Роль кластеризации в структуре тяжелых атомных ядер.

Т. М. Шнейдман

Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова,

ОИЯИ

Содержание:

- ✓ **Коллективные возбуждения атомных ядер**
- ✓ Кластеризация и ее роль в структуре ядер
- ✓ **Кластерные степени свободы в модели ДЯС**
- ✓ Описание спектров коллективных возбуждений тяжелых ядер в кластерной модели.

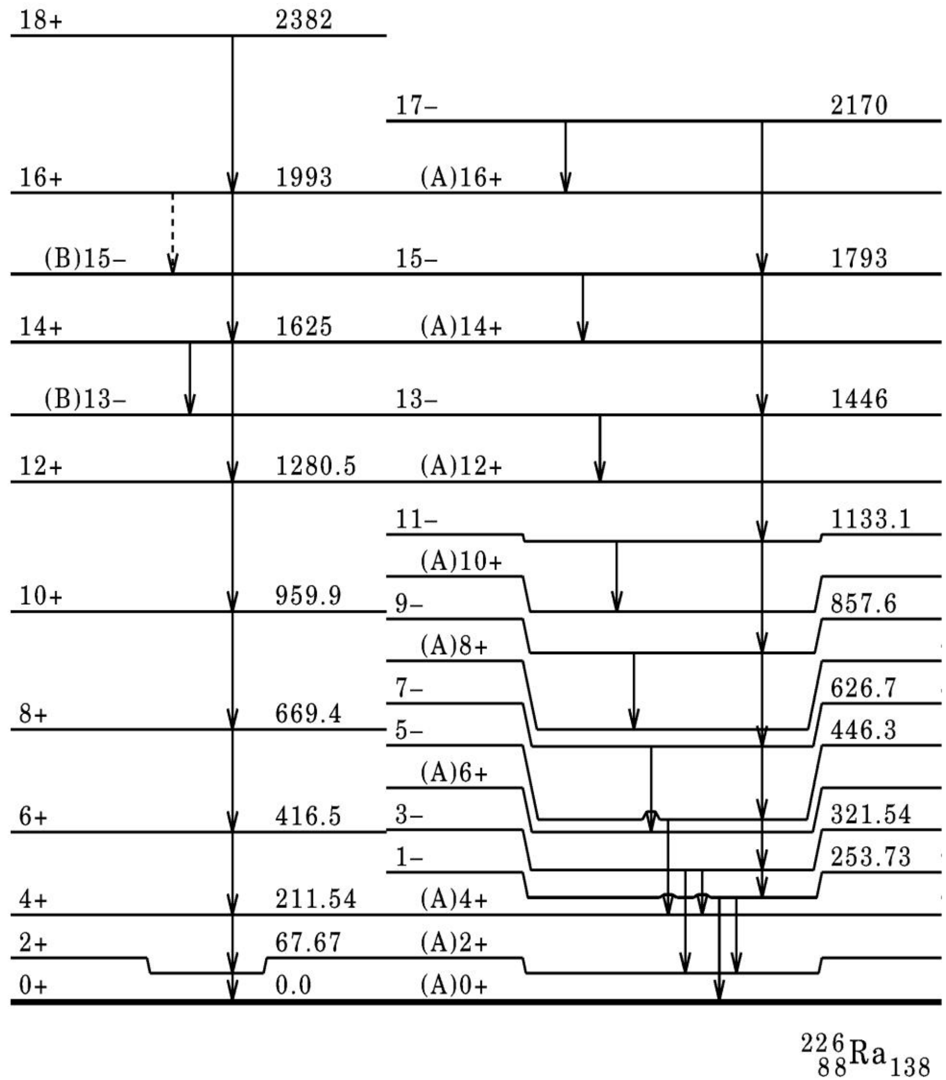
Excitation Spectrum of Deformed Nucleus

States are marked as

$$L^p$$

L - angular momentum,

$p = \pm 1$ -parity



Mean Field Models

$$\sum_{i=1}^{A}\left(-\frac{\hbar^2\Delta_i}{2m_i}\right)\psi_{nucleus} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{A}\sum_{j=1}^{A}V(\vec{r}_i-\vec{r}_j)\psi_{nucleus} = E_{nucleus}\psi_{nucleus}$$

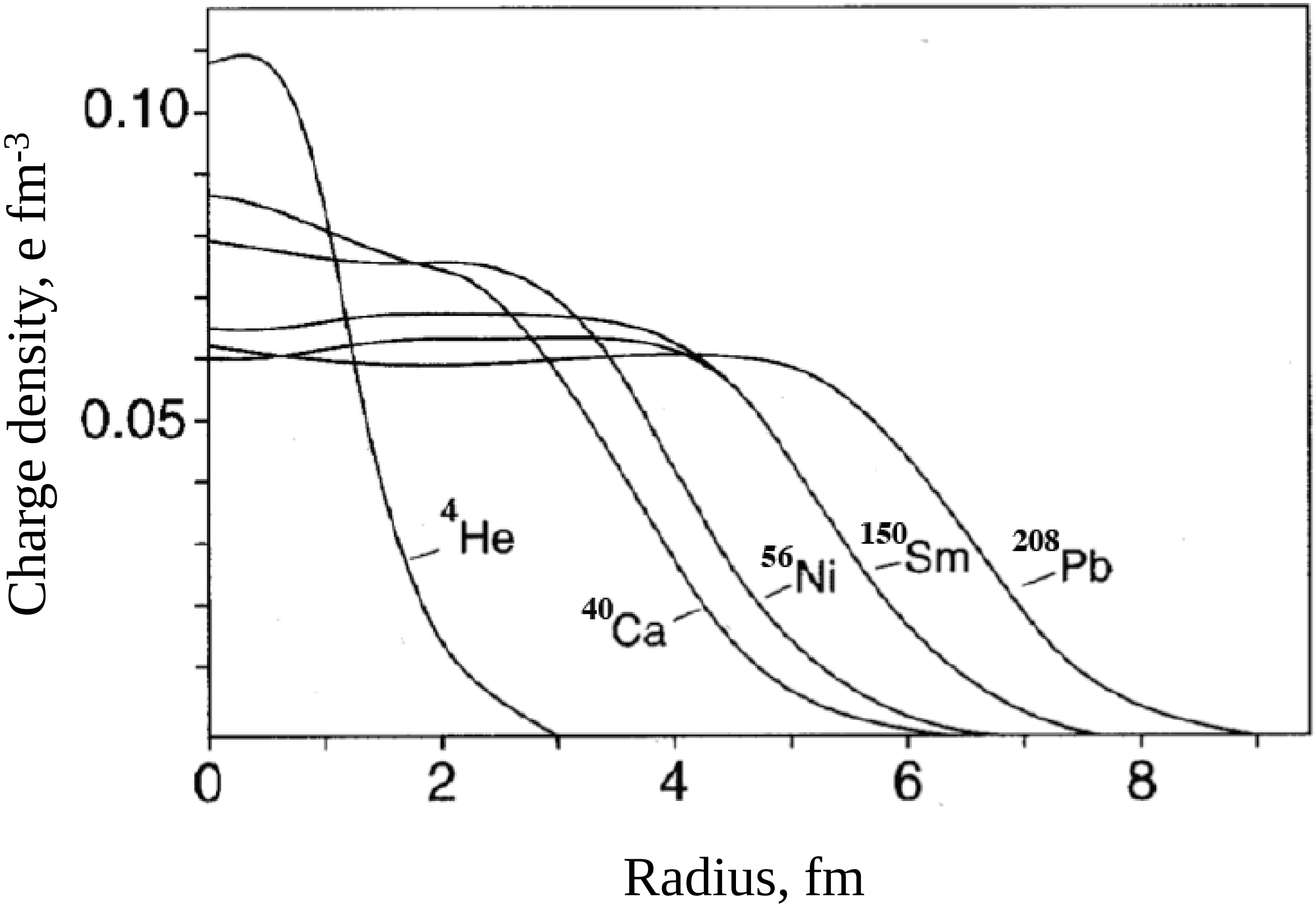
In the mean field model the interaction between nucleons are approximated by the average field (mean field).

Nucleons are moving independently in the mean field.

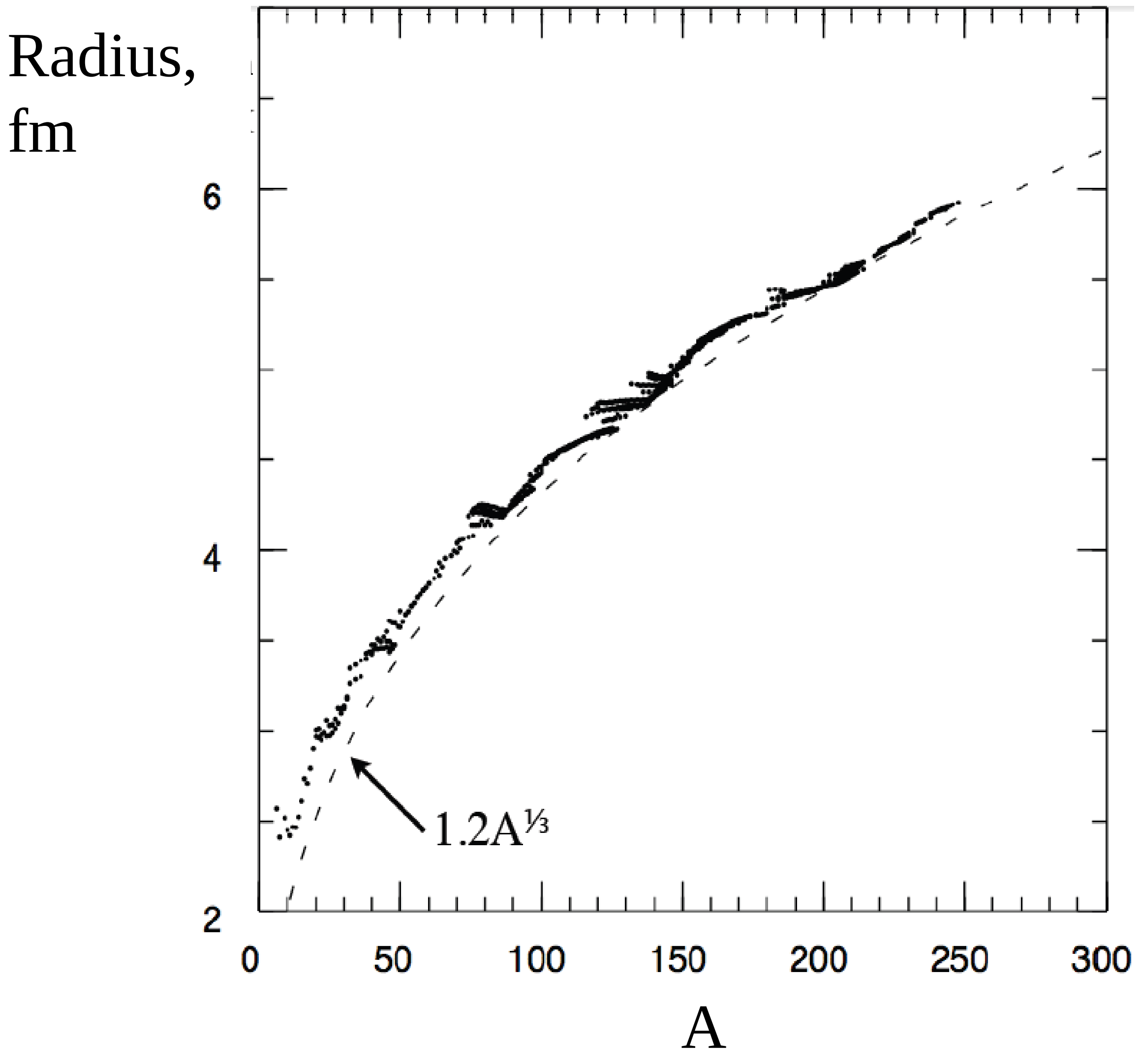
$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{A}\sum_{j=1}^{A}V(\vec{r}_i-\vec{r}_j) \Rightarrow \sum_{j=1}^{A}U_{av}(\vec{r}_i)$$

Nuclear Schrödinger equation is reduced to the A independent equations for each nucleon.

Density is almost constant inside

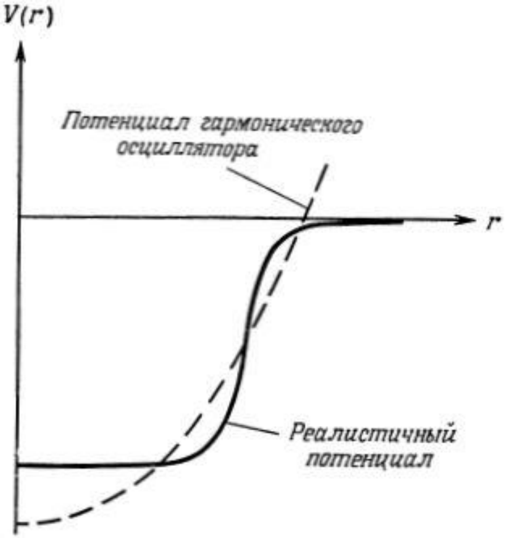


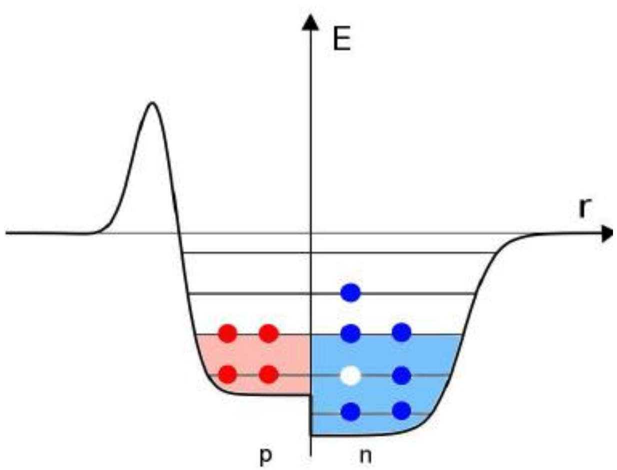
Volume grows linearly with mass

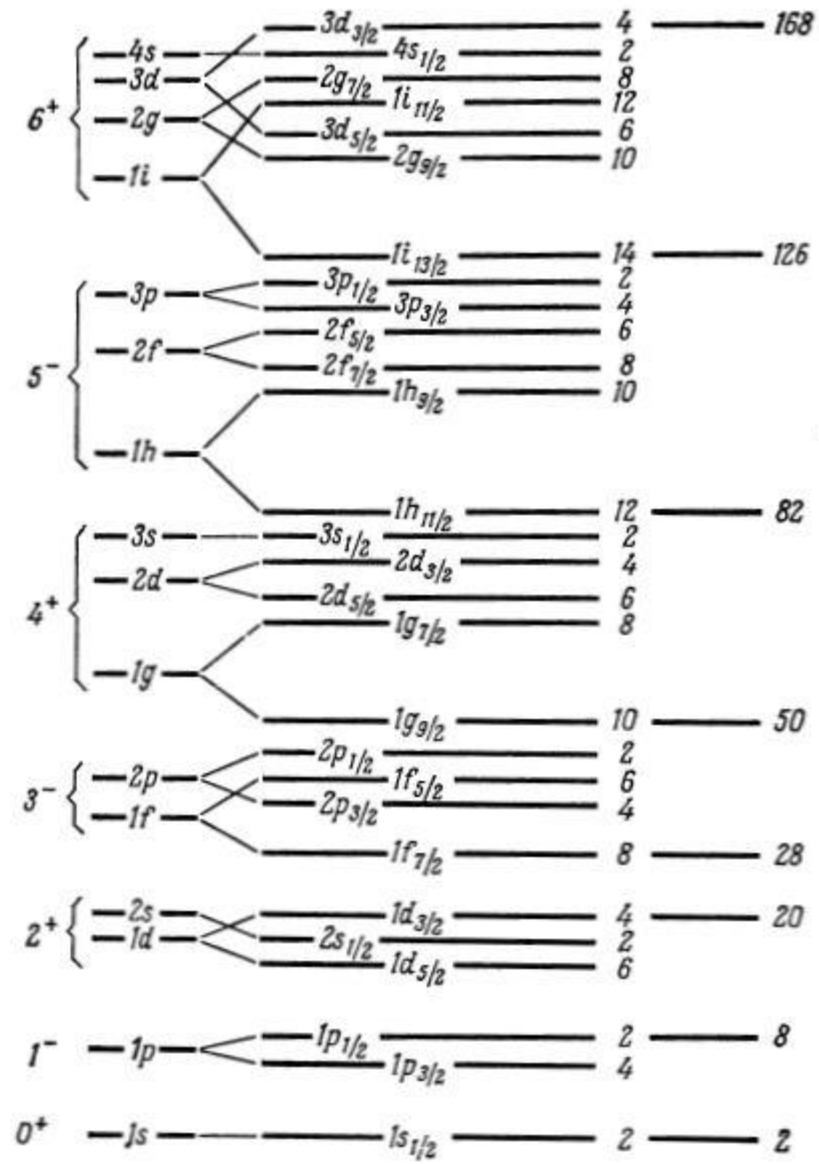


For nuclei with A>20 $\boxed{R \approx 1.2 A^{1/3}}$

Nuclear excitations

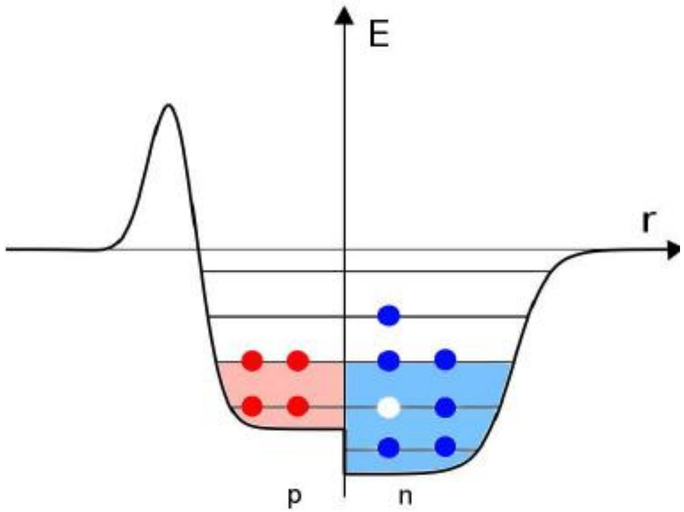




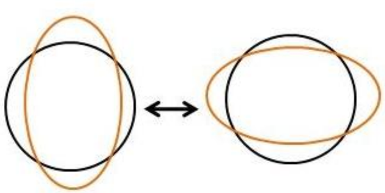


Nuclear excitations

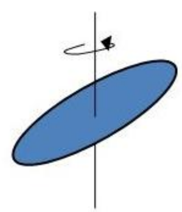
Single-particle excitations



Collective excitations

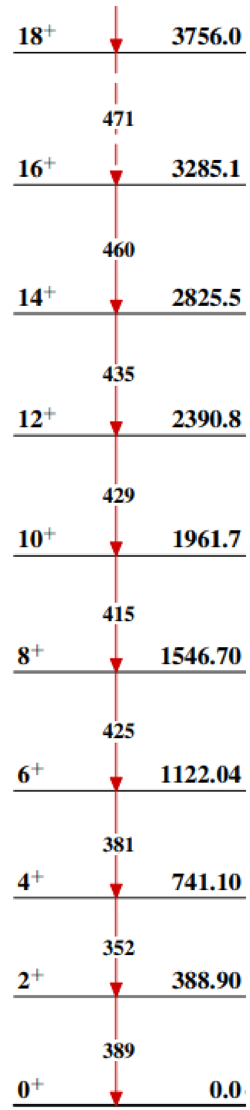


Vibrations

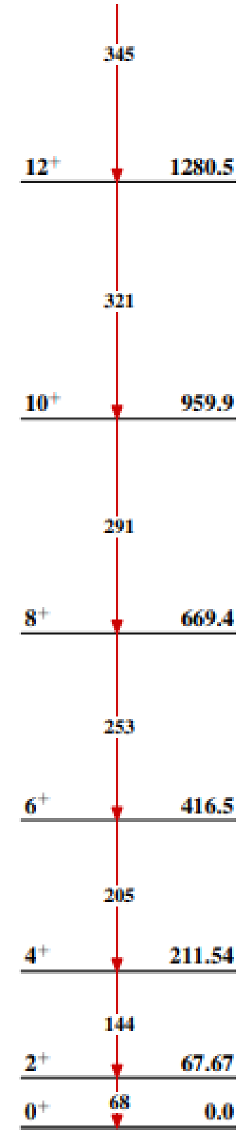


Rotations

The excited nucleus is unstable and can be de-excited by emission of γ

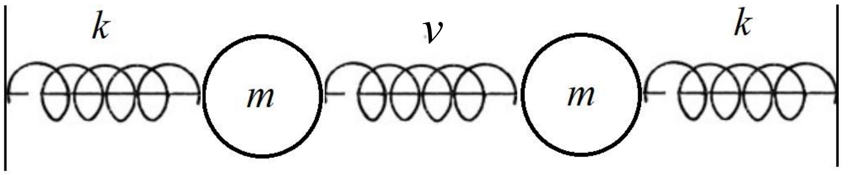


$^{218}Ra_{88}$



$^{226}Ra_{88}$

Lowering of collective excitations



$$L = T - U$$

$$T = \frac{1}{2}m\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}_2^2$$

$$U = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}v(x_1 - x_2)^2$$

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 = -kx_1 + v(x_1 - x_2) \\ m\ddot{x}_2 = -kx_2 - v(x_1 - x_2) \end{cases}$$

