

# Рождение связанных состояний лептонов в распада бозона Хиггса

Федор Мартыненко (Самарский университет)  
А. П. Мартыненко, А. В. Эскин

Научная сессия секции ядерной физики  
Отделения физических наук (ОФН)  
Российской академии наук (РАН)

1 - 5 апреля 2024 г.

# Введение

Изучение свойств бозона Хиггса представляет в настоящее время важное направление исследований в Стандартной модели и поиска Новой физики за пределами Стандартной модели.

Отдельную группу задач составляют исследования редких эксклюзивных распадов бозона Хиггса с рождением связанных состояний частиц:

- $H \rightarrow Z, \gamma + J/\Psi, \Upsilon$
- $H \rightarrow J/\Psi, \Upsilon + J/\Psi, \Upsilon$
- $H \rightarrow Z, \gamma + (e^+e^-)$        $H \rightarrow Z, \gamma + (\mu^+\mu^-)$        $H \rightarrow Z, \gamma + (\tau^+\tau^-)$
- $H \rightarrow (e^+e^-) + (e^+e^-)$        $H \rightarrow (\mu^+\mu^-) + (\mu^+\mu^-)$        $H \rightarrow (\tau^+\tau^-) + (\tau^+\tau^-)$

Исследование редких процессов представляется возможным на HL-LHC в  $p-p$  столкновениях, а также в  $e^+e^-$  столкновениях на будущих ускорителях

- CEPC CEPC Study Group Collaboration, M. Dong et al., "CEPC Conceptual Design Report: Volume 2 - Physics & Detector," arXiv:1811.10545 [hep-ex].
- FCC-ee FCC Collaboration, A. Abada et al., "FCC-ee: The Lepton Collider: Future Circular Collider Conceptual Design Report Volume 2," Eur. Phys. J. ST 228 (2019) 261–623.
- FCC-hh FCC Collaboration, A. Abada et al., "FCC-hh: The Hadron Collider: Future Circular Collider Conceptual Design Report Volume 3," Eur. Phys. J. ST 228 (2019) 755–1107.

# Введение

Среди редких распадов бозона Хиггса наименее изученными остаются распады в одно или пару связанных состояний лептонов (позитроний, димюоний, дитауоний)

- *d'Enterria D., Le V. D. Rare and exclusive few-body decays of the Higgs, Z, W bosons, and the top quark //arXiv preprint arXiv:2312.11211. – 2023.*

Данная работа представляет продолжение исследований редких распадов бозона Хиггса с последующим рождением связанных состояний тяжелых кварков (чармоний  $J/\Psi$ , боттомоний  $\Upsilon$ ,  $B_c$  мезоны) в рамках релятивистской кварковой модели

- *Martynenko A. P., Martynenko F. A. Paired Double Heavy Baryons Production in Decays of the Higgs Boson //Symmetry. – 2023. – V. 15. – №. 10. – P. 1944.*
- *Martynenko A. P., Martynenko F. A. Relativistic Corrections to the Higgs Boson Decay into a Pair of Vector Quarkonia //Symmetry. – 2023. – V. 15. – №. 2. – P. 448.*
- *Faustov R. N., Martynenko A. P., Martynenko F. A. Relativistic corrections to paired production of charmonium and bottomonium in decays of the Higgs boson //Physical Review D. – 2023. – V. 107. – №. 5. – P. 056002.*
- *Faustov R. N., Martynenko F. A., Martynenko A. P. Higgs boson decay to the pair of S-and P-wave B c mesons //The European Physical Journal A. – 2022. – V. 58. – №. 1. – P. 4.*

# Цель работы

Работа посвящена вычислению ширин распадов бозона Хиггса с одиночным и парным рождением связанных орто - состояний лептонов (позитроний ( $e^+e^-$ ), димюоний ( $\mu^+\mu^-$ ), дитауоний ( $\tau^+\tau^-$ ))

- $H \rightarrow Z, \gamma + (e^+e^-)$        $H \rightarrow Z, \gamma + (\mu^+\mu^-)$        $H \rightarrow Z, \gamma + (\tau^+\tau^-)$
- $H \rightarrow (e^+e^-) + (e^+e^-)$        $H \rightarrow (\mu^+\mu^-) + (\mu^+\mu^-)$        $H \rightarrow (\tau^+\tau^-) + (\tau^+\tau^-)$

Рассмотрены различные механизмы рождения связанных состояний лептонов.

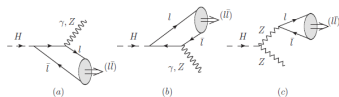


Рис.: Лептон - фотонный и лептон - Z - бозонный механизмы одиночного рождение связанного состояния лептонов.

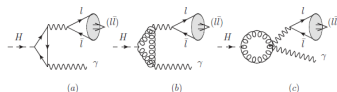


Рис.: Кварковый петлевой и W - бозонный петлевой механизмы одиночного рождение связанных состояний лептонов.

