

# Редкие распады очарованных мезонов.

Суханов Иван

Кафедра Квантовой Теории и Физики Высоких Энергий,  
Московского Государственного Университета  
имени М.В.Ломоносова;  
Федеральный Исследовательский Центр  
“Информатика и Управление”,  
Российской Академии Наук

совместно с В. О. Галкиным

Научная сессия секции ядерной физики ОФН РАН,  
1–5 апреля 2024, Дубна

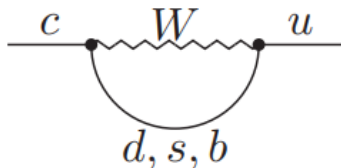


Рис.: Диаграмма Фейнмана для редких распадов  $D_{(s)}$ .

В рамках СМ редкие распады описываются эффективным гамильтонианом:

$$\mathcal{H} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* V_{us} \sum_{i=1}^{10} C_i \mathcal{O}_i \quad (1)$$

где  $G_F$  — константа Ферми,  $V_{ij}$  — матричные элементы ККМ,  $C_i$  — коэффициенты Вилсона,  $\mathcal{O}_i$  — операторный базис СМ. Наиболее важные операторы имеют вид:

$$\mathcal{O}_7 = \frac{e}{32\pi^2} m_c \left( \bar{f} \sigma_{\mu\nu} (1 + \gamma_5) c \right) F_{\mu\nu} \quad (2)$$

$$\mathcal{O}_9 = \frac{e}{32\pi^2} \left( \bar{f} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c \right) (\bar{l} \gamma^\mu l) \quad (3)$$

$$\mathcal{O}_{10} = \frac{e}{32\pi^2} \left( \bar{f} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c \right) (\bar{l} \gamma^\mu \gamma_5 l) \quad (4)$$

Результирующая структура амплитуды распада свободного кварка имеет вид:

$$M(c \rightarrow ul^+l^-) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{2\pi} V_{cq}^* V_{uq} \left[ C_9^{eff} (\bar{q}\gamma_\mu(1-\gamma)c)(\bar{l}\gamma^\mu l) - \frac{2m_b}{q^2} C_7^{eff} (\bar{q}\sigma_{\mu\nu}q^\nu(1+\gamma_5)c)(\bar{l}\gamma^\mu l) \right], \quad (5)$$

где  $\alpha$  – постоянная тонкой структуры,  $C_7^{eff} = -0.0011 - 0.0041i$ , в то время как  $C_9^{eff}$  учитывает как пертурбативные, так и некоторые дальнедействующие вклады от матричных элементов четырехкварковых операторов. Эффекты на больших расстояниях (непертурбативные) возникают из-за резонансных вкладов  $c\bar{c}$  от  $J/\psi$ ,  $\psi'$  и обычно предполагается, что они имеют феноменологическую структуру Брейта-Вигнера.

Пертурбативная часть определяется выражением:

$$\begin{aligned} C_9^{eff}(q^2) = & (V_{cd}^* V_{ud} + V_{cs}^* V_{us}) \left[ C_9 + h(m_c, q^2) \times \right. \\ & \times (7C_3 + \frac{4}{3}C_4 + 76C_5 + \frac{64}{3}C_6) - h(m_s, q^2)(3C_3 + 30C_5) + \\ & \left. + \frac{4}{3}h(0, q^2)(3C_3 + C_4 + \frac{69}{2}C_5 + 16C_6) + \frac{8}{3}(C_3 + 10C_5) \right] - \\ & - (V_{cd}^* V_{ud} h(0, q^2) + V_{cs}^* V_{us} h(m_s, q^2)) (\frac{2}{3}C_1 + \frac{1}{2}C_2), \end{aligned}$$

Где функция:

$$h(0, q^2) = \frac{8}{27} - \frac{4}{9} \ln \frac{q^2}{m_c^2} + \frac{4}{9}, \quad (6)$$

$$h(m_q, q^2) = -\frac{8}{9} \ln \frac{m_q}{m_c} + \frac{8}{27} + \frac{4}{9}x - \frac{2}{9}(2+x)|1-x|^{1/2} \begin{cases} \ln \left| \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}-1} \right| - i\pi, & x \equiv \frac{4m_q^2}{q^2} < 1, \\ 2 \arctan \frac{1}{\sqrt{x-1}}, & x \equiv \frac{4m_q^2}{q^2} > 1, \end{cases} \quad (7)$$

связана с основной фермионной петлей.

