(s) \sqrt{P_{\rho'\pi}(m_V^2)}} e^{i\varphi'_V}$$

Обратный пропагатор: $D_V(s) = m_V^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_V(s)$, где $\Gamma_V(s) = \sum_f \Gamma(V \rightarrow f, s)$

Для $V = \omega, \varphi$ зависимость ширины Γ_V от энергии описывается, как сумма всех основных каналов распада. Для $V = \omega(1420), \omega(1650)$ ширина Γ_V является константой.

Фазы φ_V для $\rho\pi$ определяются относительно ω , для $\rho'\pi$ – относительно $\omega(1650)$.

Масса и ширина ω, φ берутся из *PDG*, фаза $\varphi_\varphi = 163^\circ$. σ'_φ определяется по данным KLOE, при учете ω для перехода $\rho'\pi$ фаза $\varphi'_\rho = 0^\circ$, а σ'_ρ подбиралась в ручную.

В итоге параметрами подгонки являются масса и ширина $\omega(1420), \omega(1650)$, сечения $\sigma_{\omega'}, \sigma_{\omega''}$ и фазы $\varphi_{\omega'}, \varphi_{\omega''}$ для механизма $\rho\pi$, сечения $\sigma'_{\omega'}, \sigma'_{\omega''}$ и фазы $\varphi'_{\omega'}, \varphi'_\varphi$ для механизма $\rho'\pi$.