

# Темная энергия из-за квантовых поправок к эффективному потенциалу



Денис Толкачёв  
Дмитрий Казаков  
Равиль Яхиббаев

# Содержание

- **Общее введение: метод эффективного потенциала, главные логарифмы**
- **Обобщённое ренормгрупповое уравнение для главных расходимостей (логарифмов)**
- **Приложения в инфляционной космологии**

# Эффективный потенциал

$$Z(J) = \int \mathcal{D}\phi \exp \left( i \int d^4x \mathcal{L}(\phi, d\phi) + J\phi \right)$$

Метод эффективного потенциала дополняет классический потенциал квантовыми петлевыми поправками

$$W(J) = -i \log Z(J)$$

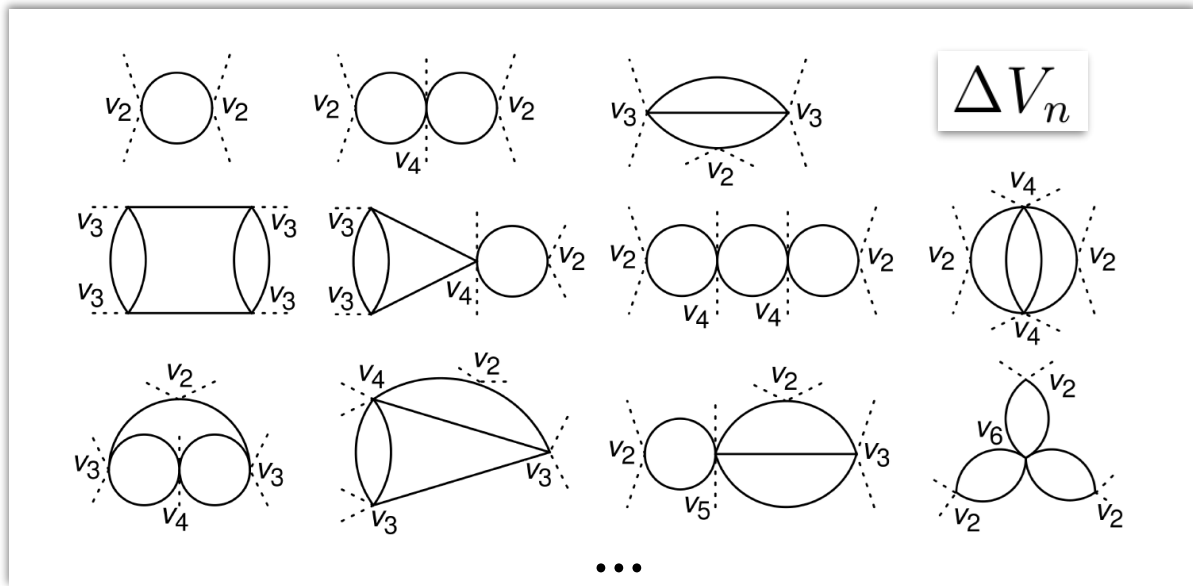
Эффективное действие

$$\Gamma(\phi) = W(J) - \int d^4x J(x)\phi(x)$$

Правила Фейнмана

$$v_n = \frac{\partial^n}{\partial \phi^n} V(\phi)$$

$$m^2(\phi) = gv_2(\phi)$$



# Логарифмы

Перенормируемая теория

$$g^{2n} c_n \log(\varphi^2 / \mu^2)^n$$



Неперенормируемая теория

$$V_n(g, \varphi) \log(v(g, \varphi) / \mu^2)^n$$

$$d = 4 - 2\epsilon \quad \boxed{\frac{1}{\epsilon^n}}$$

**Теорема Боголюбова-Парасюка**

о локальности контрчленов

Коэффициент и степень совпадают

$$1/\epsilon \rightarrow -\log$$

**R-операция:**

$$\mathcal{R}G = \prod_{\gamma} (1 - K_{\gamma})G$$

$$\mathcal{R}G = (1 - K)\mathcal{R}'G$$

# Обобщённое РГ уравнение

The diagrammatic equation shows the renormalized vertex  $R'$  as a sum of diagrams. On the left,  $R'$  is represented by a solid grey circle. This is equal to the sum of several terms: a solid grey circle (labeled  $n$ -loop), a solid grey circle with a dashed outer boundary (labeled  $(n-1)$ -loop), a solid grey circle with a dashed outer boundary and a small loop on the left (labeled  $(n-1)$ -loop), and a sum from  $k=1$  to  $n-2$  of a solid grey circle with a dashed outer boundary and a loop on the left (labeled  $k$ -loop) connected to another solid grey circle with a dashed outer boundary and a loop on the right (labeled  $(n-k-1)$ -loop).