# Метод исследования

Вычисление ширин распада выполняется в релятивистском квазипотенциальном подходе

Амплитуда рождения связанного состояния лептонов представляется сверткой амплитуды рождения свободных лептонов с волновой функцией связанного состояния. Для случая одиночного рождения ( $H \rightarrow Z, \gamma + (l^+ l^-)$ ):

$$d\Gamma = \frac{|\mathbf{P}|}{32\pi^2 M_h^2} |M|^2 d\Omega, \quad M(k, P) = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} M_{H \rightarrow Z, \gamma + l^+ l^-}(k, P, \mathbf{p}) \Psi_{\bar{l}l}(\mathbf{p})$$

Расчет амплитуды проводится в системе отсчета, связанной с конечным дилептоном.  $\mathbf{P}$  - полный импульс связанного состояния,  $\mathbf{p}$  - относительный импульс лептонов.

$$M_1(k, P) = \frac{4\pi\alpha m}{\sin 2\theta_W M_Z} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \text{Tr} \left\{ \Psi(P, \mathbf{p}) \left( \hat{\varepsilon}_\gamma \frac{(\hat{r} - \hat{p}_2 + m)}{(r - p_2)^2 - m^2} + \frac{(\hat{p}_1 - \hat{r} + m)}{(p_1 - r)^2 - m^2} \hat{\varepsilon}_\gamma \right) \right\}.$$

$p_{1,2} = \frac{1}{2}P \pm \mathbf{p}$  - импульсы лептона и антилептона соответственно.

Амплитуда содержит релятивистскую волновую функцию связанного состояния, которая получается в результате преобразования Лоренца из системы покоя в движущуюся:

$$\Psi(P, \mathbf{p}) = \frac{\Psi(\mathbf{p})}{\frac{\varepsilon(\varepsilon+m)}{m} \frac{\varepsilon+m}{2m}} \left[ \frac{\hat{v}-1}{2} - \hat{v} \frac{p^2}{2m(\varepsilon+m)} - \frac{\hat{p}}{2m} \right] \hat{\varepsilon}_{\bar{l}l} \frac{(\hat{v}+1)}{2\sqrt{2}} \left[ \frac{\hat{v}+1}{2} - \hat{v} \frac{p^2}{2m(\varepsilon+m)} + \frac{\hat{p}}{2m} \right].$$

$v = \frac{P}{M}$ ,  $M$  - масса связанного состояния лептонов,  $\varepsilon = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ ,  $m$  - масса лептона.

# Релятивистские поправки в амплитуде взаимодействия

Релятивистские поправки к ширине распада делятся на два типа:

- поправки в амплитуде взаимодействия
- поправки к волновой функции связанного состояния

Релятивистские поправки в амплитуде взаимодействия определяются степенями относительного импульса  $\mathbf{p}/m$ ,  $|\mathbf{p}| \sim W = \frac{m}{2}\alpha$ . Для них вводятся специальные релятивистские параметры  $\omega$ , которые определяют конечное выражение для амплитуды и ширины и выражаются импульсными интегралами:

$$\frac{|\mathbf{p}|}{2m} = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\varepsilon(\mathbf{p}) - m}{\varepsilon(\mathbf{p}) + m} \right)^{n+\frac{1}{2}}, \quad \psi_{1S}^C(\mathbf{p}) = \frac{8\sqrt{\pi}W^{5/2}}{(p^2 + W^2)^2}, \quad W = \frac{m}{2}\alpha,$$

$$I^{(i)} = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{\varepsilon(\mathbf{p}) + m}{2\varepsilon(\mathbf{p})} \psi_{1S}^C(\mathbf{p}) \left( \frac{\varepsilon(\mathbf{p}) - m}{\varepsilon(\mathbf{p}) + m} \right)^i, \quad \omega_i = \frac{I^{(i)}}{I^{(0)}}.$$

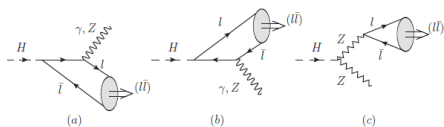
Интегралы  $I^{(i)}$  вычисляются аналитически в данной задаче. Релятивистские поправки в амплитуде имеют порядок  $\alpha^2$ :

$$I^{(0)} = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \psi_{1S}^C(\mathbf{p}) \left[ 1 - \frac{\mathbf{p}^2}{4m^2} \right] = \psi_{1S}^C(0) \left[ 1 + \frac{3}{4}\alpha^2 \right],$$

$$I^{(1)} = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \psi_{1S}^C(\mathbf{p}) \frac{\mathbf{p}^2}{4m^2} = -\frac{3}{4}\alpha^2 \psi_{1S}^C(0), \quad \omega_1 = -\frac{3}{4}\alpha^2.$$