Interaction between the oscillatiors
Leads to a lowering of the vibrational mode

$$\begin{cases} X = x_1 + x_2 \\ Y = x_1 - x_2 \end{cases}$$

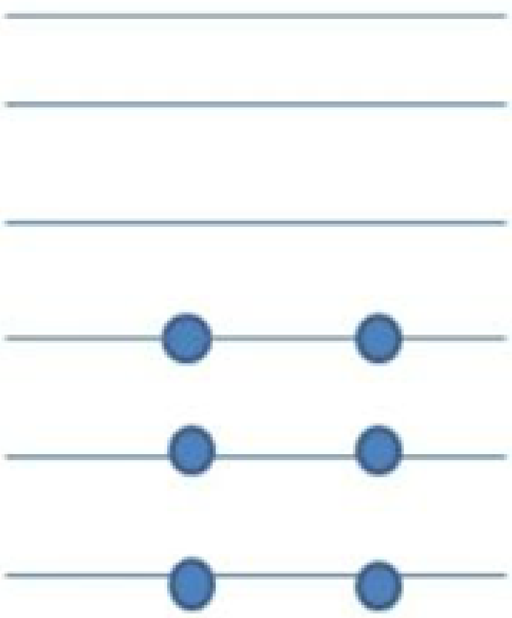
$$\boxed{\begin{aligned} \omega_X &= \sqrt{k/m} \\ \omega_Y &= \sqrt{(k-2v)/m} \end{aligned}}$$

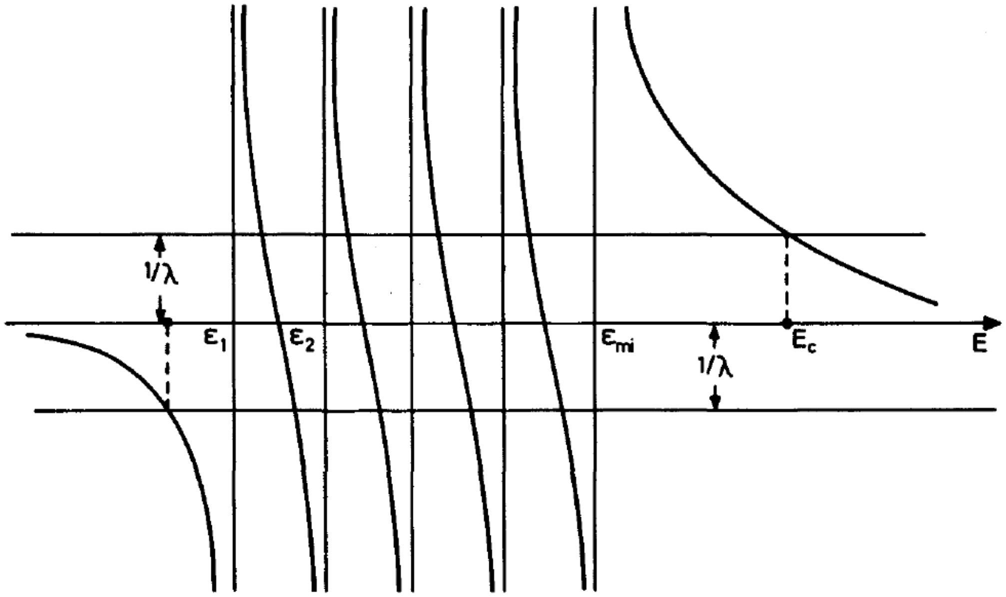
$$\begin{cases} m\ddot{X} = -kX \\ m\ddot{Y} = -(k-2v)Y \end{cases}$$

Lowering of collective excitations
(Tamm-Dancoff method)

$$V(1,2)=\lambda(Q(1)\cdot Q(2))$$

$$\frac{1}{\lambda}=\sum_{mi}\frac{|\langle m|Q|i\rangle|^2}{E-\varepsilon_m+\varepsilon_i}$$

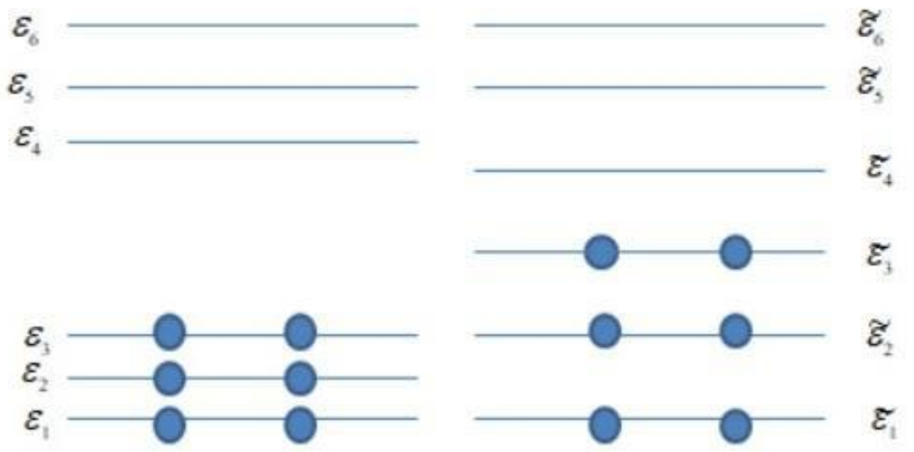




$$\boxed{E_c=\varepsilon+\lambda\sum_{mi}|\langle m|Q|i\rangle|^2}$$

Residual interaction

$$V_{res} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{A}\sum_{j=1}^{A} V(\vec{r}_i - \vec{r}_j) - \sum_{j=1}^{A} U_{av}(\vec{r}_i)$$



$$\begin{aligned} \langle \Psi_{fin}|V|\Psi_{in}\rangle &= \int e^{-i(\mathbf{p}_1'\mathbf{r}_1+\mathbf{p}_2'\mathbf{r}_2)} V(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|) e^{i(\mathbf{p}_1\mathbf{r}_1+\mathbf{p}_2\mathbf{r}_2)} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \\ &\sim -V_0 \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} e^{-r^2/\mu^2} = -V_0 \int d\mathbf{r} e^{-\left(r+\frac{i}{2}\mathbf{p}\mu^{\mathbf{2}}\right)^2/\mu^2} e^{-p^2\mu^2/4} \\ &= -\pi^3/2\mu^3 V_0 e^{-p^2\mu^2/4}. \end{aligned}$$

Residual interaction

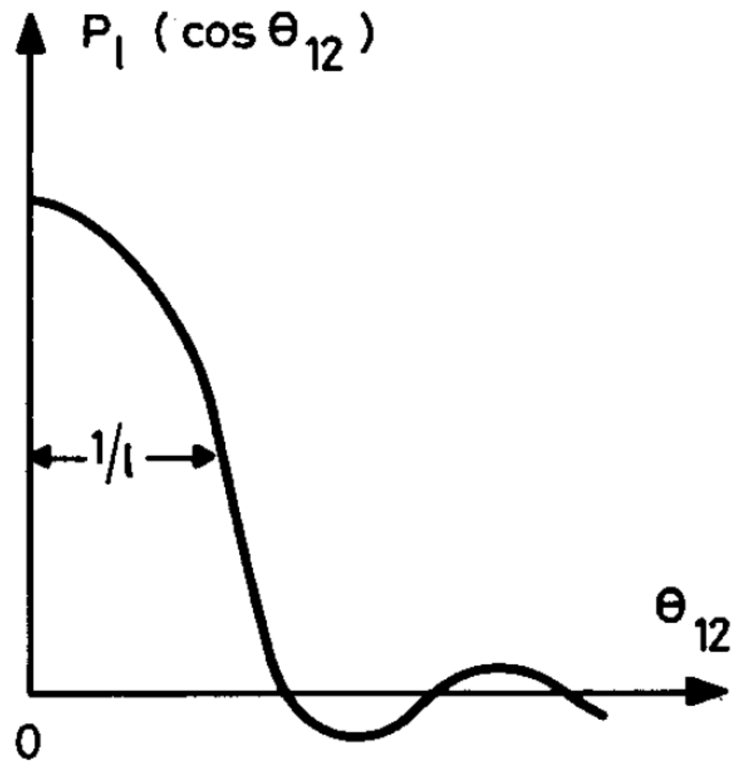
$$V(|\vec{r}_1-\vec{r}_2|)=\sum_l V_l(r_1,r_2)\sum_m Y^*_{lm}(\theta_1,\phi_1)Y_{lm}(\theta_2,\phi_2)$$

$$=\sum_l \frac{4\pi}{2l+1}V_l(r_1,r_2)P_l(\cos\theta_{12})$$

For δ-force:

$$V(|\vec{r}_1-\vec{r}_2|)=-V_0\delta(\vec{r}_1-\vec{r}_2)$$

$$=\sum_l \frac{4\pi}{2l+1}\frac{\delta(r_1-r_2)}{r_1 r_2}P_l(\cos\theta_{12})$$

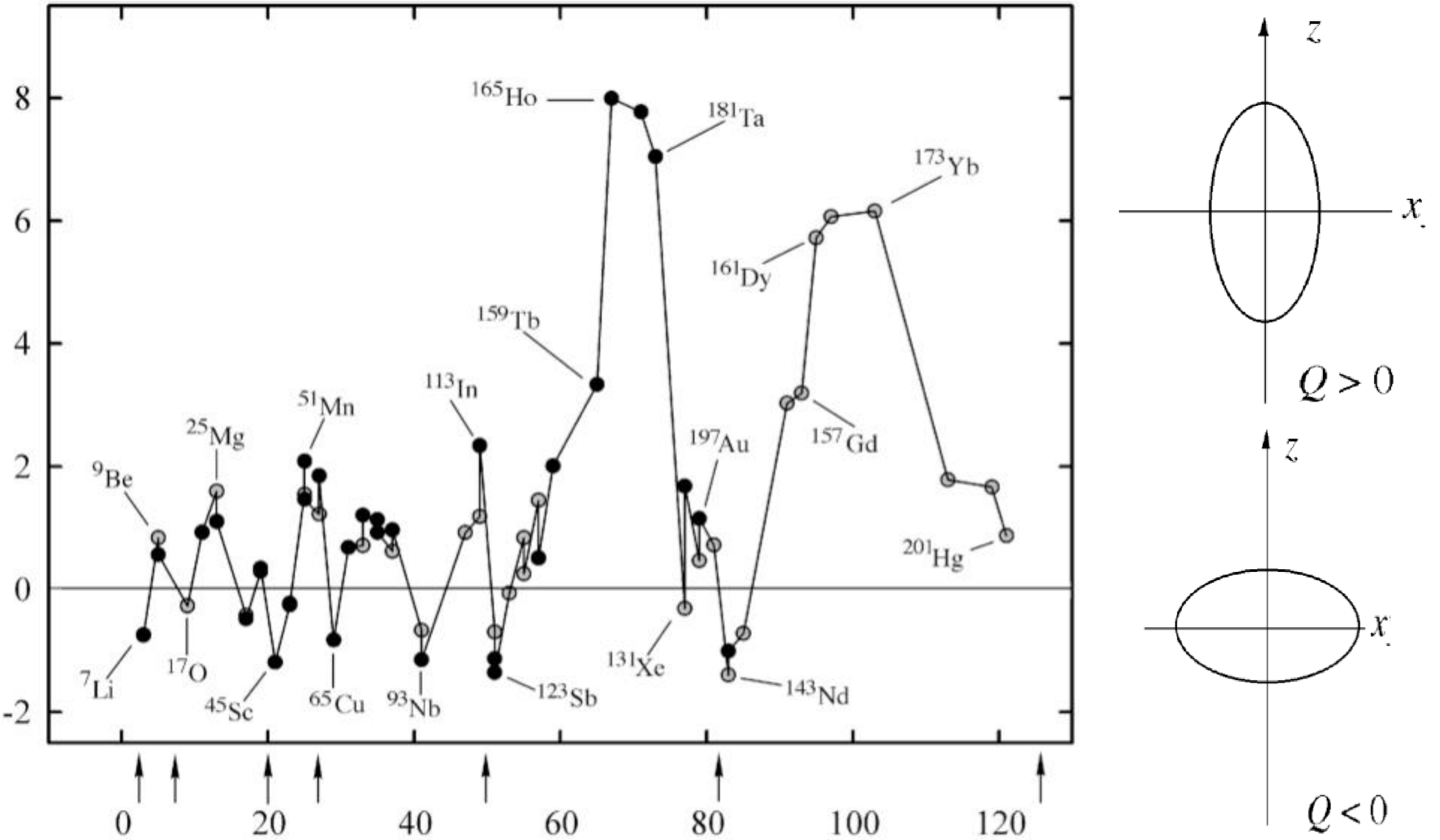


<u>l=2,3</u>

long-range quadrupole and octupole interactions.

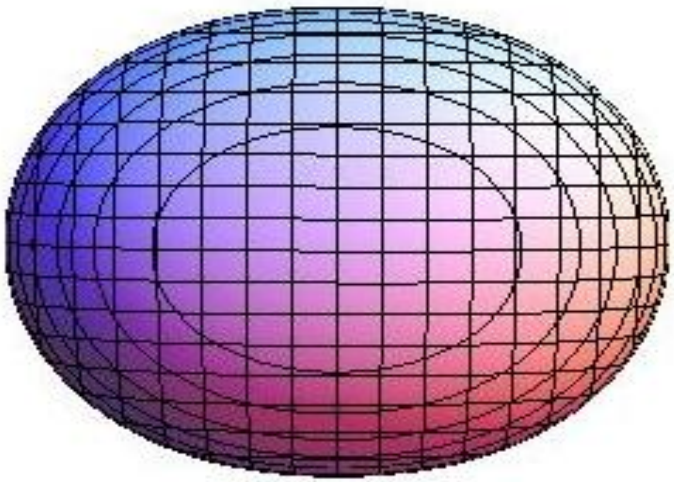
All the rest is replaced by the short-range pairing interaction.

Nuclear Deformation



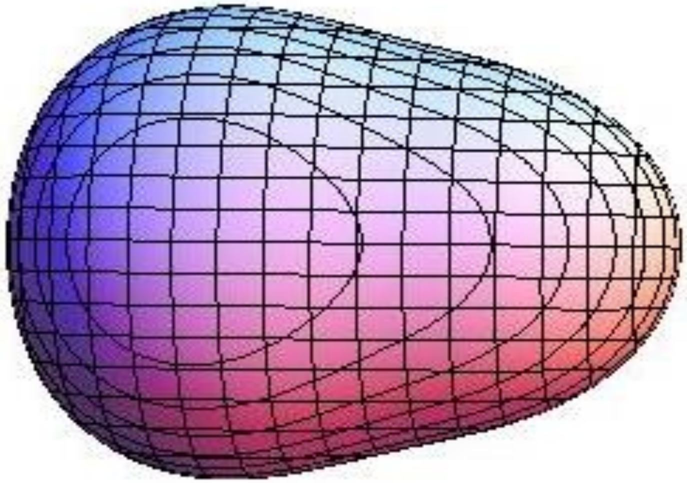
Nuclear Deformation

$$R(\Omega) = c(\beta)R_0\left[1 + \sum_{\mu=-2}^{2}\beta_{2\mu}Y_{2\mu}^{*}(\Omega) + \sum_{\mu=-3}^{3}\beta_{3\mu}Y_{3\mu}^{*}(\Omega)\right]$$



Quadrupole deformation

β_{20}=0.6, β_{30}=0.0



Quadrupole +Octupole deformation

β_{20}=0.6, β_{30}=0.5

Collective quadrupole vibrations

For small oscillations about spherical equilibrium:

$$H = \frac{1}{2} D \sum_m |\dot{\beta}_{2m}|^2 + \frac{1}{2} C \sum_m |\beta_{2m}|^2$$

Pauli quantization procedure:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu}(\{q\}) \dot{q}_\mu \dot{q}_\nu \leftrightarrow \hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2} \sum_{\mu\nu} \frac{1}{\sqrt{\det g}} \frac{\partial}{\partial q_\mu} \sqrt{\det g}\, g^{-1}_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial q_\nu}$$

and the volume element is $d\tau = \left|\sqrt{\det g}\right| \prod_\mu q_\mu$.

$$\boxed{\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2} D \sum_m (-1)^m \frac{\partial}{\partial \beta_{2m}} \frac{\partial}{\partial \beta_{2-m}} + \frac{1}{2} C \sum_m |\beta_{2m}|^2}$$

$$|0^+)$$

$$|2^+ M, E = \sqrt{C/D}) = \beta^+_{2M} |0^+)$$

$$|L^+ M, E = 2\sqrt{C/D}) = \sum_{\mu\upsilon} C^{LM}_{2\mu 2\upsilon} \beta^+_{2\mu} \beta^+_{2\upsilon} |0^+), L = 0,2,4$$

Collective quadrupole rotation

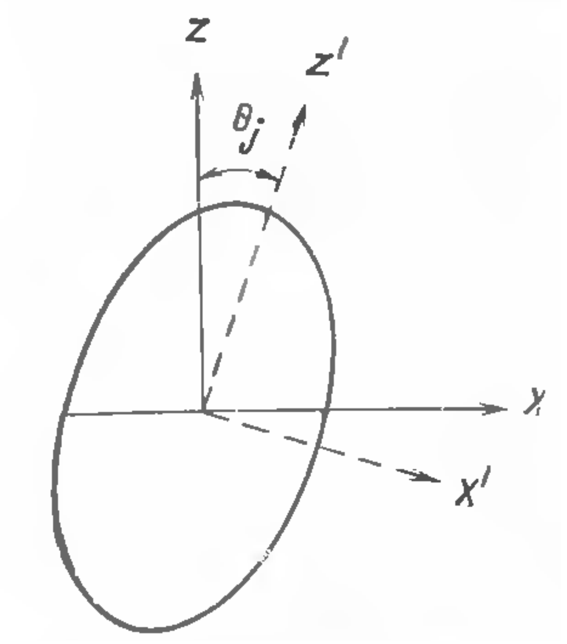
If nucleus is deformed, the Hamiltonian should be transformed into the intrinsic coordinate system:

$$\beta_{2m} = \sum_{\mu} D^2_{m\mu}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)\overline{\beta}_{2\mu},$$

$$\overline{\beta}_{20} = \beta\cos(\gamma),$$

$$\overline{\beta}_{21} = \overline{\beta}_{2-1} = 0,$$

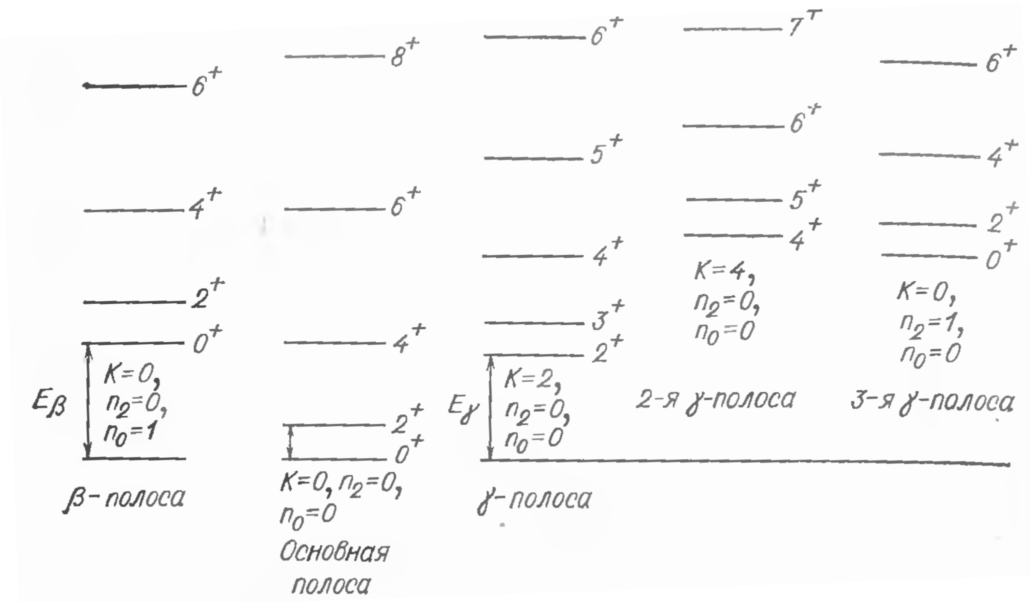
$$\overline{\beta}_{22} = \overline{\beta}_{2-2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\beta\sin(\gamma)$$