$$n\Delta V_n = \frac{1}{2}v_2 D_2 \Delta V_{n-1} + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{n-2} D_2 \Delta V_k D_2 \Delta V_{n-1-k}, \quad n \geq 2$$

$D_2 = \frac{d^2}{d\phi^2}$

$$\Sigma(z, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} (-z)^n \Delta V_n(\phi)$$

$z = g/\epsilon$

Обобщённое РГ уравнение  
для произвольного  
скалярного потенциала

$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \Sigma \right)^2, \quad \Sigma(0, \phi) = V_0(\phi)$$

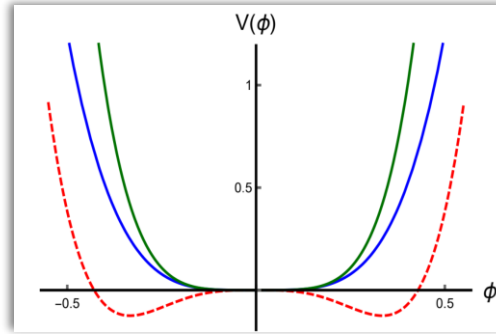
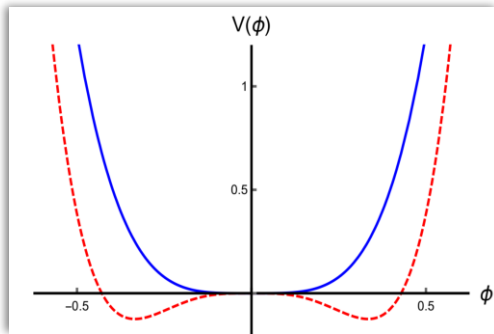
$$\Sigma'(z) = -\frac{3}{2} \Sigma(z)^2$$

$$V_{eff}(g, \phi) = \Sigma(z, \phi) \Big|_{z \rightarrow -\frac{g}{16\pi^2} \log gv_2/\mu^2}$$

$$v_n = \frac{\partial^n}{\partial \phi^n} V(\phi)$$

# Механизм Коулмана - Вайнберга

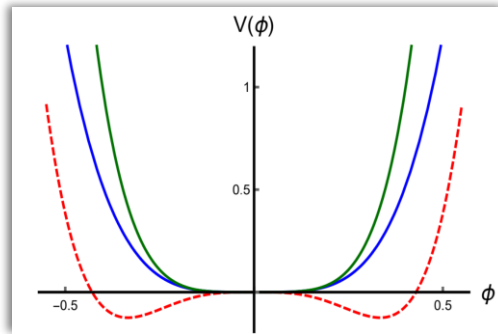
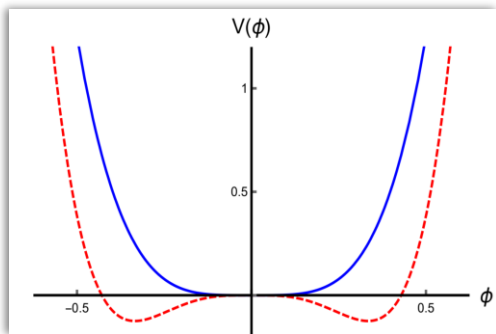
$$V_0(\phi) = g\phi^4/4!$$



$$V_{eff}^{RG} = \frac{g\phi^4/4!}{1 - \frac{g}{16\pi^2} \frac{3}{2} \log \phi^2/\mu^2}$$

