

Измерение масс нейтрального и заряженного D -мезонов с детектором КЕДР

Овтин И.В., коллаборация КЕДР

Институт Ядерной Физики СО РАН, г. Новосибирск

I.V.Ovtin@inp.nsk.su

Научная сессия секции ядерной физики ОФН РАН

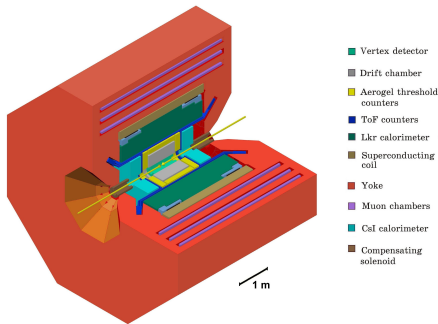
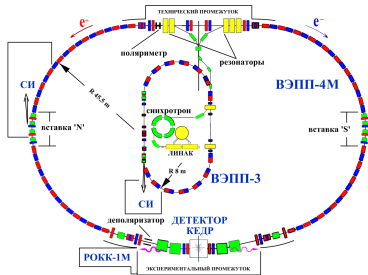
г. Дубна, ОИЯИ

1-5 апреля 2024 г.

- 1 Эксперимент КЕДР на e^+e^- коллайдере ВЭПП-4М
- 2 Современные данные по массам D -мезонов
- 3 Метод измерения
- 4 Экспериментальные данные и критерии отбора
- 5 Систематические ошибки
- 6 Результаты

Эксперимент КЕДР на e^+e^- коллайдере ВЭПП-4М

- Энергия пучка $0.9 \div 5$ ГэВ
- Число сгустков 2×2
- Светимость: $2 \cdot 10^{30} \frac{1}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$ при $E=1.8$ ГэВ
- Измерение энергии методом резонансной деполяризации:
 - $E < 3$ ГэВ - Тушековский поляриметр: $\Delta E/E = (5 \div 15) \times 10^{-6}$, $(10 \div 60)$ кэВ
 - $E > 3$ ГэВ - Лазерный поляриметр: $\Delta E/E = 3 \times 10^{-6}$, 30 кэВ



Физическая программа:

- Измерение масс элементарных частиц: J/ψ , $\Psi(2S)$, $\Psi(3770)$, τ лептона, D и Υ мезонов
- Измерение лептонных ширин Ψ и Υ мезонов
- Измерение R в области $2E=2 \div 10$ ГэВ
- Измерение сечения $\gamma\gamma \rightarrow$ адроны
- Исследование ряда других процессов

Современные данные по массам D-мезонов

D^0 -мезон

- $M_{D^0} = 1864.84 \pm 0.05$ (fit)
 $M_{D^0} = 1864.84 \pm 0.05$ (average)

Лучшие измерения:

- $M_{D^0} = 1864.845 \pm 0.025 \pm 0.057$ (CLEO-2014)*, $D^0 \rightarrow K^- 2\pi^+ \pi^-$
- $M_{D^0} = 1864.841 \pm 0.048 \pm 0.063$ (BABAR-2013), e^+e^- at $\Upsilon(4S)$
- $M_{D^0} = 1864.750 \pm 0.150 \pm 0.110$ (LHCb-2013), $D^0 \rightarrow K^+ 2K^- \pi^+$
- $M_{D^0} = 1864.847 \pm 0.150 \pm 0.095$ (CLEO-2007), $D^0 \rightarrow K_S^0 \phi$
- $M_{D^0} = 1865.300 \pm 0.330 \pm 0.230$ (КЕДР-2010), e^+e^- at $\psi(3770)$

* Obtained by analyzing CLEO-c data but not authored by the CLEO Collaboration.

D^+ -мезон

- $M_{D^+} = 1869.66 \pm 0.05$ (fit)
 $M_{D^+} = 1869.5 \pm 0.4$ (average)

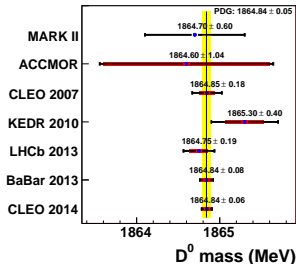
Лучшее измерение:

- $M_{D^+} = 1869.53 \pm 0.49 \pm 0.20$ (КЕДР-2010), e^+e^- at $\psi(3770)$
- $M_{D^+} = 1870.0 \pm 0.5 \pm 1.0$ (ACCM-1990), πCu 230 GeV

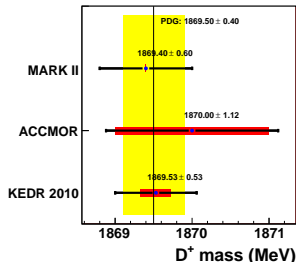
- $M_{D^+} - M_{D^0} = 4.822 \pm 0.015$ (PDG-2023 fit)