# Одинокое рождение. Аналитический результат.

Полная ширина для распада  
 $H \rightarrow I + \bar{I} \rightarrow \gamma + (\bar{I})$  (диаграммы (a) и (b)):



$$\Gamma_{\gamma(\bar{I})} = \frac{512\pi\alpha^2 r_1^2}{r_2^3 \sin^2 2\theta_W M_Z^2 (r_2^2 - 1)} \times \left[ \frac{1}{2} r_2^2 g_2^2 + 3g_1^2 - \frac{1}{4} g_2^2 - \frac{1}{4} r_2^4 g_2^2 \right] |\tilde{\psi}(0)|^2.$$

где  $\tilde{\psi}(0) = I(0) = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{\varepsilon(\mathbf{p}) + m}{2\varepsilon(\mathbf{p})} \psi_{1S}^C(\mathbf{p})$ ,  $r_1 = m/M$ ,  $r_2 = M_h/M$ .

Функции  $g_1$ ,  $g_2$  получаются в результате вычисления следа в числителе амплитуды взаимодействия в пакете FORM:

$$N = g_1(\varepsilon_{\bar{I}I}\varepsilon_{\gamma}) - g_2(v\varepsilon_{\gamma})(v_{\gamma}\varepsilon_{\bar{I}I}), \quad g_1 = \left[ r_2^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{5}{6}\omega_1 \right) - r_1 - r_1\omega_1 \right], \quad g_2 = \left[ 1 + \frac{5}{3}\omega_1 \right].$$

Ширина распада бозона Хиггса с рождением связанного состояния лептонов определяется волновой функцией связанного состояния в нуле:

$$\psi_{nS}^C(\mathbf{r} = 0) = \frac{(m\alpha)^3}{8\pi n^3}$$

В виду малости как массы лептонов, так и постоянной  $\alpha$  ширина распада в случае лептонных связанных состояний будет подавлена по сравнению с шириной распада бозона Хиггса в связанные состояния тяжелых кварков ( $B_c$ ,  $J/\Psi$ , ...).

# Одиночное рождение. Аналитический результат.

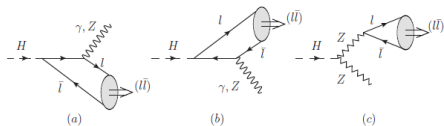
Полная ширина для распада  $H \rightarrow I + \bar{I} \rightarrow Z + (\bar{I})$  (диаграммы (а) и (б)):

$$\Gamma_{Z(\bar{I})} = \frac{32\pi\alpha^2 \sqrt{[(r_2+1)^2 - r_3^2][(r_2-1)^2 - r_3^2]}}{r_2^3 \sin^4 2\theta_W M_Z^2 (r_2^2 - 1)^2} |\bar{\psi}(0)|^2 \times \left[ g_2^2 Z \left( \frac{3}{8} + \frac{1}{16} r_3^{-4} - \frac{1}{4} r_3^{-2} - \frac{1}{4} r_3^2 + \frac{1}{16} r_3^4 - \frac{1}{4} r_2^2 r_3^{-4} + \frac{1}{4} r_2^2 r_3^{-2} + \frac{1}{4} r_2^2 - \frac{1}{4} r_2^2 r_3^2 + \frac{3}{8} r_2^4 r_3^{-4} + \frac{1}{4} r_2^4 r_3^{-2} + \frac{3}{8} r_2^4 - \frac{1}{4} r_2^6 r_3^{-4} - \frac{1}{4} r_2^6 r_3^{-2} + \frac{1}{16} r_2^8 r_3^{-4} \right) + g_1 Z g_2 Z \left( \frac{1}{4} r_3^{-3} - \frac{1}{4} r_3^{-1} - \frac{1}{4} r_3 + \frac{1}{4} r_3^3 - \frac{3}{4} r_2^2 r_3^{-4} \right) + g_1^2 Z \left( \frac{5}{2} - \frac{1}{4} r_3^{-2} + \frac{1}{4} r_3^2 - \frac{1}{2} r_2^2 r_3^{-2} - \frac{1}{2} r_2^2 + \frac{1}{4} r_2^4 r_3^{-2} \right) \right],$$

$$g_1 Z = (r_2^2 - r_3^2) \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{4} a_z + \frac{5}{24} \omega_1 - \frac{5}{12} \omega_1 a_z \right) + r_1 \left( -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} a_z - \frac{1}{4} \omega_1 + \frac{1}{2} \omega_1 a_z \right),$$

$$g_2 Z = \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{2} a_z + \frac{5}{12} \omega_1 - \frac{5}{6} \omega_1 a_z \right),$$

где  $r_3 = M_Z/M$ ,  $a_z = 2 \sin^2(\theta_W)$ .