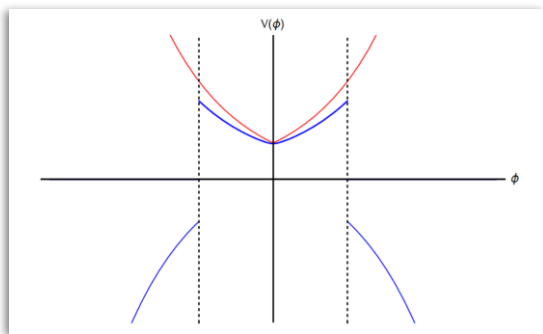
# Механизм Коулмана - Вайнберга

$$V_0(\phi) = g\phi^4/4!$$



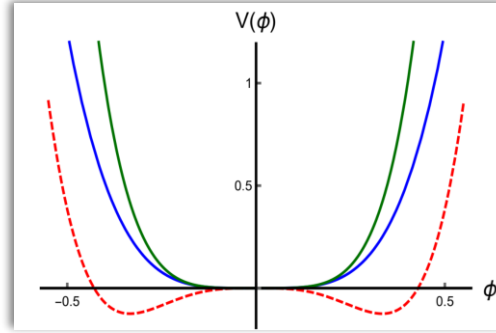
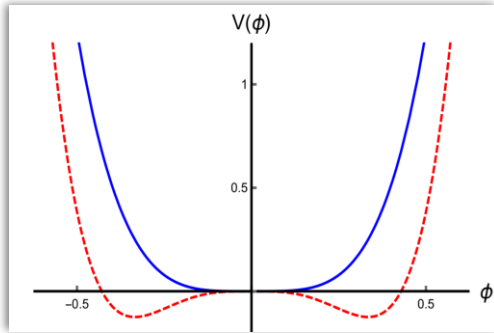
$$gV_0 = ge^{|\phi/m|}$$

$$V_{eff}^{RG} = \frac{g\phi^4/4!}{1 - \frac{g}{16\pi^2} \frac{3}{2} \log \phi^2/\mu^2}$$



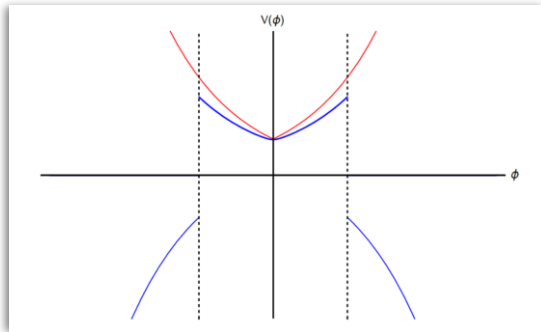
# Механизм Коулмана - Вайнберга

$$V_0(\phi) = g\phi^4/4!$$

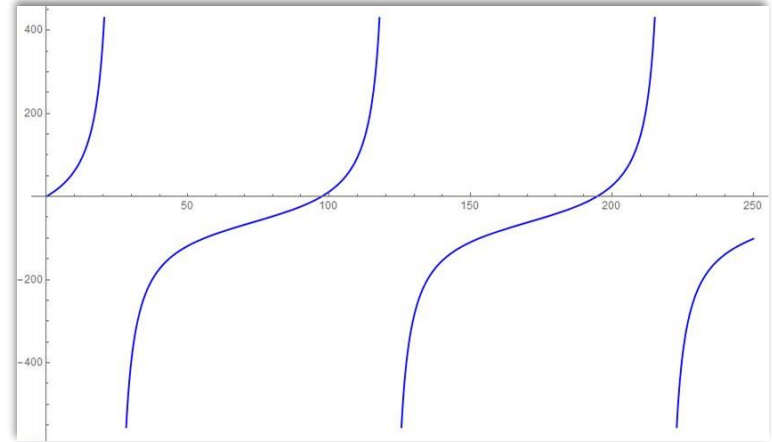


$$gV_0 = ge^{|\phi/m|}$$

$$V_{eff}^{RG} = \frac{g\phi^4/4!}{1 - \frac{g}{16\pi^2} \frac{3}{2} \log \phi^2/\mu^2}$$



# SYM теория

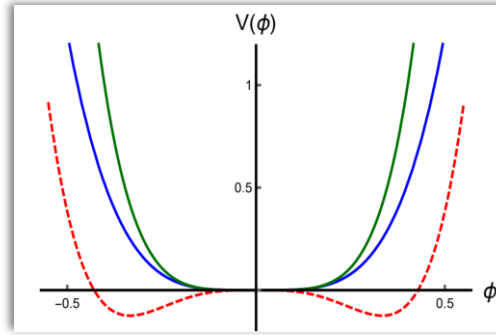
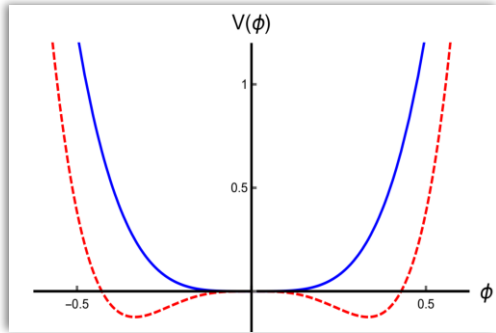