PDG - https://pdg.lbl.gov/2023/listings/contents_listings.html

D^0 mass measurements



D^+ mass measurements

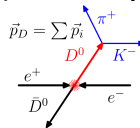


Метод измерения

- Используется процесс $e^+e^- \rightarrow \psi(3770) \rightarrow D\bar{D}$, максимум сечения при $E \sim M(\psi(3770))$

- Один из D -мезонов реконструируется:

- $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$, $Br = 3.95 \pm 0.03\%$
- $D^+ \rightarrow K^- \pi^+ \pi^+$, $Br = 9.38 \pm 0.16\%$



- Для каждого D -кандидата, прошедшего отбор, определяются переменные:

$$M_{bc} = \sqrt{E_{beam}^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i\right)^2}, \quad \Delta E = \sum_i \sqrt{(m_i^2 + p_i^2)} - E_{beam}$$

$$\Delta p = p_\pi - p_K \text{ (для } D^0\text{-мезона)}$$

Вклад импульсного разрешения сильно уменьшается ($p_D = 260$ МэВ):

$$\sigma^2(M_D) = \frac{\sigma_W^2}{4} + \left(\frac{p_D}{M_D}\right)^2 \sigma_{p_D}^2 = \frac{\sigma_W^2}{4} + 0.02 \sigma_{p_D}^2$$

Для сигнальных событий $\Delta E \sim 0$. Требование $\Delta E = 0$ дает абсолютную калибровку импульсов ($p_{true} = \alpha p$).

- Небинированная функция правдоподобия (unbinned maximum likelihood fit) используется:

$$-2 \log \mathcal{L}(\alpha) = -2 \sum_{i=0}^N \log p(v_i|\alpha) + 2N \log \int p(v|\alpha) dv$$

где $v = (M_{bc}, \Delta E, \Delta|p|)$ - переменная характеризующая одно событие; $p(v|\alpha)$ - плотность распределения событий (PDF), зависящая от фит параметров $\alpha = (M_D, \Delta E, b_{uds}, b_{DD})$:

$$p(v|\alpha) = p_{sig}(v|M_D, \Delta E) + b_{uds}p_{uds}(v) + b_{DD}p_{DD}(v)$$

- Форма распределения сигнальных событий и фоновых событий (p_{sig}, p_{uds}, p_{DD}) извлекается из моделирования методом Монте-Карло.
- При подгонке экспериментальных данных 4 свободных параметра: $M_D, \Delta E$ уровни DD и uds фона

Экспериментальные данные и критерии отбора

Использованный интеграл светимости:

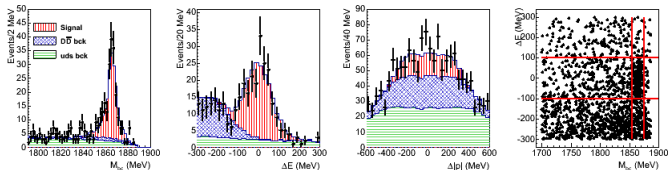
- $\int L \Delta t = 3.5 \text{ пб}^{-1}$, 2016-2017 гг.
- $\int L \Delta t = 0.9 \text{ пб}^{-1}$, 2004 г. (KEDR2010) – переобработано для уменьшения систематических ошибок
- Отбираются многоадронные кандидаты с ≥ 3 треками
 - рассматриваются треки-кандидаты противоположного заряда для $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$;
 - комбинации с зарядом «+ + -» или «- - +» для $D^+ \rightarrow K^- \pi^+ \pi^+$;
- Условия отбора треков:
 - Ограничение на поперечный импульс: $100 < p_t < 2000 \text{ МэВ}$;
 - Число измерений в трековой системе (хитов) $N_{hits} \geq 24$;
 - Положение общей вершины $|z| < 12 \text{ см}$, $r < 0.5 \text{ см}$
 - Энергия привязанного к треку кластера в калориметре $E < 1000 \text{ МэВ}$
 - Сумма хитов во втором и третьем слое мюонных камер ≤ 1
- Кинематическая подгонка с условием $\Delta E = 0$.
 - Минимизируется функция:
$$\chi^2 = \sum_i \frac{(p'_i - p_i)^2}{\sigma_{p_i}^2}$$
- Для дальнейшего анализа отбираются события:
 - $1700 < M_{bc} < 1900 \text{ МэВ}$
 - $|\Delta E| < 300 \text{ МэВ}$

Экспериментальные данные (2016-2017 г.)

