

Дубна, Февраль-2024

ИСТОРИЯ БОЗОННЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ ОТ С.Беляева,
В.Зелевинского, Б.Соренсена до МВБ В ВАРИАНТЕ Р.Джолоса.
СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОДХОДА
А. Д. Ефимов

Государственный университет морского и речного флота имени адмирала
С.О. Макарова.;
ФТИ им. А.Ф.Иоффе, Санкт-Петербург. E-mail: efimov98@mail.ru

14 февраля 2024 г.

ИСХОДНЫЕ МОДЕЛИ

Исходное представление ядра как жидкой капли, обладающей динамической, а для ротационных ядер и статической деформацией. Так как низкоэнергетическая коллективность определяется квадрупольными модами, то для ее описания использовалась геометрическая модель Бора-Моттельсона с пятью переменными квадрупольной деформации [1953]. Давыдов расширил модель за счет учета неаксиальности [1958]. Это феноменология. Микроскопическое обоснование такой вид моделей стал благодаря вычисления оболочечной поправки Струтинского [1966] и вычисления моментов инерции по Инглису [1955]. Отдельно стоит самосогласованная кренкинг-модель. Она наиболее разработана, но применима исключительно для хорошо деформированных ядер.

Бозонные разложения

Работы Беляева и Зелевинского [1962-1964] — ставилось условие равенства коммутаторов фермионных пар с одной стороны и соответствующих бозонных рядов с другой. На этом построена серия работ Соренсена [1966-1973]. И обозначена главная цель бозонных разложений, это на основе микроскопического подхода осуществить переход от фермионного пространства к бозонному, существенно упростив задачу многих тел, но при этом успешно описав свойства низколежащих коллективных состояний.

Бозонные разложения

В принципе, каждую двухквaziчастичную пару можно раскладывать по большому числу идеальных бозонов. Однако в реалистических расчетах нам нужны коллективные бозоны. Поэтому удобно стартовать с коллективных фермионных пар

$$B_{\mu}^{+} = \sum_{12} \psi(\mu 12) a_1^{+} a_2^{+}; \quad A_{\mu\nu}^{+} = \sum_{123} \psi(\mu 13) \psi(\nu 23) a_1^{+} a_2, \quad (1)$$

где индексы '1, 2, 3' означают все рассматриваемые одночастичные состояния, греческие индексы различают рассматриваемые фононы, включая проекцию момента. Соответственно через эти фононы можно представить квазичастичный гамильтониан. Если фононные операторы (1) отображать на идеальные b_{μ} -бозоны, удовлетворяющие точно соответствующим коммутационным соотношениям, то в соответствии со способом

Бозонные разложения

$$\begin{aligned} B_{\mu}^{+} &\rightarrow \sum_{\alpha} x_{\mu\alpha}^{(1)} b_{\alpha}^{+} + \sum_{\alpha\beta\gamma} x_{\mu\alpha\beta\gamma}^{(3)} b_{\alpha}^{+} b_{\beta}^{+} b_{\gamma}^{+} + \dots, \\ A_{\mu\nu}^{+} &\rightarrow y^{(0)} \delta_{J,0} + \sum_{\alpha\beta} y_{\mu\nu\alpha\beta}^{(2)} b_{\alpha}^{+} b_{\beta}^{+} + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Коэффициенты $x^{(i)}$, $y^{(i)}$ определяются из условия, что коммутационные соотношения фоновых операторов (1) в предположении замкнутости их алгебры и соответствующих коммутаторов правых частей в (2) являются одинаковыми. Это дает цепочку зацепляющихся нелинейных уравнений для коэффициентов разложения x , y , которые начинаются с $y^{(0)}$, через который определяются все необходимые коэффициенты в разложении (2). В случае только одного бозона, например, d^{+} ,

$$\begin{aligned} x^{(1)} &= \sqrt{2 - 2y^{(0)}}, \\ y^{(2)} &= -(x^{(3)2} + 2x^{(1)}x^{(3)}), \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Бозонные разложения

Учитываемое число членов разложения в (2) определяется числом членов бозонного гамильтониана, который получается из отображения квазичастичного гамильтониана на бозоны. Причем число членов в используемом разложении необходимо удерживать до того порядка, чтобы в бозонном гамильтониане число бозонных операторов в каждом члене гамильтониана не превосходило заданного числа. В работах Соренсена этот порядок равен четырем (порядок разложения)

$$H = w^{20}d^+d^+ + w^{21}d^+d + w^{30}d^+d^+d^+ + w^{31}d^+d^+d + w^{40}d^+d^+d^+d^+ + w^{41}d^+d^+d^+d + w^{42}d^+d^+dd + \text{H.c.} \quad (4)$$

В МВБ1 используются члены, подобные тем, что стоят при параметрах w^{20} , w^{21} , w^{31} , w^{42} и этих членов с учетом возможных угловых пересвязок оказывается равно шести.

Бозонные разложения

Более детальное исследование, основанное на том же методе было проведено в работах Кишимото и Тамура [1971-1980]. В дополнение к спаривательному и квадрупольному взаимодействию они использовали квадрупольное спаривание и расширили гамильтониан до шестого порядка в коллективной ветви d -бозонов. Была достигнута возможность проводить вычисления до 30 бозонов и для спинов до $I = 8^+$. Для этого произведена классификация базисных функций с использованием квантовых чисел с помощью неприводимого представления групп $SU(5) \subset R(5) \subset R(3)$, то есть используя вибрационный базис. Полнота базиса позволяла с помощью диагонализации соответствующего гамильтониана воспроизводить не только вибрационный характер спектра, но также переходный и ротационный.

Бозонные разложения

Принципиальным для этих работ был учет связи коллективных и неколлективных фононов с целью рассмотрения влияния последних на первые, т.е. поляризационные эффекты. При этом в компонентах волновой функции, содержащих неколлективные фононы, рассматривался только один — квадрупольного типа 2^+ . Было выявлено, что учет связи коллективных и неколлективных мод критично необходим для получения количественного описания спектра.

Конечные бозонные разложения, МВБ=МВБ1

Следующий этап в теоретическом описании коллективных квадрупольных возбуждений на основе бозонного представления парных фермионных операторов был дан в серии работ Джолоса, Янссена, Дэнау [1974-1975].

В качестве первого приближения реализацию конечных бозонных представлений фермионных операторов, когда от операторов квазичастиц переходят к бинарным фермионным операторам $\hat{q}_{I\mu}$, $\hat{p}_{I\mu}$, где $q \sim a^+ a^+ + aa$, $p \sim a^+ a^+ - aa$ с тем условием их нормировки, что постоянная в коммутаторе $[\hat{q}_k, \hat{p}_l] = i\delta_{k,l}$. В приближении КМСФ операторной частью в этом коммутаторе, пропорциональной $a^+ a$ пренебрегают. В этом случае операторы \hat{q} и \hat{p} удовлетворяют коммутационным соотношениям, характерным для операторов координаты и импульса. Поэтому они могут быть названы обобщенными координатами и импульсами.

