

Редкие распады очарованных мезонов на три заряженных лептона и нейтрино



А. В. Данилина, Н. В. Никитин

Физический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова

НИИЯФ имени Д. В. Скобельцына МГУ имени М. В. Ломоносова

Научная сессия секции ядерной физики ОФН РАН

ЛТФ ОИЯИ Дубна

04 апреля 2024 г.

Простые теоретические оценки для парциальных ширин распадов $D_{(s)}^- \rightarrow l^+ l^- \bar{\nu}_l l'^-$

1) Распады идут только на древесном уровне; в конечное четырехлептонное состояние дает вклад большое число электрослабых вершин.

2) Распады D_s^\pm -мезонов с легкими лептонами в конечном состоянии имеют преимущество над аналогичными распадами D^\pm . Без учета вклада векторных резонансов:

$$\frac{\text{Br}(D_s^- \rightarrow l^+ l^- \bar{\nu}_l l'^-)}{\text{Br}(D^- \rightarrow l^+ l^- \bar{\nu}_l l'^-)} \sim \frac{|V_{cs}|^2}{|V_{cd}|^2} \left(\frac{M_{D_s}}{M_D} \right)^5 \frac{\tau_{D_s}}{\tau_D} \sim 10,$$

где $\tau_{D_{(s)}}$ и $M_{D_{(s)}}$ – время жизни и масса $D_{(s)}^\pm$ – мезона.

3) Возможен распад $D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\tau \tau^-$. Но он подавлен по фазовому объему фактором $(M_{D_s} - m_\tau)^5 / M_{D_s}^5 \sim 10^{-5}$ по сравнению с распадами D_s -мезонов в легкие лептоны.

Поэтому в докладе сосредоточимся на **распадах D_s^\pm в легкие лептоны**. И немного обсудим распады D^\pm -мезонов.

4) Основной вклад в распады D_s^- -мезонов вносит каскадный распад $D_s^- \rightarrow (\varphi(1020) \rightarrow \ell^+ \ell^-) \bar{\nu}_\ell \ell'^-$. Оценки:

$$\begin{aligned} & \text{Br}_\varphi(D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) \approx \\ & \approx \text{Br}(D_s^- \rightarrow \varphi(1020) \bar{\nu}_e e^-) \text{Br}(\varphi(1020) \rightarrow \mu^+ \mu^-) \approx \\ & \approx 0.7 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} & \text{Br}_\varphi(D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-) \approx \\ & \approx \text{Br}(D_s^- \rightarrow \varphi(1020) \bar{\nu}_\mu \mu^-) \text{Br}(\varphi(1020) \rightarrow e^+ e^-) \approx \\ & \approx 0.6 \times 10^{-5}. \end{aligned}$$

5) Нерезонансный вклад можно оценить следующим образом:

$$\text{Br}_{\text{NR}}(D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) \sim \alpha_{em} \text{Br}(D_s^- \rightarrow \gamma \bar{\nu}_e e^-).$$

Для $\text{Br}(D_s^- \rightarrow \gamma \bar{\nu}_e e^-)$ имеется только экспериментальный верхний предел 1.3×10^{-4} на 90% CL коллаборации BESIII (PRD 99, 072002, 2019). Тогда можно написать, что

$$\text{Br}_{\text{NR}}(D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) < 10^{-6}.$$

6) Для распадов D^\pm – мезонов основную роль играют каскадные процессы $D^- \rightarrow (\rho^0(770) \rightarrow \ell^+ \ell^-) \bar{\nu}_{\ell'} \ell'^-$ и $D^- \rightarrow (\omega(782) \rightarrow \ell^+ \ell^-) \bar{\nu}_{\ell'} \ell'^-$. Поскольку $\rho^0(770)$ – широкий, а $\omega(782)$ – узкий резонансы, то для оценок можем пренебречь интерференцией между ними. Тогда