D^0 -мезон

- Используется система АЧС для π/K -идентификации

- В режиме "Толстый счетчик $P > 450$ MeV/c & $P < 1500$ MeV/c, порог 0.5 ф.э.



$$M_{D^0} = 1864.910 \pm 0.294$$

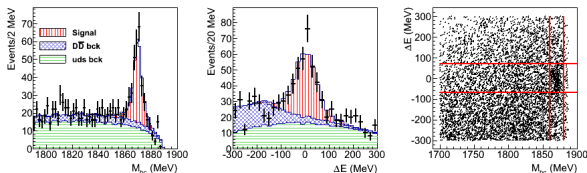
D^+ -мезон

- Используется для π/K -идентификации:

- TOF: $P < 600$ MeV/c, $\Delta TOF = T_{TOF} - T_K(P_K) > -0.8$

- de/dx, $P < 600$ MeV/c, ProbK > 0.50

- АЧС: $P > 450$ MeV/c & $P < 1500$ MeV/c, в режиме "Толстый счетчик порог 0.5 ф.э.



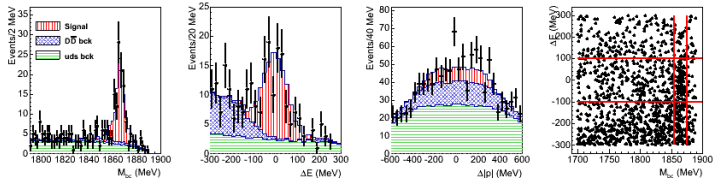
$$M_{D^+} = 1869.603 \pm 0.357$$

N_{sig}	158.60
N_{uds}	23.45
N_{DD}	10.94

N_{sig}	349.01
N_{uds}	114.07
N_{DD}	29.81

Экспериментальные данные (2004 г.)

D^0 -мезон

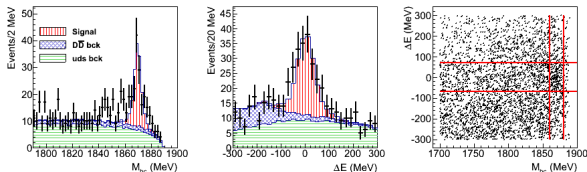


$$M_{D^0} = 1865.305 \pm 0.300$$

N_{sig}	84.35
N_{uds}	24.35
N_{DD}	6.29

D^+ -мезон

- Используется de/dx и TOF для π/K -идентификации



$$M_{D^+} = 1869.472 \pm 0.488$$

N_{sig}	178.25
N_{uds}	64.57
N_{DD}	12.96

Систематические ошибки

D^0 -мезон

	KEDR2010	kedr2004	kedr2016
Абсолютная калибровка импульса	0.040	0.005	0.005
Описание энергетических потерь в веществе	0.010	0.010	0.005
Импульсное разрешение	0.130	0.022	0.010
Учет излучения в начальном состоянии	0.160	0.020	0.011
Форма распределения сигнала	0.070	0.018	0.025
Форма распределения фона континуума	0.040	0.030	0.033
Форма распределения фона $D\bar{D}$	0.030	0.018	0.023
Калибровка энергии пучков	0.010	0.007	0.005
Итого	0.230	0.051	0.050

D^+ -мезон

	KEDR2010	kedr2004	kedr2016
Абсолютная калибровка импульса	0.040	0.005	0.014
Описание энергетических потерь в веществе	0.030	0.032	0.028
Импульсное разрешение	0.100	0.079	0.031
Учет излучения в начальном состоянии	0.110	0.018	0.023
Форма распределения сигнала	0.050	0.059	0.066
Форма распределения фона континуума	0.090	0.075	0.065
Форма распределения фона $D\bar{D}$	0.060	0.041	0.040
Калибровка энергии пучков	0.010	0.005	0.003
Итого	0.200	0.136	0.112

Систематические ошибки - абсолютная калибровка импульса

Точность реконструкции импульса дает непосредственный вклад в точность измерения массы D . Важна точность абсолютной калибровки шкалы импульсов (знание магнитного поля).

$$p_{true} = \alpha p$$

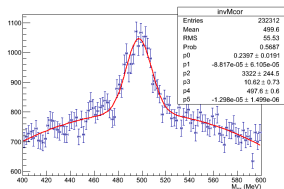
$$M_D = \sqrt{E_{beam}^2 - \alpha^2 \left(\sum_i \vec{p}_i \right)^2}$$

- Шкала калибруется по тем же событиям, измеряя среднее смещение величины ΔE

$$\Delta E = \sum_i \sqrt{(m_i^2 + \alpha^2 p_i^2)} - E_{beam}$$

- Для оценки систематики реконструируется $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$, вероятность распада 69.20%, $M_{K_S^0} = 497.611 \pm 0.013$ МэВ

Эксперимент 2016-2017 гг.