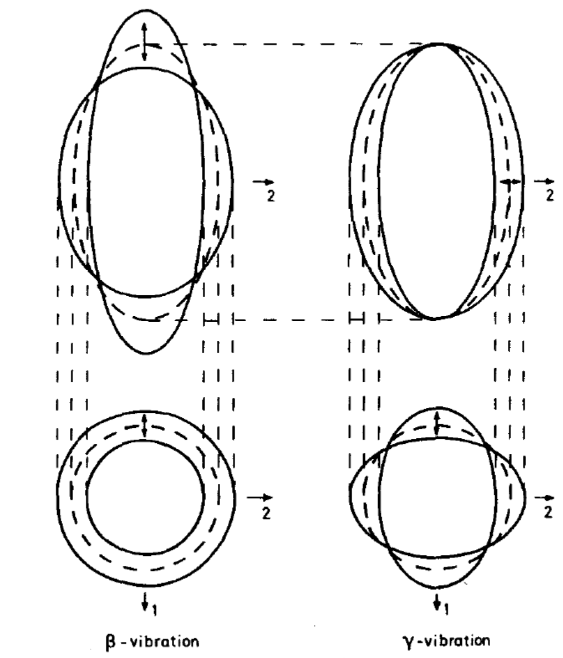


$$H = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3} I_k\omega_k + \frac{1}{2}D(\dot{\beta}^2 + \beta^2\dot{\gamma}^2) + \frac{1}{2}C_0(\beta-\beta_0)^2 + \frac{1}{2}C_2\gamma^2$$

Collective quadrupole rotation
(Bohr Hamiltonian)

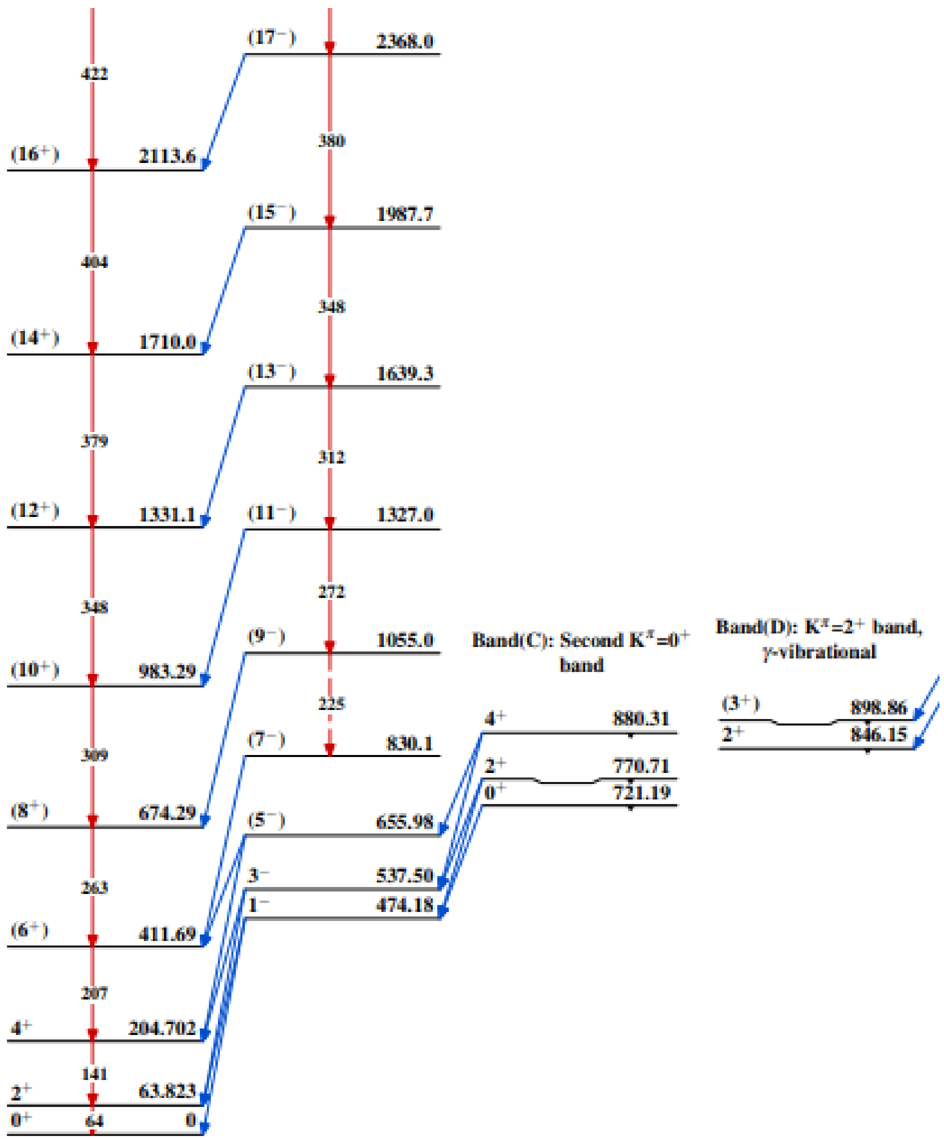
$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2}\sum_{k=1}^{3}\frac{\hat{l}_k^2}{I_k(\beta,\gamma)} - \frac{\hbar^2}{2D}\left(\frac{1}{\beta^4}\frac{\partial}{\partial\beta}\beta^4\frac{\partial}{\partial\beta}+\frac{1}{\beta^2}\frac{1}{\sin 3\gamma}\frac{\partial}{\partial\gamma}\sin 3\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}\right)+V(\beta,\gamma)$$





$$E_{Ln_\beta n_\gamma} = \frac{\hbar^2}{2I_0}\left(L(L+1)-K^2\right)+\hbar\sqrt{\frac{C_0}{D}}\left(n_\beta+\frac{1}{2}\right)+\hbar\sqrt{\frac{C_2}{D}}\left(n_\gamma+|\frac{|K|}{2}+1\right)$$

Excitation spectrum of deformed nucleus



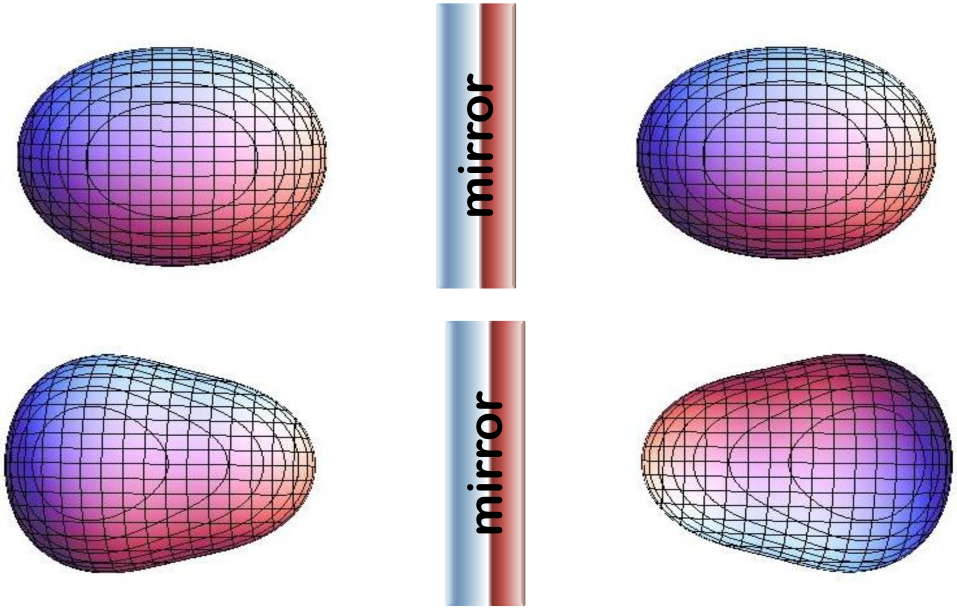
$^{228}_{88}Ra_{140}$

Reflection-Asymmetric Shapes

Parity:

$$\hat{P}\Psi(\mathbf{r}) = \Psi(-\mathbf{r}) = p\Psi(\mathbf{r})$$

$$\hat{P}\hat{P}\Psi(\mathbf{r}) = p^2\Psi(\mathbf{r}) = \Psi(\mathbf{r}); \quad p = \pm 1$$



In strong and e.-m. interactions parity is a good quanum number.

Quadrupole deformation (lowest excitations): 0^+, 2^+, 4^+, …

Octupole deformation (lowest excitations): 0^+, 1^-,2^+,3^+ ,4^+

Деформация, нарушающая зеркальную симметрию

$$\Psi_{p,IMK} = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}}\left(\Phi_{n,K}(\xi)D^I_{MK} + p(-1)^{I+K}\Phi_{n,\overline{K}}(\xi)D^I_{M,-K}\right)$$

Wave function in ξ defined by the equation:

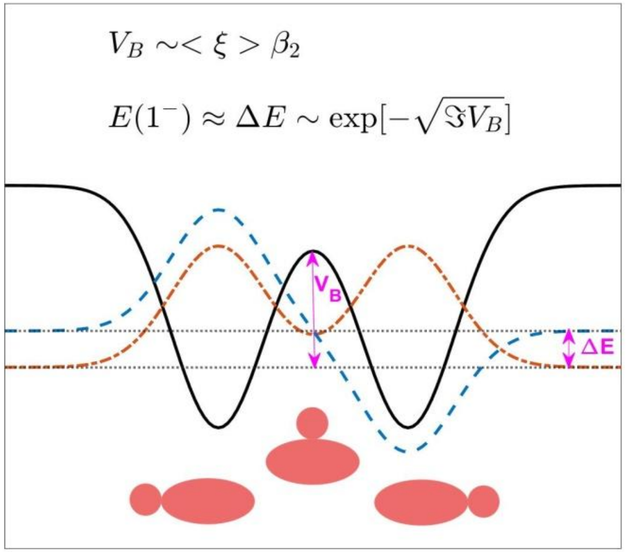
$$\left(-\frac{\hbar^2}{2B_\xi}\frac{d^2}{d\xi^2} + U(\xi) + \frac{\hbar^2}{2\Im(\xi)}I(I+1)\right)\Psi_{n,K}(\xi) = E_{n,K}\Psi_{n,K}(\xi),$$

where

$$\Im(\xi) = 0.85(\Im_1^r + \Im_2^r + m_0\frac{A_1A_2}{A}R^2)$$

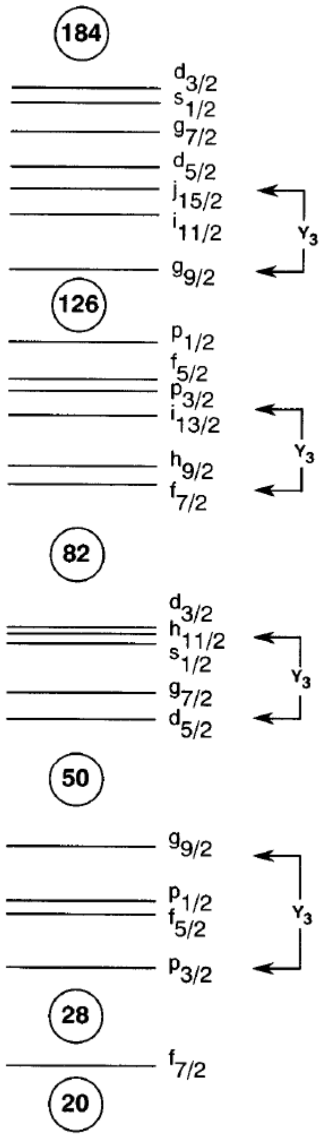
Exitation spectra:

$$I^p(\text{ for } K=0) = 0^+, 1^-, 2^+ ...$$
$$I^p(\text{ for } K\neq 0) = K^\pm, (K+1)^\pm ...$$



$$\hat{P}\cdot\hat{R}_y(\pi) \to p(-1)^{I+K} = 1$$

Low-energy collective states of negative parity

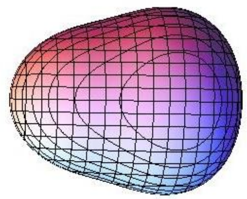


(fig. from: P.A.Butler, W. Nazarewicz, Rev. Mod. Phys. 68, 349 (1996)

N(Z) ≈34, 56,88,134

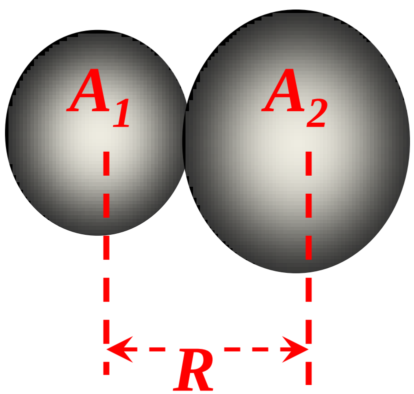
Octupole deformation

$$R(\Omega) = c(\beta)R_0\left[1 + \sum_{\mu=-2}^{2}\beta_{2\mu}Y^*_{2\mu}(\Omega) + \sum_{\mu=-3}^{3}\beta_{3\mu}Y^*_{3\mu}(\Omega)\right]$$



$\boldsymbol{\beta_{20}=0.6,\ \beta_{30}=0.5}$

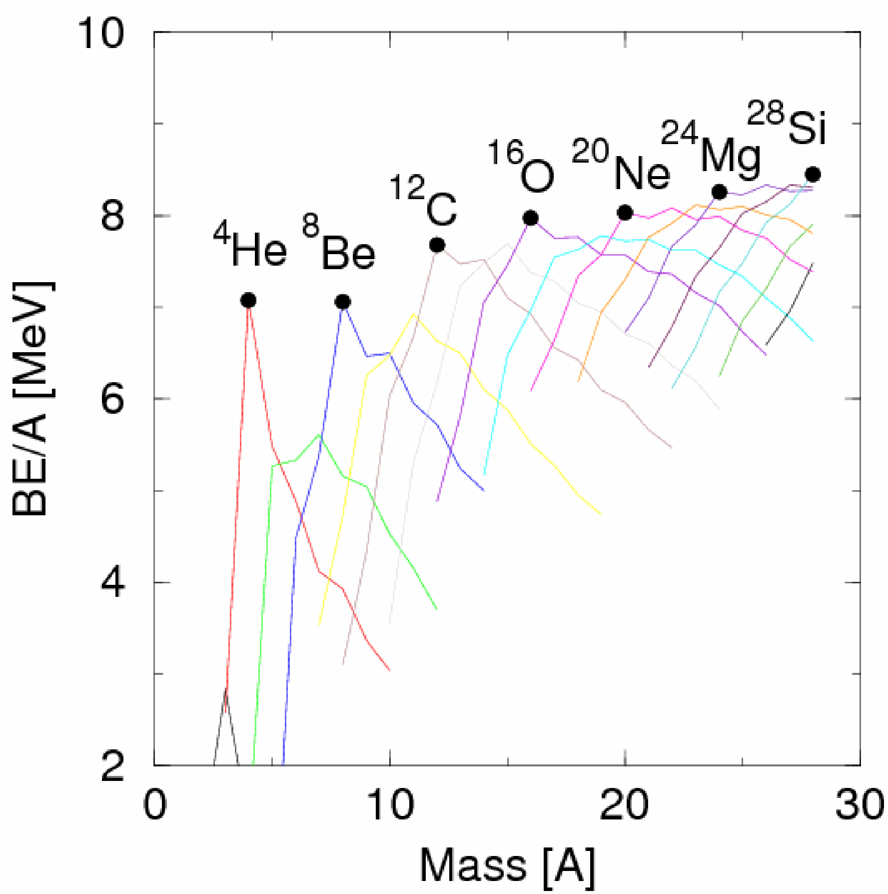
Mass asymmetry

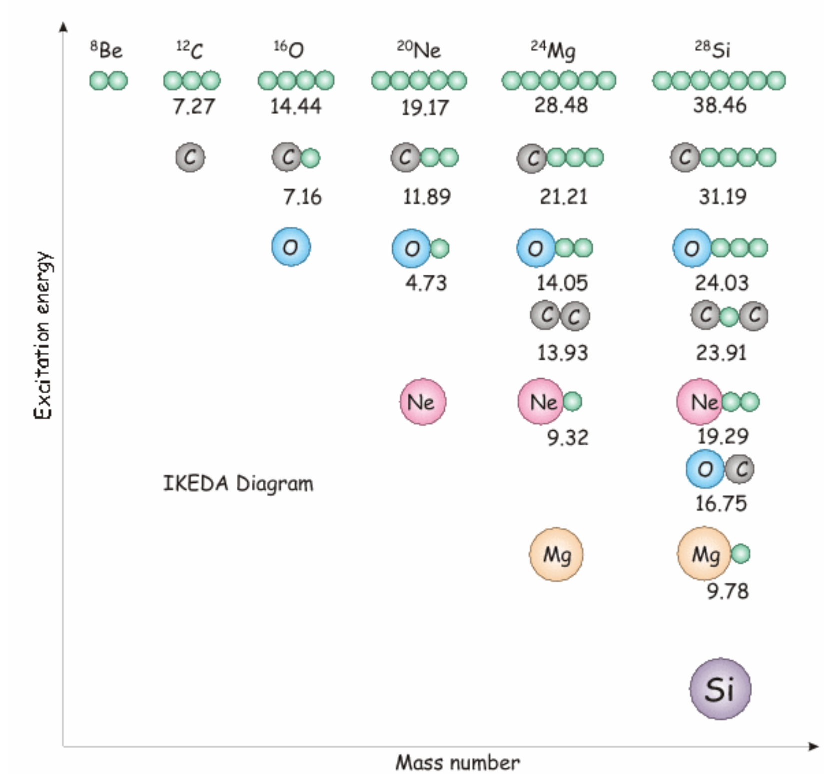


$$\xi = \frac{2A_1}{A_1+A_2}$$

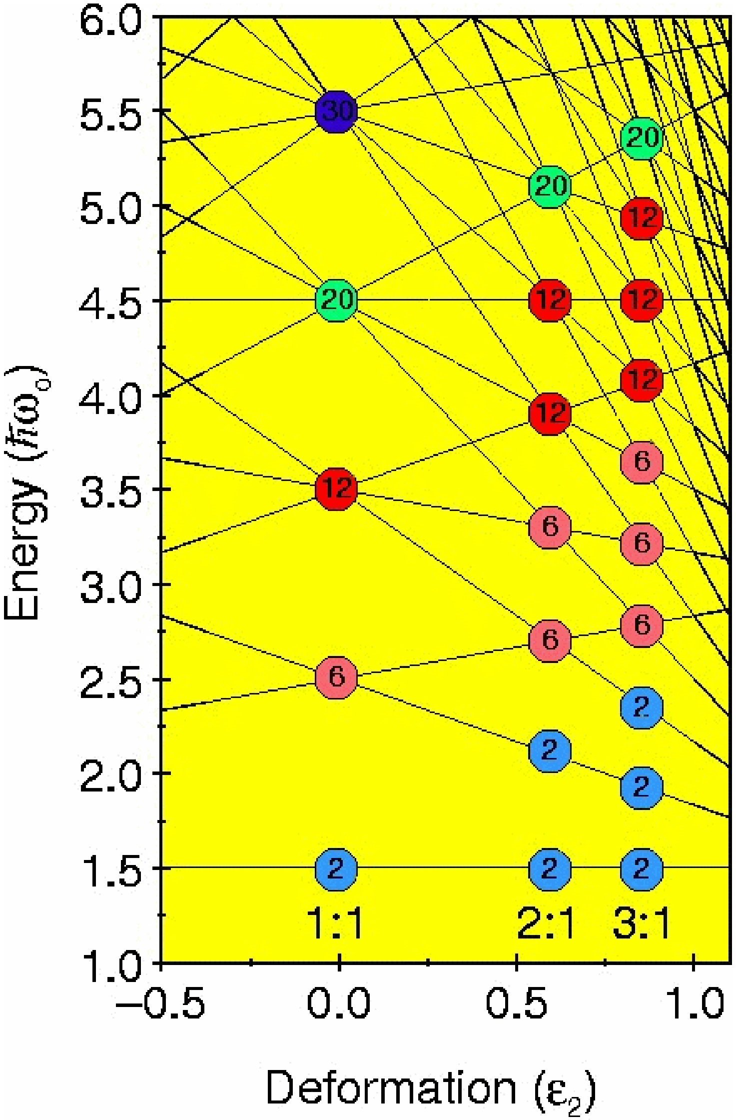
Кластеризация в легких ядрах

p-n притяжение намного сильнее чем ***n-n*** и ***p-p***. Протон и нейтрон имеют связанное состояние $^3S_1$ с энергией связи 1.1 МэВ на нуклон (**дейтрон**). Это притяжение приводит к сильным пространственным корреляциям между валентными нейтронами и протонами, т.е. к формированию кластеров (**ядерных молекул**).