Конечные бозонные разложения, МВБ=МВБ1

Обобщенные координаты и импульсы, а также их коммутаторы образуют замкнутую алгебру. Если ограничиться нижней квадрупольной модой возбуждения ($\hat{q}_\mu = \hat{q}_\mu^{(2)}$, $\hat{p}_\mu = \hat{p}_\mu^{(2)}$), то наборы операторов не становятся эквивалентными. При данном ограничении конечность разложения достигается, если операторы \hat{q}_μ , \hat{p}_μ и их коммутаторы образуют замкнутую группу. От обобщенных координат и импульсов можно перейти к операторам рождения и уничтожения квадрупольных фононов D_μ^+ , D_μ , которые имеют квазичастичную структуру либо типа МСФ (Метода Случайной Фазы)

$$\begin{aligned} D_\mu^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{1,2;\tau=n,p} [\psi_{12} a_1^+ a_2^+ + \varphi_{12} a_2 a_1] (j_1 j_2 m_1 m_2 | 2\mu)_\tau \quad (5) \\ &= \frac{1}{\sqrt{8}} \sum_{1,2;\tau=n,p;\eta=0;1} z_{12}^{(\eta)} [a_1^+ a_2^+ + (-1)^\eta a_2 a_1] (j_1 j_2 m_1 m_2 | 2\mu)_\tau; \end{aligned}$$

В соответствии с работой Джолоса переходя от обобщенных координат и импульсов к фоновым операторам D_μ^+ , D_μ , $[D_{\mu 1}, D_{\mu 2}^+]$, числом тридцать пять элементов, реализуется замкнутая $SU(6)$ -алгебра, если выполняется условие

$$[[D_{\mu 1}, D_{\mu 2}^+], D_{\mu 3}^+] = -\frac{1}{\Omega}(\delta_{\mu 1, \mu 2} D_{\mu 3}^+ + \delta_{\mu 1, \mu 3} D_{\mu 2}^+), \quad (6)$$

которое позволяет найти выражение для Ω , и как оказывается, оно соответствует максимальному числу квадрупольных бозонов. Чтобы убедиться в этом, запишем соотношение

$$\frac{1}{5} \sum_{\mu} [[D_{\mu}, D_{\mu}^+], D_{\mu 1}^+] = -\frac{6}{5\Omega} D_{\mu 1}^+. \quad (7)$$

Конечные бозонные разложения, МВБ=МВБ1

Вычисляя от него еще один коммутатор и усредняя его по квазичастичному вакууму, чтобы отсечь оставшиеся операторы $a^+ a$, получаем

$$\frac{1}{5} \sum_{\mu} \text{q.p.} \langle | [D_{\mu 1}, [[D_{\mu}, D_{\mu}^+], D_{\mu 1}^+]] | \rangle_{\text{q.p.}} = -\frac{6}{5\Omega}. \quad (8)$$

Теперь, если от D -фононов перейти к d -бозонам по правилу соответствия

$$D_{\mu}^+ \longrightarrow d_{\mu}^+ \sqrt{1 - \frac{\hat{n}_d}{\Omega}} = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} d_{\mu}^+ \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} d_{\mu}^+ s, \quad (9)$$

с использованием либо квадратных корней, либо скалярных s -бозонов, получается тот же самый результат, а именно

$$\frac{1}{5\Omega^2} \sum_{\mu} \left[s^+ d_{\mu 1}, \left[[s^+ d_{\mu}, d_{\mu}^+ s], d_{\mu 1}^+ s \right] \right] = -\frac{6}{5\Omega^2} (-d_{\mu 1}^+ d_{\mu 1} + s^+ s). \quad (10)$$

Конечные бозонные разложения, МВБ=МВБ1

Если получившийся оператор усреднять по состояниям с $n_d = 0$, а число s -бозонов тогда будет равно максимальному числу квадрупольных, т.е. величине Ω в (9). Этим самым доказываем, что величины Ω в соотношениях (6), (7) и (9) совпадают и соответствуют максимально допустимому числу квадрупольных бозонов.

Т.о., правило соответствия фононных и идеальных квадрупольных бозонов d_μ^+ , d_μ получается из того, что операторы

$$d_\mu^+ \sqrt{1 - \hat{n}_d/\Omega}, \sqrt{1 - \hat{n}_d/\Omega} d_\mu, d_{\mu 1}^+ d_{\mu 2}$$

образуют ту же алгебру и с тем же условием ее замыкания.

Если ограничиться только d -бозонами, то $\hat{n}_d = \sum d_\mu^+ d_\mu$.

Для нахождения Ω необходимо вычислить цепочку коммутаторов.

РЕЗУЛЬТАТ

$$\frac{1}{\Omega} = \frac{5}{3} \sum_{123} \frac{1}{2j_2 + 1} z_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)} (z_{23}^{(1)2} + z_{23}^{(0)2}). \quad (11)$$

Корень $\sqrt{1 - \hat{n}_d/\Omega}$ можно понимать в виде ряда

$$D^+ \longrightarrow d^+ \left(1 - \frac{1}{2\Omega} \hat{n}_d - \frac{1}{8\Omega^2} \hat{n}_d^2 - \dots \right), \quad (12)$$

что до некоторой степени сближает данное разложение с тем разложением, которое использовалось в работах Соренсена и Кишимото – Тамуры и связать наличие корня с принципом Паули.

Конечные бозонные разложения, МВБ=МВБ1

Коллективный гамильтониан и оператор $E2$ -переходов с использованием монополярных бозонов и новых обозначений параметров, используемых нами, имеет вид

$$H_{\text{IBM}} = \varepsilon_d \hat{n}_d + k_1(d^+ \cdot d^+ s s + \text{H.c.}) + k_2 \left((d^+ d^+)^{(2)} \cdot ds + \text{H.c.} \right) + \frac{1}{2} \sum_L C_L (d^+ d^+)^{(L)} \cdot (dd)^{(L)}, \quad (13)$$

$$T_{\mu\text{IBM}}^{(E2)} = e^* (d^+ s + s^+ d + \chi_{E2} d^+ d)_{\mu}^{(2)}. \quad (14)$$

В работе Аримы и Якелло [1975-1979] МВБ рассматривалась как чисто феноменологическая модель. Главное внимание было уделено трем имеющим физическое значение цепочкам подгрупп $SU(6)$, выделенным тем, что на каждом этапе приведения сохраняется важная характеристика состояния, угловой момент I :

$$SU(6) \supset \begin{cases} SU(5) \supset SO(5) \supset SO(3) \\ SO(6) \supset SO(5) \supset SO(3) \\ SU(3) \supset SO(3) \end{cases} . \quad (15)$$

Конечные бозонные разложения, МВБ=МВБ1

Первая цепочка подгрупп - вибрационный предел МВБ строится из блоков

$$d_{\mu=2}^+$$

$$S_+ = \sum_{\mu} d_{\mu}^+ d_{\mu}^+$$

$$(d^+ d^+)_2 = \sqrt{\frac{7}{8}} (d^+ d^+)_{\mu=2}^{(2)}$$

$$\Delta_3^+ = \sqrt{\frac{7}{6}} [(d^+ d^+)^{(2)} d^+]_{\mu=3}^{(3)}$$

$$\Delta_0^+ = \sqrt{\frac{35}{72}} [(d^+ d^+)^{(2)} d^+]^{(0)}$$

Из них строится полный неортогональный набор базисных функций с определенными значениями синьорити ν (число квадрупольных бозонов, не связанных в нулевой момент) и угловой момент L