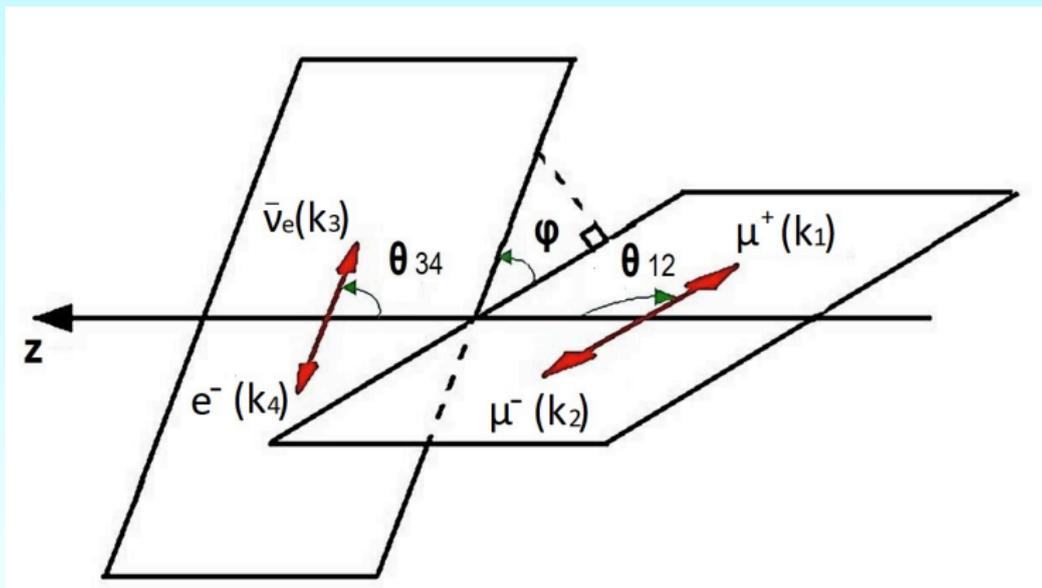
$$\begin{aligned} \text{Br}_\rho (D^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) &\approx \\ &\approx \text{Br} (D^- \rightarrow \rho^0(770) \bar{\nu}_e e^-) \text{Br} (\rho^0(770) \rightarrow \mu^+ \mu^-) \approx \\ &\approx 0.9 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \text{Br}_\omega (D^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) &\approx \\ &\approx \text{Br} (D^- \rightarrow \omega(782) \bar{\nu}_e e^-) \text{Br} (\omega(782) \rightarrow \mu^+ \mu^-) \approx \\ &\approx 1.3 \times 10^{-7}. \end{aligned}$$

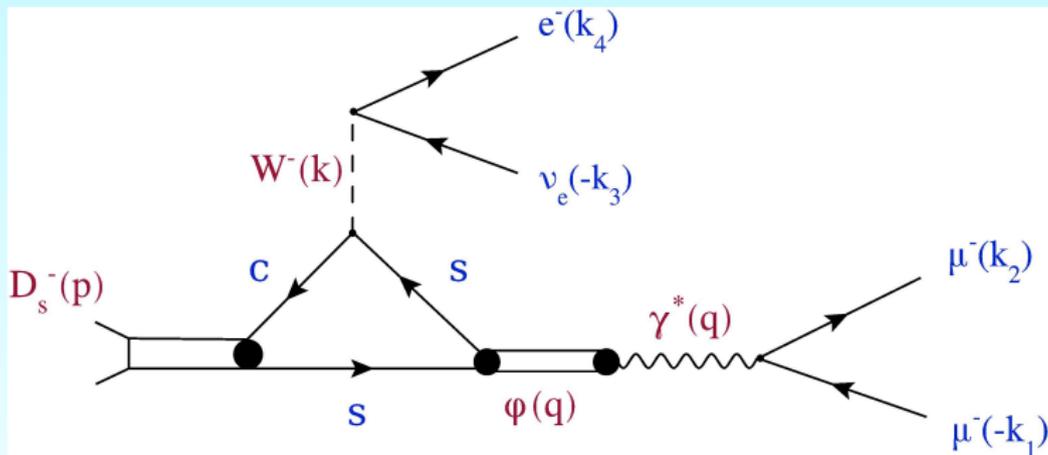
7) При помощи оценок невозможно учесть вклад тормозного излучения от заряженного лептона в конечном состоянии. Однако этот вклад только увеличит значение парциальной ширины.