Полная ширина распада  $H \rightarrow Z + Z \rightarrow Z + (\bar{I})$  (диаграмма (с)) может быть получена с помощью замены:

$$g_1 Z \rightarrow \frac{r_2^2}{r_1} g_1 Z Z,$$

$$g_1 Z Z = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} a_z + \frac{7}{24} \omega_1 - \frac{7}{12} \omega_1 a_z.$$

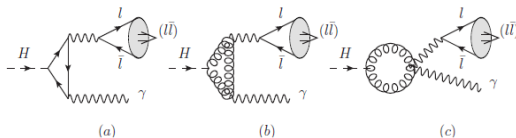


# Одинокое рождение. Петлевые механизмы.

Общая структура тензора, соответствующего петле, в случае двух внешних виртуальных фотонов имеет вид:

$$T_{Q,W}^{\mu\nu} = A_{Q,W}(t)(g^{\mu\nu}(v_1 v_2) - v_1^\nu v_2^\mu) + B_{Q,W}(t)[v_1^2 v_2^\mu - v_1^\mu (v_1 v_2)][v_1^\nu v_2^2 - v_2^\nu (v_1 v_2)],$$

где  $t = \frac{M_h^2}{4m_Q^2}$  или  $t = \frac{M_W^2}{4m_W^2}$  для кварковой и W - бозонной петли соответственно.



При рассмотрении одинокоего рождения дилептона один из фотонов реальный, и имеет место только вклад структурной функции  $A_{Q,W}(t)$ . Она вычисляется по мнимой части с помощью правила Мандельштама - Кутковского:

$$A_W(t) = A_W(0) + \frac{t}{\pi} \int_1^\infty \frac{ImA(t')dt'}{t'(t' - t + i0)}.$$

## Одинокое рождение. Петлевые механизмы.

Мнимая часть в случае  $W$  - бозонной петли:

$$\text{Im}A_W = \frac{r_4^2}{64\pi} \frac{1}{t(4t - r_4^2)^2} \left[ r_4^2 \sqrt{t(t-1)} (r_4^2(2t+1) - 4t - 6) + \right. \\ \left. 4t(6 - 12t + r_4^2(2t+3) - r_4^4) \text{arcsh}(\sqrt{t-1}) \right], \quad r_4 = \frac{M}{M_W}.$$

Мнимая часть в случае кварковой петли:

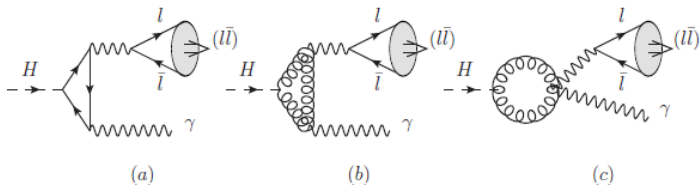
$$\text{Im}A_Q = \frac{r_5^2}{32\pi} \frac{1}{t(4t - r_5^2)^3} \left[ 3r_5^2 \sqrt{t(t-1)} (4t - r_5^2) + \right. \\ \left. 4t(r_5^4 + r_5^2(2 - 4t) + 8(t-1)t) \text{arcsh}(\sqrt{t-1}) \right], \quad r_5 = \frac{M}{m_Q}.$$

После разложения по  $r_4$  и  $r_5$  соответственно ( $M_W \gg M$ ,  $m_Q \gg M$ ) в лидирующем порядке структурная функция  $A_{Q,W}(t)$  определяется выражениями:

$$A_W(t) = \frac{r_4^2}{16\pi^2} \left[ 2 + \frac{3}{t} + \frac{3}{t^2} (2t-1) f^2(t) \right], \quad f(t) = \begin{cases} \arcsin \sqrt{t}, & t \leq 1, \\ \frac{i}{2} \left[ \ln \frac{1 - \sqrt{1-t^{-1}}}{1 + \sqrt{1-t^{-1}}} - i\pi \right], & t > 1. \end{cases}$$

$$A_Q(t) = \frac{r_5^2}{16\pi^2} \left[ \frac{1}{t} + \frac{(t-1)}{t^2} f^2(t) \right].$$

# Одинокое рождение. Петлевые механизмы.



Ширина распада бозона Хиггса для диаграммы с W - бозонной петлей:

$$\Gamma = \frac{8\pi^3 \alpha^4 (r_2^2 - 1) \text{ctg}^2(\theta_W) M_Z^2}{r_2^3 M_{II}^4} |\tilde{\psi}(0)|^2 A_W^2 [3g_{1W}^2 - \frac{1}{4}(r_2^2 - 1)^2 g_{2W}^2],$$

$$g_{1W} = (r_2^2 - 1) \left(1 + \frac{7}{3}\omega_1 + \frac{11}{3}\omega_2\right), \quad g_{2W} = 2 \left(1 + \frac{7}{3}\omega_1 + \frac{11}{3}\omega_2\right).$$

