



Стипендия им. М.Г.Мещерякова

ГОДЕРИДЗЕ ДАВИТИ

06.12.2023

Задачи

- ▶ Изучение свойств дикварков и барионов в плотной и горячей ядерной материи, их влияние на рождение странности.
Теоретическое описание и численное моделирование процессов рессеяния глюонов $gg \rightarrow \pi\pi$ при соударении тяжелых ионов.
- ▶ Продолжение разработки обобщенного кода. В том числе с возможностью расчета многомерных интегралов с сингулярностями.

Процессы рассеяния глюонов $gg \rightarrow \pi\pi$ при соударении тяжелых ионов

Расчет $\pi\pi \rightarrow gg$ требует исследования 3-глюонных вершин, дополнительных обобщений на случай конечных температур. Данная задача была разбита на несколько этапов. На первом этапе было проведено вычисление амплитуды двухфотонного распада пионов $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, которое с математической точки зрения сводится к решению одномерного интеграла. Импульсы фотонов для данного случая имеют значения: $q_1^2 = 0, q_2^2 = 0$.

Вторым этапом был рассмотрен обобщенный случай $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma^*$ с одним офшельным фотоном, в котором импульсы фотона равны $q_1^2 = 0, q_2^2 \neq 0$. Для третьего этапа необходимо дополнительно рассмотреть задачу для двух офшельных фотонов $\pi^0 \rightarrow \gamma^*\gamma^*$ (в разработке).

Двухфотонный распада пионов $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$

► $q_1^2 = 0, q_2^2 = 0$

$$ReI_3 = -\frac{1}{4\pi^2} \int_m^{\sqrt{m^2 + \Lambda^2}} \frac{dE}{E} \frac{(1 - f(E - \mu) - f(E + \mu))}{4E^2 - M_\pi^2} \ln \left| \frac{E + \sqrt{E^2 - m^2}}{m} \right|$$

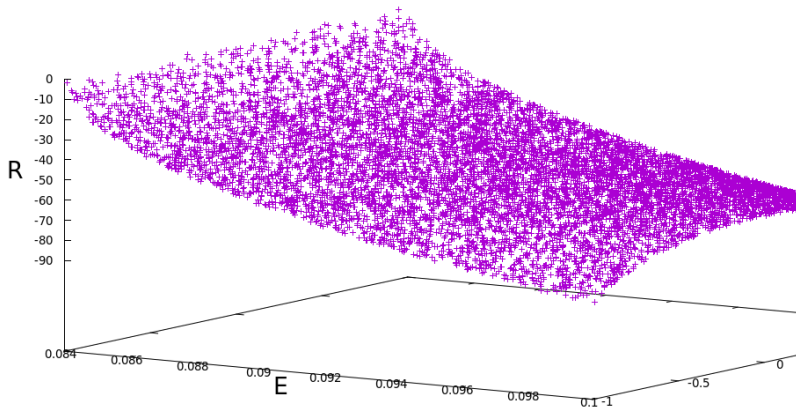
Двухфотонный распада пионов $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma^*$