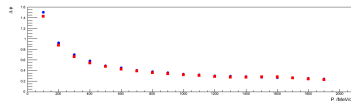
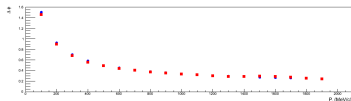
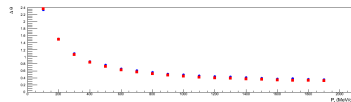
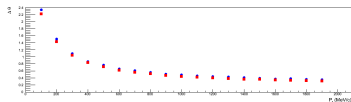
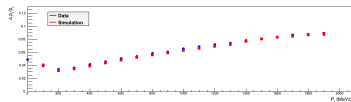
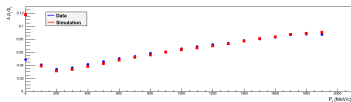


Критерии отбора событий:

- Число треков ≥ 3 , рассматриваются пары противоположно заряженных треков;
- Ограничение на импульс: $100 < p < 1600$ МэВ;
- Число измерений в трековой системе (хитов) $N_{hits} \geq 24$;
- Точка пересечения треков на расстоянии не менее 0.5 см от места встречи пучков;
- Положение общей вершины $|z| < 13$ см

Систематические ошибки - импульсное разрешение

- Импульсное и угловое разрешение (Космика)
- Сравнивались два метода настройки импульсного разрешения в моделировании



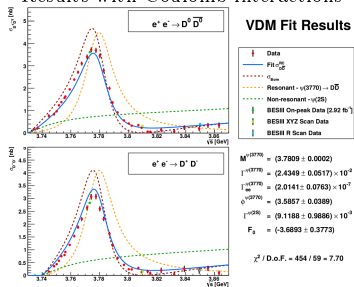
```
ksimreal(NsimRate,Run1,Run2);  
kdcsimxt();      kdcsimsigma();  
kdcsimssystemerr();  
kdcscalesystemerr(1.0);  
kdcscalesystemerraz(5.5, 0.8)
```

- Заданная в моделировании систематическая ошибка $x(t)$ в аксиальных и стерео слоях умножается на калибровочные скейлы-факторы

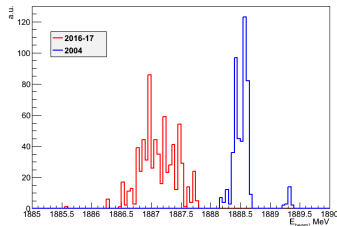
```
KsimSysErr=2;  
ksimreal(NsimRate,Run1,Run2);  
dcalibrationsDB.txt - настройка коэффициентов
```

Пространственное разрешение, полученное процедурой определения $x(t)$, в аксиальных и стерео слоях умножается на калибровочные скейлы-факторы

Results with Coulomb interactions



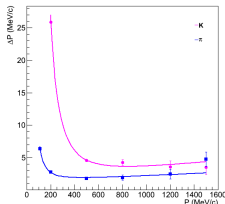
Энергия пучка



- Для поправок ISR используется зависимость сечения $e^+e^- \rightarrow D\bar{D}$
- Наиболее точные параметры для $\psi(3770)$ для вычисления борновского сечения D^+D^- и $D^0\bar{D}^0$ получены BESIII (2017 г.)
- Для правильного учета положения на склоне сечения распределение по энергии разбивалось на 10 бинов и для каждой точки по энергии производилось моделирование, с вкладом пропорциональным интегральной светимости
- Для оценки систематик значение сечения в измеренных точках варьировалось случайным образом по Гауссу с среднеквадратичным отклонением равным ошибке измеренного сечения.
- Для учета разности энергетических шкал энергии ВЭПП-4М/БЕРС-2 сечение смещалось на 0.7 МэВ влево

● Описание энергетических потерь в веществе

Моделирование – 2016-2017 гг.



Отличие реконструированного импульса от истинного из-за потери энергии в веществе может достигать нескольких МэВ.

Поправка к импульсу:

$$\Delta P = D/\beta^3 + \kappa P, \text{ где } \beta = P/\sqrt{m^2 + P^2}$$

- Для вычисления систематики параметры функции для поправки импульса варьировались случайным образом по Гауссу с среднеквадратичным отклонением равным ошибке параметра функции.

● Форма распределения сигнала и фона $D\bar{D}$:

- Исключались дополнительные гауссовские пики в параметризации форм

● Форма распределения фона континуума:

- Использовался альтернативный генератор, система пионов с переменной множественностью

● При подгонке экспериментальных данных расслаблялся вклад фонов для оценки систематик

● Калибровка энергии пучков

Ошибка в энергии пучка (интерполяции данных) $\Delta E_b \sim 60$ кэВ, и систематика определялась как $\sigma_{E_b} = \Delta E_b / \sqrt{N_{sig} - 1}$, где N_{sig} – число отобранных сигнальных событий.