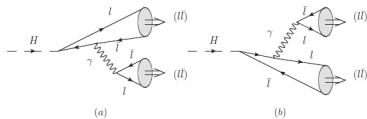
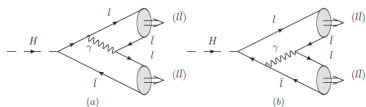
Ширина распада бозона Хиггса для диаграммы с кварковой петлей

имеет аналогичную структуру и может быть получена с помощью замены:

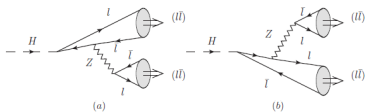
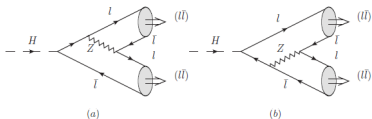
$$g_{1,2W} \rightarrow g_{1,2W} \sum_{Q=c,b,t} \frac{24q_Q^2 m_Q^2}{\cos^2 \theta_W M_Z^2} \frac{|A_Q|}{A_W}. \quad (1)$$

# Парное рождение.

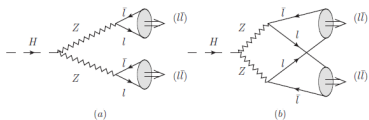
## Лептон - фотонные механизмы



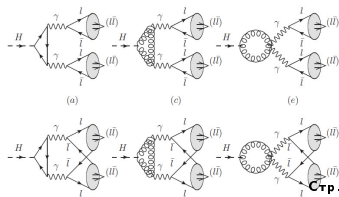
## Лептон - Z - бозонные механизмы



## Механизм $H \rightarrow Z + Z \rightarrow (\bar{l}l) + (\bar{l}l)$



## Кварковый петлевой и W - бозонный петлевой механизмы



# Релятивистские поправки к волновой функции связанного состояния лептонов.

В "нерелятивистском приближении" волновая функция связанного состояния лептонов получена из решения уравнения Шредингера с кулоновским потенциалом.

Для расчета релятивистских поправок к волновой функции в нуле используем выражение:

$$\psi_{1S}^{(1)}(0) = \int \tilde{G}_{1S}(0, \mathbf{r}) \Delta V(\mathbf{r}) \psi_{1S}^C(\mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

где  $\tilde{G}_{1S}$  - редуцированная кулоновская функция Грина,  $\Delta V$  - оператор возмущения.

Функция Грина с одним нулевым аргументом известна аналитически:

$$\tilde{G}_{1S}(\mathbf{r}, 0) = \frac{\mu W}{4\pi} \frac{e^{-x}}{x} \times (4x(\ln(2x) + \gamma_E) + 4x^2 - 10x - 2), \quad x = Wr$$

В качестве возмущения используем следующие операторы

Слагаемые потенциала Брейта

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= \frac{\pi\alpha}{m^2} \delta(\mathbf{r}) - \frac{\mathbf{p}^4}{4m^3}, \\ \Delta V_2 &= -\frac{\alpha}{2m^2} \frac{1}{r} \left( \mathbf{p}^2 + \frac{\mathbf{r}(\mathbf{r}\mathbf{p})\mathbf{p}}{r^2} \right), \\ \Delta V_3 &= \frac{\pi\alpha}{m^2} \left[ \frac{7}{3} \mathbf{S}^2 - 2 \right] \delta(\mathbf{r}). \end{aligned}$$

Потенциал поляризации вакуума:

$$\begin{aligned} \Delta V_{vp}(r) &= -\frac{\alpha^2}{3\pi} \int_1^\infty \rho(\xi) d\xi \frac{1}{r} e^{-2m_e \xi r}, \\ \rho(\xi) &= \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}(2\xi^2 + 1)}{\xi^4}. \end{aligned}$$

# Релятивистские поправки к волновой функции связанного состояния лептонов.

Рассмотрение потенциала возмущения  $\sim \delta(\mathbf{r})$  из  $\Delta V_1$  приводит к выражению:

$$\psi_{1S}^{(1)}(0) = \tilde{G}_{1S}(0,0) \frac{\pi\alpha}{m^2} \psi_{1S}^C(0),$$

в котором  $\tilde{G}_{1S}(0,0)$  представляет собой расходящуюся величину. Наряду с координатным представлением удобно использовать импульсное представление. В импульсном представлении эта поправка определяется расходящимся интегралом в виде:

$$\psi_1^{(1)}(0) = \frac{\pi\alpha}{m^2} \psi_{1S}^C(0) \int \tilde{G}_{1S}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3},$$

$$\tilde{G}_{1S}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = -\frac{64\pi}{\alpha W^4} \left[ \frac{\pi^2 W^5 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{q})}{4(\mathbf{p}^2 + W^2)} + \frac{W^6}{4(\mathbf{p}^2 + W^2)(\mathbf{p} - \mathbf{q})^2(\mathbf{q}^2 + W^2)} + R(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \right].$$