$D_{(s)}^-(p, M_1) \rightarrow \mu^+(k_1) \mu^-(k_2) \bar{\nu}_e(k_3) e^-(k_4)$: кинематика



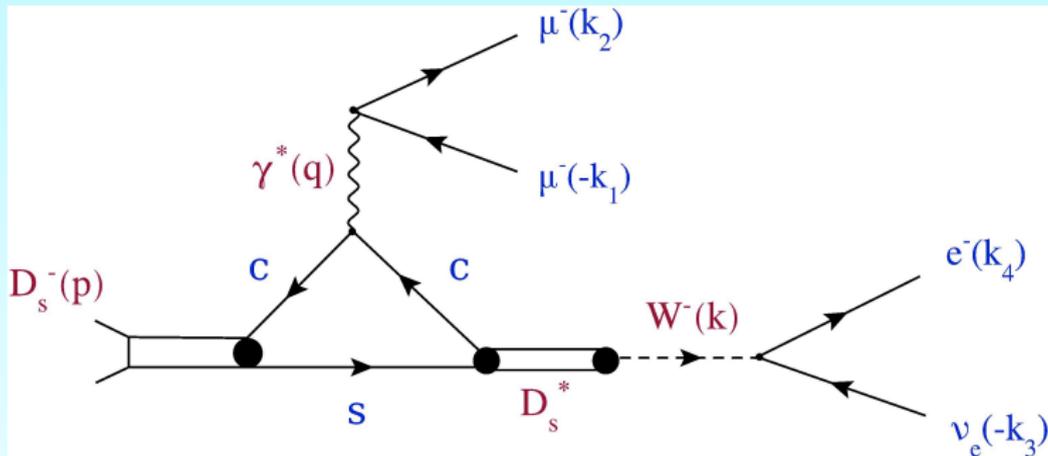
Угол θ_{12} определяется в системе покоя $\mu^+(k_1) \mu^-(k_2)$ – пары; θ_{34} определяется в системе покоя $\bar{\nu}_e(k_3) e^-(k_4)$ – пары; угол φ задается в системе покоя $D_{(s)}^-$ -мезона; безразмерные переменные $x_{12} = (k_1 + k_2)^2 / M_1^2 = q^2 / M_1^2$ и $x_{34} = (k_3 + k_4)^2 / M_1^2 = k^2 / M_1^2$.

Резонансный вклад



Диаграмма, отвечающая **излучению виртуального фотона легким кварком**, на примере распада $D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$. Излучение виртуального фотона s -кварком описывается в рамках модели доминантности векторных мезонов VMD. Предполагается, что амплитуда насыщается только $\phi(1020)$ -резонансом.

Нерезонансный вклад



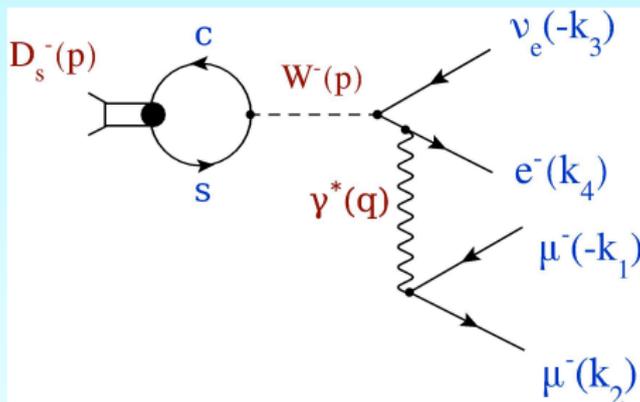
Излучение виртуального фотона тяжелым c -кварком на примере распада $D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$. Эта диаграмма является кросс-каналом распада $D_s^* \rightarrow D_s \gamma^*$. Амплитуда процесса имеет вид:

$$\mathcal{M}_{fi}^{(c)} = -\frac{4}{3} \frac{A}{q^2} \frac{M_{D_s^*} f_{D_s^*}}{k^2 - M_{D_s^*}^2} \frac{V_c(q^2)}{M_1 + M_{D_s^*}} \epsilon_{\mu\nu kq} j^\nu(k_2, k_1) J^\mu(k_4, k_3).$$

Мнимая добавка в пропагаторе отсутствует, поскольку

$$k^2 \leq (M_{D_s} - 2m_\ell)^2 < M_{D_s^*}^2.$$

Тормозное излучение



Амплитуда **тормозного излучения** для распада $D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ имеет вид

$$\mathcal{M}_{fi}^{(\text{brem})} = i \frac{\mathcal{A}}{q^2} f_{D_s} g_{\mu\nu} j^\nu(k_2, k_1) J^\mu(k_4, k_3),$$

где $\sqrt{q^2} \geq 2m_\mu$. В распаде $D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ принимается, что $\sqrt{q^2} \geq \Lambda$, где $\Lambda = 100 - 200$ **МэВ** согласно экспериментальной процедуре отбора электронов.

Точная амплитуда

Учитывая калибровочную инвариантность и следуя идеям работ **A. V. Danilina and N. V. Nikitin, K. S. Toms, PRD 101, 096007 (2020)** и **M. Ivanov, D. Melikhov, PRD 105, 014028 (2022)**, можем записать амплитуду распада $D_s^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_{\ell'} \ell'^-$ в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{fi} &= \mathcal{M}_{fi}^{(s)} + \mathcal{M}_{fi}^{(c)} + \mathcal{M}_{fi}^{(\text{brem})} = \\ &= \frac{\mathcal{A}}{q^2} \left[\frac{a(\dots)}{M_1} \varepsilon_{\mu\nu\kappa\eta} - iM_1 b(\dots) g_{\mu\nu} + 2i \frac{c(\dots)}{M_1} q_\mu k_\nu \right] j^\nu(k_2, k_1) J^\mu(k_4, k_3), \end{aligned}$$

где безразмерные функции $a(q^2, k^2) \equiv a(x_{12}, x_{34})$, $b(q^2, k^2) \equiv b(x_{12}, x_{34})$ и $c(q^2, k^2) \equiv c(x_{12}, x_{34})$ заданы выражениями:

$$\begin{aligned} a(x_{12}, x_{34}) &= -\frac{2}{3} \frac{\hat{M}_{D_s^*} \hat{f}_{D_s^*}}{x_{34} - \hat{M}_{D_s^*}^2 + i\hat{\Gamma}_{D_s^*} \hat{M}_{D_s^*}} \frac{2V_c(M_1^2 x_{12})}{1 + \hat{M}_{D_s^*}} + \\ &+ \frac{1}{f_V} \frac{x_{12}}{x_{12} - \hat{M}_2^2 + i\hat{\Gamma}_2 \hat{M}_2} \frac{2V(M_1^2 x_{34})}{1 + \hat{M}_2}; \end{aligned}$$

$$b(x_{12}, x_{34}) = -\hat{f}_{D_s} + \frac{1}{f_V} \frac{x_{12}}{x_{12} - \hat{M}_2^2 + i\hat{\Gamma}_2 \hat{M}_2} (1 + \hat{M}_2) A_1(M_1^2 x_{34});$$

$$c(x_{12}, x_{34}) = \frac{\hat{f}_{D_s}}{1 - x_{34}} + \frac{1}{f_V} \frac{x_{12}}{x_{12} - \hat{M}_2^2 + i\hat{\Gamma}_2 \hat{M}_2} \frac{A_2(M_1^2 x_{34})}{1 + \hat{M}_2}.$$