Конечные бозонные разложения, МВБ=МВБ1

$$|v, \omega, L \rangle =$$

$$(\Delta_3^+)^{\delta} \sum_m^{\omega} \sum_{n \geq m} a_n^{(m)} (d_2^+)^{\kappa_1 + 2n - 3m} (d^+ d^+)_2^{\kappa_2 - 2n + 3m} (\Delta_0^+)^{\omega - m} (S_+)^n |0 \rangle$$

$$\kappa_1 = L - v + 3\omega$$

$$\kappa_2 = (2v - L - 6\omega - 3\delta)/2$$

$$\delta = (1 - (-1)^L)/2$$

Коэффициенты $a_n^{(m)}$ находятся из уравнения

$$S_- |v, \omega, L \rangle = 0, \quad S_- = (S_+)^+$$

$$|n_d, v, \omega, L, M \rangle \sim (S_+)^{(n_d - v)/2} |v, \omega, L, M \rangle$$

Бозонные волновые функции SU(6) представимы в виде

$$|l\rangle = \sum_{n_d, v, \omega} \alpha_d(n_d, v, \omega, l) \frac{1}{\sqrt{(\Omega - n_d)!}} (s^+)^{\Omega - n_d} |n_d, v, \omega, l\rangle. \quad (16)$$

Бозонные параметры МВБ

При построении минимизируемого функционала используется модельный нуклонный гамильтониан, включающий среднее поле, монопольные и факторизованные квадрупольные частично-частичные и частично-дырочные силы. С помощью стандартного (u, v) – преобразования Боголюбова осуществляется переход от операторов частиц α_1 к операторам квазичастиц a_1 , $\alpha_1^+ = u_1 a_1^+ + v_1 a_{\bar{1}}$.

Заранее не предполагается, что $H_{20+02} = 0$, поэтому e_i , энергия квазичастиц, не сводится к стандартному выражению, т.е.

$e_i \neq \sqrt{(\epsilon_i - \lambda)^2 + \Delta^2}$. Связано это с тем, что в данной работе будут рассматриваться связанные системы уравнений как для амплитуд сверхтекучести u, v , так и амплитуд ψ, φ D -фонона. Величина ϵ_i является энергией одночастичного состояния в сферическом поле Вудса – Саксона, Δ – парная щель.

Таким образом, мы имеем три набора неизвестных величин: параметры преобразования Боголюбова (u , v), фононные амплитуды ψ , φ или $z^{(n)}$ и амплитуды $\{\alpha_D\}$, характеризующие фононный состав волновых функций $|I\rangle$. Все эти величины определяются посредством минимизации полной энергии каждого $|I\rangle$ – состояния при дополнительных условиях, которые формулируются ниже.

Параметры бозонного гамильтониана (13) будем получать с помощью процедуры Марумори [1981], когда, как говорилось ранее, сравниваются м.э. от квазичастичного гамильтониана по фононным функциям с м.э. от бозонного гамильтониана по бозонным функциям, рассматривая только минимальное число фононов и бозонов.

Бозонные параметры МВБ

Получаем выражения:

$$\varepsilon_d^{(0)} = \langle |[D_\mu, [h_{RPA}, D_\mu^+]]| \rangle; \quad (17)$$

$$2 \left(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} \right)^{(0)} =$$

$$\frac{1}{5} \sqrt{\frac{2}{N_0}} \sum_{\mu} \langle |[h_{RPA}, D_\mu^+], D_{\bar{\mu}}^+]| \rangle; \quad (18)$$

$$\left(k_2 \sqrt{\Omega - 1} \right)^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2N_2}}$$

$$\sum_{m1, m2} \langle |[[D_M, H_{20+02} + \hat{V}_{31+13}], D_{m1}^+], D_{m2}^+]| \rangle$$

$$\times (22m_1 m_2 | 2M), \quad (19)$$

$$C_L^{(0)} = \sum_{m1, m2, m3, m4} \frac{1}{N_L} \langle |[D_{m2}, [D_{m1}, [[h_{RPA}, D_{m3}^+], D_{m4}^+]]]| \rangle$$

$$\times (22m_1 m_2 | LM)(22m_3 m_4 | LM). \quad (20)$$

Бозонные параметры МВБ

В этих уравнениях оператор h_{RPA} есть квазичастичный гамильтониан МСФ, составленный из операторов,

$$h_{RPA} = H_{11} + \hat{V}_{22} + \hat{V}_{40+04},$$

\aleph_L – нормировка двухфононного состояния

Минимизируемый функционал

$$\Phi = (I|H(\varepsilon^{(0)}, k_1^{(0)}, k_2^{(0)}, C_L^{(0)})_{\text{ВМ}}|I) + \Phi'$$

Бозонные параметры МВБ

Функционал Φ' , определяемый всеми дополнительными условиями

$$\begin{aligned}
 \Phi' &= -\frac{1}{5}\omega(n_d(l) + 5/2) \sum_{\mu} \langle ||[D_{\mu}, D_{\mu}^+]|| \rangle - \sum_{\tau} \lambda_{\tau} N_{\tau} \\
 &- \sum_{\tau, j} e_{\tau j} (u_j^2 + v_j^2)_{\tau} - E_l \sum_{n_d, v, \omega} \alpha_d^2(n_d, v, \omega, l) + \frac{6}{5} \frac{1}{\Omega(z(\eta))} \omega'(n_d + 5/2) \\
 &+ \frac{1}{2} \chi(n_d(l) + 5/2) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2})_{\tau} - \frac{1}{2} \sum_{\tau 1} ((2j_1 + 1)\eta_1 y_1)_{\tau} \\
 &= -\omega(n_d(l) + 5/2) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)} z_{12}^{(0)})_{\tau} - \sum_{\tau} \lambda_{\tau} N_{\tau} - \sum_{\tau, j} e_{\tau j} (u_j^2 + v_j^2)_{\tau} - \\
 &- E_l \sum_{n_d, v, \omega_{\Delta}} \alpha_d^2(n_d, v, \omega_{\Delta}, l) + 2\omega' \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)} z_{12}^{(0)} n_2^{(1)})_{\tau} \left(n_d(l) + 5/2 \right) \\
 &+ \frac{1}{2} \chi(n_d(l) + 5/2) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2})_{\tau} - \frac{1}{2} \sum_{\tau 1} ((2j_1 + 1)\eta_1 y_1)_{\tau},
 \end{aligned}$$

величина E_l является собственным значением бозонного гамильтониана.