$$\Sigma = 4 \frac{\sqrt{\frac{5}{3}} \tan(z/(8\sqrt{15}))}{1 - \sqrt{\frac{5}{3}} \tan(z/(8\sqrt{15}))}$$



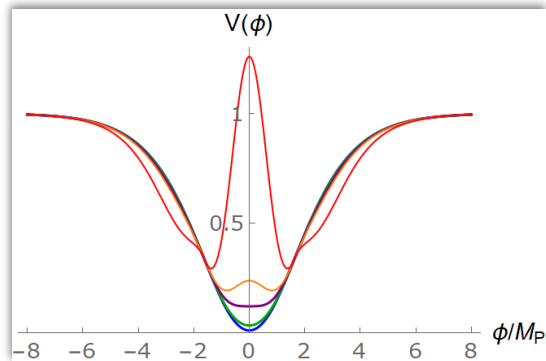
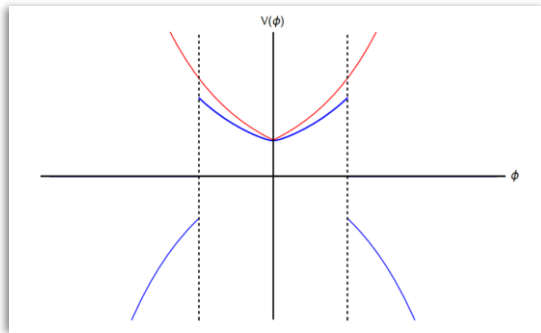
# Механизм Коулмана - Вайнберга

$$V_0(\phi) = g\phi^4/4!$$

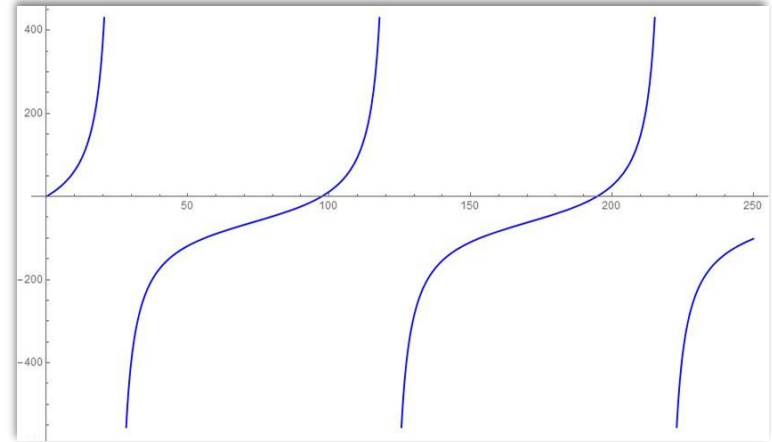


$$gV_0 = ge^{|\phi/m|}$$

$$V_{eff}^{RG} = \frac{g\phi^4/4!}{1 - \frac{g}{16\pi^2} \frac{3}{2} \log \phi^2/\mu^2}$$



# SYM теория



$$\Sigma = 4 \frac{\sqrt{\frac{5}{3}} \tan(z/(8\sqrt{15}))}{1 - \sqrt{\frac{5}{3}} \tan(z/(8\sqrt{15}))}$$

# Инфляция в режиме медленного скатывания

$$3M_{pl}^2 H^2 = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0$$

Renata Kallosh and Andrei Linde JCAP07(2013)002

T-тип  $\alpha$ -аттрактор для канонического поля

$$V = \tanh^{2n}(\phi / (\sqrt{6\alpha} M_{Pl}))$$

Обобщение

$$F\left(\tanh\left(\frac{\phi}{\sqrt{6}}\right)\right)$$

$$V \rightarrow V_{eff}$$

# Инфляция в режиме медленного скатывания

$$3M_{pl}^2 H^2 = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V_{eff}$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{\partial V_{eff}}{\partial \phi} = 0$$