Вклады резонансов можно смоделировать эффективным коэффициентом Вильсона:

$$C_9^R = a_\rho e^{i\delta_\rho} \left( \frac{1}{q^2 - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho} - \frac{1}{3} \frac{1}{q^2 - m^2 - \omega + im_\omega \Gamma_\omega} \right) +$$
$$+ \frac{a_\phi e^{i\delta_\phi}}{q^2 - m_\phi^2 + im_\phi \Gamma_\phi},$$
$$C_P^R = \frac{a_\eta e^{i\delta_\eta}}{q^2 - m_\eta^2 + im_\eta \Gamma_\eta} + \frac{a_{\eta'}}{q^2 - m_{\eta'}^2 + im_{\eta'} \Gamma_{\eta'}}$$

Где  $m_M$  и  $\Gamma_M$  – массы и полные ширины векторных ( $\rho, \phi, \omega$ ) и псевдоскалярных ( $\eta, \eta'$ ) мезонов. Изоспиновая связь между вкладами  $\rho$  и  $\omega$  явно учитывается.

Связующий коэффициент  $a_M$  можно определить из экспериментальных данных, полагая:

$$Br(D \rightarrow VR(R \rightarrow I^+I^-)) = Br(D \rightarrow VR)Br(R \rightarrow I^+I^-) \quad (8)$$

	$a_\rho$	$a_\phi$	$a_\eta$	$a_{\eta'}$
$D^+ \rightarrow \pi^+$	0.18	0.23	$5.7 * 10^{-4}$	$\sim 8 * 10^{-4}$
$D^0 \rightarrow \pi^0$	0.86	0.25	$5.3 * 10^{-4}$	$\sim 8 * 10^{-4}$
$D^s \rightarrow K$	0.48	0.07	$5.9 * 10^{-4}$	$\sim 7 * 10^{-4}$



# Релятивистская кварковая модель (РКМ)

В этой модели, мезон массы  $M$  описывается волновой функцией  $\Psi_M(\mathbf{p})$  связанного кварк-антикварк состояния, удовлетворяющей квазипотенциальному уравнению шрёдингеровского вида:

$$\left( \frac{b^2(M)}{2\mu_R} - \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu_R} \right) \Psi_M(\mathbf{p}) = \int \frac{d^3q}{2\pi^3} V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) \Psi_M(\mathbf{q}), \quad (9)$$

где  $\mathbf{p}$  - относительный импульс кварка,

$$b^2(M) = \frac{[M^2 - (m_1 + m_2)^2][M^2 - (m_1 - m_2)^2]}{4M^2}, \quad (10)$$

$$\mu_R = \frac{M^4 - (m_1^2 - m_2^2)^2}{4M^3}, \quad (11)$$

где  $m_{1,2}$  - массы кварков.

Ядром уравнения (9) является мотивированный КХД кварк-антикварковый потенциал  $V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M)$ , который строится с помощью амплитуды рассеяния вне массовой поверхности, спроецированной на состояния с положительной энергией. Квазипотенциал задается следующим образом:

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) = \bar{u}_1(p)\bar{u}_2(-p)\mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M)u_1(q)u_2(-q), \quad (12)$$

При этом:

$$\mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) = \frac{4}{3}\alpha_s D_{\mu\nu}(\mathbf{k})\gamma_1^\mu\gamma_2^\nu + V_{conf}^V(\mathbf{k})\Gamma_1^\mu(\mathbf{k})\Gamma_{2;\nu}(\mathbf{k}) + V_{conf}^S(\mathbf{k}),$$