► $q_1^2 = 0, q_2^2 \neq 0$

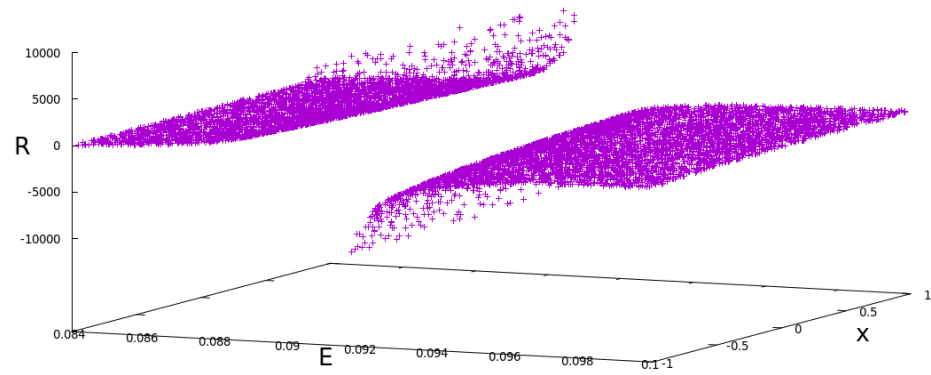
$$\text{Re}I_3 = \frac{1}{8\pi^2} \int_m^{\sqrt{m^2+\Lambda^2}} |\vec{p}| dE \left\{ \begin{array}{l} -\frac{f(E-\mu)}{4q_{10}q_{20}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E-|\vec{p}|x} \frac{1}{E+\frac{q_2^2}{2q_{20}}+\frac{|\vec{p}|q_{10}}{q_{20}}x} \\ +\frac{f(-E-\mu)}{4q_{10}q_{20}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E+|\vec{p}|x} \frac{1}{E-\frac{q_2^2}{2q_{20}}-\frac{|\vec{p}|q_{10}}{q_{20}}x} \\ +\frac{f(E-\mu)}{4P_0q_{10}} \frac{1}{E+\frac{P_0}{2}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E-|\vec{p}|x} \\ -\frac{f(-E-\mu)}{4P_0q_{10}} \frac{1}{E+\frac{P_0}{2}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E+|\vec{p}|x} \\ +\frac{f(E-\mu)}{4P_0q_{20}} \frac{1}{E-\frac{P_0}{2}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E-\frac{q_2^2}{2q_{20}}+\frac{|\vec{p}|q_{10}}{q_{20}}} \\ -\frac{f(-E-\mu)}{4P_0q_{20}} \frac{1}{E+\frac{P_0}{2}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E+\frac{q_2^2}{2q_{20}}-\frac{|\vec{p}|q_{10}}{q_{20}}} \end{array} \right\}$$

$$+\frac{1}{8} \frac{f(E_{01}-\mu)}{4q_{10}(q_{20}-q_{10})} \Theta((E_{12}^*-E_{10})(E_{01}-E_{11}^*)) - \frac{1}{8} \frac{f(-E_{02}-\mu)}{4q_{10}(q_{20}+q_{10})} \Theta((E_{22}^*-E_{20})(E_{02}-E_{21}^*)) - \frac{1}{8} \frac{f\left(\frac{P_0}{2}-\mu\right)}{4P_0q_{10}} \Theta\left(\left(E_{12}^*-\frac{P_0}{2}\right)\left(\frac{P_0}{2}-E_{11}^*\right)\right) - \frac{1}{8} \frac{f\left(\frac{P_0}{2}-\mu\right)}{4P_0q_{10}} \Theta\left(\left(E_{22}^*-\frac{P_0}{2}\right)\left(-\frac{P_0}{2}-E_{21}^*\right)\right)$$