Если учесть вместе с этой поправкой вклад от второго слагаемого  $\Delta V_1 \sim \mathbf{p}^4$ :

$$\psi_2^{(1)}(0) = -\frac{1}{4m^3} \int \tilde{G}_{1S}(0, \mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}}^4 \psi(r) d\mathbf{r} = -\frac{\pi\alpha}{m^2} \psi^C(0) \int \tilde{G}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}d\mathbf{q}}{(2\pi)^6} \left[ 1 - \frac{W^2(2p^2 + W^2)}{(p^2 + W^2)^2} \right].$$

то в результате расходящиеся слагаемые взаимно сокращаются и вклад оператора получается конечным. Оставшиеся интегралы вычисляются аналитически и приводят к поправке к волновой функции  $\sim \alpha^2$ :

$$\Delta\psi^{(1)}(0) = \psi^C(0) \left[ -\frac{63}{128} \alpha^2 \right].$$

# Релятивистские поправки к волновой функции связанного состояния лептонов.

Поправки к волновой функции от других потенциалов возмущения:

- $\Delta V_2$ : 
$$\Delta\psi^{(2)}(0) = \psi^C(0) \left[ \frac{1}{2}\alpha^2 \ln \alpha^{-1} + \frac{5}{8}\alpha^2 \right]$$

- $\Delta V_3$ : 
$$\Delta\psi^{(3)}(0) = \psi^C(0) \left[ 2 - \frac{7}{3}S(S+1) \right] \frac{1}{4}\alpha^2 \ln \alpha^{-1}$$

- Потенциал поляризации вакуума  $\Delta V_{vp}$  приводит к лидирующей по  $\alpha$  поправке к волновой функции  $\sim \alpha$ :

$$\Delta\psi^{(4)}(0) = \psi^C(0) \left[ a_{vp} \frac{\alpha}{\pi} \right], \quad a_{vp} = \int_1^\infty \frac{\rho(\xi)d\xi}{6(1+r_4\xi)} \left[ 2r_4^2\xi^2 + 7r_4\xi + 2(1+r_4\xi) \ln(1+r_4\xi) + 3 \right]$$

Суммарное выражение для волновой функции с учетом вычисленных поправок:

$$\psi(0) = \psi^C(0) \left\{ 1 + a_{vp} \frac{\alpha}{\pi} + \left( 2 - \frac{7}{6}S(S+1) \right) \frac{1}{2}\alpha^2 \ln \alpha^{-1} - \frac{3}{128}\alpha^2 \right\} .$$

- *Caswell W. E., Lepage G. P., Phys. Rev. A 20, 36 (1979).*
- *I. B. Khriplovich and A. S. Yelkhovsky, Phys. Lett. B 246, 520 (1990).*
- *B. A. Kniehl and A. A. Penin, Phys. Rev. Lett. 85, 1210 (2000).*
- *S. G. Karshenboim, V. G. Ivanov, U. D. Jentschura, G. Soff, JETP. 86, 226 (1998).*

## Предварительные численные результаты.

Таблица: Численные значения относительных ширин распада бозона Хиггса с одиночным или парным рождением связанных состояний лептонов.

		Относительная ширина	
H →	γ +	$(e^+e^-)$	$1.230 \cdot 10^{-10}$
		$(\mu^+\mu^-)$	$1.120 \cdot 10^{-11}$
		$(\tau^+\tau^-)$	$1.146 \cdot 10^{-11}$
	Z +	$(e^+e^-)$	$5.664 \cdot 10^{-10}$
		$(\mu^+\mu^-)$	$2.965 \cdot 10^{-12}$
		$(\tau^+\tau^-)$	$1.934 \cdot 10^{-13}$
	$(e^+e^-) +$	$(e^+e^-)$	$3.544 \cdot 10^{-18}$
	$(\mu^+\mu^-) +$	$(\mu^+\mu^-)$	$2.873 \cdot 10^{-21}$
	$(\tau^+\tau^-) +$	$(\tau^+\tau^-)$	$7.245 \cdot 10^{-21}$



# Заключение

- В работе вычислены ширины распада бозона Хиггса с рождением одного или пары связанных состояний лептонов в рамках релятивистского квазипотенциального подхода.
- При расчете учтены релятивистские поправки, связанные с относительным движением лептонов как в амплитуде взаимодействия, так и в волновой функции связанного состояния.
- Исследованы различные механизмы одиночного и парного рождения связанных состояний лептонов.