**Дополнительное уравнение**

$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4}(D_2\Sigma)^2, \quad \Sigma(0, \phi) = V_0(\phi)$$

$$V_{eff}(g, \phi) = \Sigma(z, \phi) \Big|_{z \rightarrow -\frac{g}{16\pi^2} \log gv_2/\mu^2}$$

Renata Kallosh and Andrei Linde JCAP07(2013)002

**T-тип  $\alpha$ -аттрактор для канонического поля**

$$V = \tanh^{2n}(\phi / (\sqrt{6\alpha} M_{Pl}))$$

**Обобщение**

$$F(\tanh(\frac{\phi}{\sqrt{6}}))$$

$$V \rightarrow V_{eff}$$

# Уравнения для T и E моделей

$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \Sigma \right)^2, \Sigma(0, \varphi) = V_0(\varphi)$$

$$V(\varphi) = g \tanh^{2n} \left( \frac{\varphi}{\sqrt{6\alpha M}} \right)$$

**T-модель**  $x = z/M^4$

$$y = \tanh^{2n}(\varphi/\sqrt{6\alpha M})$$

$$V(\varphi) = g \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3\alpha}} \frac{\varphi}{M}} \right)^n$$

**E-модель**  $x = z/M^4$

$$y = \left( 1 - e^{\sqrt{\frac{2}{3\alpha}} \frac{\varphi}{M}} \right)^n$$

# Уравнения для T и E моделей

$$V(\varphi) = g \tanh^{2n} \left( \frac{\varphi}{\sqrt{6\alpha M}} \right)$$

$$\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \Sigma \right)^2, \Sigma(0, \varphi) = V_0(\varphi)$$

**T-модель**  $x = z/M^4$

$$y = \tanh^{2n}(\varphi/\sqrt{6\alpha M})$$

$$V(\varphi) = g \left( 1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3\alpha}} \frac{\varphi}{M}} \right)^n$$

**E-модель**  $x = z/M^4$

$$y = \left( 1 - e^{\sqrt{\frac{2}{3\alpha}} \frac{\varphi}{M}} \right)^n$$

**T-модель**

$$S_x = -\frac{n^2 (y^{2/n} - 1)^2}{36 y^{4/n} \alpha^2} \left( n y^2 (y^{2/n} - 1) S_{yy} + \left( y^{2/n} ((n-1)y + 2y) - (n-1)y \right) S_y \right)^2$$

**E-модель**

$$S(0, y) = y, S(x, 1) = 1, S_x(x, 1) = 0$$

$$S_x = -\frac{4n^2}{9\alpha^2} y^{2-\frac{4}{n}} \left( y^{1/n} - 1 \right)^2 \left( \left( n \left( y^{1/n} - 1 \right) + 1 \right) S_y + n y \left( y^{1/n} - 1 \right) S_{yy} \right)^2$$