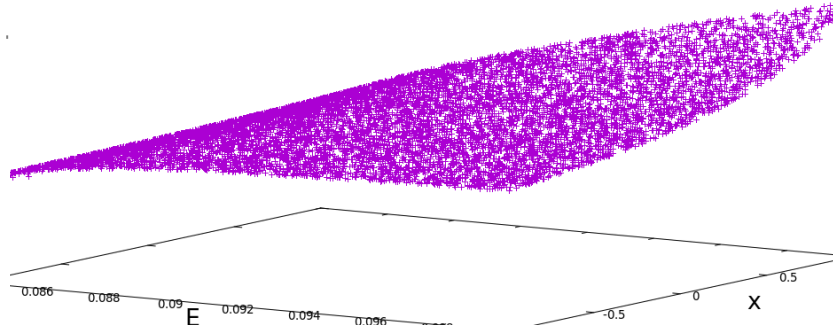
Integral 1



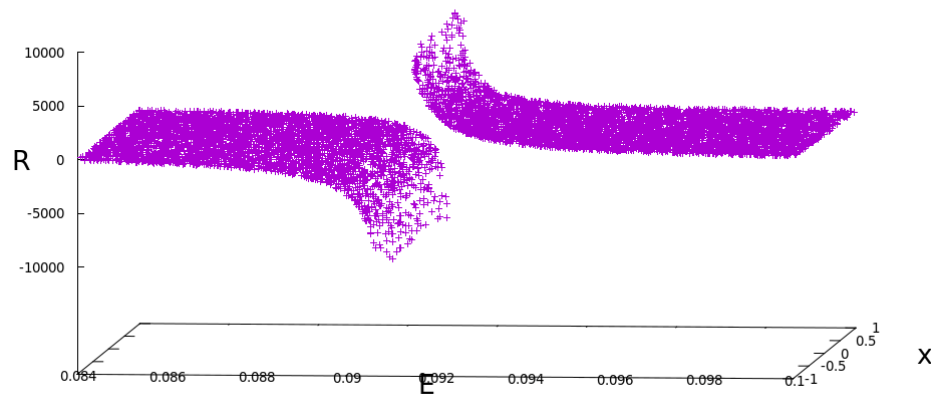
Integral 4



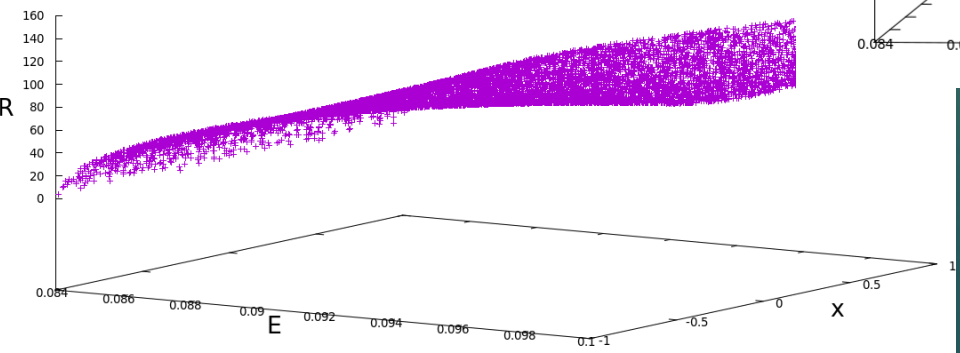
Integral 3



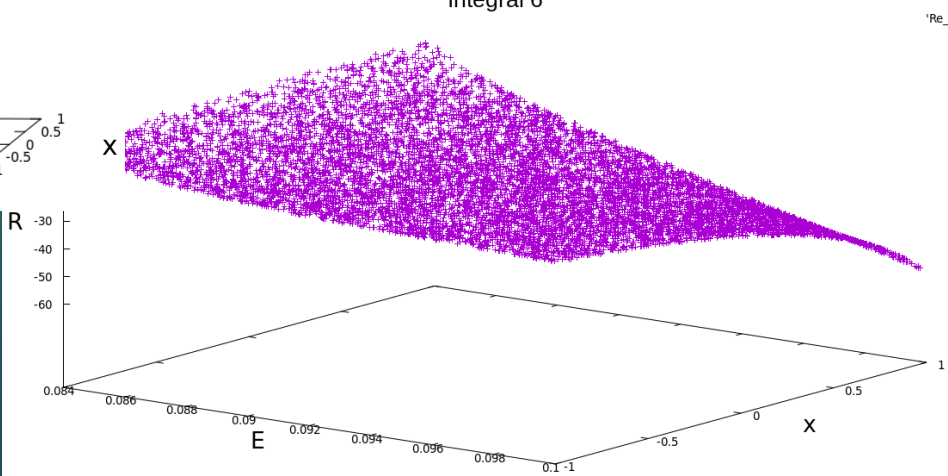
Integral 5



Integral 2