В квазипотенциальном подходе матричный элемент слабого тока  $J_\mu^W = \bar{F}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)c$  между начальным  $D_{(s)}$  мезоном с четырёх-импульсом  $p_{D_{(s)}}$  и конечным мезоном  $F$  с четырёх-импульсом  $p_F$  определяется выражением:

$$\langle F(p_F) | J_\mu^W | D_{(s)}(p_{D_{(s)}}) \rangle = \int \frac{d^3 p d^3 q}{(2\pi)^6} \bar{\Psi}_{F p_F}(\mathbf{p}) \Gamma_\mu(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \Psi_{D_{(s)} p_{D_{(s)}}}(\mathbf{q}), \quad (13)$$

Где  $\Psi_{M p_M}$  - начальная и конечная мезонные волновые функции, спроецированные на состояния с положительной энергией и бустированные в движущуюся систему отсчета с трех-импульсом  $\mathbf{p}_M$ .

# Матричные элементы для распадов в псевдоскалярные мезоны

Матричные элементы слабого тока  $J_\mu^W = \bar{f}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)c$  для распадов  $D$ -мезонов в псевдоскалярные мезоны могут быть параметризованы тремя инвариантными формфакторами:

$$\langle P(p_F) | \bar{q}\gamma^\mu c | D(p_D) \rangle = f_+(q^2) \left[ p_D^\mu + p_F^\mu - \frac{M_D^2 - M_P^2}{q^2} q^\mu \right] + f_0(q^2) \frac{M_D^2 - M_P^2}{q^2} q^\mu, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \langle P(p_F) | \bar{q}\sigma^{\mu\nu} q_\nu c | D(p_D) \rangle = \\ & = \frac{if_T(q^2)}{M_D + M_P} \left[ q^2(p_D^\mu + p_F^\mu) - (M_D^2 - M_C^2)q^\mu \right], \quad (15) \end{aligned}$$

где  $q = p_D - p_F$ ,  $M_P$  - масса псевдоскалярного мезона.

Матричные элементы слабого тока для распадов D-мезонов в векторные мезоны могут быть выражены в терминах семи инвариантных формфакторов:

$$\langle V(p_F) | \bar{q} \gamma^\mu c | D(p_D) \rangle = \frac{2iV(q^2)}{M_D + M_V} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_\nu^* p_{D\rho} p_{F\sigma},$$

$$\langle V(p_F) | \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 c | D(p_D) \rangle = 2M_V A_0(q^2) \frac{\epsilon^* \cdot q}{q^2} q^\mu + \quad (16)$$

$$+ (M_D + M_V) A_1(q^2) \left( \epsilon^{*\mu} - \frac{\epsilon^* \cdot q}{q^2} q^\mu \right) - \quad (17)$$

$$- A_2(q^2) \frac{\epsilon^* \cdot q}{M_D + M_V} \left[ p_D^\mu + p_F^\mu - \frac{M_D^2 - M_V^2}{q^2} q^\mu \right] \quad (18)$$

$$\langle V(p_F) | \bar{q} i \sigma^{\mu\nu} q_\nu c | D(p_D) \rangle = 2 T_1(q^2) \sigma^{\mu\nu\epsilon\sigma} \epsilon_\nu^* p_{F\rho} p_{D\sigma}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \langle V(p_F) | \bar{q} i \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 c | D(p_D) \rangle = \\ & = T_2(q^2) \left[ (M_D^2 - M_V^2) \epsilon^{*\mu} - (\epsilon^* \cdot q) (p_D^\mu + p_F^\mu) \right] + \end{aligned} \quad (20)$$

$$+ T_3(q^2) (\epsilon^* \cdot q) \left[ q^\mu - \frac{q^2}{M_D^2 - M_V^2} (p_D^\mu + p_F^\mu) \right], \quad (21)$$

где  $M_V$  и  $\epsilon^\mu$  - масса и вектор поляризации векторного мезона.

Характерный вид формфакторов на примере распадов  $D \rightarrow \pi l^+ l^-$  представлен на рисунке.