# Логарифмы

Перенормируемая теория

$$g^{2n} c_n \log(\varphi^2 / \mu^2)^n$$

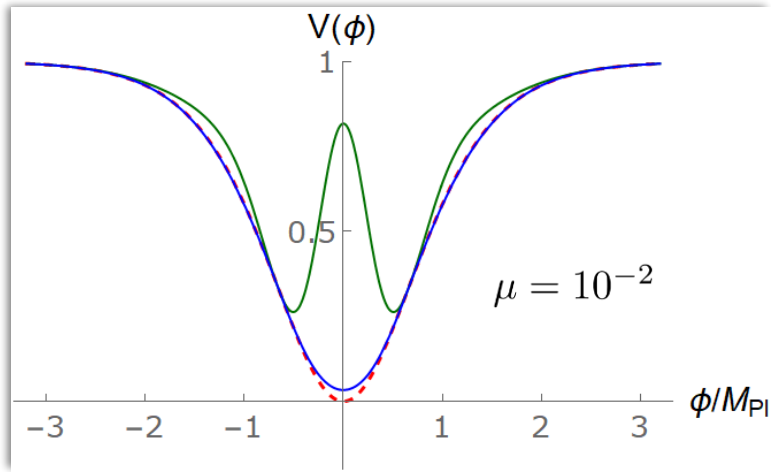


Неперенормируемая теория

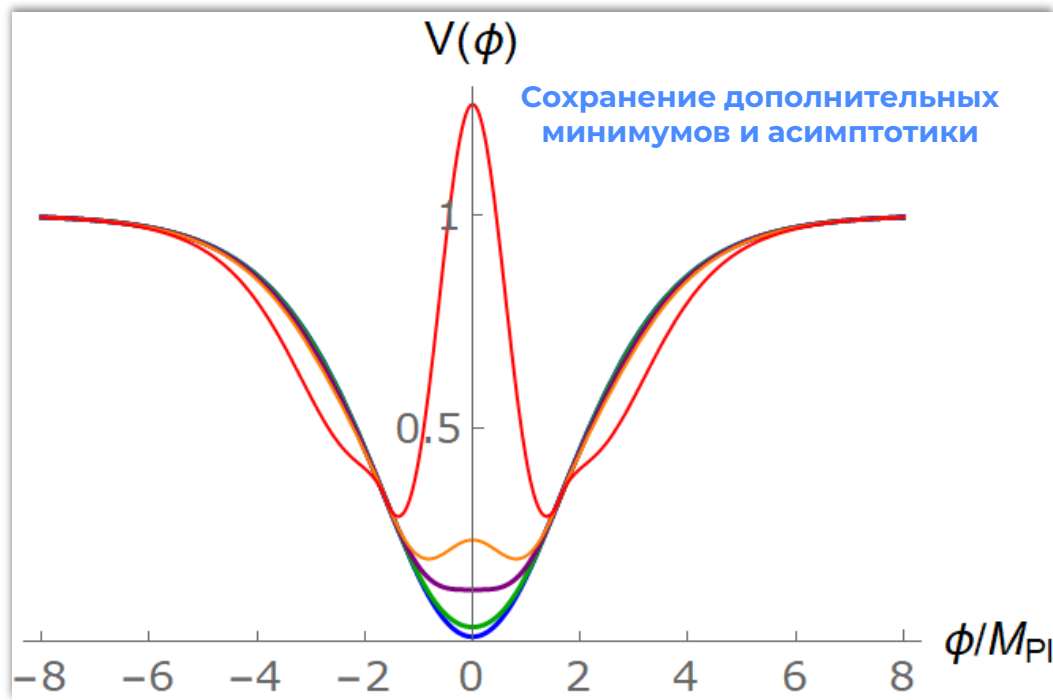
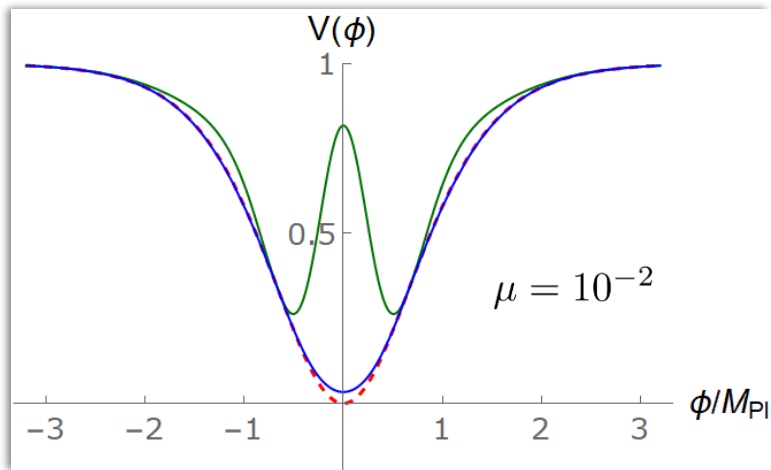
$$V_n(g, \varphi) \log(v(g, \varphi) / \mu^2)^n$$

?