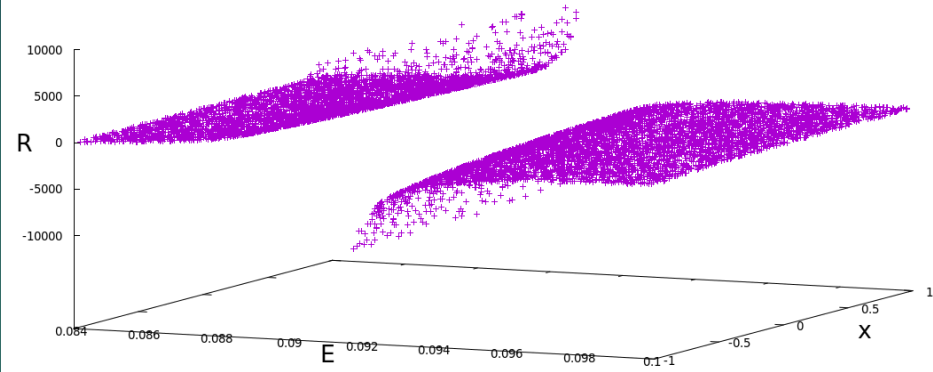


Integral 6

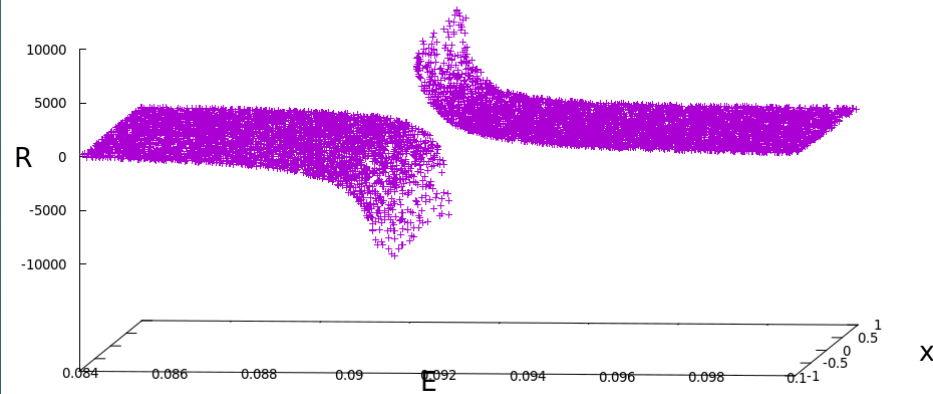




Integral 4



Integral 5



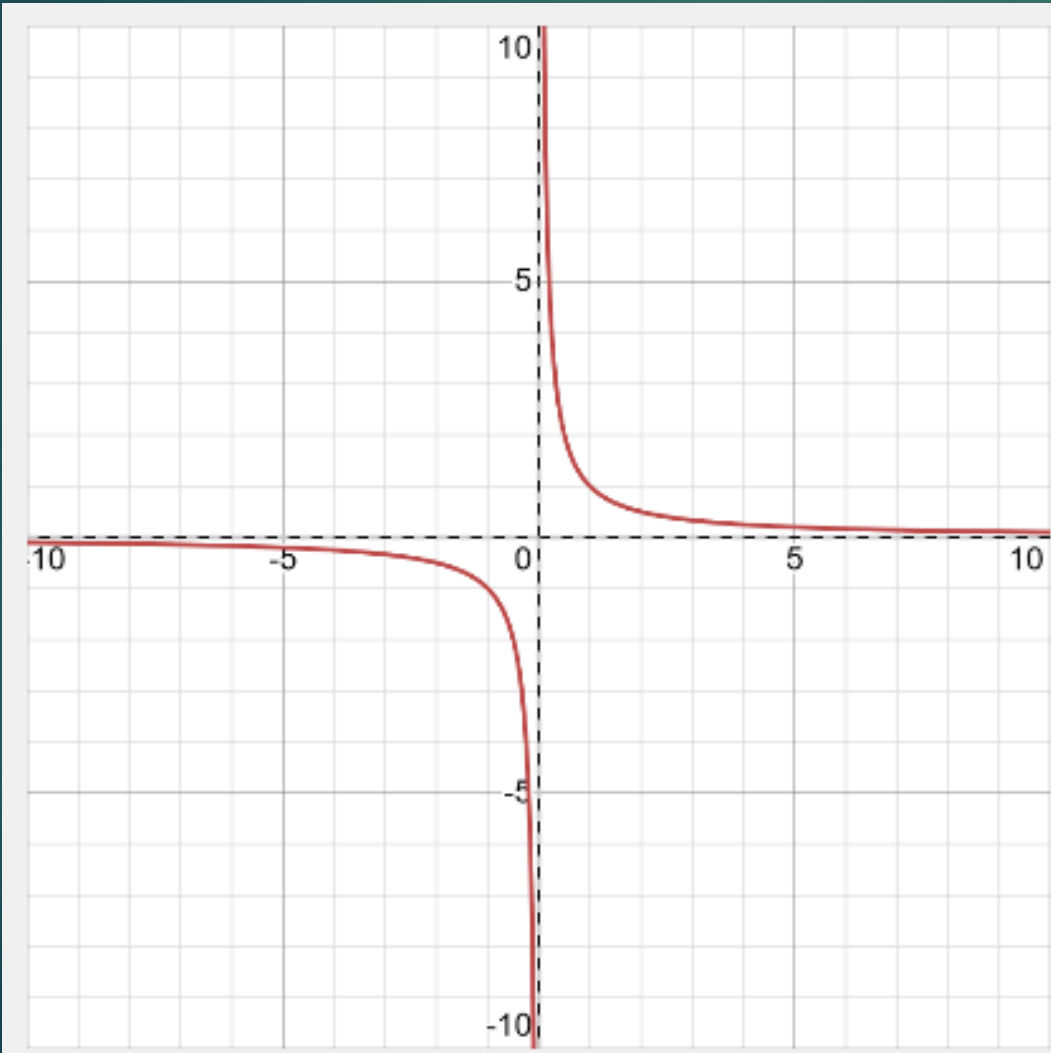
Двухфотонный распада пионов $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma^*$