Кластеризация и деформация.



Deformed magic numbers	Spherical Magic Numbers	Spherical Constituents
N	**Superdeformation - dimers**	
4	2 + 2	$\alpha+\alpha$
10	8 + 2	$^{16}O+\alpha$
16	8 + 8	$^{16}O+^{16}O$
28	8 + 20	$^{16}O+^{40}Ca$
N	**Hyperdeformation, chains**	
6	2 + 2 + 2	$\alpha+\alpha+\alpha$
12	2 + 8 + 2	$\alpha+^{16}O+\alpha$
24	8 + 8 + 8	$^{16}O+^{16}O+^{16}O$
36	8 + 20 + 8	$^{16}O+^{40}Ca+^{16}O$
48	20 + 8 + 20	$^{40}Ca+^{16}O+^{40}Ca$
60	20 + 20 + 20	$^{40}Ca+^{40}Ca+^{40}Ca$

Модели среднего поля и кластеризация

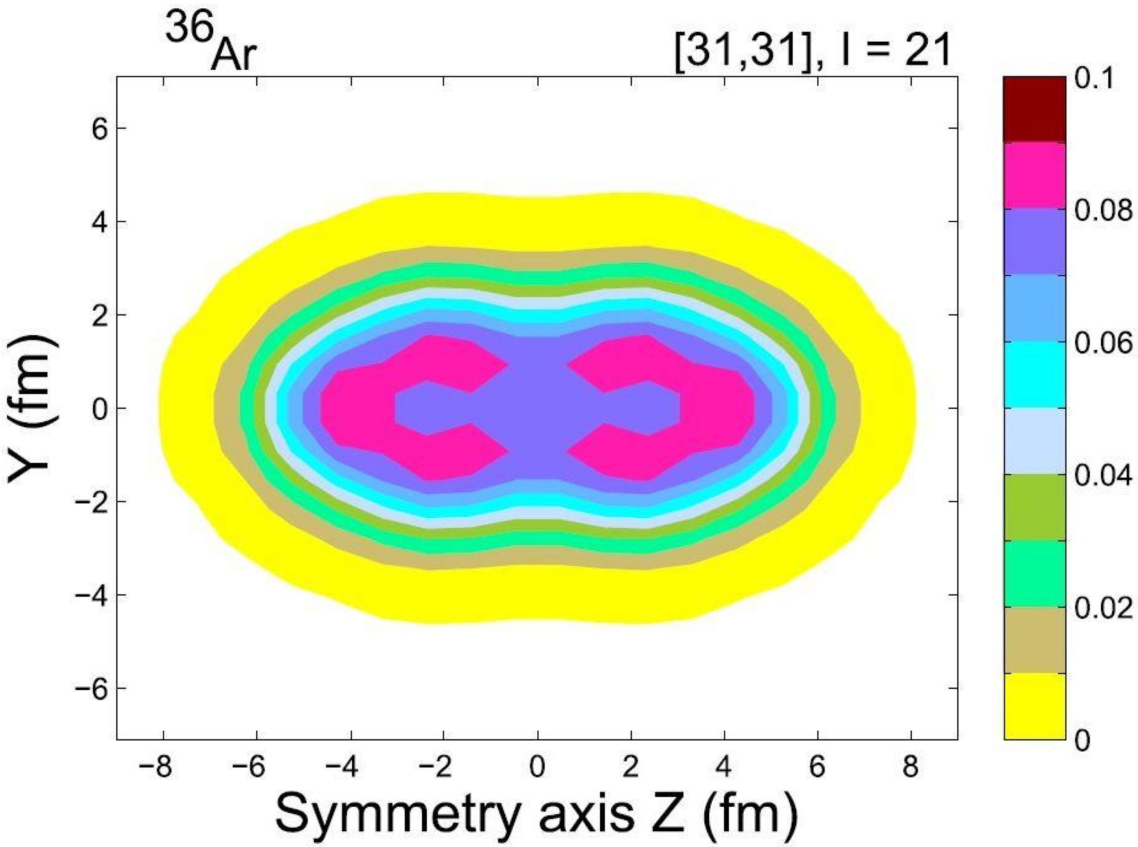
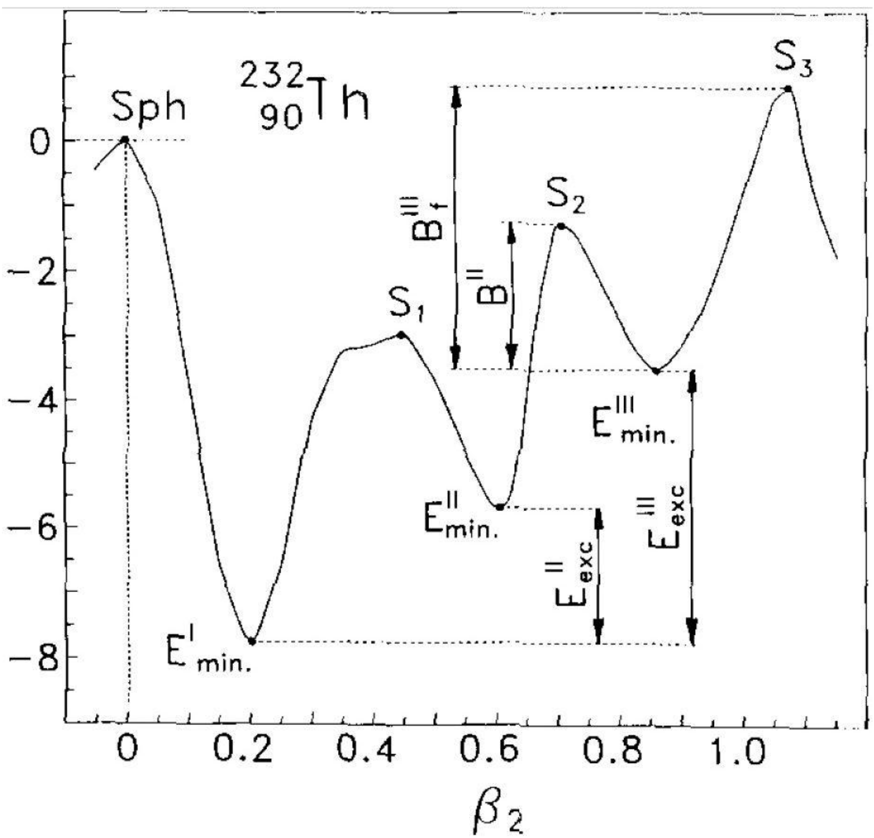


Figure 2. Total neutron density (in fm^{-3}) of the megadeformed [31, 31] configuration in ^{36}Ar obtained in the CRMF calculations with the NL3* functional.

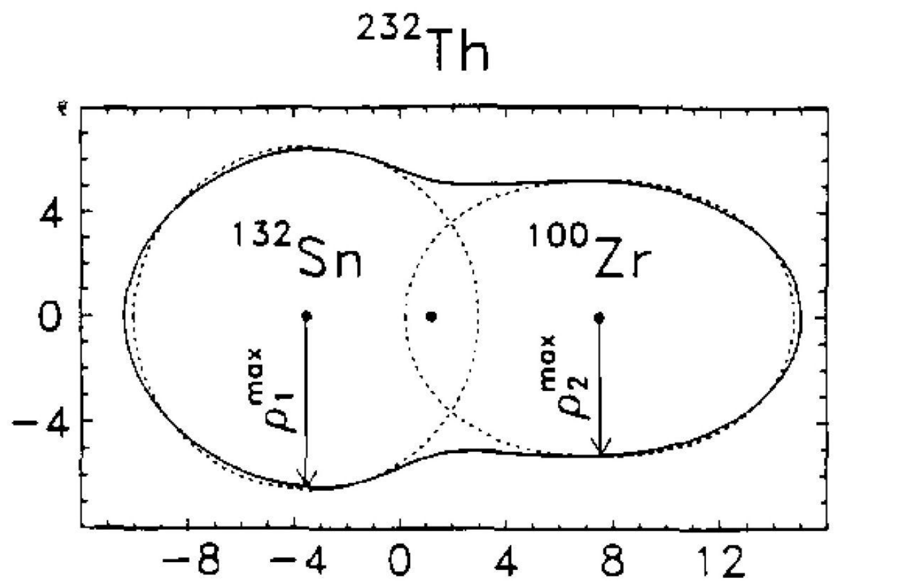
A V Afanasjev et al., Phys. Scr. ***93*** *034002 (2018)*

Модели среднего поля и кластеризация

- Гипердеформиванные состояния ядра походят на двойные ядерные системы.



Потенциальная энергия ядра как функция β_2 вдоль пути деления (барьер деления).

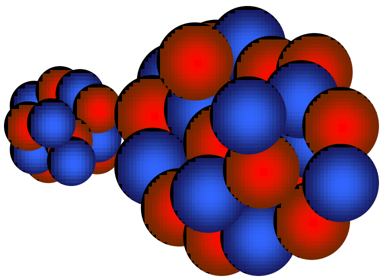


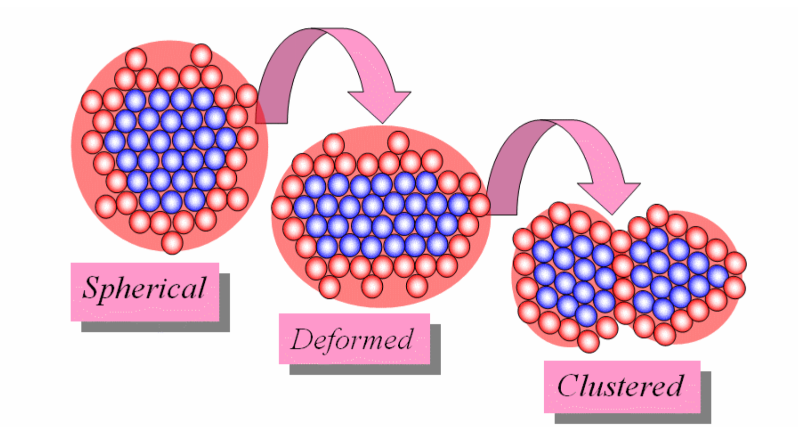
Форма ядра в третьем минимуме (HD) барьера деления

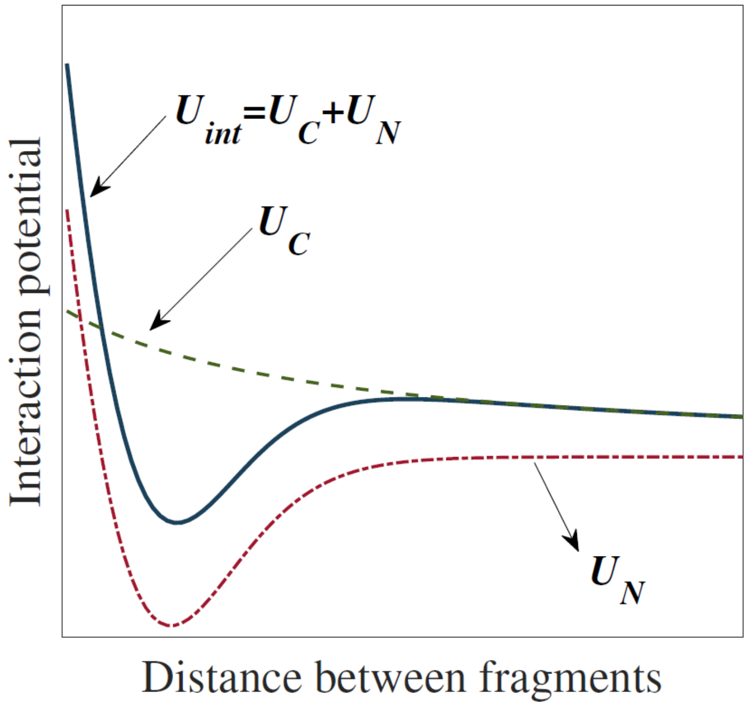
S. Cwiok ,W . Nazarewicz et al., Phys. Lett. B ***322 (1994) 304-310***