Перенормировка бозонных параметров

Однофононная энергия E_1 , с учетом рассматриваемых поправок, определяется из уравнения

$$\varepsilon_d^{(0)} - E_1 = R_1(E_1) + R_2(E_1), \quad (21)$$

$$R_1(E_1) = \sum_{iJ} \frac{|v_{iJ}^{(1)}|^2}{\omega_i + \varepsilon_d^{(0)} - E_1}, \quad R_2(E_1) = \sum_{i\lambda J} \frac{|v_{i\lambda J}^{(2)}|^2}{\omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_\lambda^{(0)} - E_1} \quad (22)$$

Здесь $\varepsilon_d^{(0)}$ однобозонная энергия, выраженная только через D ,

$$v_{i,J}^{(1)} = \langle D | H | B_J^+ D^+ \rangle.$$

Схематично этот матричный элемент изображен на рис. 1а, б. В $R_2(E_1)$ $v_{i\lambda J}^{(2)}$ обозначает матричный элемент взаимодействия D -фонона с двумя D фононами

$$v_{i,\lambda,J}^{(2)} = \langle D | H | B_J^+ (D^+ D^+)^{(\lambda)} \rangle_n,$$

связанными в момент λ , и B_i -фононом, мультипольность которого варьируется от 0^+ до 6^+ . Этот матричный элемент изображен на рис. 1с.

Перенормировка бозонных параметров

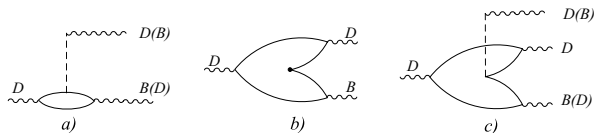


Рис.: Графическое представление матричных элементов $v^{(1)}$ и $v^{(2)}$.

Перенормировка бозонных параметров

Уравнение для перенормированной двухфононной энергии $E_2^{(L)}$ с учетом, что невозмущенная соответствующая энергия определяется как $2\varepsilon_d^{(0)} + C_L^{(0)}$, имеет вид

$$2\varepsilon_d^{(0)} + C_L^{(0)} - E_2^{(L)} = R_3^{(L)}(E_2^{(L)}) + R_4^{(L)}(E_2^{(L)}) + R_5^{(L)}(E_2^{(L)}) + R_6^{(L)}(E_2^{(L)}), \quad (23)$$

$$R_3^{(L)}(E_2^{(L)}) = \sum_i \frac{|v_{iL}^{(3)}|^2}{\omega_i - E_2^{(L)}}, \quad R_4^{(L)}(E_2^{(L)}) = \sum_{iJ} \frac{|v_{iLJ}^{(4)}|^2}{\omega_i + \varepsilon_d^{(0)} - E_2^{(L)}}, \quad (24)$$

$$R_5^{(L)}(E_2^{(L)}) = \sum_{i\lambda J} \frac{|v_{iL\lambda J}^{(5)}|^2}{\omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_\lambda^{(0)} - E_2^{(L)}}, \quad R_6^{(L)}(E_2^{(L)}) = \sum_{i\lambda J} \frac{|v_{iL\lambda J}^{(6)}|^2}{\omega_i + E_{3\lambda}^{(0)} - E_2^{(L)}}, \quad (25)$$

Перенормировка бозонных параметров

$$v_{i,L}^{(3)} = \langle (DD)_n^{(L)} | H | B_L^+ \rangle,$$

$$v_{i,L,J}^{(4)} = \langle (DD)_n^{(L)} | H | (B_J^+ D^+)^{(L)} \rangle_{\perp n},$$

$$v_{i,L,\lambda,J}^{(5)} = \langle (DD)_n^{(L)} | H | B_J^+ (D^+ D^+)_n^{(\lambda)} \rangle,$$

,

$$v_{i,L,\lambda,J}^{(6)} = \langle (DD)_n^{(L)} | H | B_J^+ (D^+ D^+ D^+)_n^{(\lambda)} \rangle,$$

связывающий двухфононное состояние с $B^+ D^+ D^+ D^+ \rangle$, приведен на рис. 2f. Величины, просуммированная по проекциям трех фононов, содержит как несвязанную диаграмму (рис. 3b), так и связанную (рис. 3c). В расчетах эти диаграммы не разделяются. Первая из них отвечает за перенормировку однофононной энергии. Вместе они дают вклад в энергию двухфононного состояния.

Перенормировка бозонных параметров

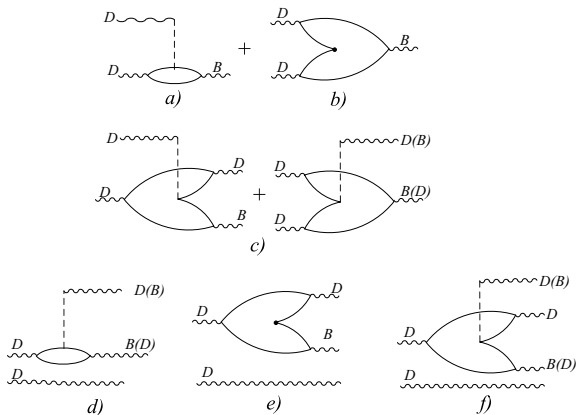


Рис.: Графическое представление матричных элементов: $a, b - v^{(3)}$ и $c - v^{(4)}$, $d, e - v^{(5)}$ и $f - v^{(6)}$, $e - v^{(5)}$, $f - v^{(6)}$ в ур. (24), (25).

Перенормировка бозонных параметров

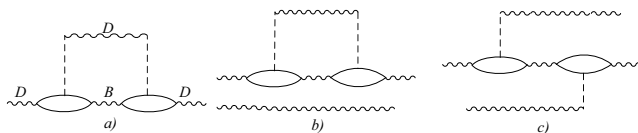


Рис.: Графически (a) означает $|v^{(1)}|^2$ в выражении (22), величина $|v^{(5)}|^2$ (25), просуммированная по проекциям трех фононов, содержит как несвязанную диаграмму (b), так и связанную (c).

Суммирование по неколлективным тамм – данковским фононам

Все неколлективные фононы будем рассматривать в приближении ТД с использованием только изоскалярных частично-дырочных сил. Это приводит к уравнению

$$F(\omega) = \sum_{\tau_{12}} \frac{q_{12}^2}{E_{12} - \omega} - \frac{2}{\tilde{\kappa}} = 0,$$

где $q_{12} = \langle 1 || q^{(L)} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{L/2} L_{12}^{(L)} / \sqrt{2L+1}$,

$$\psi_{12}(i, L) = -\frac{1}{\sqrt{F'(\omega_i)}} \frac{q_{12}}{E_{12} - \omega_i}.$$

Суммирование по неколлективным тамм – данковским фононам

Это позволяет представить сумму по всем фононам с фиксированной мультипольностью как

$$\begin{aligned} & \sum_i \frac{\psi_{\tau 12}(i, L) \psi_{\tau', 34}(i, L)}{\varepsilon - \omega_i} \\ &= q_{\tau 12} q_{\tau' 34} \sum_i \frac{1}{F'(\omega_i) (\varepsilon - \omega_i) (E_{12} - \omega_i) (E_{34} - \omega_i)}. \end{aligned}$$

Суммирование по неколлективным тамм – данковским фононам

Интеграл по бесконечному кругу в комплексной плоскости

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_{C_R} \frac{q_{\tau 12} q_{\tau' 34}}{F(\omega)(\omega - \varepsilon)(E_{12} - \omega)(E_{34} - \omega)} d\omega$$