Процедура усреднения результатов

- Объединение результатов - KEDR comb

$$\langle M \rangle = \sum \omega_i \cdot M_i,$$

$$\sigma_{stat}^2 = \sum \omega_i^2 \cdot \sigma_{stat,i}^2,$$

$$\sigma_{syst}^2 = \sum \omega_i^2 \cdot (\sigma_{syst,i}^2 - \sigma_{syst,0}^2) + \sigma_{syst,0}^2,$$

$$\omega_i \simeq 1/(\sigma_{stat,i}^2 + \sigma_{syst,i}^2 - \sigma_{syst,0}^2),$$

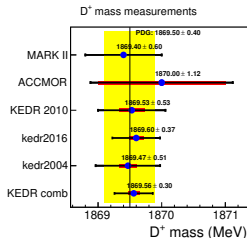
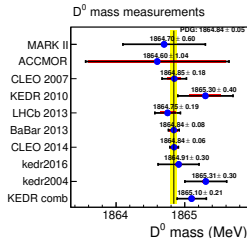
где M_i - усредняемая величина, полученная при разных экспериментах, ω_i - вес, который включает статистическую ошибку и некоррелированную часть систематической неопределенности измеренной величины, $\sigma_{syst,0}$ - коррелированная часть систематической погрешности.

Систематическая ошибка связанная с учетом излучения в начальном состоянии рассматривается как коррелированная часть.

V.V. Anashin et al. (KEDR Collaboration), Final analysis of KEDR data on J/ψ and $\psi(2S)$ masses, Physics Letters B 749 (2015) 50–56

Результаты (preliminary!)

- Опубликованный результат на данных 2004 г. (0.9 pb^{-1}) - KEDR2010:
 - $M_{D^0} = 1865.300 \pm 0.330 \pm 0.230 \text{ МэВ}$
 - $M_{D^+} = 1869.530 \pm 0.490 \pm 0.200 \text{ МэВ}$
- Результаты на данных 2004 гг. (0.9 pb^{-1}) - kedr2004:
 - $M_{D^0} = 1865.305 \pm 0.300 \pm 0.051 \text{ МэВ}$
 - $M_{D^+} = 1869.472 \pm 0.488 \pm 0.136 \text{ МэВ}$
- Результаты на данных 2016-2017 гг. (3.5 pb^{-1}) - kedr2016:
 - $M_{D^0} = 1864.910 \pm 0.294 \pm 0.050 \text{ МэВ}$
 - $M_{D^+} = 1869.603 \pm 0.357 \pm 0.112 \text{ МэВ}$
- Объединение результатов - KEDR comb (должен заменить KEDR2010):
 - $M_{D^0} = 1865.100 \pm 0.210 \pm 0.039 \text{ МэВ}$
 - $M_{D^+} = 1869.560 \pm 0.288 \pm 0.089 \text{ МэВ}$



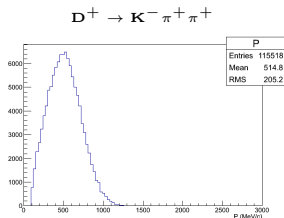
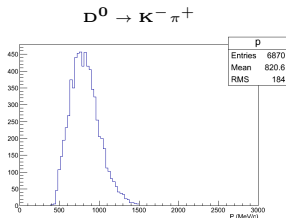
- Масса D^0 согласуется с более точными измерениями, полученными другим методом.
- Измерение массы D^+ является наиболее точным прямым измерением.