Безразмерные переменные $x_{12} = q^2/M_1^2$ и $x_{34} = k^2/M_1^2$ определены выше. Безразмерные постоянные заданы следующим образом: $\hat{f}_{D_s} = f_{D_s}/M_1$, $\hat{f}_{D_s^*} = f_{D_s^*}/M_1$, $\hat{M}_2 = M_2/M_1$, $\hat{M}_{D_s^*} = M_{D_s^*}/M_1$, $\hat{\Gamma}_2 = \Gamma_2/M_1$ и $\hat{\Gamma}_{D_s^*} = \Gamma_{D_s^*}/M_1$. Заметим, что формфакторы $V_c(q^2)$, $V(k^2)$, $A_1(k^2)$ и $A_2(k^2)$ также являются безразмерными функциями. Постоянная

$$\mathcal{A} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} 4\pi \alpha_{em} V_{cs}.$$

Численное интегрирование осуществляется при помощи программного пакета **EvtGen**.

Парциальные ширины распадов D_s^- – мезонов

Для распадов D_s^- – мезонов численное интегрирование дает

$$\text{Br}(D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) \Big|_{\sqrt{q^2} \geq 2m_\mu} \approx 0.2 \frac{\tau_{D_s}}{5.04 \times 10^{-13} \text{ сек}} \frac{|V_{cs}|^2}{0.95} \times 10^{-5},$$

$$\text{Br}(D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-) \Big|_{\sqrt{q^2} \geq 100 \text{ МэВ}} \approx 0.5 \frac{\tau_{D_s}}{5.04 \times 10^{-13} \text{ сек}} \frac{|V_{cs}|^2}{0.95} \times 10^{-5}.$$

Численные результаты согласуются с полученными выше наивными оценками.

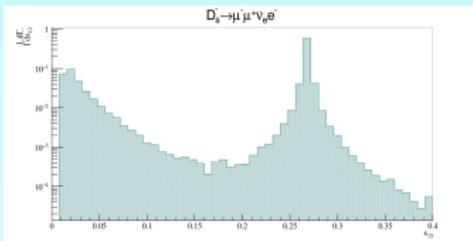
Неопределенность теоретического предсказания зависит от неопределенности в параметризации адронных формфакторов и составляет $\sim 30\%$.

При $\Lambda = 200 \text{ МэВ}$ в рамках точности настоящих вычислений имеет место следующее приближенное соотношение:

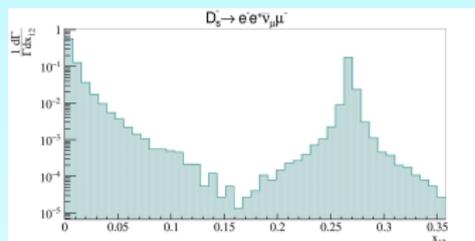
$$\text{Br}(D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-) \Big|_{\sqrt{q^2} \geq 200 \text{ МэВ}} \approx \text{Br}(D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) \Big|_{\sqrt{q^2} \geq 2m_\mu}.$$

При $\sqrt{q^2} > 1 - 1,2 \text{ ГэВ}$ модель, по всей видимости, неприменима, поскольку в данной области следует учитывать нерезонансный вклад от распада $D_s^- \rightarrow (\gamma^* \rightarrow \ell^+ \ell^-) \bar{\nu}_{\ell'} \ell'^-$ и резонансный вклад от $\varphi(1680)$ -мезона.