Dinuclear Sytem

Dinuclear System (Nuclear Molecule) - two clusters in touching

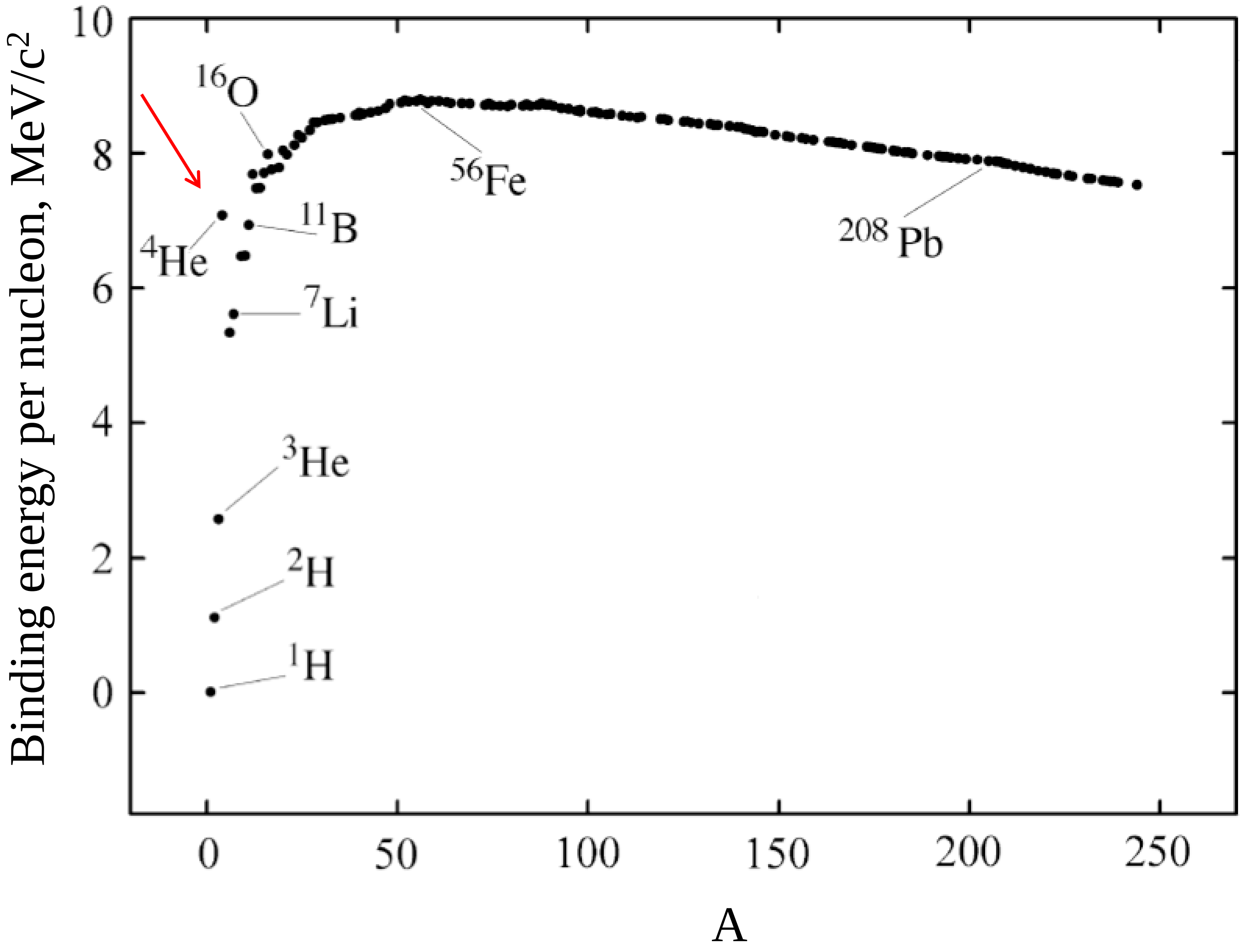






$$V = -B(A_1, Z_1) - B(A_2, Z_2) + V_N(R, \{A_i, Z_i\}) + V_C(R, \{A_i, Z_i\})$$

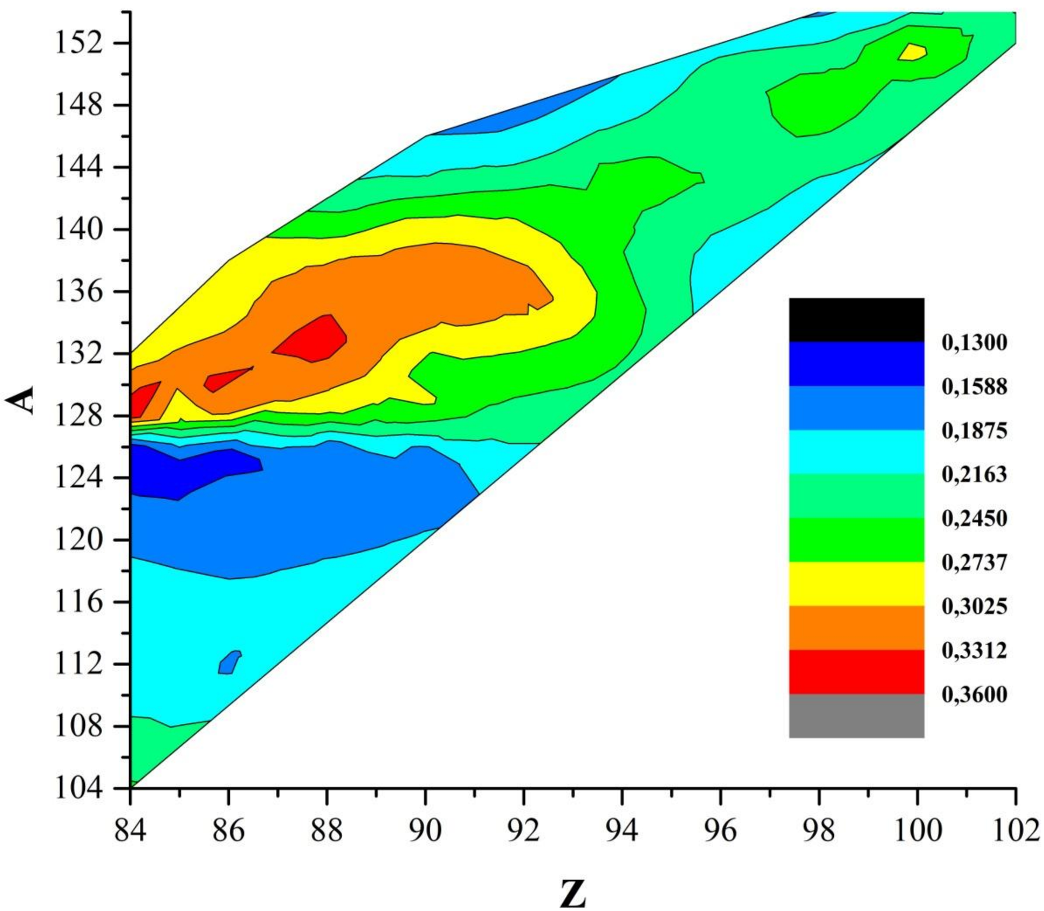
Binding Energy of Nucleus

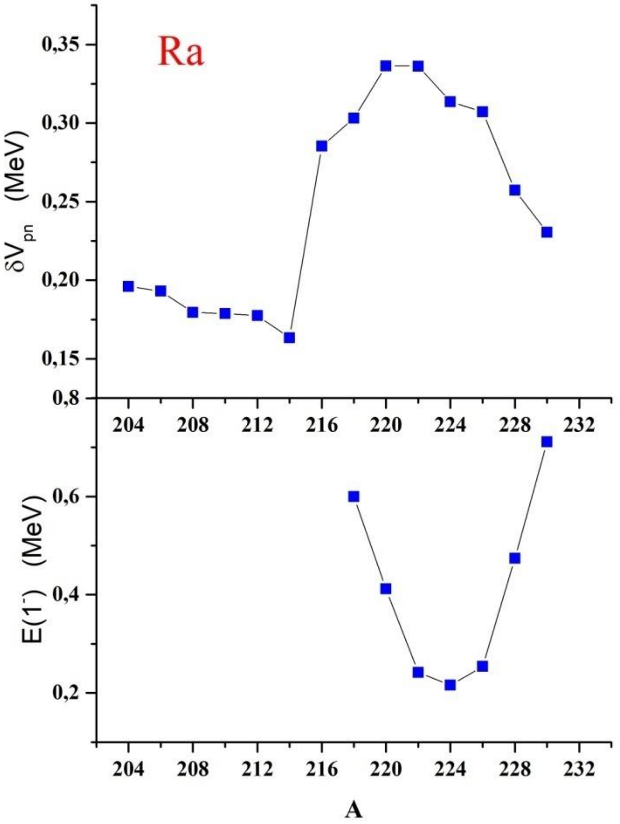


Роль альфа-кластеризации

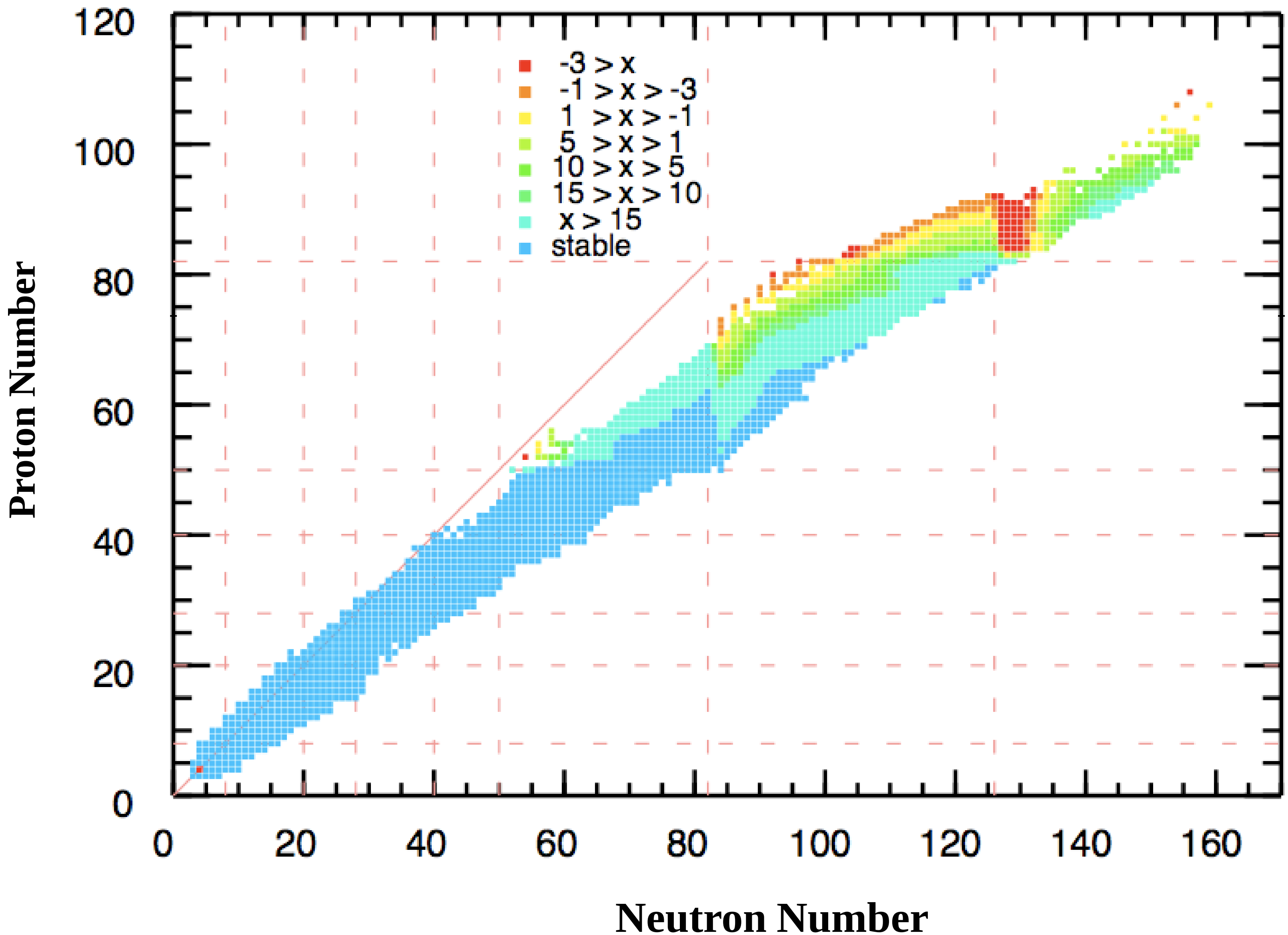
$$\delta V_{pn} = -0.25\left[B(Z,N) - B(Z,N-2) - B(Z-2,N) + B(Z-2,N-2)\right]$$
$$= -0.25\left[S_{2n} + S_{2p} - S_{\alpha}\right]$$

R.F. Casten & R.B. Cakirli. Phys. Scri 91. 033004 (2016)





Альфа-распад



α-распад

Одним из наиболее прямых указаний на кластеризацию в тяжелых ядрах является существование α- и кластерных распадов.

Период полураспада

$$T_{1/2} = \frac{\hbar \ln 2}{\Gamma}$$

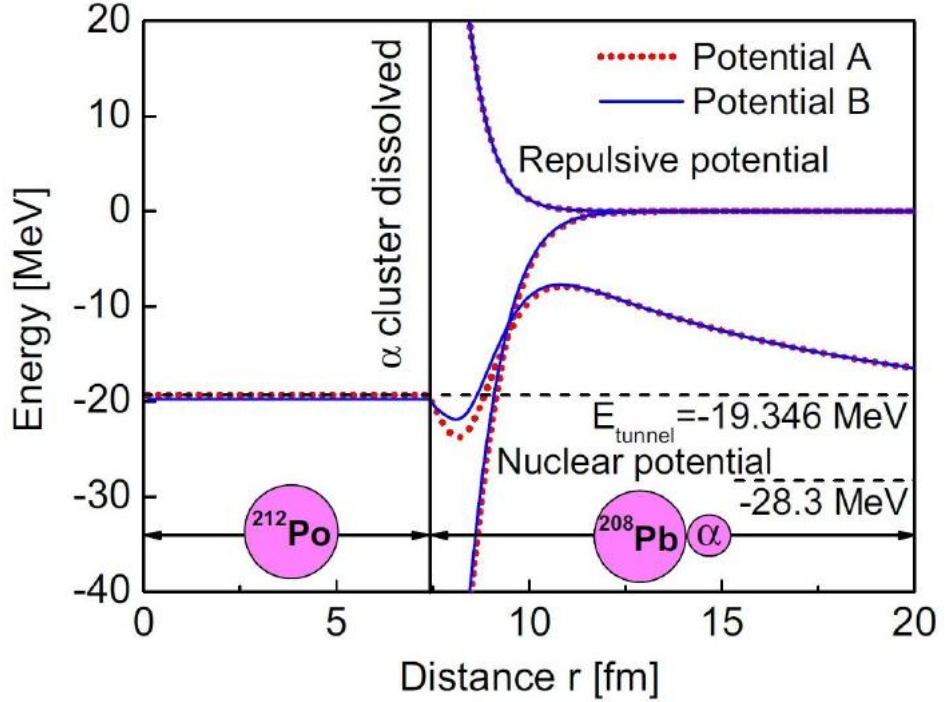
Ширина распада

$$\boxed{\Gamma = \frac{\hbar \omega_\alpha}{\pi} S_\alpha P_\alpha}$$

ω_α - частота соударений

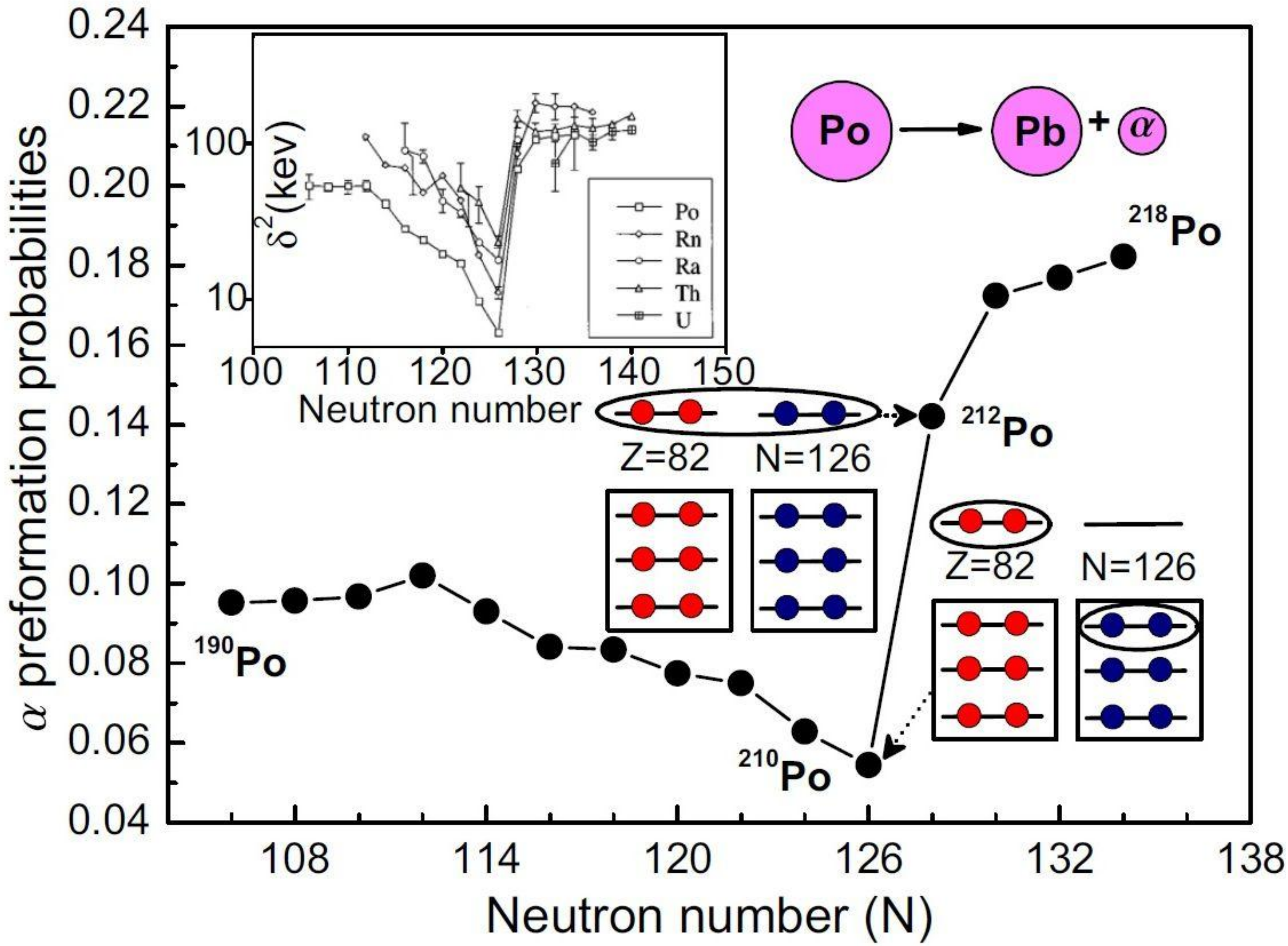
S_α - спектроскопический фактор

P_α - вероятность туннелирования



A. Tohsaki, H. Horiuchi, P. Schuck, and G. Röpke, PRL, **87,** 192501 **(2001).**

Спектроскопические факторы



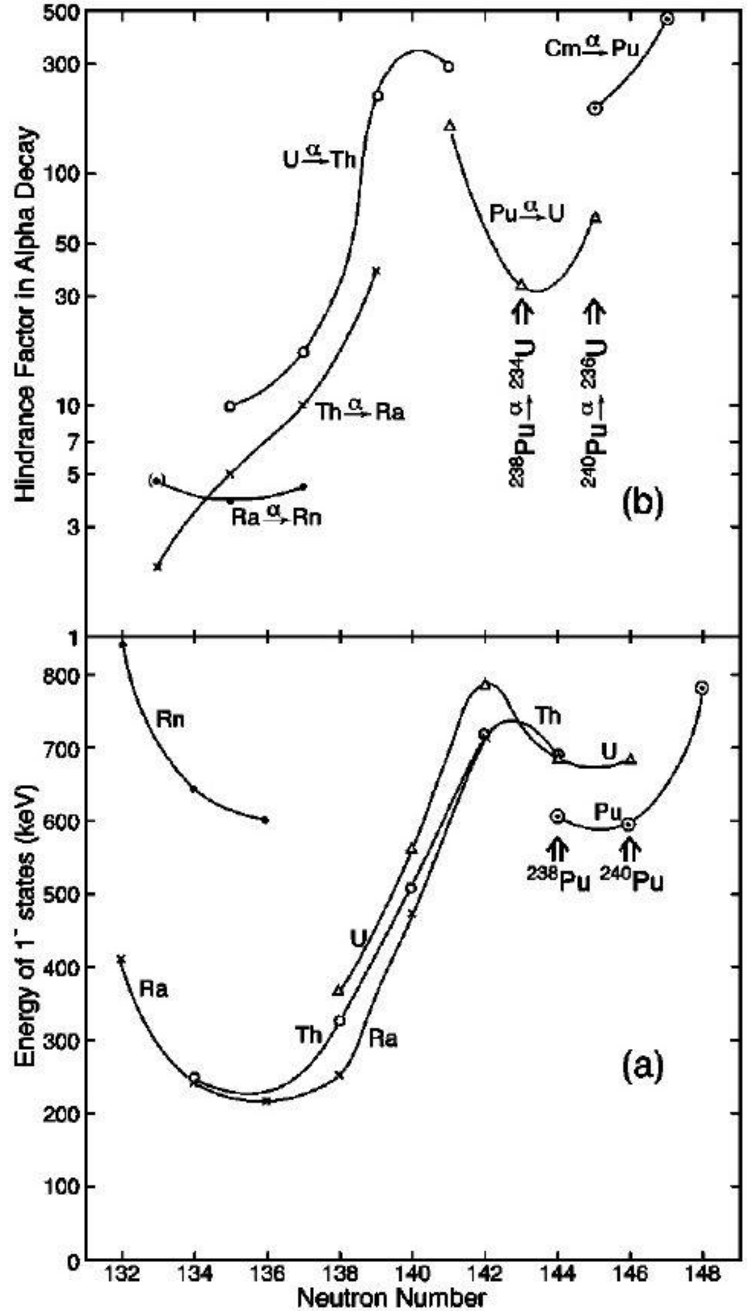
Chang Xu et al., PRC ***95, 061306(R) (2017)***

α-распад и октупольные корреляции в актинидах

- В актинидах наблюдаются очень малый фактор запрета для альфа-распада из основного состояний ядра в низколежащие 1^- состояния дочернего ядра.
(R.K. Sheline, M. A. Riley, PRC ***61, 057301 (2000)****)*

- Природа этих состояний связана с возбуждением коллективной моды, нарушающей зеркальную симметрию ядра (октупольные колебания).
(K. Alder, A. Bohr, T. Huus, B. Mottelson, A. Winther, Rev. Mod. Phys. ***28, 432 (1956).***

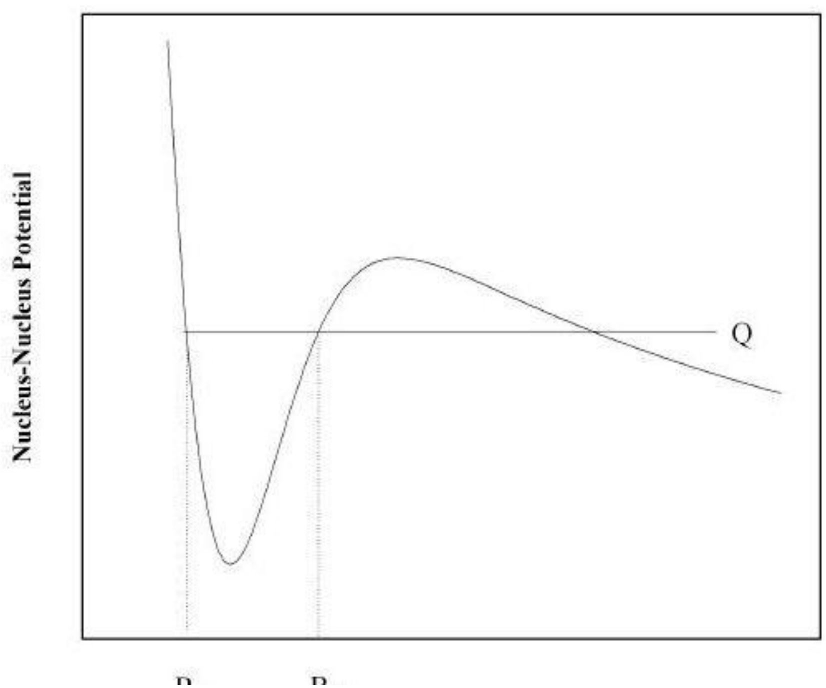
- Формирование кластера на поверхности ядра →зеркальная асимметрия.
(T.M. Shneidman, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, R.V. Jolos, W. Scheid, PLB ***526****, 322 (2002).*



WKB Approximation

According to the WKB approximation the probability

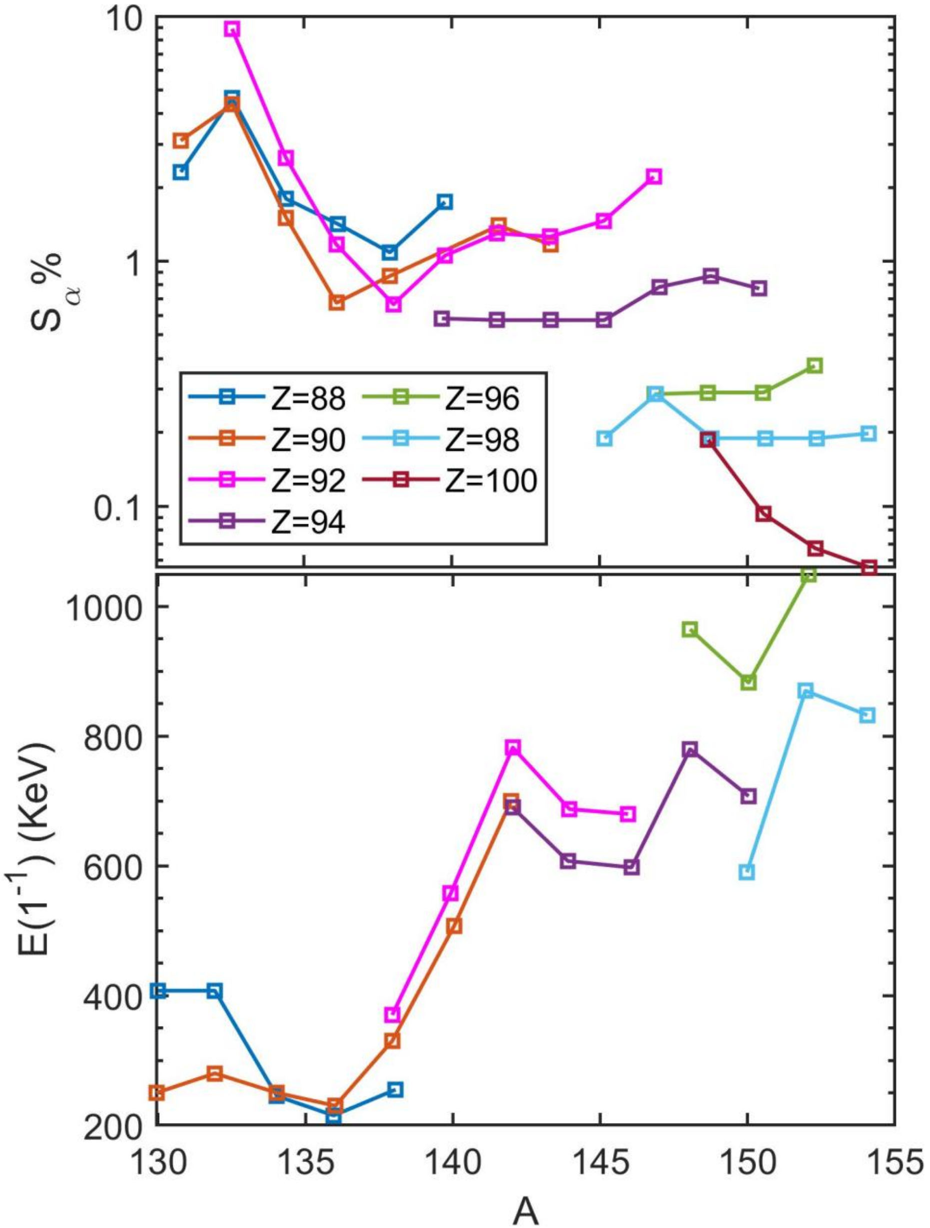
$$P_\alpha = \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\int_{R_1}^{R_2}\sqrt{2\mu(U(R,\eta_\alpha)-Q)}\right]$$