BACKUP

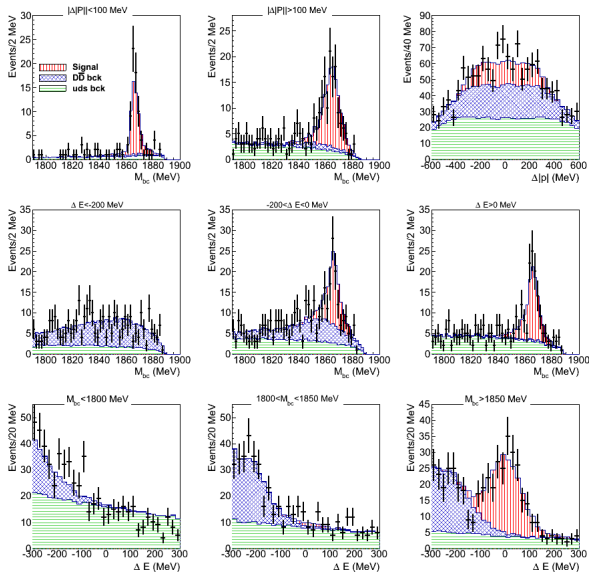
Каналы распада D^+ и D^0 -мезонов

Процесс $e^+e^- \rightarrow D\bar{D}$

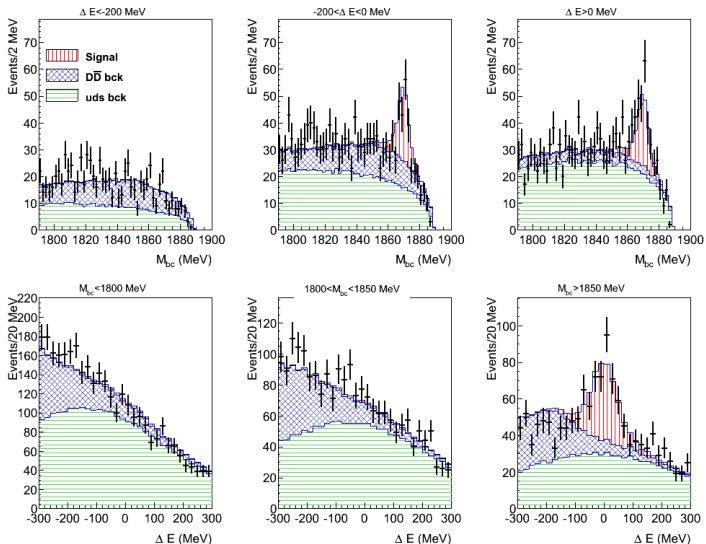
	Конечное состояние	Вероятность распада
$D^0 \rightarrow$	$K^-\pi^+$	$3.95 \pm 0.03\%$
	$K_s\pi^+\pi^-$	$2.80 \pm 0.18\%$
	$K^-\pi^+\pi^+\pi^-$	$8.23 \pm 0.14\%$
	$K^-\pi^+\pi^0$	$14.4 \pm 0.5\%$
	$K_s\pi^+\pi^-\pi^0$	$5.2 \pm 0.6\%$
$D^+ \rightarrow$	$K^-\pi^+\pi^+$	$9.38 \pm 0.16\%$
	$K_s\pi^+$	$1.56 \pm 0.03\%$
	$K^s\pi^+\pi^+\pi^-$	$3.10 \pm 0.09\%$
	$K^s\pi^+\pi^0$	$7.36 \pm 0.21\%$



Экспериментальные данные (2016-2017 гг.) - D^0 -мезон



Экспериментальные данные (2016-2017 гг.) - D^+ -мезон



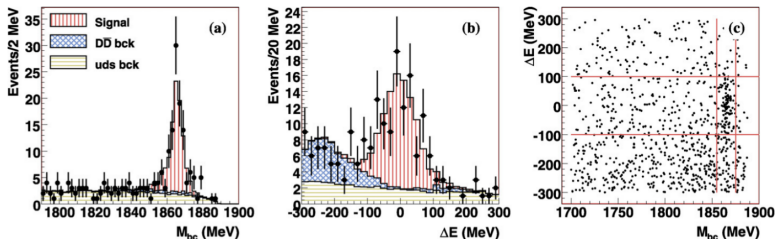
Результаты предыдущей обработки на КЕДР - D^0 -мезон

Measurement of D^0 and D^+ meson masses with the KEDR detector, Physics Letters B, V. 686, Issues 2-3, 22 March 2010, p. 84-90

Интегральная светимость $\int L \Delta t = 0.9 \text{ пб}^{-1}$ (данные 2004 г.)

Results of the fit to the $D^0 \rightarrow K^-\pi^+$ data sample.

M_D	$1865.05 \pm 0.33 \text{ MeV}$
$\langle \Delta E \rangle$	$-0.7 \pm 7.3 \text{ MeV}$
Number of signal events	98.4 ± 13.1
Number of $q\bar{q}$ events	18.3 ± 2.4
Number of $D\bar{D}$ events	4.8 ± 0.8



Experimental data (points with the error bars) and the results of the fit (histogram) for the $D^0 \rightarrow K^-\pi^+$ decay. M_{bc} distribution for events with $|\Delta E| < 100 \text{ MeV}$ (a), ΔE distribution for events with $1855 \text{ MeV} < M_{bc} < 1875 \text{ MeV}$ (b), and the experimental $(M_{bc}, \Delta E)$ scatter plot (c).

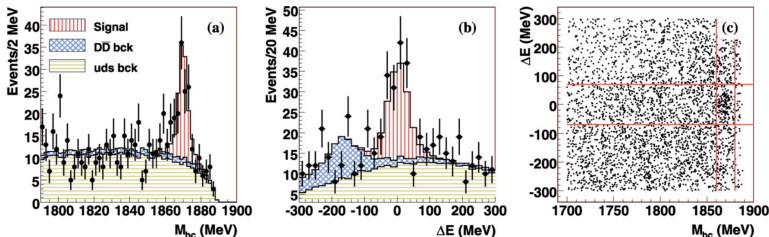
$$M_{D^0} = 1865.300 \pm 0.330 \pm 0.230$$

Результаты предыдущей обработки на КЕДР - D^+ -мезон

Интегральная светимость $\int L \Delta t = 0.9 \text{ пб}^{-1}$ (данные 2004 г.)