$$V(\varphi) = g \tanh^{2n} \left( \frac{\varphi}{\sqrt{6\alpha}M} \right)$$



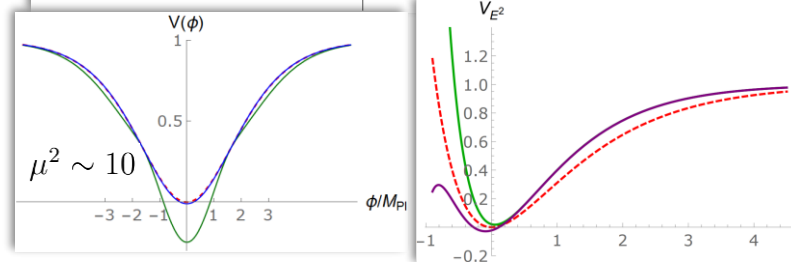
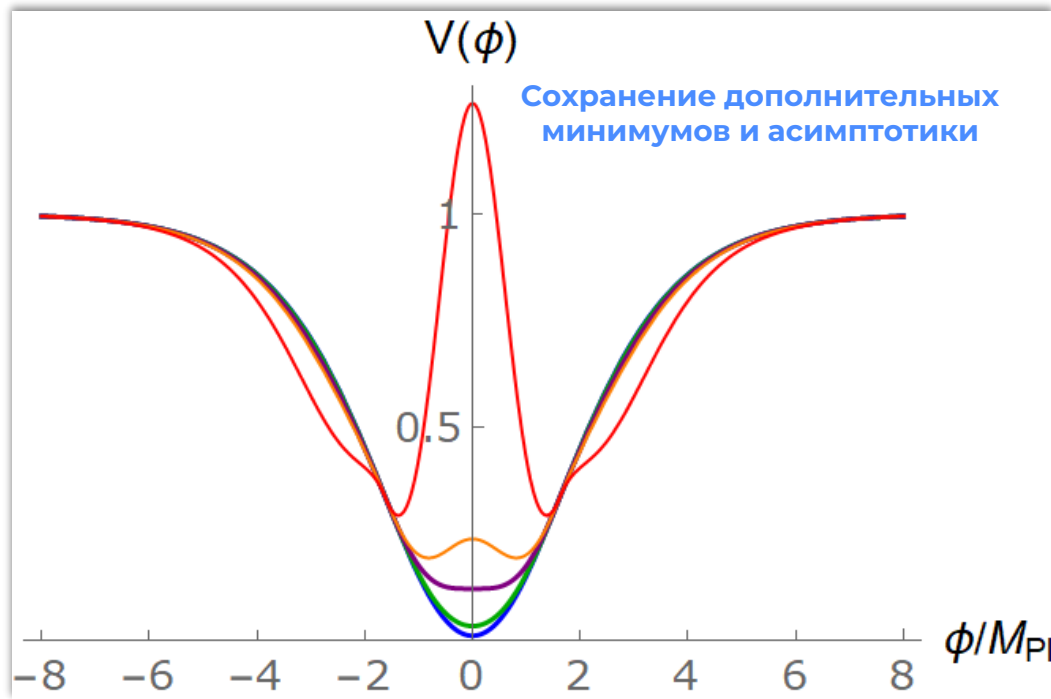
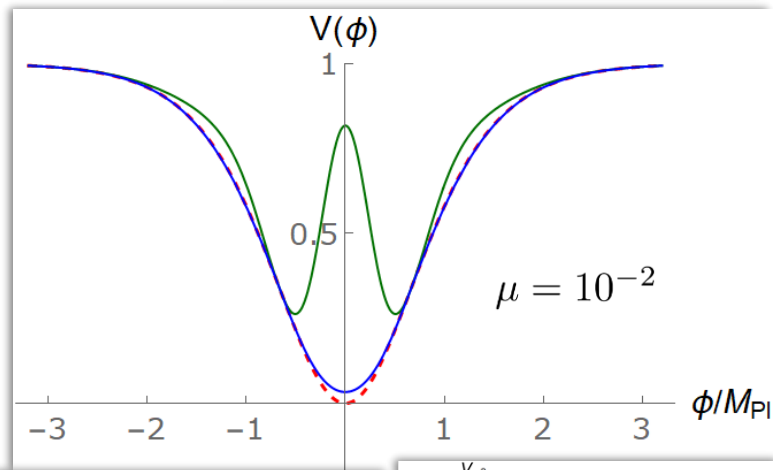
$$V(\varphi) = g \tanh^{2n} \left( \frac{\varphi}{\sqrt{6\alpha}M} \right)$$



Голубая  $\mu^2 = 0.6$ , зеленая  $\mu^2 = 10^{-2}$ , пурпурная  $\mu^2 = 10^{-10}$ , оранжевая  $\mu^2 = 10^{-16}$ , красная  $\mu^2 = 10^{-36}$



$$V(\varphi) = g \tanh^{2n} \left( \frac{\varphi}{\sqrt{6\alpha}M} \right)$$



Голубая  $\mu^2 = 0.6$ , зеленая  $\mu^2 = 10^{-2}$ , пурпурная  $\mu^2 = 10^{-10}$ , оранжевая  $\mu^2 = 10^{-16}$ , красная  $\mu^2 = 10^{-36}$