с одной стороны по лемме Жордана равен нулю, с другой стороны он же по теореме о вычетах равен

$$\begin{aligned} & \frac{q_{\tau 12} q_{\tau' 34}}{(E_{12} - \varepsilon)(E_{34} - \varepsilon)F(\varepsilon)} + \sum_i \frac{q_{\tau 12} q_{\tau' 34}}{(\omega_i - \varepsilon)(E_{12} - \omega_i)(E_{34} - \omega_i)F'(\omega_i)} \\ & - \frac{q_{\tau 12} q_{\tau' 34}}{(E_{12} - \varepsilon)(q_{\tau 12}^2 + q_{\tau' 34}^2)} \delta_{E_{12}, E_{34}}. \end{aligned}$$

Суммирование по неколлективным тамм – данковским фононам

Это дает искомое выражение

$$\sum_i \frac{\psi_{\tau 12}(i, L) \psi_{\tau', 34}(i, L)}{\varepsilon - \omega_i} = \frac{q_{\tau 12} q_{\tau' 34}}{(E_{12} - \varepsilon)(E_{34} - \varepsilon) F(\varepsilon)} - \frac{1}{2} \delta_{\tau \tau'} \frac{\delta_{13} \delta_{24} + (-1)^{j_i - j_2 + L} \delta_{14} \delta_{23}}{E_{12} - \varepsilon}.$$

Если нижайший квадрупольный фотон ($i = 0$) в рассматриваемой сумме не рассматривать, то имеем

$$\sum_{i>0} \frac{\psi_{\tau 12}(i, L) \psi_{\tau' 34}(i, L)}{\varepsilon - \omega_i} = \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \varepsilon)} \frac{q_{\tau' 34}}{(E_{34} - \varepsilon)} \frac{1}{F(\varepsilon)} - \frac{1}{2} \delta_{\tau \tau'} \frac{\delta_{13} \delta_{24} + (-1)^{j_i - j_2 + L} \delta_{14} \delta_{23}}{E_{12} - \varepsilon} - \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \omega_0)} \frac{q_{\tau' 34}}{(E_{34} - \omega_0)} \frac{1}{F'(\omega_0)} \frac{1}{(\varepsilon - \omega_0)} \delta_{L,2}.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ТРАДИЦИОННОГО МИКРОСКОПИЧЕСКОГО ПОДХОДА К МВБ-2010-2016

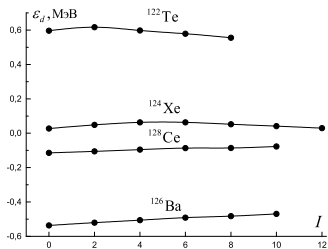


Рис.: Параметр гамильтониана МВБ ε_d .

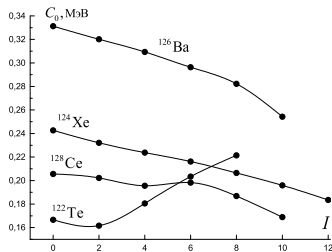


Рис.:

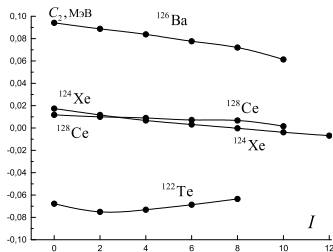


Рис.: C_2 .

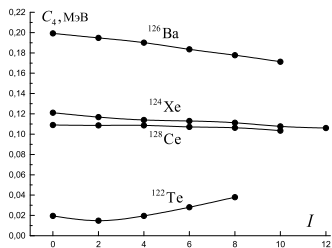


Рис.: C_4 .

РЕЗУЛЬТАТЫ

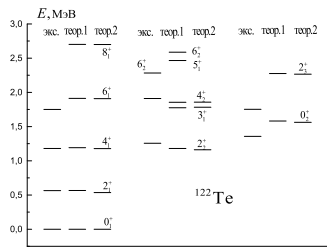


Рис.:

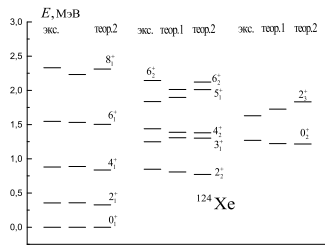


Рис.:

РЕЗУЛЬТАТЫ

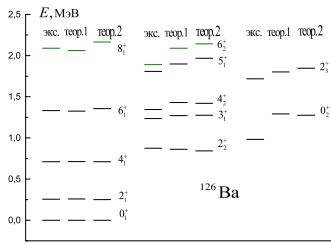


Рис.:

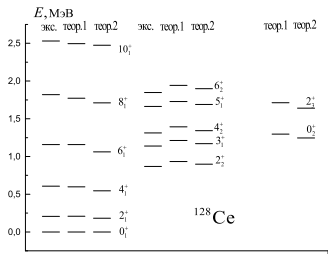


Рис.:

РЕЗУЛЬТАТЫ

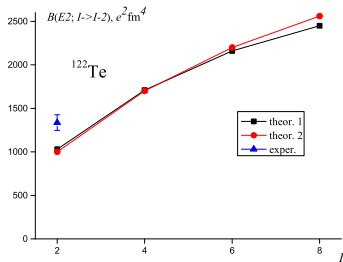


Рис.:

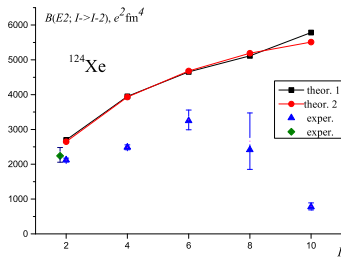


Рис.:

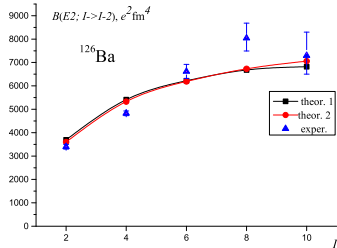


Рис.:

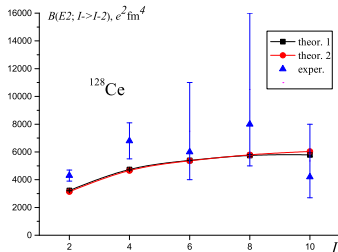


Рис.:

РЕЗУЛЬТАТЫ

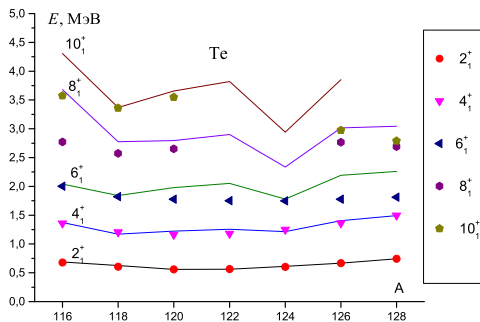


Рис.:

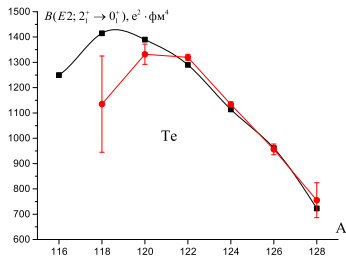


Рис.:

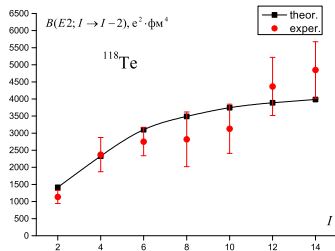


Рис.:

РЕЗУЛЬТАТЫ

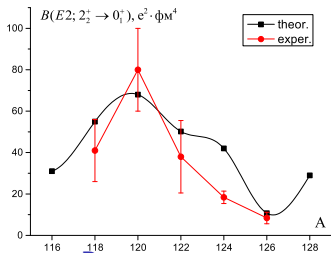


Рис.:

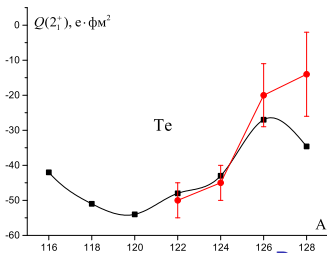


Рис.:

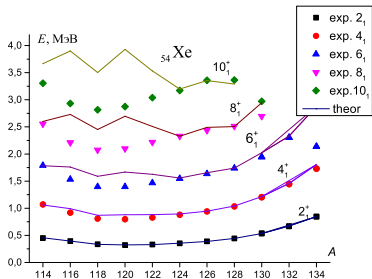


Рис.:

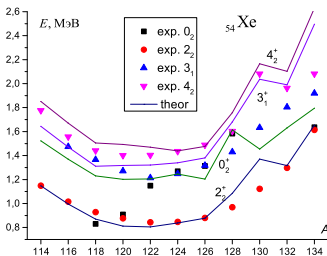


Рис.:

Для учета неколлективных состояний в явном виде волновая функция расширяется введением неколлективных b -бозонов, отображающих B -фононы по тому же правилу, как это делается для D -фононов. С учетом новых бозонов волновая функция имеет вид

$$\Psi(I) = \psi_c(I) + \sum_{i1,c1} \alpha_{i1,c1} | \left(b_{i1}^+ \psi_{c1} \right)^{(I)} \rangle + \dots, \quad (26)$$

Расширенный бозонный гамильтониан H_b с учетом явного рассмотрения b -бозонов принят в виде

$$H_b = H_{b1} + H_{b2}; \quad H_{b1} = H_{\text{IBM}} + \sum_i \omega_i b_i^+ b_i + V^{(1)}; \quad H_{b2} = V^{(2)} + V^{(3)}. \quad (27)$$

Бозонное описание пересечения полос

$$\begin{aligned}
 V^{(1)} &= \sum_i \sqrt{\frac{5}{2J_i + 1}} \nu_1(i) [(d^+ d)^{(J_i)} s^+ \cdot b_i + \text{H.c.}] \\
 &+ \sum_{iL} \sqrt{\frac{5}{2J_i + 1}} \nu_2^{(L)}(i) [(d^+ (dd)^{(L)} s^+ s^+)^{(J_i)} \cdot b_i + \text{H.c.}] \\
 &+ \sum_i \nu_3(i) [(d^+ d^+)^{(J_i)} s \cdot b_i + \text{H.c.}] \\
 &+ \sum_{iL} \sqrt{\frac{2L + 1}{2J_i + 1}} \nu_4^{(L)}(i) [(d^+ d^+)^{(L)} d)^{(J_i)} \cdot b_i + \text{H.c.}], \quad (28)
 \end{aligned}$$

$$V^{(2)} = \sum_{iL} \nu_5^{(L)}(i) [((d^+ d^+)^{(L)} d^+)^{(J_i)} \cdot b_i s s + \text{H.c.}], \quad (29)$$

$$\nu_5^{(L)}(i) = \frac{1}{\sqrt{\aleph_{JL}(\text{bos})(\Omega - 1)(\Omega - 2)}} \langle [(DD)^{(L)} D]^{(J)} | H | B_i^+ \rangle, \quad (30)$$

Бозонное описание пересечения полос

$$\begin{aligned}
 V^{(3)} = & \sum_{i_1 \neq i_2} \sqrt{\frac{2J_2 + 1}{5}} (-1)^{J_1 + J_2} u_{i_1, i_2}^{(1)} [(b_{i_1}^+ b_{i_2})^{(2)} \cdot d^+ s + \text{H.c.}] \\
 & + \sum_{L, i_1 \neq i_2} \sqrt{\frac{2J_2 + 1}{2L + 1}} (-1)^{J_1 + J_2} u_{i_1, i_2}^{(2)}(L) [(b_{i_1}^+ b_{i_2})^{(L)} \cdot (d^+ d^+)^{(L)} s s + \text{H.c.}] \\
 & + \sum_{L, i_1 \neq i_2} (-1)^{L + J_2} u_{i_1, i_2}^{(3)}(L) [(b_{i_1}^+ b_{i_2})^{(L)} \cdot (d^+ d^+)^{(L)} + \text{H.c.}]. \quad (31)
 \end{aligned}$$

$$u_{i_1, i_2}^{(2)}(L) = \frac{1}{\sqrt{2(\Omega - 1)(\Omega - 2)}} \langle [(DD)_n^{(L)} B_{i_1}]^{(J_2)} | H | B_{i_2}^+ \rangle; \quad (32)$$

Бозонное описание пересечения полос

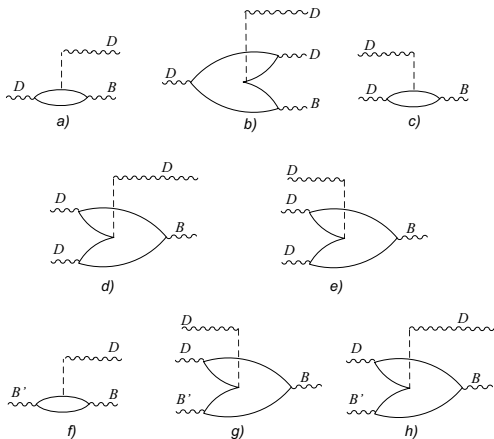


Рис.: Графическое изображение матричных элементов взаимодействия D - и B -фононов. Волнистой линией обозначается фонон, тонкой линией — квазичастица, вертикальной — взаимодействие.

Бозонное описание пересечения полос

Теория требует вычисление бозонных матричных элементов от многобозонных операторов

$$d^+, (d^+d)^{(L)}, (d^+d^+d^+)^{(L)}, (d^+d^+)^{(L)}, [d^+(dd)^{(L)}]^{(\lambda)}, [(d^+d)^{(L)}d]^{(\lambda)}.$$

В связи с рассмотренной ранее связью коллективных многофононных состояний с фононами с мультипольностью $J = 8^+$ и $J = 10^+$ были сделаны оценки соответствующих каналов в первом порядке, которые соответствуют коммутаторам

$$[B, [[[[H_{13}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{11}, D^+]_{20}]_{00}, \quad (33)$$

$$[B, [[[[[H_{04}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{20}]_{00}, \quad (34)$$