Results of the fit to the $D^+ \rightarrow K^- \pi^+ \pi^+$ data sample.

M_D	$1869.58 \pm 0.49 \text{ MeV}$
$\langle \Delta E \rangle$	$2.5 \pm 5.0 \text{ MeV}$
Number of signal events	109.8 ± 15.3
Number of $q\bar{q}$ events	85.3 ± 11.8
Number of $D\bar{D}$ events	11.4 ± 2.2

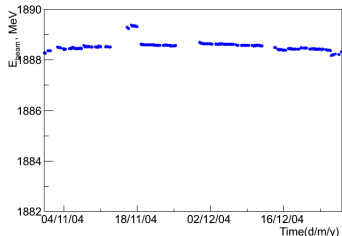
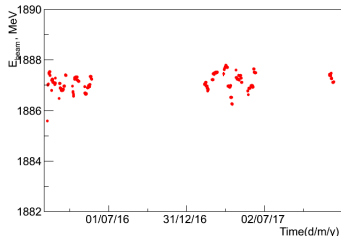


Experimental data (points with the error bars) and the results of the fit (histogram) for the $D^+ \rightarrow K^- \pi^+ \pi^+$ decay. M_{bc} distribution for events with $|\Delta E| < 70 \text{ MeV}$ (a), ΔE distribution for events with $1860 \text{ MeV} < M_{bc} < 1880 \text{ MeV}$ (b), and the experimental ($M_{bc}, \Delta E$) scatter plot (c).

$$M_{D^+} = 1869.53 \pm 0.49 \pm 0.20$$

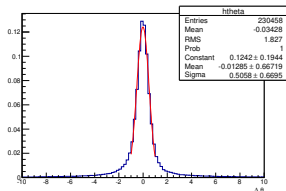
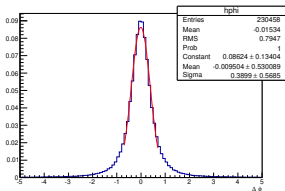
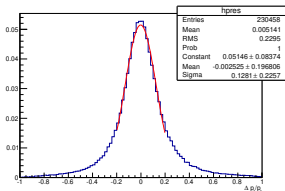
Измерение энергии пучка

- Энергия пучков ускорителя ВЭПП-4М измеряется методом резонансной деполяризации
- Ошибка в энергии пучка (интерполяции данных) ~ 60 кэВ.

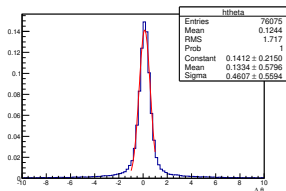
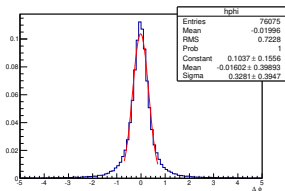
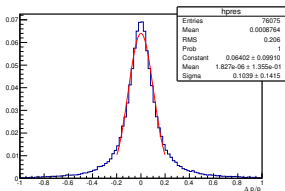


Импульсное и угловое разрешение (VhaVha)

Экспериментальные заходы 2016-2017 гг.



Экспериментальные заходы 2004 г.



Функции распределения для D^0 - мезона

● Сигнальный PDF

Параметризуется суммой двух двухмерных гауссовских распределений по M_{bc} и ΔE (представляя ядро и хвосты распределений) с коррекцией и с квадратичной зависимостью разрешения M_{bc} от $\Delta |p|$. Распределение ядра является ассиметричным в M_{bc} ($\sigma_l(M_{bc})$ и $\sigma_r(M_{bc})$ для левого и правого наклона).

$$\begin{aligned} PDF_{sig}(M_{bc}, \Delta E, \Delta |p|) = & |1 + k_1 \Delta p^2| \times \left(\exp\left(\frac{-dde^2}{2de_\sigma^2}\right) \times \frac{\exp\left(\frac{-(dmbc)^2}{2mbc_\sigma^2}\right)}{(mbc_{\sigma_l} + mbc_{\sigma_r})} \right. \\ & \left. + |k_2| \exp\left(\frac{-dde^2}{2dew_\sigma^2}\right) \times \frac{\exp\left(\frac{-dmbcw^2}{2mbcw_\sigma^2}\right)}{mbcw_\sigma} \right) + |k_3| PDF_{dbck}(M_{bc}, \Delta E, \Delta p, dbck_par) \end{aligned}$$

$$dde = \Delta E - de_{mean}$$

$$dmbc = M_{bc} - mbc_{mean} - mbcde_{corr} \times dde$$

$$dmbc < 0 : mbc_\sigma = mbc_{\sigma_l} = \sqrt{mbc_{\sigma_{0l}}^2 + (\Delta p \times mbc_{\sigma_2})^2 + (\Delta p^2 \times mbc_{\sigma_4})^2}$$