R_1, R_2 – are the turning points of the WKB action intergral determined by the equation

$$U(R_{1,2},\eta_\alpha) = Q$$

α-распад и октупольные корреляции в актинидах



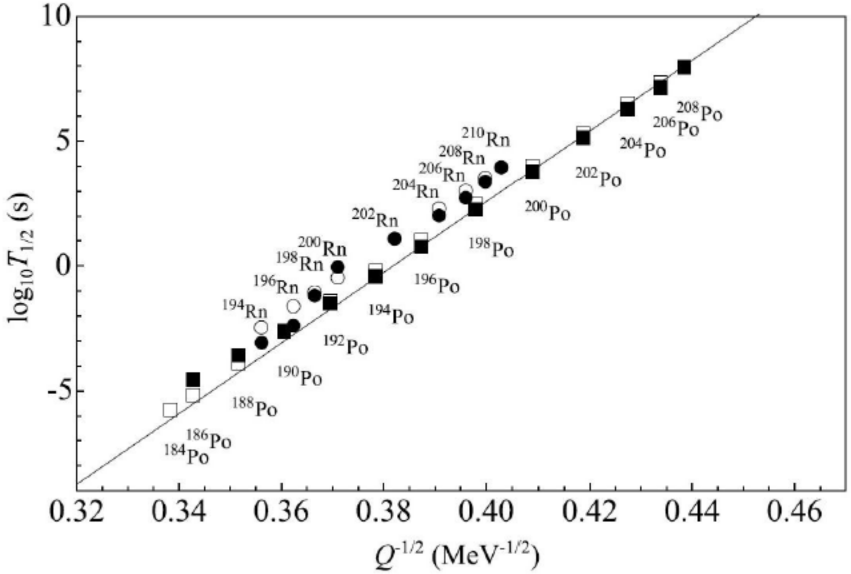
Величина спектрофактора α-частицы может быть рассчитана из экспериментальных данных по временам жизни ядер по отношению к α-распаду.

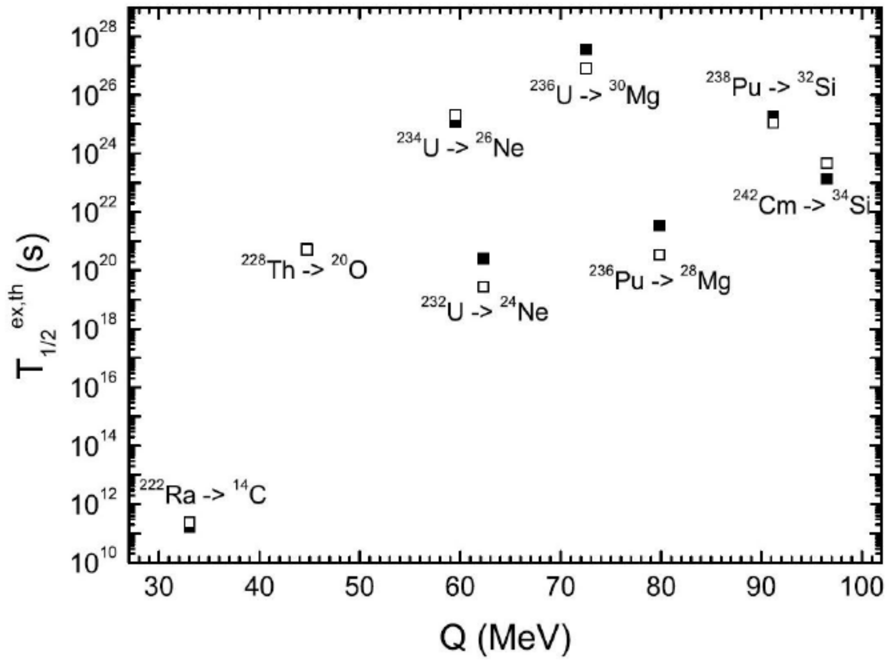
$$S_\alpha = T_{1/2}^{\exp} / T_{1/2}^{\alpha}$$

α- и кластерный распады

Спектроскопический фактор можно связать с весом кластерной системы в полной волновой функции ядра

$$\Psi(r_1, r_2, ...) = \Psi_m(r_1, r_2, ...) + S_\alpha^{1/2}\Psi_\alpha(r_1, r_2, ...) + ... + S_C^{1/2}\Psi_C(r_1, r_2, ...) + ...$$





S.N. Kuklin, T.M. Shneidman, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, Eur. Phys. J. A (2012) ***48: 112***

кластерная модель-1

--*H. Schultheis, R. Schultheis and K. Wildermuth, PLB. 53* ***325*** *(1974).*
--*Wildermuth and Tang, A unified theory of the nucleus, Vieweg, Braunschweig, 1977*

$$\Psi\left(\vec{r}_1,\ldots,\vec{r}_{A_0},t\right)=\sum_h\sum_{ijk}a^h_{ijk}(t)\psi^h_{ijk}\left(\vec{r}_1,\ldots,\vec{r}_{A_0}\right),$$

$$\psi^h_{ijk}\left(\vec{r}_1,\ldots,\vec{r}_{A_0}\right)=\hat{A}\left[\phi_i\left(A_h\right)\phi_j\left(A_l\right)\chi_k\left(\vec{R}\right)\right]$$

- Кластерное разложение допускает любые перекрытия кластеров. Если перекрытие сильное, кластеры диссоциируют.

1) **кластеры разделены в импульсном пространстве**→ сильно перекрыты в координатном пространстве($\mathbf{R} \approx \mathbf{0}$) → нет связи с формой ядра;
2) **кластеры разделены в координатном пространстве**→ относительное движение сильно возбуждено→ кластеры в слабо возбужденных состояниях → напрямую связано с формой ядра → приводит к появлению деформации, нарушающей зеркальную симметрию, сильнодеформированных состояний.

кластерные модели-2

$$\Psi\left(\vec{r}_1,\ldots,\vec{r}_{A_0};s_\alpha\right)=\Phi_I\left(\vec{r}_1,\ldots,\vec{r}_{A_0};s_\alpha\right)+\Phi_{II}\left(\vec{r}_1,\ldots,\vec{r}_{A_0};s_\alpha\right),$$

$s_\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\ldots)$- набор коллективных координат.

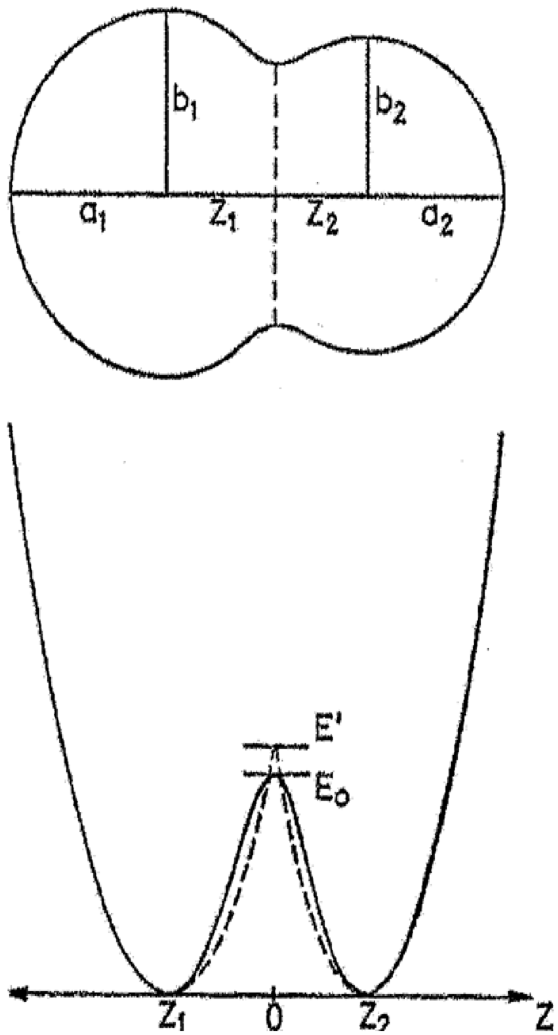
$\Phi_I\left(\vec{r}_1,\ldots,\vec{r}_{A_0};s_\alpha\right)$- перекрывающиеся кластеры,

$\Phi_{II}\left(\vec{r}_1,\ldots,\vec{r}_{A_0};s_\alpha\right)$: кластеры в касательной конфигурации

$\rightarrow$ поверхностная область

$$\Psi(r_1,r_2,\ldots.)=\Psi_I(r_1,r_2,\ldots.)+S_\alpha^{\;1/2}\Psi_\alpha(r_1,r_2,\ldots.)+\ldots+S_C^{\;1/2}\Psi_C(r_1,r_2,\ldots.)+\ldots$$

Двухцентровая модель среднего поля



Двухцентровая модель среднего поля

Модель содержит пять параметров, определяющих среднее поле

$\dfrac{\omega_{\rho 2}}{\omega_{\rho 1}}$: массовая асимметрия

$\dfrac{\omega_{zi}}{\omega_{\rho i}}$ $(i = 1{,}2)$: деформации фрагментов

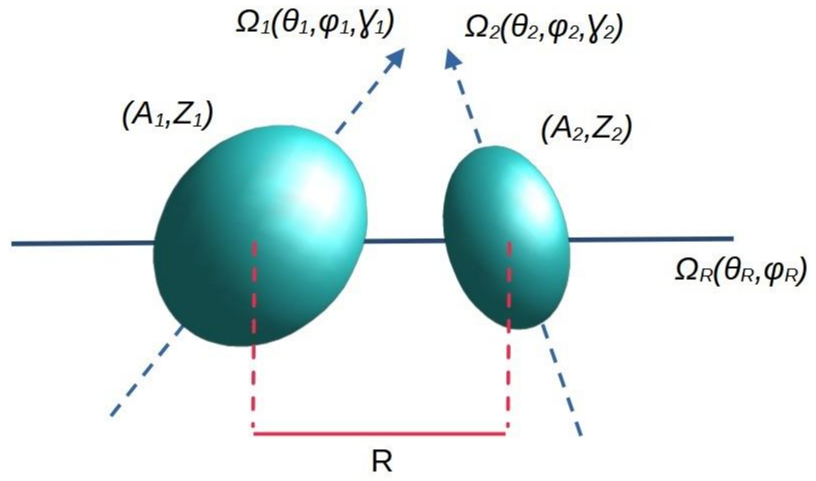
$z_2 - z_1$: расстояние между центрами фрагментов

$\dfrac{E_0}{E'}$: параметр шейки, позволяющий менять высоту барьера между фрагментами

$$\left(E' = \frac{1}{2} m_N \omega_{z1} z_1^2 = \frac{1}{2} m_N \omega_{z2} z_2^2 \right)$$

Кластерная модель ДЯС

Волновая функция ядра представляется как суперпозиция компонент, отвечающих различным двойным ядерным системам ***$(A_1,Z_1)+(A_2,Z_2)$***, включая компоненту моноядра ***$(A_1=A,\ Z_1=Z)+(A_2=0,\ Z_2=0)$***.



Массовая асимметрия: $$\xi = \frac{2A_2}{A_1 + A_2}$$

Зарядовая асимметрия: $$\xi_Z = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Для описания динамики такой системы необходимо учесть:

- *относительное движение фрагментов;*
- *вращение фрагментов;*
- *внутренние возбуждения фрагментов;*
- *обмен нуклонами между фрагментами.*

Кластерная модель ДЯС

Гамильтониан модели ДЯС можно записать как:

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2B(\xi_0)}\frac{1}{\mu^{3/2}(\xi)}\frac{\partial}{\partial\xi}\mu^{3/2}(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi} - \frac{\hbar^2}{2\mu(\xi)}\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}R^2\frac{\partial}{\partial R}$$

$$+\frac{\hbar^2}{2\mu(\xi)R^2}\hat{l}_0^2 + \frac{\hbar^2}{2}\sum_{n=1}^{2}\sum_{k=1}^{3}\frac{\hat{l}_{(n)k}^2}{I_k^{(n)}(\beta_n,\gamma_n)} + H_1^{(\mathrm{intr})} + H_2^{(\mathrm{intr})} + \mathrm{V}(\xi,Q_2^{(1)},Q_2^{(2)},\ldots)$$

Потенциальная энергия взаимодействия между кластерными степенями свободы и степенями свободы фрагментов:

$$\mathrm{V}(\xi,Q_2^{(1)},Q_2^{(2)},\ldots) = V_0(\xi) + V_{21}(\xi)(Q_2^{(1)}\cdot Y_2(\Omega_R)) + V_{22}(\xi)(Q_2^{(2)}\cdot Y_2(\Omega_R))$$

Потенциальная энергия двойной ядерной системы

$$U(R,\xi,\beta_2^{(1)},\beta_2^{(2)}) = B_1(\beta_2^{(1)}) + B_2(\beta_2^{(2)}) + V(R,\xi,\beta_2^{(1)},\beta_2^{(2)})$$

$B_1(\beta_2^{(1)}), B_2(\beta_2^{(2)})$ - энергии связи фрагментов

Ядро-ядерный потенциал:

$$V(R,\xi,\beta_2^{(1)},\beta_2^{(2)}) = V_{coul}(R,\xi,\beta_2^{(1)},\beta_2^{(2)}) + V_{nucl}(R,\xi,\beta_2^{(1)},\beta_2^{(2)})$$

Кулоновский потенциал:

$$V_{coul}(R,\xi,\beta_2^{(1)},\beta_2^{(2)}) = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{R} + \frac{3}{5}\frac{e^2 Z_1 Z_2}{R^3}\sum_{i=1,2} R_{0i}^2(\beta_2^{(i)} \cdot Y_2(\Omega_R)) + \ldots$$

Ядерное взаимодействие

Потенциал двойной свертки: (G. G. Adamian et al., IJMPE 5, 191 (1996).)

$$V_{nucl}(R,\xi,\beta_{2\mu}) = \int \rho_1(\mathrm{r}_1)\rho_2(\mathrm{R}-\mathrm{r}_2)F(\mathrm{r}_1-\mathrm{r}_2)\mathrm{dr}_1\mathrm{dr}_2,$$

с зависящими от плотности силами (силы Мигдала):
A. B. Migdal, Theory of finite Fermi Systems... (Nauka, Moscow, 1982).

$$F(\mathrm{r}_1-\mathrm{r}_2) = C_0\left(F_{in}\frac{\rho_0(\mathrm{r}_1)}{\rho_{00}} + F_{ex}\left(1-\frac{\rho_0(\mathrm{r}_1)}{\rho_{00}}\right)\right)\delta(\mathrm{r}_1-\mathrm{r}_2),$$

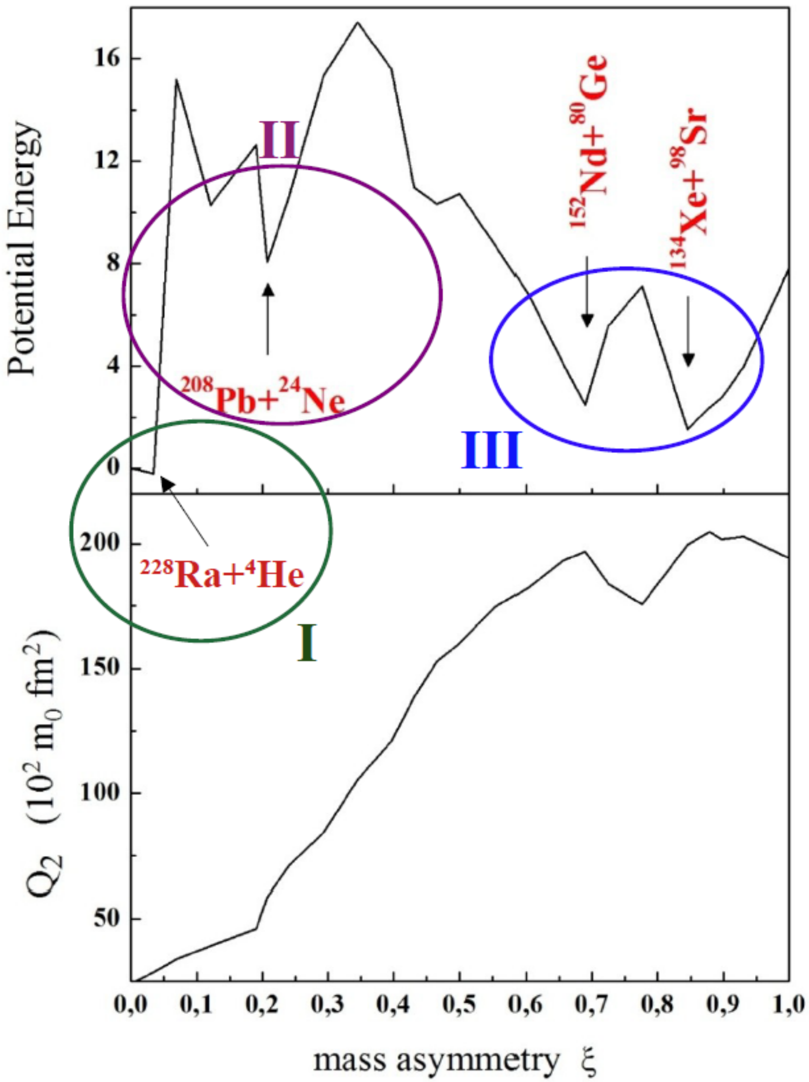
$F_{in,ex} = (f_{in,ex} + f'_{in,ex}\tau_{\mathbf{1}}\cdot\tau_{\mathbf{2}}) + (g_{in,ex} + g'_{in,ex}\tau_{\mathbf{1}}\cdot\tau_{\mathbf{2}})\sigma_{\mathbf{1}}\cdot\sigma_{\mathbf{2}}$

$C_0 = 300\ \mathrm{MeV\ fm}^3,\ f_{in,ex} = 0.09(-2.59),\ f'_{in,ex} = 0.42(0.54)$

$$\rho_0(\mathrm{r}) = \rho_1(\mathrm{r}) + \rho_2(\mathrm{r}).$$

Плотности взяты в виде распределения Ферми.

Потенциальная энергия для ^{232}U как функция массовой асимметрии.



$$V(\xi) = B_1(\xi) + B_2(\xi) + V_N(R,\xi) + V_C(R,\xi)$$

I: свойства основного состояния, α-распад

II: СД-состояния, Кластерный распад

III: ГД-состояния, деление

деформации ядер взяты из ***S.Raman et al., At. Data and Nuclear Data tables, Vol. 78, 2001***

Гамильтониан ДЯС

При описании низкоэнергетических возбуждений вблизи основного состояния четно-четных ядер модель можно упростить, т.к. основной вклад в волновую функцию дают компоненты моноядра и α-ДЯС.