Порядок ширины одиночного рождения  $H \rightarrow Z + (\bar{l}l)$ ,  $H \rightarrow \gamma + (\bar{l}l)$  ( $1 \sim 0^{-11}$ ) показывает сложность наблюдения такого процесса на текущем эксперименте LHC. Тем не менее на будущих ускорителях, в частности в  $e^+ - e^-$  на FCC, будет возможно осуществить поиск связанных состояний лептонов в распаде бозона Хиггса по их трехфотонным распадам.

Спасибо!

Backup slides.

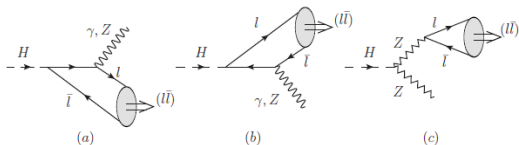


Рис.: Лептон - фотонный и лептон - Z - бозонный механизмы одиночного рождение связанного состояния лептонов в лидирующем порядке по  $\alpha$

Общая структура амплитуд одиночного рождения имеет вид (диаграммы а и б):

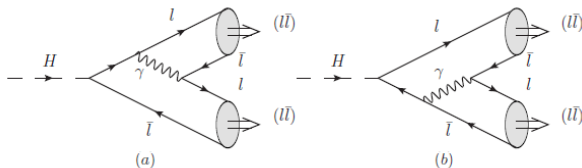
$$\mathcal{M}_1(k, P) = \frac{4\pi\alpha m}{\sin 2\theta_W M_Z} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{\Psi(\mathbf{p})}{\frac{\epsilon}{m} \frac{(\epsilon+m)}{2m} [(r - p_2)^2 - m^2]} \times$$

$$\text{Tr} \left\{ \left[ \frac{\hat{v} - 1}{2} - \hat{v} \frac{p^2}{2m(\epsilon + m)} - \frac{\hat{p}}{2m} \right] \hat{\epsilon}_{\bar{l}l} \frac{(\hat{v} + 1)}{2\sqrt{2}} \left[ \frac{\hat{v} + 1}{2} - \hat{v} \frac{p^2}{2m(\epsilon + m)} + \frac{\hat{p}}{2m} \right] \hat{\epsilon}_{\gamma} (\hat{r} - \hat{p}_2 + m) \right\},$$

$$\mathcal{M}_2(k, P) = \frac{4\pi\alpha m}{\sin 2\theta_W M_Z} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{\Psi(\mathbf{p})}{\frac{\epsilon}{m} \frac{(\epsilon+m)}{2m} [(p_1 - r)^2 - m^2]} \times$$

$$\text{Tr} \left\{ \left[ \frac{\hat{v} - 1}{2} - \hat{v} \frac{p^2}{2m(\epsilon + m)} - \frac{\hat{p}}{2m} \right] \hat{\epsilon}_{\bar{l}l} \frac{(\hat{v} + 1)}{2\sqrt{2}} \left[ \frac{\hat{v} + 1}{2} - \hat{v} \frac{p^2}{2m(\epsilon + m)} + \frac{\hat{p}}{2m} \right] (\hat{p}_1 - \hat{r} + m) \hat{\epsilon}_{\gamma} \right\},$$

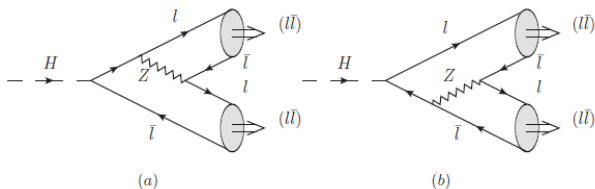
## Парное рождение. Лептон - фотонный механизм.



$$\mathcal{M}(P, Q)^{(A)} = -\frac{64\pi\alpha m M(\sqrt{2}G_F)^{1/2}\tilde{\psi}^2(0)}{M_H^4}(f_1^{(1)}v_1^\beta v_2^\alpha + f_2^{(1)}g^{\alpha\beta})\varepsilon^\alpha(P, S_z)\varepsilon^\beta(Q, S_z).$$

$$f_1^{(1)} = -1 + \frac{1}{9}\omega_1^2, \quad f_2^{(1)} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}r_2^2 - r_1 + \frac{2}{3}\omega_1 r_1 + \frac{1}{18}\omega_1^2 - \frac{1}{18}\omega_1^2 r_2^2 + \frac{1}{3}\omega_1^2 r_1,$$