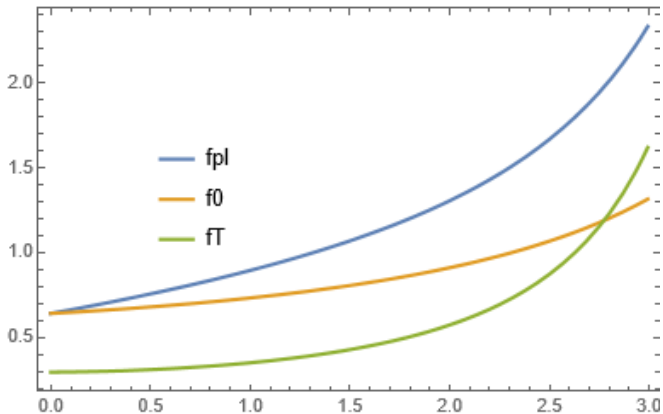


Рис.: Формфакторы распадов  $D \rightarrow \pi l^+ l^-$

Используя метод спиральных амплитуд, дифференциальную ширину распада можно записать в виде:

$$\frac{d\Gamma(D \rightarrow P(V)l^+l^-)}{dq^2} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} \left( \frac{\alpha |V_{cd}^* V_{ud}|}{2\pi} \right)^2 \frac{\lambda^{1/2} q^2}{48M_D^3} \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{q^2}} \times \\ \times \left[ H^{(1)} H^{\dagger(1)} \left( 1 + \frac{2m_l^2}{q^2} \right) + \frac{3}{2|V_{cd}^* V_{ud}|^2} H^{(p)} H^{\dagger(p)} \right]$$



Для перехода  $D \rightarrow P$ :

$$H_0^{(1)}(q^2) = \frac{\lambda^{1/2}}{\sqrt{q^2}} \left[ C_9^{\text{eff}} f_+(q^2) + C_7^{\text{eff}} \frac{2m_c}{M_D + M_P} \right], \quad (22)$$

$$H^{(P)}(q^2) = f_0(q^2) \frac{M_D^2 - M_P^2}{m_c} C_9^P(q^2). \quad (23)$$

Для перехода  $D \rightarrow V$ :

$$H_{\pm}^{(1)} = -(M_D^2 - M_V^2) \left[ C_9^{\text{eff}} \frac{A_1(q^2)}{M_D - M_V} + \frac{2m_c}{q^2} C_7^{\text{eff}} T_2(q^2) \right] \pm \pm \lambda^{1/2} \left[ C_9^{\text{eff}} \frac{V(q^2)}{M_D + M_V} + \frac{2m_c}{q^2} C_7^{\text{eff}} T_1(q^2) \right], \quad (24)$$

$$H_0^{(1)}(q^2) = -\frac{1}{2M_V \sqrt{q^2}} \left[ C_9^{\text{eff}} \left\{ (M_D^2 - M_V^2 - q^2)(M_D + M_V) A_1(q^2) - \frac{\lambda}{M_D + M_V} A_2(q^2) \right\} + 2m_c C_7^{\text{eff}} \left\{ (M_D^2 + 3M_V^2 - q^2) T_2(q^2) - \frac{\lambda}{M_D^2 - M_V^2} T_3(q^2) \right\} \right]. \quad (25)$$

Приведем характерный вид зависимости ширины распада от переданного импульса  $q$  на примере распада  $D \rightarrow \pi l^+ l^-$ :

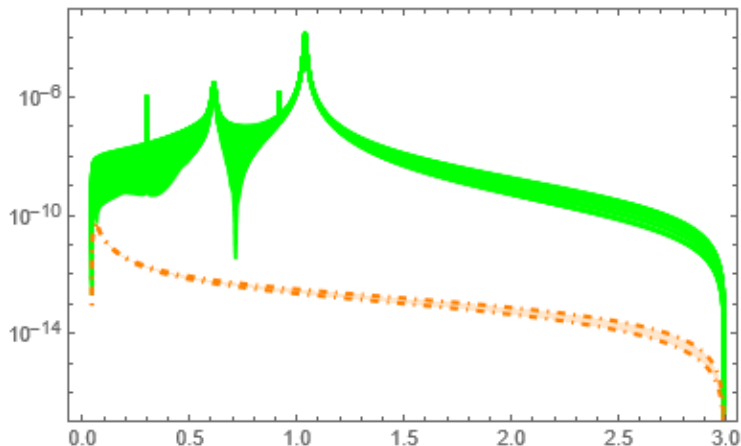


Рис.: Дифференциальные ширины для распадов  $D$ -мезонов

$$Br(D^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-)_{NR} = 6.85 * 10^{-12}$$