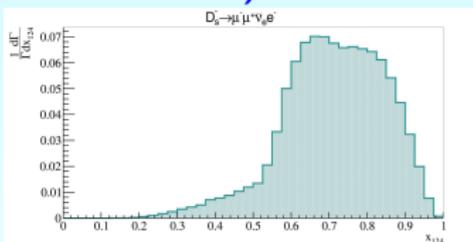
Дифференциальные распределения - I



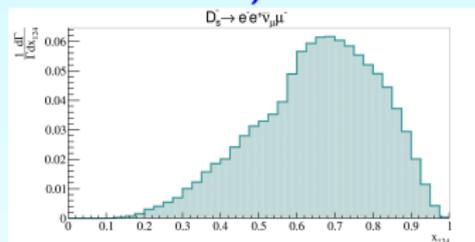
a)



b)



c)

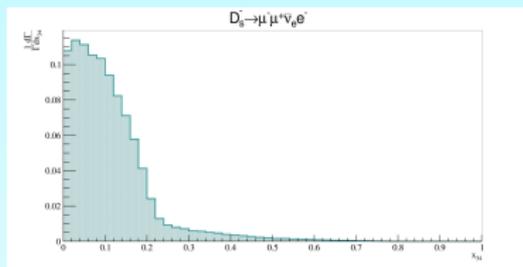


d)

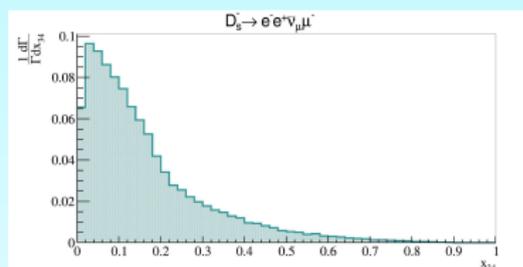
Нормированные распределения $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dx_{12}}$ для распадов **a)** $D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ при $x_{12 \min} = 4m_\mu^2/M_1^2$ и **b)** $D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ при $x_{12 \min} = \Lambda^2/M_1^2$.

Нормированные распределения $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dx_{124}}$ по безразмерному квадрату инвариантной массы всех заряженных лептонов в распадах **c)** $D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и **d)** $D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$, где $x_{124} = (k_1 + k_2 + k_4)^2/M_1^2$.

Дифференциальные распределения - II



a)



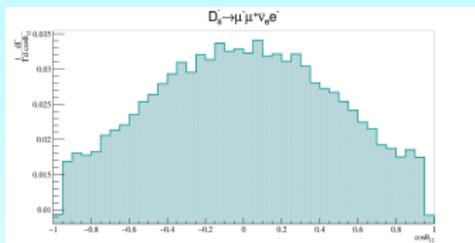
b)

Нормированные дифференциальные распределения $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dx_{34}}$ для распадов **a)** $D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и **b)** $D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$. Данные распределения в основном определяются интегрированием по $\varphi(1020)$ – резонансному вкладу и имеют следующий вид:

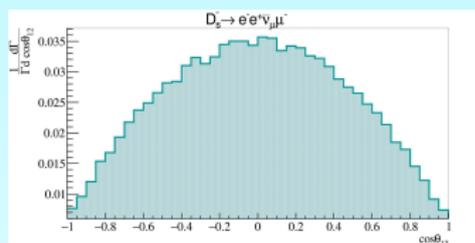
$$\frac{d\Gamma}{dx_{34}} \approx g(x_{34}) \left(C_1 + C_2 \operatorname{arctg} \left(\frac{(1 - \sqrt{x_{34}})^2 - \hat{M}_{\varphi(1020)}^2}{\hat{\Gamma}_{\varphi(1020)} \hat{M}_{\varphi(1020)}} \right) \right).$$

Поэтому "скачок" распределений должен происходить при $x_{34} = (1 - \hat{M}_2)^2 \approx 0.23$. Рисунки подтверждают этот вывод.