---- *Легкий фрагмент можно взять сферическим в основном состоянии с Z=N.*

---- *Для тяжелого фрагмента учитываем только возбуждения, связанные с коллективными квадрупольными колебаниями и вращением.*

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2B(\xi_0)}\frac{1}{\mu(\xi)}\frac{\partial}{\partial\xi}\mu(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}$$

$$+\frac{\hbar^2}{2\mu(\xi)R^2}\hat{l}_0^2+\frac{\hbar^2}{2}\sum_{k=1}^{3}\frac{\hat{l}_k^2}{I_k(\beta,\gamma)} \qquad \left(\equiv \hat{T}_{rot}\right)$$

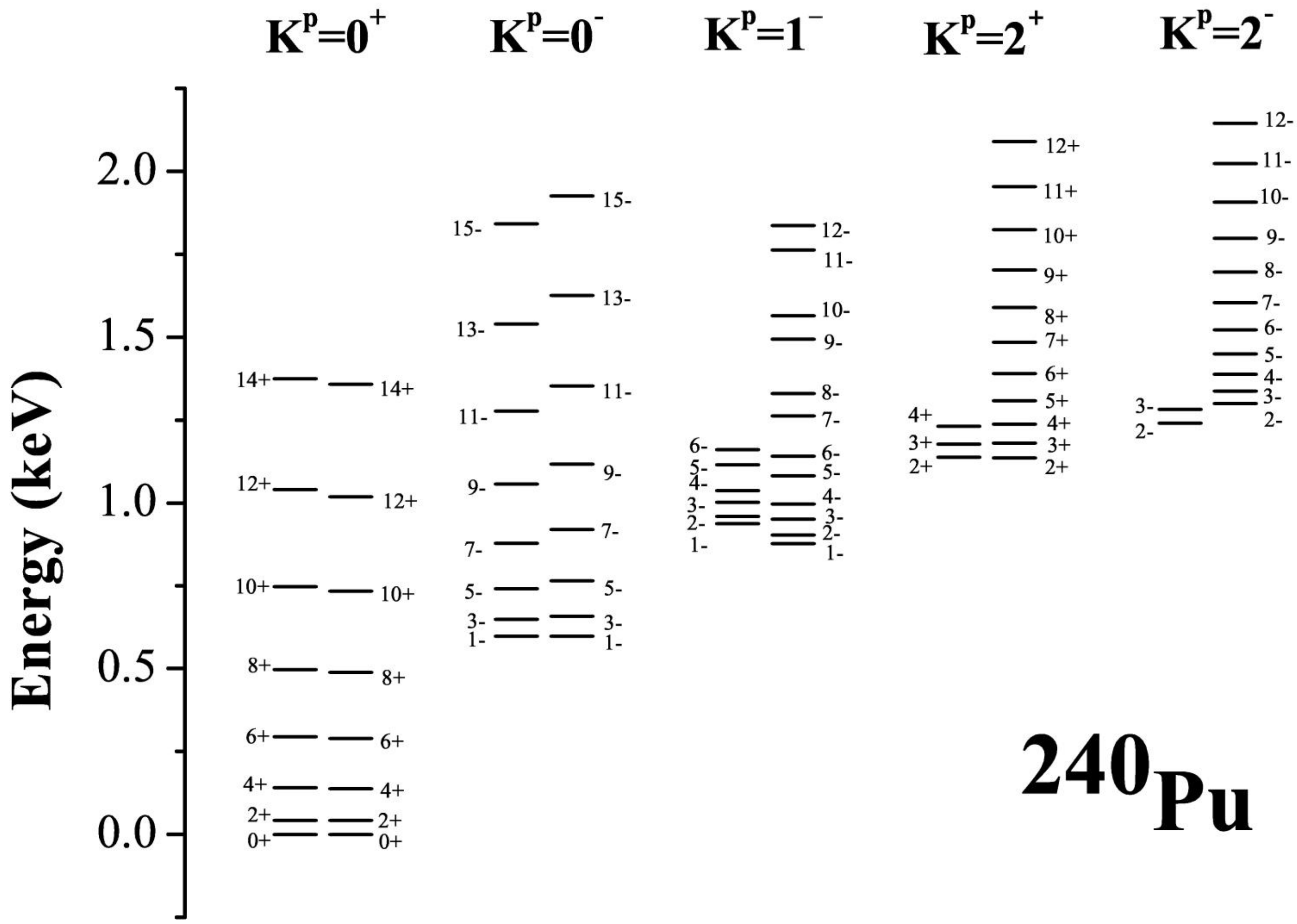
$$-\frac{\hbar^2}{2}\frac{1}{D_n(\xi_0)}\left(\frac{1}{\beta^4}\frac{\partial}{\partial\beta}\beta^4\frac{\partial}{\partial\beta}+\frac{1}{\beta^2}\frac{1}{\sin 3\gamma}\frac{\partial}{\partial\gamma}\sin 3\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}\right)$$

$$\left(\equiv \hat{T}_{\mathrm{int}\,r}\right)$$

$$V(\xi) = V_0(\xi) + V_{\mathrm{int}}(\xi)\left(\beta_2 \cdot Y_2(\Omega_R)\right)$$

Спектр возбуждений ^{240}Pu

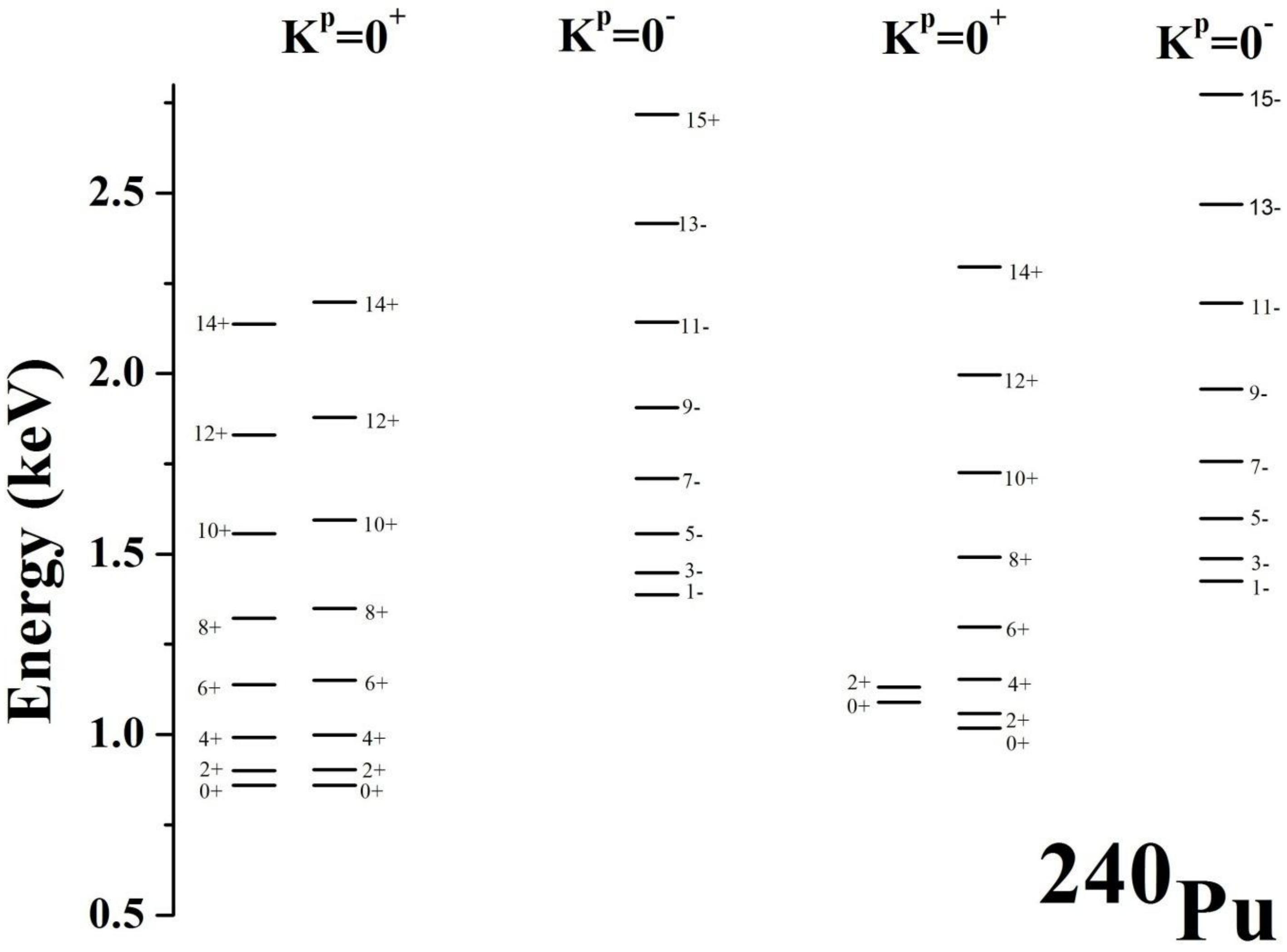
(эксп. данные: http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/)



T. M. Shneidman et al., ***PRC92, 034302 (2015)***

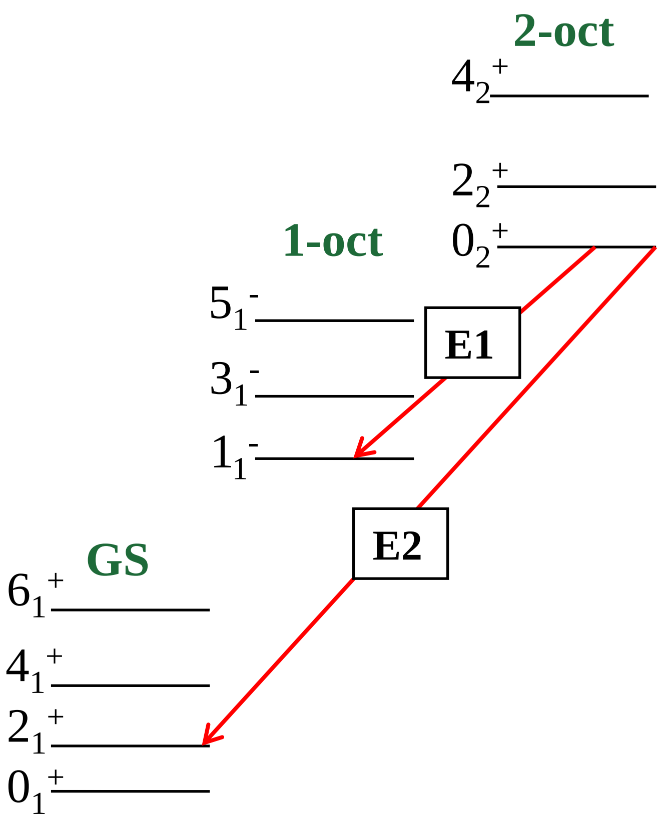
Спектр возбуждений ^{240}Pu - продолжение

(эксп. данные: http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/)



T. M. Shneidman et al., ***PRC92, 034302 (2015)***

Электромагнитные переходы из состояний, построенных на возбужденном 0^+ уровне ^{240}Pu.

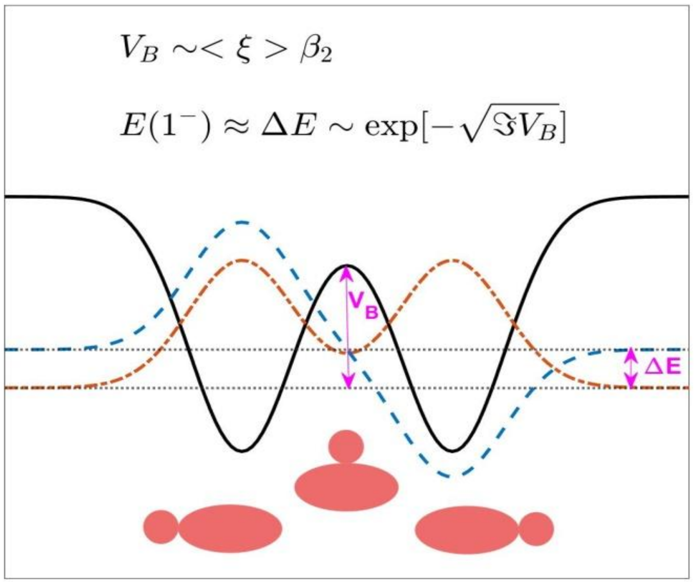


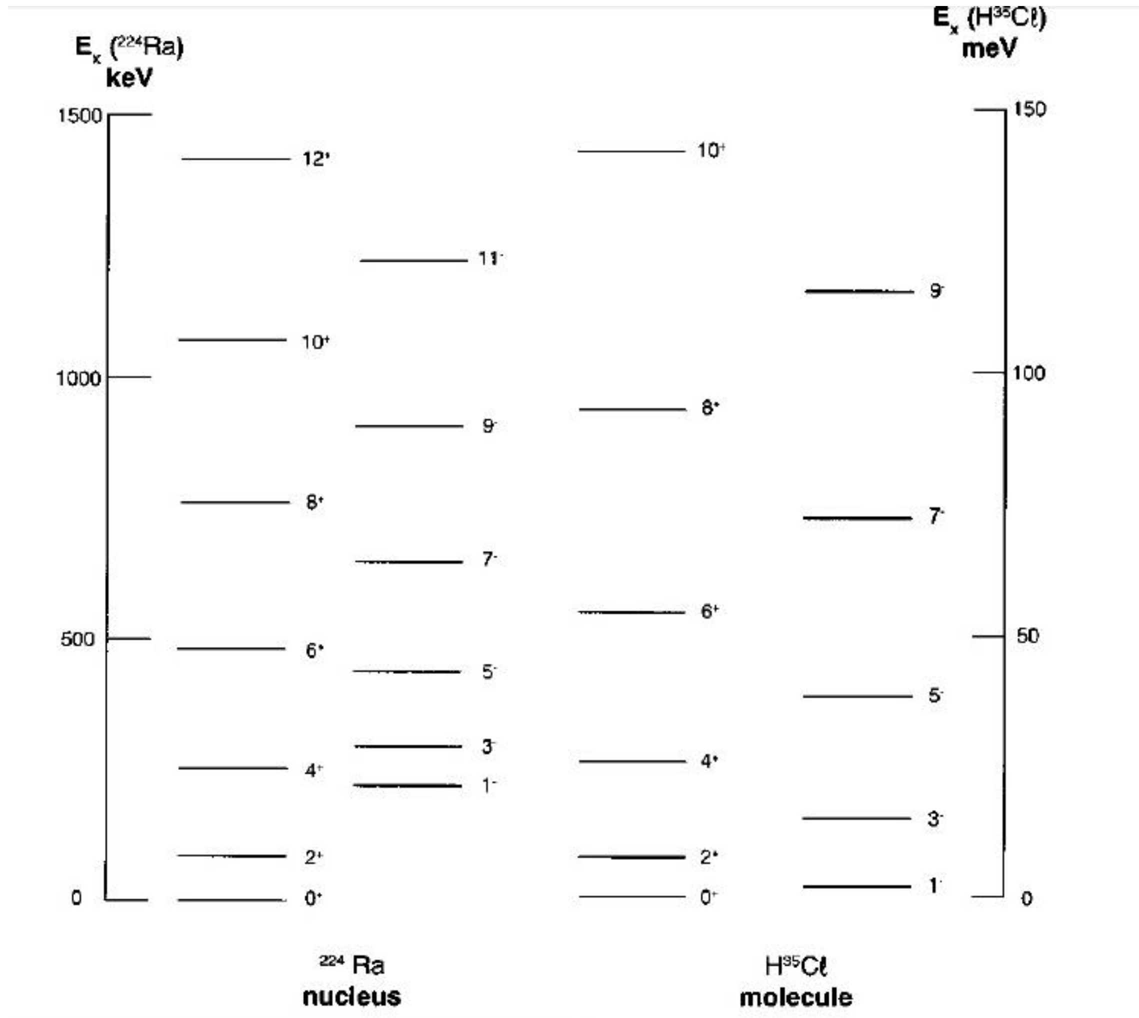
Экспериментальные отношения R_{exp} = B (E1)/B(E2) в сравнении с рассчитанными в модели ДЯС.

I_i^π	$I^\pi_{f,E1}$	$I^\pi_{f,E2}$	R_{exp} $(10^{-6}\ \mathrm{fm}^{-2})$	R_{DNS} $(10^{-6}\ \mathrm{fm}^{-2})$
0_2^+	1_1^-	2_1^+	13.7(3)	19.17
2_2^+	1_1^-	0_1^+	99(15)	99.95
2_2^+	1_1^-	2_1^+	26(2)	39.15
2_2^+	1_1^-	4_1^+	5.9(3)	8.57
2_2^+	3_1^-	0_1^+	149(22)	165.60
2_2^+	3_1^-	2_1^+	39(2)	64.9
2_2^+	3_1^-	4_1^+	8.9(5)	14.2
4_2^+	3_1^-	6_1^+	4.4(11)	6.9
4_2^+	5_1^-	6_1^+	4.7(13)	10.59

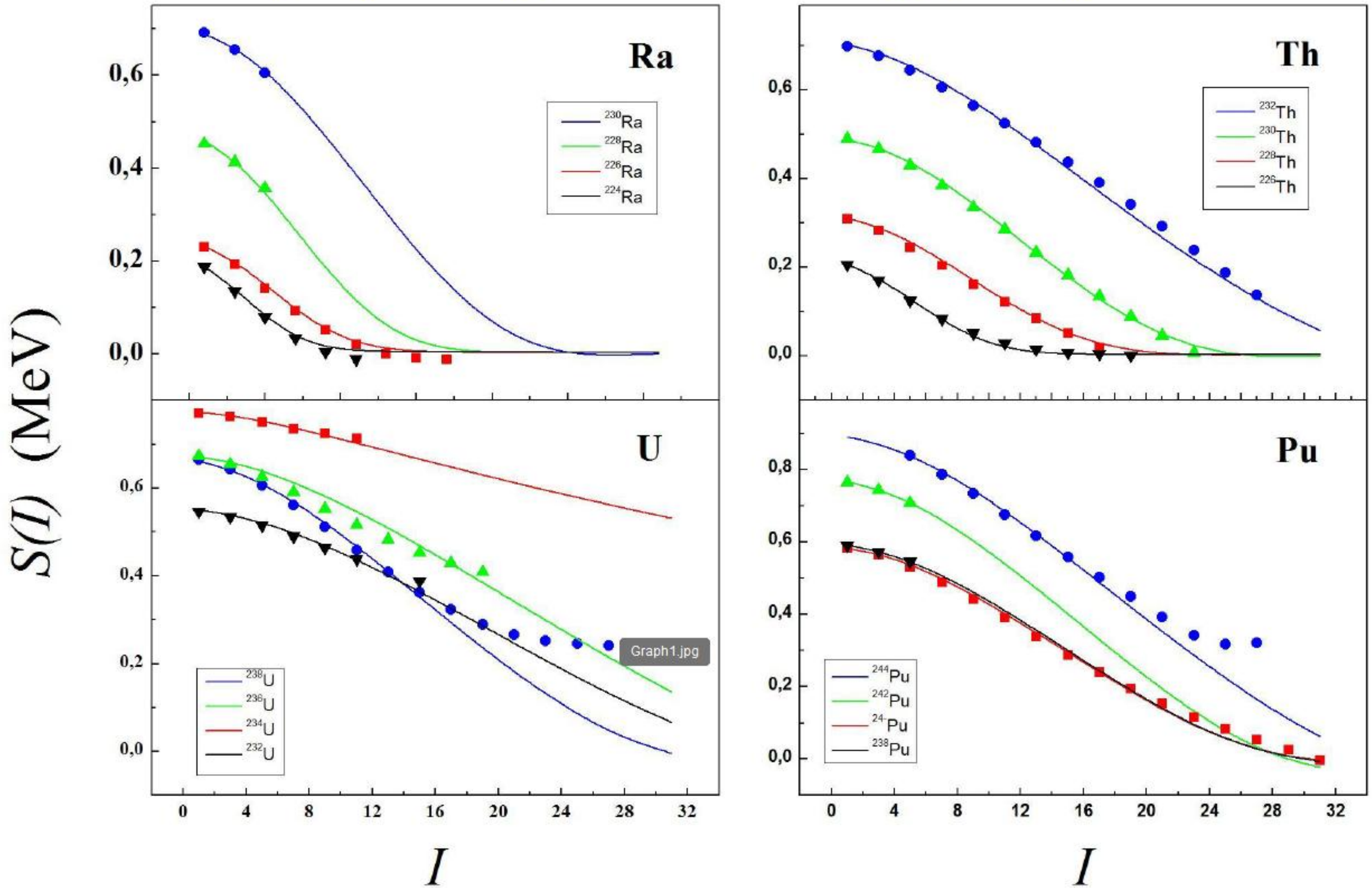
M. Spieker et al., ***Phys.Rev. C 97, 064319 (2018)***

Расщепление по четности





Parity splitting in alternating parity bands



$$S(I^-) = E(I^-) - \frac{(I+1)E^+_{(I-1)} + IE^+_{(I+1)}}{2I+1}$$

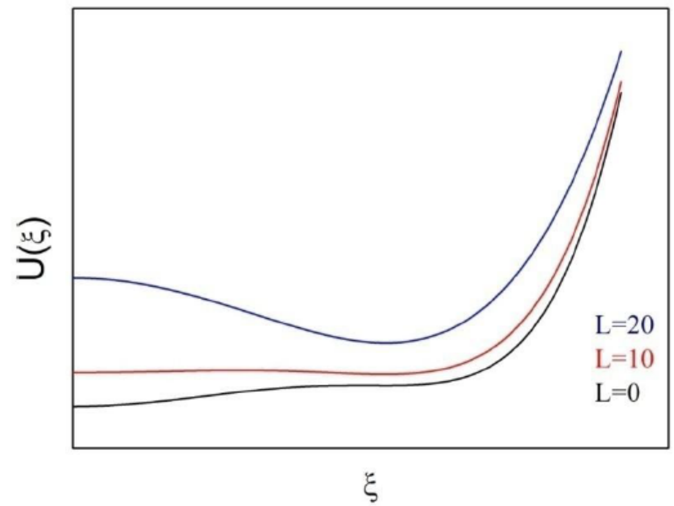
EPJ WC 107, 03009, (2016)

Angular Momentum Dependence of the Parity Splitting

Assumption for wave function

$$\Psi_{LM}(\xi,\Omega_h,\Omega_R)=\Phi(\xi,L)g_{LM}(\xi_0,\Omega_h,\Omega_R)$$

where ξ_0 is the average mass asymmetry.