# Первый главный логарифм для T и E моделей

$$V_{eff}(g, \varphi) = V_0 + \frac{g}{16\pi^2} \frac{v_2^2}{4} \log \left( \frac{gv_2}{\mu^2} \right) + \dots \quad \varphi = 0, \log = \Lambda$$

T-модель

$$\mu^2 = \frac{g}{3\alpha M_{Pl}^2} e^{-576\pi^2 \frac{\alpha^2}{g^2} \Lambda M_{Pl}^4}$$

E-модель

$$\mu^2 = \frac{4g}{3\alpha M_{Pl}^2} e^{-36\pi^2 \frac{\alpha^2}{g^2} \Lambda M_{Pl}^4}$$

$$g = 10^{-10} M_{Pl}^4, \quad M_{Pl} = (8\pi G)^{-\frac{1}{2}}, \quad \alpha = 1, \quad \Lambda = 10^{-120} M_{Pl}^4$$

$$\mu \approx 10^{-6} M_{Pl}$$

$$\mu < \frac{10^{-5} M_{Pl}}{\sqrt{3\alpha}} \Rightarrow \Lambda > 0$$

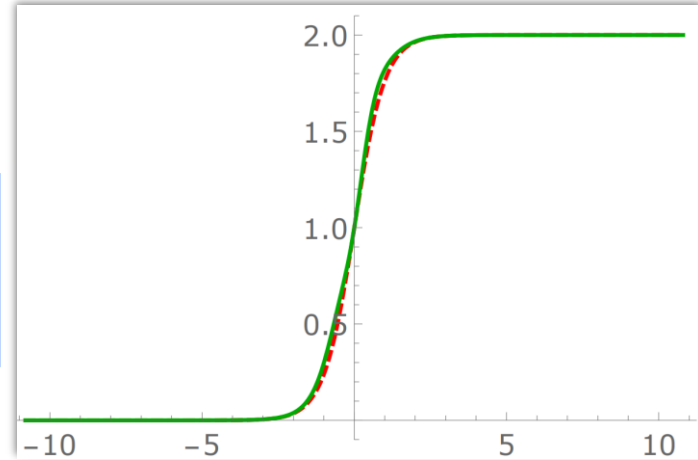
$$\mu < 2 \frac{10^{-5} M_{Pl}}{\sqrt{3\alpha}} \Rightarrow \Lambda > 0$$

# Поправка к темной энергии

$$V = \gamma\sqrt{6\alpha} \left( \tanh \left( \frac{\varphi}{\sqrt{6\alpha}M} \right) + 1 \right)$$

$$\mu^2 = \frac{\gamma\sqrt{6\alpha} \tanh \left( \frac{\varphi_F}{\sqrt{6\alpha}M} \right)}{3\alpha M_{Pl}^2 \cosh^2 \left( \frac{\varphi_F}{\sqrt{6\alpha}M} \right)} \exp \left( -9\pi^2 M_{Pl}^4 \alpha^2 \Lambda / (6\gamma^2 \alpha) \right) \frac{\sinh^6 \left( \frac{\sqrt{\frac{2}{3}} \varphi_F}{\sqrt{\alpha}M} \right)}{\sinh^8 \left( \frac{\varphi_F}{\sqrt{6\alpha}M} \right)}$$

$$\alpha = 0.02, \varphi = (-35, -45) M_{Pl}, \mu \simeq 10^{-12} M_{Pl}$$



Y. Akrami, R. Kallosh, A. Linde, and V. Vardanyan. Dark energy,  $\alpha$ -attractors, and large-scale structure surveys. JCAP, 06:041, 2018.

$$\Lambda = \Lambda(\varphi), \quad \Lambda(-\infty) = 0$$

# Выводы

- Получено обобщенное РГ уравнение, суммирующие ведущие логарифмические вклады от квантовых петель для скалярного потенциала произвольной формы
- Можно ожидать новых свойств от таких обобщенных потенциалов
- Возможно, такое дополнительное уравнение пригодится в космологии либо где-то ещё

**Спасибо за внимание**