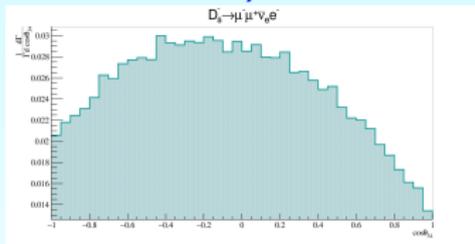
Дифференциальные распределения - III



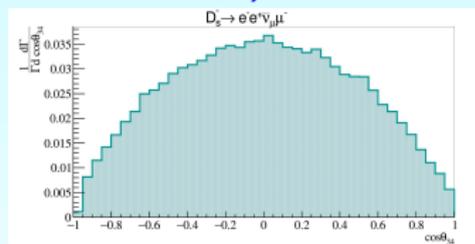
a)



b)



c)



d)

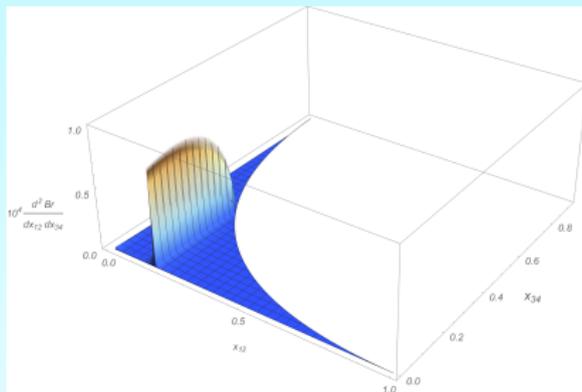
Нормированные дифференциальные распределения $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d \cos \theta_{12}}$

для распадов a) $D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и b) $D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$.

Нормированные дифференциальные распределения $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d \cos \theta_{34}}$

для распадов c) $D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и d) $D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$.

Распады D^\pm – мезонов



Нормированное двойное дифференциальное распределение $\frac{1}{\Gamma} \frac{d^2 \Gamma}{dx_{12} dx_{34}}$ для распада $D^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$.

Численное интегрирование дает:

$$\text{Br}_\rho (D^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) \Big|_{\sqrt{q^2} \geq 2m_\mu} \approx 1.8 \frac{\tau_D}{1.03 \times 10^{-12} \text{ сек}} \frac{|V_{cd}|^2}{0.05} \times 10^{-7},$$

и

$$\text{Br}_{\rho+\omega} (D^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) \Big|_{\sqrt{q^2} \geq 2m_\mu} \approx 3.0 \frac{\tau_D}{1.03 \times 10^{-12} \text{ сек}} \frac{|V_{cd}|^2}{0.05} \times 10^{-7},$$

что хорошо совпадает с наивными оценками.

Заключение

1. В рамках Стандартной модели получено предсказание для парциальной ширины распада $D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ на уровне

$$\text{Br}(D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) \Big|_{\sqrt{q^2} \geq 2m_\mu} \approx 0.2 \times 10^{-5}.$$

Неопределенность данного предсказания составляет порядка **30%**.

2. В рамках Стандартной модели найдена парциальная ширина распада $D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$

$$\text{Br}(D_s^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-) \Big|_{\sqrt{q^2} \geq 100 \text{ MeV}} \approx 0.5 \times 10^{-5}.$$

Неопределенность данного предсказания также оказывается порядка **30%**.

3. Построены и проанализированы однократные дифференциальные распределения для различных кинематических переменных в распадах $D_s^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_{\ell'} \ell'^-$.

4. В рамках Стандартной модели вычислена парциальная ширина распада $D^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ на уровне

$$\text{Br}_{\rho+\omega} (D^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) \Big|_{\sqrt{q^2} \geq 2m_\mu} \approx 3.0 \times 10^{-7}.$$

Учитывался вклад тормозного излучения, D^* , $\rho^0(770)$ и $\omega(782)$ – резонансов. Неопределенность данного предсказания порядка **30%**.

5. Парциальная ширина распада $D^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ без вклада узкого $\omega(782)$ – резонанса составляет:

$$\text{Br}_\rho (D^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) \Big|_{\sqrt{q^2} \geq 2m_\mu} \approx 1.8 \times 10^{-7}.$$

Неопределенность данного предсказания порядка **30%**.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