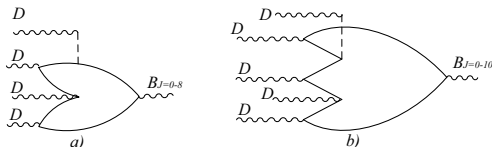
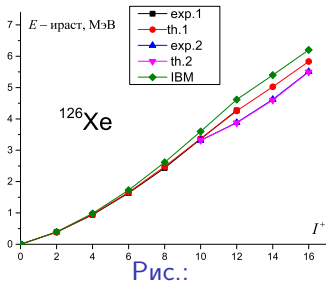
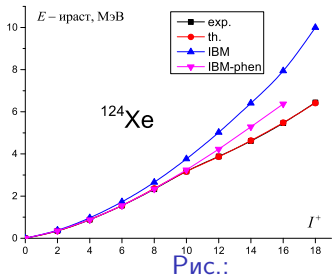
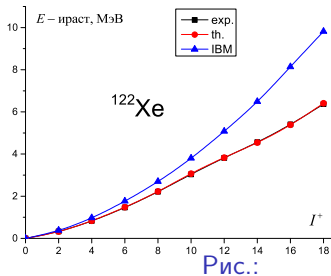
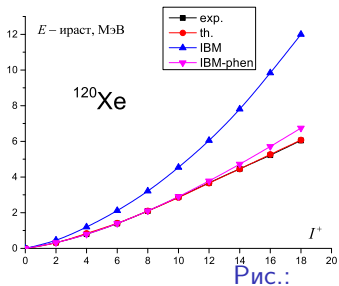


Рис.:

Бозонное описание пересечения полос



Бозонное описание пересечения полос

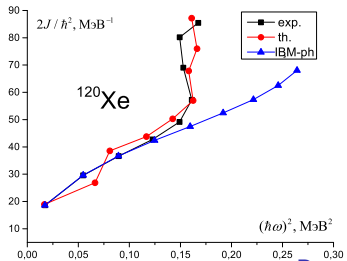


Рис.:

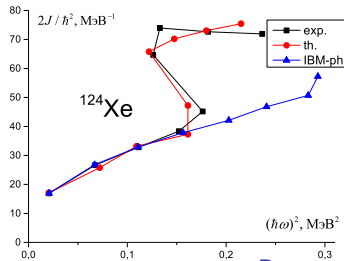


Рис.:

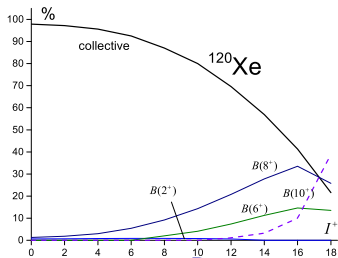


Рис.:

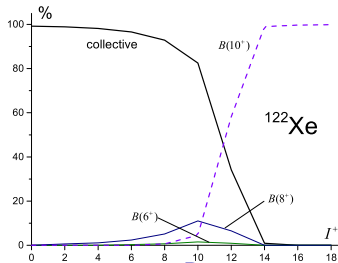


Рис.:

Бозонное описание пересечения полос

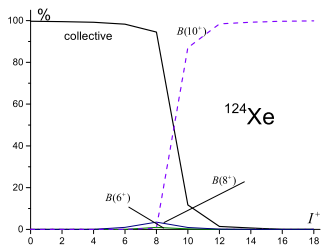


Рис.:

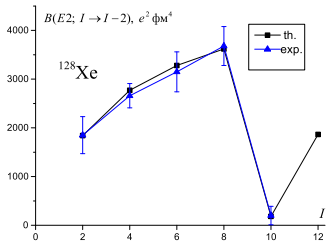


Рис.:

Бозонное описание пересечения полос

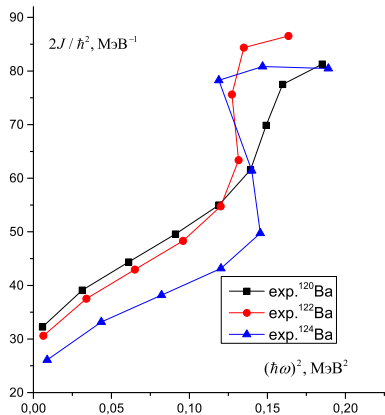


Рис.:

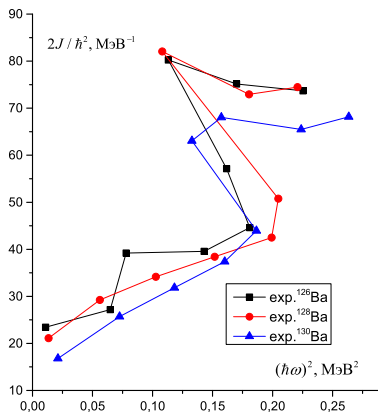


Рис.:

Бозонное описание пересечения полос

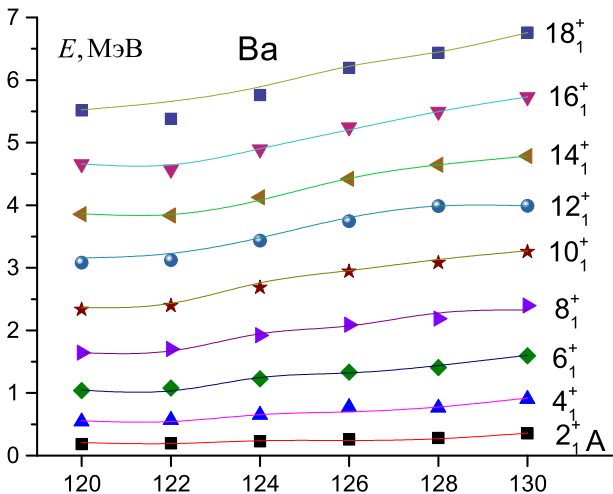


Рис.: Сравнение теоретических (линии) и экспериментальных (фигуры) значений энергий ирост-полос в четных изотопах Ba .

Бозонное описание пересечения полос

Таблица: Параметры H_{IBM} в МэВ, полученные без учета каналов взаимодействия $V^{(2,3)}$. Величина n_d есть среднее число бозонов в основном состоянии, т.е. $(n_d)_{I=0^+}$, $R = (\psi_c(I=0^+) | \psi^{(O(6))}(I=0^+))$ – значения интегралов перекрытий расчетных бозонных функций с функциям соответствующего предела МВБ в основном состоянии.

| A | Ω | ε_d | k_1 | k_2 | C_0 | C_2 | C_4 | n_d | R |
|-----|----------|-----------------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 120 | 20 | -0.828 | -0.058 | 0.0087 | 0.318 | 0.064 | 0.243 | 6.95 | 0.817 |
| 122 | 20 | -0.879 | -0.058 | 0.0121 | 0.466 | 0.094 | 0.265 | 6.42 | 0.732 |
| 124 | 19 | -0.848 | -0.060 | 0.0149 | 0.614 | 0.153 | 0.296 | 5.45 | 0.686 |
| 126 | 20 | -0.414 | -0.054 | 0.0291 | 0.604 | 0.160 | 0.260 | 5.24 | 0.558 |
| 128 | 17 | -0.231 | -0.042 | 0.0323 | 0.574 | 0.158 | 0.272 | 3.89 | 0.540 |
| 130 | 17 | 0.079 | -0.040 | 0.0232 | 0.638 | 0.136 | 0.275 | 2.64 | 0.431 |