$$Br(D^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-) = 1.898 * 10^{-6}$$

$$Br(D^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-)_{NR} = 3.20 * 10^{-12}$$

$$Br(D^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-) = 1.893 * 10^{-6}$$

$$Br(D^+ \rightarrow \rho^+ e^+ e^-)_{NR} = 1.55 * 10^{-11}$$

$$Br(D^+ \rightarrow \rho^+ e^+ e^-) = 2.623 * 10^{-6}$$

$$Br(D^+ \rightarrow \rho^+ \mu^+ \mu^-)_{NR} = 4.54 * 10^{-12}$$

$$Br(D^+ \rightarrow \rho^+ \mu^+ \mu^-) = 2.62 * 10^{-6}$$

$$Br(D^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)_{NR} = 2.72 * 10^{-12}$$

$$Br(D^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-) = 1.491 * 10^{-6}$$

$$Br(D^0 \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-)_{NR} = 2.623 * 10^{-12}$$

$$Br(D^0 \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-) = 1.485 * 10^{-6}$$

$$Br(D^0 \rightarrow \rho^0 e^+ e^-)_{NR} = 5.44 * 10^{-12}$$

$$Br(D^0 \rightarrow \rho^0 e^+ e^-) = 1.927 * 10^{-6}$$

$$Br(D^0 \rightarrow \rho^0 \mu^+ \mu^-)_{NR} = 1.60 * 10^{-12}$$

$$Br(D^0 \rightarrow \rho^0 \mu^+ \mu^-) = 1.922 * 10^{-6}$$

$$Br(D_s^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)_{NR} = 3.74 * 10^{-12}$$

$$Br(D_s^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-) = 4.80 * 10^{-7}$$

$$Br(D_s^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)_{NR} = 1.79 * 10^{-12}$$

$$Br(D_s^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-) = 4.78 * 10^{-7}$$

$$Br(D_s^+ \rightarrow K^{*+} e^+ e^-)_{NR} = 1.66 * 10^{-11}$$

$$Br(D_s^+ \rightarrow K^{*+} e^+ e^-) = 1.004 * 10^{-6}$$

$$Br(D_s^+ \rightarrow K^{*+} \mu^+ \mu^-)_{NR} = 3.33 * 10^{-12}$$

$$Br(D_s^+ \rightarrow K^{*+} \mu^+ \mu^-) = 1.003 * 10^{-6}$$

В данной работе работе был произведен подробный анализ редких распадов  $D$ - и  $D_s$ -мезонов в псевдоскалярные и векторные мезоны.

1. Были вычислены формфакторы, параметризующих матричные элементы изменяющего аромат нейтрального слабого тока  $J_\mu^W$
2. С помощью формфакторов и метода спиральных амплитуд были получены явные выражения для дифференциальной ширины распада от квадрата переданного импульса  $q^2$ . Были рассчитаны полные вероятности распада рассматриваемых распадов. Полученные значения вероятностей распадов хорошо согласуются с экспериментальными значениями.

1. Boer S. Probing the standard model with rare charm decays. – 2017.
2. Rigo B. et al. The new physics reach of null tests with  $D \rightarrow \pi ll$  and  $D_s \rightarrow K ll$  decays //The European Physical Journal. C, Particles and Fields. – 2020. – Т. 80. – №. 1.
3. Fajfer S., Košnik N. Prospects of discovering new physics in rare charm decays //The European Physical Journal C. – 2015. – Т. 75. – С. 1-10.
4. Faustov R. N., Galkin V. O. Rare  $\Lambda_c \rightarrow \rho ll$ -decay in the relativistic quark model //The European Physical Journal. C, Particles and Fields. – 2018. – Т. 78. – №. 6. – С. 1-8.



Спасибо  
за внимание!

Исследование поддержано Фондом развития теоретической физики  
и математики “БАЗИС”, грант №23-2-2-11-1.