## Парное рождение. Лептон - Z - бозонный механизм.



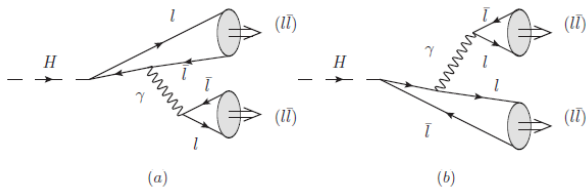
$$\mathcal{M}(P, Q)^{(B)} = \frac{64\pi\alpha m M(\sqrt{2}G_F)^{1/2}\tilde{\psi}^2(0)}{M_H^2(M_H^2 - 4M_Z^2)\sin^2(2\theta_W)} (f_1^{(2)}v_1^\beta v_2^\alpha + f_2^{(2)}g^{\alpha\beta})\varepsilon^\alpha(P, S_Z)\varepsilon^\beta(Q, S_Z).$$

$$f_1^{(2)} = 2(1 - 2a_z + 2a_z^2)(-9 + \omega_1^2),$$

$$f_2^{(2)} = (1 - 2a_z + 2a_z^2)(3 + \omega_1)(-3 + \omega_1 - 6r_1 + 6\omega_1 r_1 + 3r_2^2 - \omega_1 r_2^2),$$

где  $a_z = 2\sin^2(\theta_W)$ .

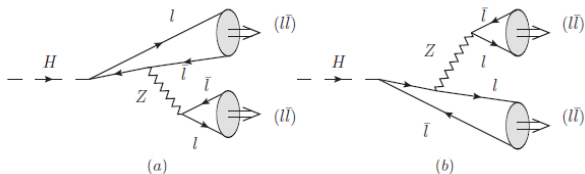
## Парное рождение. Лептон - фотонный механизм.



$$\mathcal{M}(P, Q)^{(C)} = -\frac{16\pi\alpha m M(\sqrt{2}G_F)^{1/2}\tilde{\psi}^2(0)}{M_H^2 M^2} (f_1^{(3)} v_1^\beta v_2^\alpha + f_2^{(3)} g^{\alpha\beta}) \varepsilon^\alpha(P, S_z) \varepsilon^\beta(Q, S_z).$$

$$f_1^{(3)} = 2 - \frac{2}{9}\omega_1^2, \quad f_2^{(3)} = 1 - r_2^2 + 2r_1 - \frac{4}{3}\omega_1 r_1 - \frac{1}{9}\omega_1^2 + \frac{1}{9}\omega_1^2 r_2^2 - \frac{2}{3}\omega_1^2 r_1.$$

## Парное рождение. Лептон - Z - бозонный механизм.



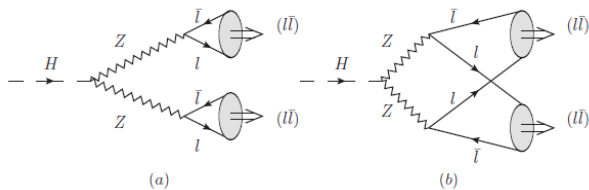
$$\mathcal{M}(P, Q)^{(D)} = \frac{16\pi\alpha m M(\sqrt{2}G_F)^{1/2}\tilde{\psi}^2(0)}{M_H^2(M^2 - M_Z^2)\sin^2(2\theta_W)} (f_1^{(4)} v_1^\beta v_2^\alpha + f_2^{(4)} g^{\alpha\beta}) \varepsilon^\alpha(P, S_Z) \varepsilon^\beta(Q, S_Z).$$

$$f_1^{(4)} = 2(-1 + 2a_z)(-9 + \omega_1^2),$$

$$f_2^{(4)} = (-1 + 2a_z)(3 + \omega_1)(-3 + \omega_1 - 6r_1 + 6\omega_1 r_1 + 3r_2^2 - \omega_1 r_2^2).$$



# Парное рождение. Механизм $H \rightarrow Z + Z \rightarrow (\bar{l}l) + (\bar{l}l)$



$$\mathcal{M}(P, Q)^{(E1)} = \frac{16\pi\alpha M_Z^2 (\sqrt{2}G_F)^{1/2} \tilde{\psi}^2(0)}{(M^2 - M_Z^2)^2 \sin^2(2\theta_W)} (f_1^{(5)} v_1^\beta v_2^\alpha + f_2^{(5)} g^{\alpha\beta}) \varepsilon^\alpha(P, S_Z) \varepsilon^\beta(Q, S_Z).$$

$$\mathcal{M}(P, Q)^{(E2)} = \frac{16\pi\alpha M_Z^2 (\sqrt{2}G_F)^{1/2} \tilde{\psi}^2(0)}{(\frac{M_H^2}{4} - M_Z^2)^2 \sin^2(2\theta_W)} (f_1^{(6)} v_1^\beta v_2^\alpha + f_2^{(6)} g^{\alpha\beta}) \varepsilon^\alpha(P, S_Z) \varepsilon^\beta(Q, S_Z).$$

$$f_1^{(5)} = 0, f_2^{(5)} = \frac{(1 - 2a_z)^2 (3 + \omega_1)^2}{18}. \quad f_1^{(6)} = 0, f_2^{(6)} = \frac{(1 - 2a_z + 2a_z^2)(3 + \omega_1)^2}{18}.$$