Hamiltonian in mass asymmetry

$$H(\xi,L)=-\frac{\hbar^2}{2B}\frac{1}{\xi^{3/2}}\frac{\partial}{\partial\xi}\xi^{3/2}\frac{\partial}{\partial\xi}+U_0(\xi)+\frac{\hbar^2 L(L+1)}{2J(\xi)}$$

$\xi=0;$

$$U(\xi,L)=U(\xi,L=0)+\frac{\hbar^2}{2}\frac{L(L+1)}{J_h}$$

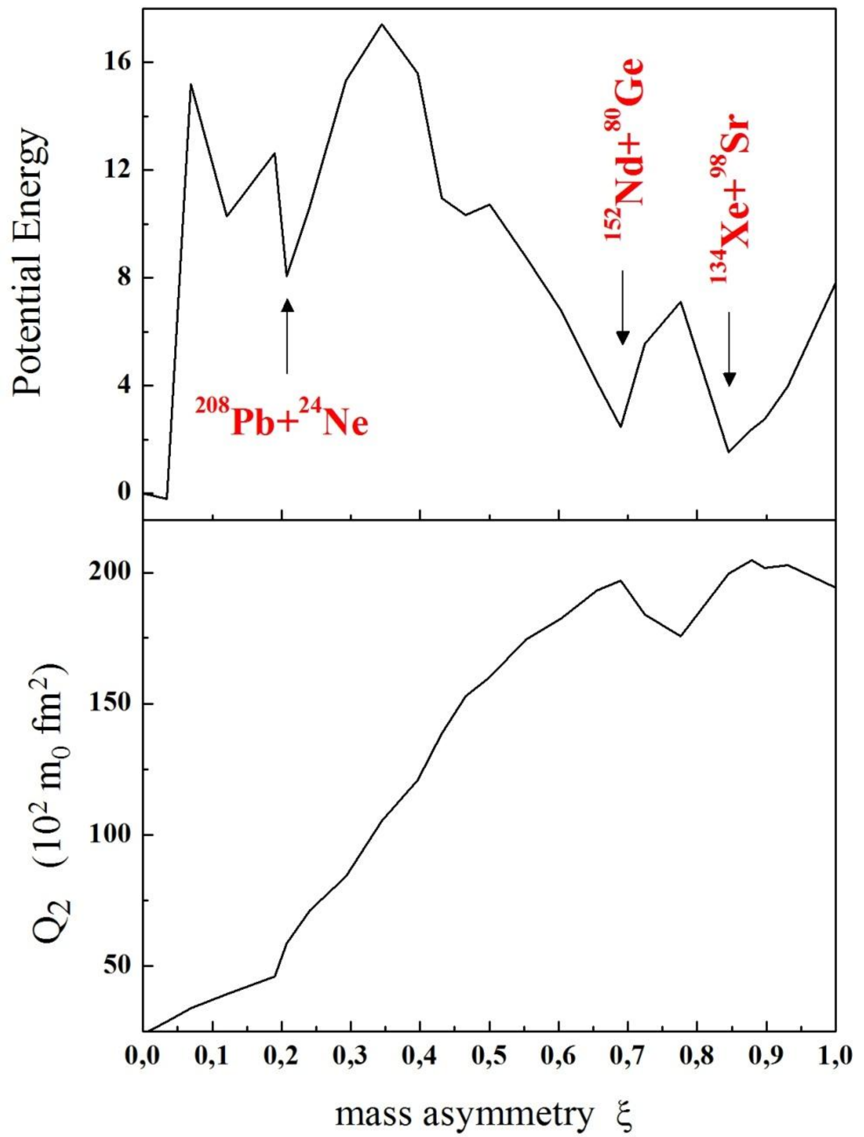
$\xi=1;$

$$U(\xi,L)=U(\xi,L=0)+\frac{\hbar^2}{2}\frac{L(L+1)}{J_{tot}}$$

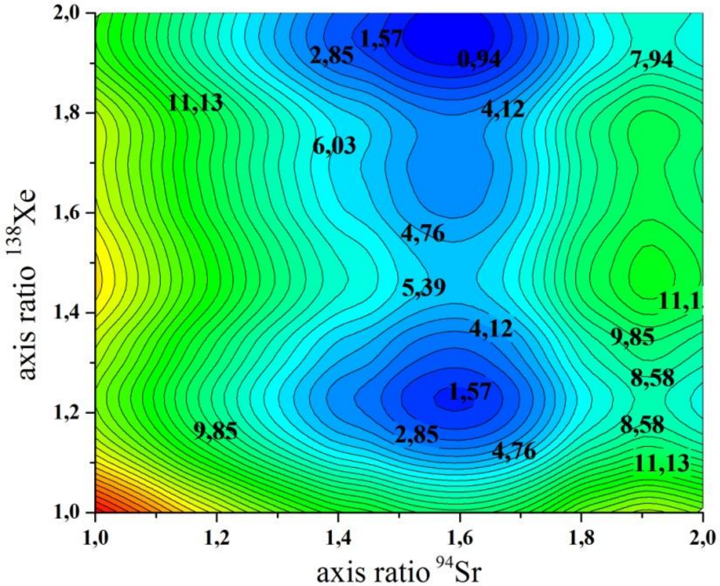
$$\boxed{J_{tot}>J_h}$$

As a result average mass asymmetry ξ_0 increases with angular momentum.

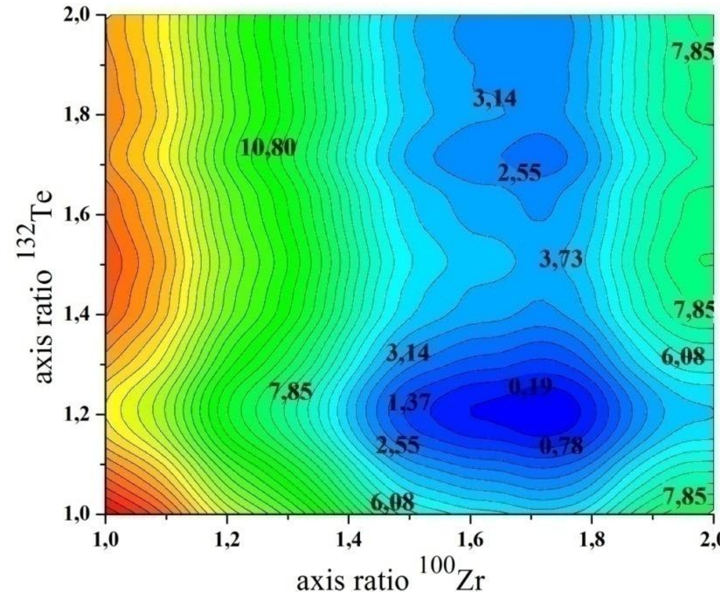
Гипердеформированные (ГД) состояния



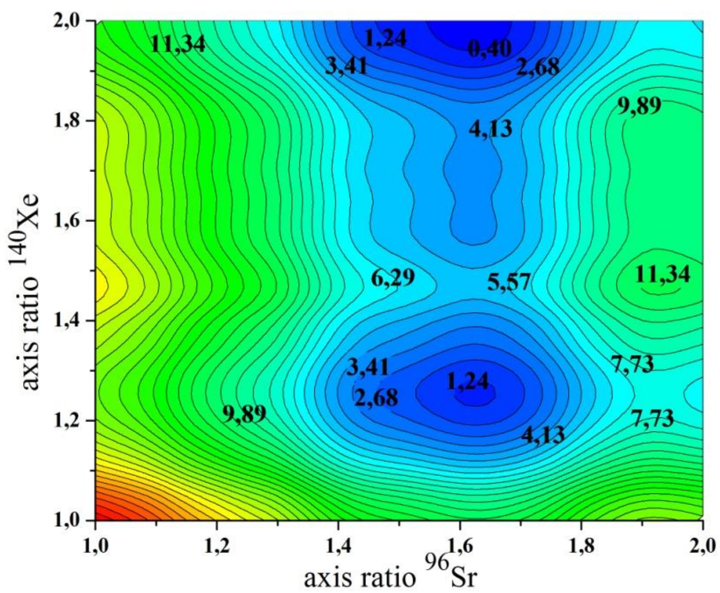
$^{232}U \rightarrow {}^{94}Sr + {}^{138}Xe$



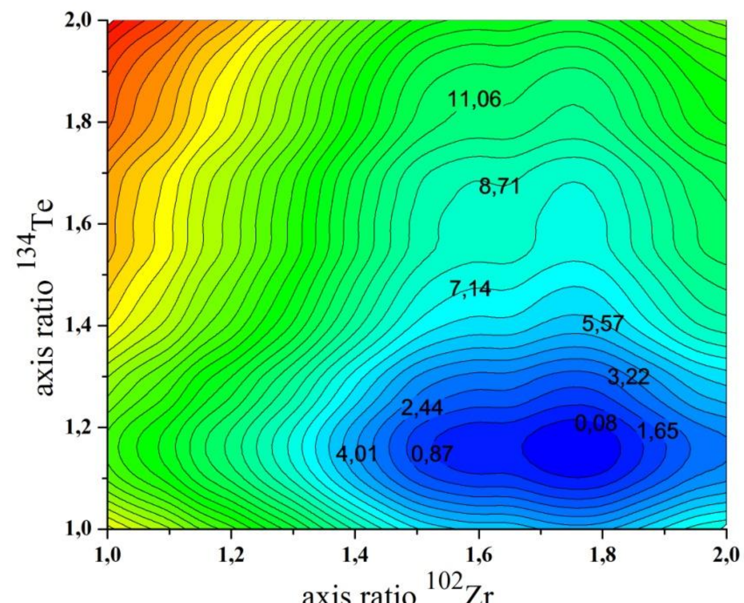
$^{232}U \rightarrow {}^{100}Zr + {}^{132}Te$



$^{236}U \rightarrow {}^{96}Sr + {}^{134}Te$



$^{236}U \rightarrow {}^{102}Zr + {}^{134}Te$



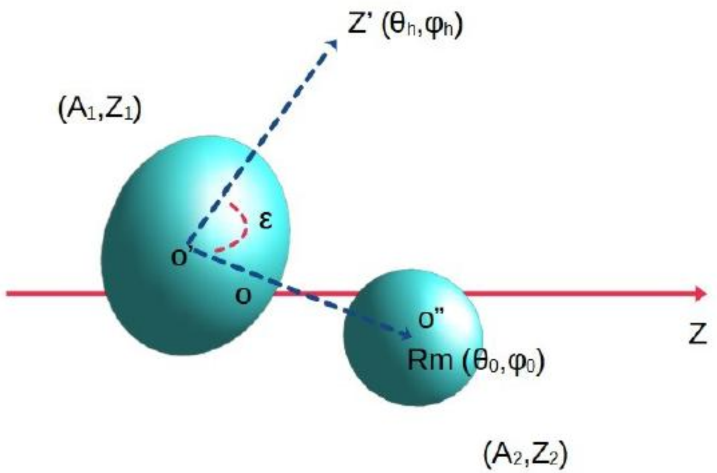
Characteristics of HD minima in U isotopes

Nucleus	^{232}U	^{234}U	^{236}U	^{238}U
DNS	^{94}Sr+^{138}Xe	^{96}Sr+^{138}Xe	^{96}Sr+^{140}Xe	^{98}Sr+^{140}Xe
Energy (MeV)	3.06	2.6 (3.1±0.4)	2.81 (2.7±0.4)	3.49
Rot. Const. (keV)	1.825 (1.96±0.11)	1.772 (2.1±0.2)	1.751 (2.4±0.4)	1.697
Q_2 (10^2 e fm^2)	92.37	93.021	93.466	96.772
Q_3 (10^3 e fm^3)	29.96	28.48	29.92	27.84

Exp: *L. Csige et al., Journal of Physics: Conference Series* ***312*** *(2011) 092022;*
A. Krasznahorkay et. al, AIP Conf. Proc. 819, 439 (2006) .

Calc. *T.M. Shneidman et al., J.Phys.:CS* ***366, 012046 (2012)***

Спектр возбуждения угловых колебаний в двойных ядерных системах



$$H = H_{\rm rot} + H_{\rm bend} + V_{\rm int},$$

$$H_{\rm rot} = \frac{\hbar^2}{2\mu R_{\rm m}^2}(L^2 - 2L_3'),$$

$$H_{\rm bend} = \frac{\hbar^2}{2\Im_b}\frac{1}{\epsilon}\frac{\partial}{\partial\epsilon}\epsilon\frac{\partial}{\partial\epsilon} + \frac{\hbar^2}{2\Im_b\epsilon^2}L_3'^2 + \frac{C}{2}\epsilon^2,$$

$$V_{\rm int} = \frac{\hbar^2}{2\mu R_{\rm m}^2}\left[\frac{1}{\epsilon}(L_1'L_3' + L_3'L_1') + 2iL_2'\frac{1}{\sqrt{\epsilon}}\frac{\partial}{\partial\epsilon}\sqrt{\epsilon}\right]$$

(

Базисные состояния

$$\Psi_{n,L,M,K} = \left[D^L_{M,K}(\theta_1,\theta_2,\theta_3) + \pi(-1)^{L+K}D^L_{M,-K}(\theta_1,\theta_2,\theta_3)\right]L_{n,|K|}\left(\frac{\epsilon^2}{\epsilon_0^2}\right)$$

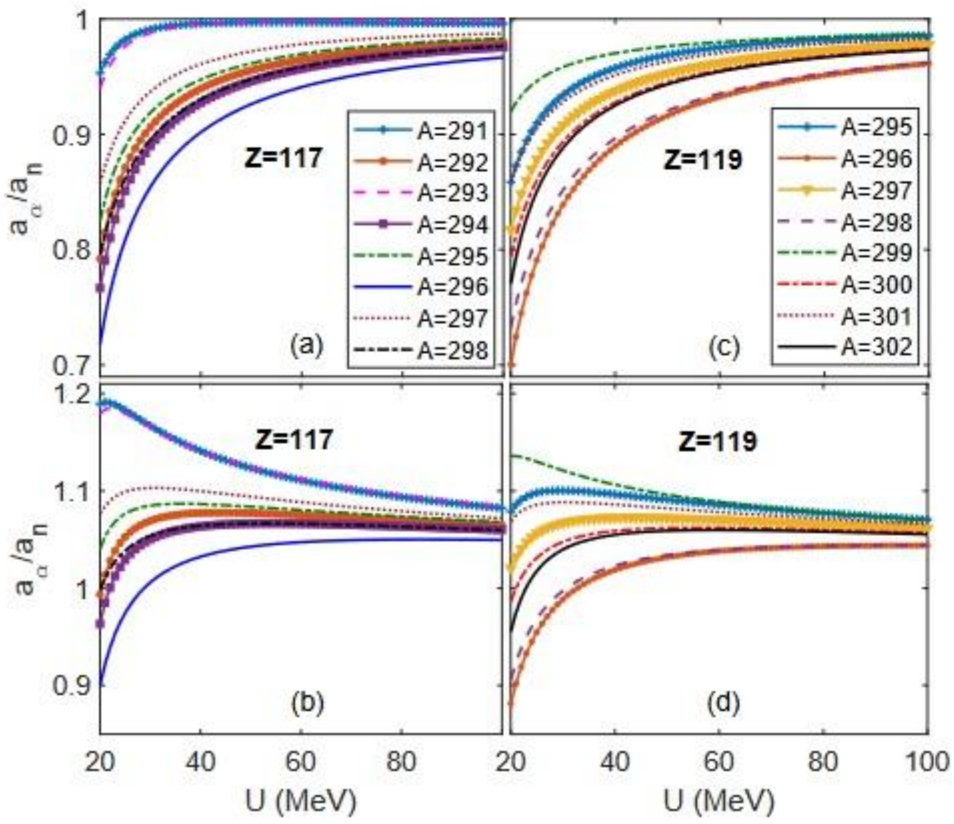
$$E_{L,M,K,n} = \frac{\hbar^2}{2\mu R_m^2}\left[L(L+1) - 2K^2\right] + \frac{\hbar^2}{\Im_b\epsilon_0^2}(2n + |K| + 1)$$

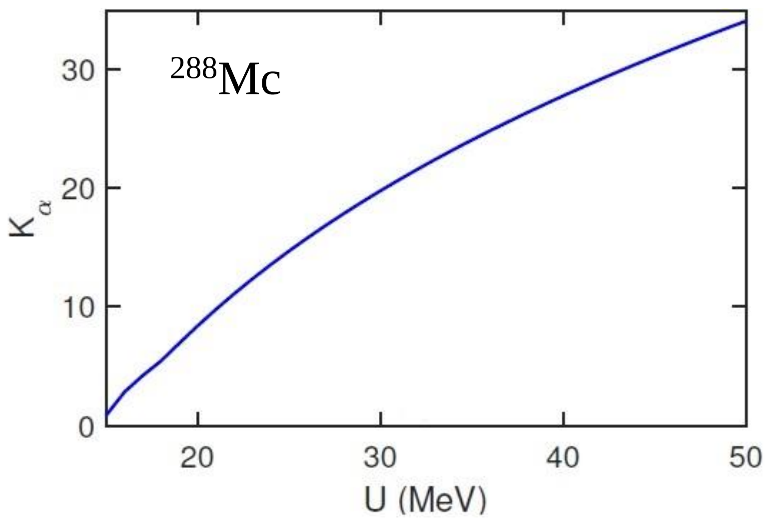
Энергетический спектр

$$E_{LMK} = \frac{\hbar^2}{2\mu R_m^2 + \Im_h}\left[L(L+1) - 2K^2\right] + \frac{\hbar^2}{\Im_b\epsilon_0^2}(2n + |K| + 1)$$

Влияние коллективного усиления на канал эмиссии α-частиц

$$\rho_{tot} = \sum_c \rho_i(U - U_c)\tau_c(U_c) \approx \rho_i(U) \underbrace{\sum_c \exp\left[-\frac{U_c}{T}\right]\tau_c(U_c)}_{K_{coll}}$$





Phys. Rev. C, **101**, 54315 (2020)
103, 034309 (2021)
105, 044328 (2022)