$$dmbc > 0 : mbc_\sigma = mbc_{\sigma_r} = \sqrt{mbc_{\sigma_{0r}}^2 + (\Delta p \times mbc_{\sigma_2})^2 + (\Delta p^2 \times mbc_{\sigma_4})^2}$$

$$dmbcw = M_{bc} - mbc_{mean} - mbcde_{corr} \times dde - mbcw_{shift}$$

Функции распределения для D^0 - мезона

- PDF для фона от событий континуума ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, $q = u, d, s$)

$$PDF_{uds}(M_{bc}, \Delta E, \Delta |p|) = \exp\left(k_1 \left(\frac{M_{bc}^2}{E_{beam}^2} - 1\right) - k_2 \Delta E\right) \times (1 + k_3 \Delta |p|^2)$$

- PDF для фона от распадов $e^+e^- \rightarrow \psi(3770) \rightarrow D\bar{D}$

Параметризуется функцией того же вида, что и для фона из континуума, с добавлением трех двумерных гауссовских распределений по переменным M_{bc} и ΔE . Два из них описывают фон от событий $D^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $D^0 \rightarrow K^+K^-$, третье (составляющее подавляющую часть фона) - распады D^0 на три и более частиц.

$$\begin{aligned} PDF_{dbck}(M_{bc}, \Delta E, \Delta |p|) = & \left(\exp\left(k_1 \left(\frac{M_{bc}^2}{E_{beam}^2} - 1\right) - k_2 \Delta E\right) \right. \\ & + |k_3| \exp\left(-\frac{(M_{bc} - mbc_{mean})^2}{2mbc_{\sigma_0}^2} - \frac{(\Delta E - de_{mean})^2}{2de_{width}^2}\right) \\ & + |k_4| \exp\left(-\frac{(M_{bc} - mbc_{mean1} - mbc_{shift})^2}{2mbc_{\sigma_1}^2} - \frac{(\Delta E - de_{mean1})^2}{2de_{width1}^2}\right) \\ & \left. + |k_5| \exp\left(-\frac{(M_{bc} - mbc_{mean1} + mbc_{shift})^2}{2mbc_{\sigma_2}^2} - \frac{(\Delta E + de_{mean1})^2}{2de_{width1}^2}\right) \right) \times |1 + k_6 \Delta |p|^2| \end{aligned}$$

Функции распределения для D^+ - мезона

- Сигнальный PDF

$$PDF_{sig}(M_{bc}, \Delta E) = \left(k_1 \left(\exp\left(\frac{-dde^2}{2de_\sigma}\right) \times \frac{\exp\left(\frac{-dmbc^2}{2mbc_\sigma}\right)}{mbc_{\sigma_l} + mbc_{\sigma_r}} \right. \right. \\ \left. \left. + k_2 \exp\left(\frac{-dde^2}{2dew_\sigma}\right) \times \exp\left(\frac{-dmbcw^2}{2mbcw_\sigma}\right) \right) \right) \times \sqrt{E_{beam}^2 - M_{bc}^2}$$

$$dde = \Delta E - de_{mean}$$

$$dmbc = M_{bc} - mbc_{mean} - mbcde_{corr} \times dde$$

$$dmbc < 0 : mbc_\sigma = mbc_{\sigma_l} \quad dmbc > 0 : mbc_\sigma = mbc_{\sigma_r}$$

$$dmbcw = M_{bc} - mbc_{mean} - mbcde_{corr} \times dde - mbcw_{shift}$$

Функции распределения для D^+ - мезона

- PDF для фона от событий континуума ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}, q = u, d, s$)

$$PDF_{uds}(M_{bc}, \Delta E, \Delta |p|) = \exp\left(k_1 y^2 - [k_2 + k_3 y^2] \Delta E + k_4 \Delta E^2\right) \times \sqrt{E_{beam}^2 - M_{bc}^2}$$

$$y = \sqrt{M_{bc}/E_{beam} - 1}$$

- PDF для фона от распадов $e^+e^- \rightarrow \psi(3770) \rightarrow D\bar{D}$

$$PDF_{dbck}(M_{bc}, \Delta E) = \left(\exp(k_1(M_{bc}/E_{beam} - 1) - k_2 \Delta E) \right. \\ \left. + |k_3| \exp\left(\frac{-(M_{bc} - mbc_{mean})^2}{2mbc_{\sigma_0}^2} - \frac{(\Delta E - de_{mean})^2}{2de_{width}^2}\right) \right. \\ \left. + |k_4| \exp\left(\frac{-(M_{bc} - mbc_{mean})^2}{2mbc_{\sigma_1}^2} - \frac{(\Delta E - de_{mean1})^2}{2de_{width1}^2}\right) \right) \times \sqrt{E_{beam}^2 - M_{bc}^2}$$