Бозонное описание пересечения полос

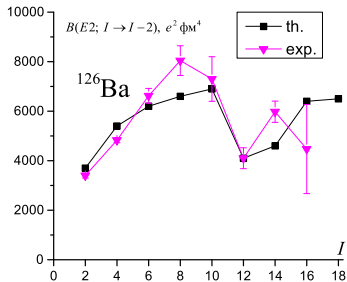


Рис.:

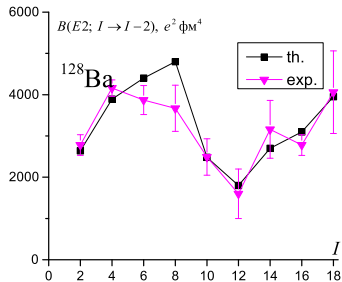


Рис.:

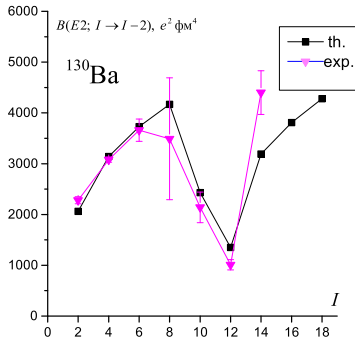


Рис.:

Бозонное описание пересечения полос

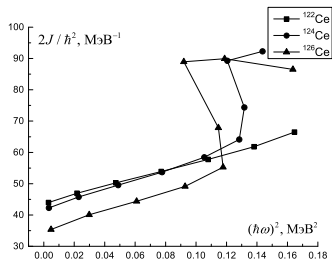


Рис.:

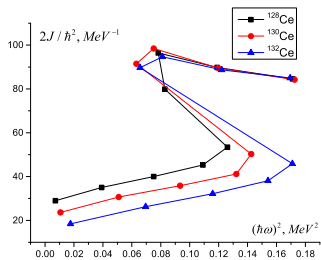


Рис.:

Бозонное описание пересечения полос

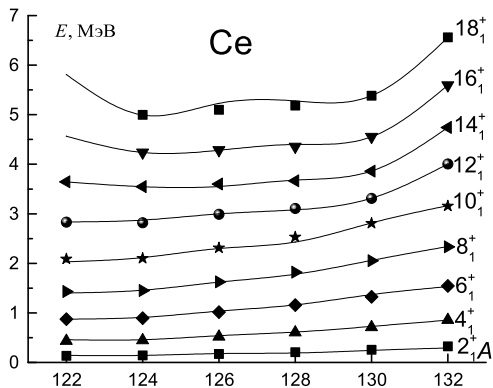


Рис.:

Бозонное описание пересечения полос

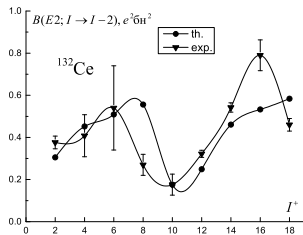
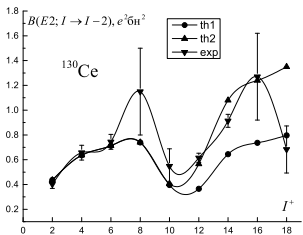
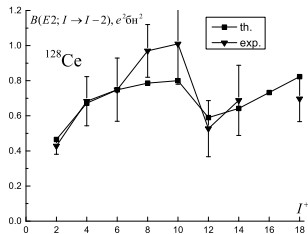
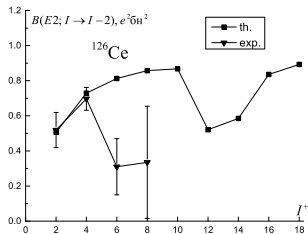


Рис.:

Полосы в сверх тяжелых ядрах

$$(I) \quad \langle B_{J \leq 6} D^n | H | D^{+n'} \rangle, \quad (35)$$

$$(II) \quad \langle B_{J=8,10} D^n | H | B_{J \leq 6}^+ D^{+n'} \rangle, \quad (36)$$

$$(III) \quad \langle B_{J=12,14} D^n | H | B_{J=8,10}^+ D^{+n'} \rangle. \quad (37)$$

Первые используются для получения поправок к бозонным параметрам, первые и вторые для связи коллективных состояний, сформированных только из D -фоонных компонент с состояниями, содержащими фермионные пары с $J \leq 10^+$. Для более тяжелых ядер, нуклоны которых находятся в диапазоне от 84 до 124 необходимо рассматривать и совокупность матричных элементов третьего типа.

$$\begin{aligned} |\Psi(I)\rangle = & \alpha_0 \psi_C(I)\rangle + \sum_{J_1=2,4,6,c1} \alpha_{J_1,c1} B_{J_1}^+ |\psi_{c1}\rangle + \\ & + \sum_{J_2=8,10,c2} \alpha_{J_2,c2} B_{J_2}^+ |\psi_{c2}\rangle + \sum_{J_3=12,14,c3} \alpha_{J_3,c3} B_{J_3}^+ |\psi_{c3}\rangle \quad (38) \end{aligned}$$

Полосы в сверх тяжелых ядрах

$$H_b = H_{\text{IBM1}}^{(0)} + \sum_i (\omega_i + E_0^{(b)}) b_i^+ b_i + V^{(1)} + V^{(2)} + V^{(3)}, \quad (39)$$

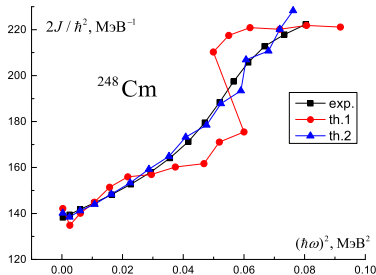


Рис.: Зависимость эффективного момента инерции от $(\hbar\omega)^2$ для ираст-полосы в ^{248}Cm по экспериментальным значениям энергий и для двух вариантах расчета.

Полосы в сверх тяжелых ядрах

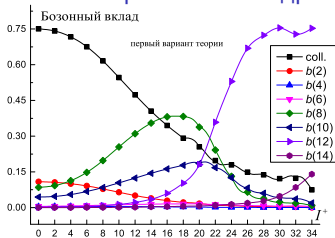


Рис.:

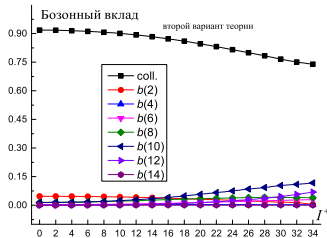
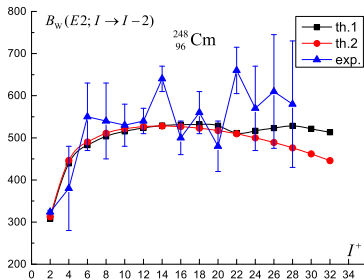


Рис.:



Дальнейшее движение

- 1) Продолжение рассмотрения сверх тяжелых ядер
- 2) $50 < Z < 82$ – Nd, Sm, ..., Hf
- 3) $28 < Z < 50$ – Ge, Se, Kr
- 4) $d^+ d^+ d^+ ddd$ и его влияние на $B(E2)$ – проблема в Xe, Nd, Pt, Os.
- 5) МВБ и теория α -распада.

КОНЕЦ

И БОЛЬШОЕ СПАСИБО