► $q_1^2 = 0, q_2^2 \neq 0$

$$\text{Re}I_3 = \frac{1}{8\pi^2} \int_m^{\sqrt{m^2+\Lambda^2}} |\vec{p}| dE \left\{ \begin{array}{l} -\frac{f(E-\mu)}{4q_{10}q_{20}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E-|\vec{p}|x} \frac{1}{E+\frac{q_2^2}{2q_{20}}+\frac{|\vec{p}|q_{10}}{q_{20}}x} \\ +\frac{f(-E-\mu)}{4q_{10}q_{20}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E+|\vec{p}|x} \frac{1}{E-\frac{q_2^2}{2q_{20}}-\frac{|\vec{p}|q_{10}}{q_{20}}x} \\ +\frac{f(E-\mu)}{4P_0q_{10}} \frac{1}{E+\frac{P_0}{2}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E-|\vec{p}|x} \\ -\frac{f(-E-\mu)}{4P_0q_{10}} \frac{1}{E+\frac{P_0}{2}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E+|\vec{p}|x} \\ +\frac{f(E-\mu)}{4P_0q_{20}} \frac{1}{E-\frac{P_0}{2}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E-\frac{q_2^2}{2q_{20}}+\frac{|\vec{p}|q_{10}}{q_{20}}} \\ -\frac{f(-E-\mu)}{4P_0q_{20}} \frac{1}{E+\frac{P_0}{2}} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{E+\frac{q_2^2}{2q_{20}}-\frac{|\vec{p}|q_{10}}{q_{20}}} \end{array} \right\}$$

$$+\frac{1}{8} \frac{f(E_{01}-\mu)}{4q_{10}(q_{20}-q_{10})} \Theta((E_{12}^*-E_{10})(E_{01}-E_{11}^*)) - \frac{1}{8} \frac{f(-E_{02}-\mu)}{4q_{10}(q_{20}+q_{10})} \Theta((E_{22}^*-E_{20})(E_{02}-E_{21}^*)) - \frac{1}{8} \frac{f\left(\frac{P_0}{2}-\mu\right)}{4P_0q_{10}} \Theta\left(\left(E_{12}^*-\frac{P_0}{2}\right)\left(\frac{P_0}{2}-E_{11}^*\right)\right) - \frac{1}{8} \frac{f\left(\frac{P_0}{2}-\mu\right)}{4P_0q_{10}} \Theta\left(\left(E_{22}^*-\frac{P_0}{2}\right)\left(-\frac{P_0}{2}-E_{21}^*\right)\right)$$

Обнаружение сингулярности



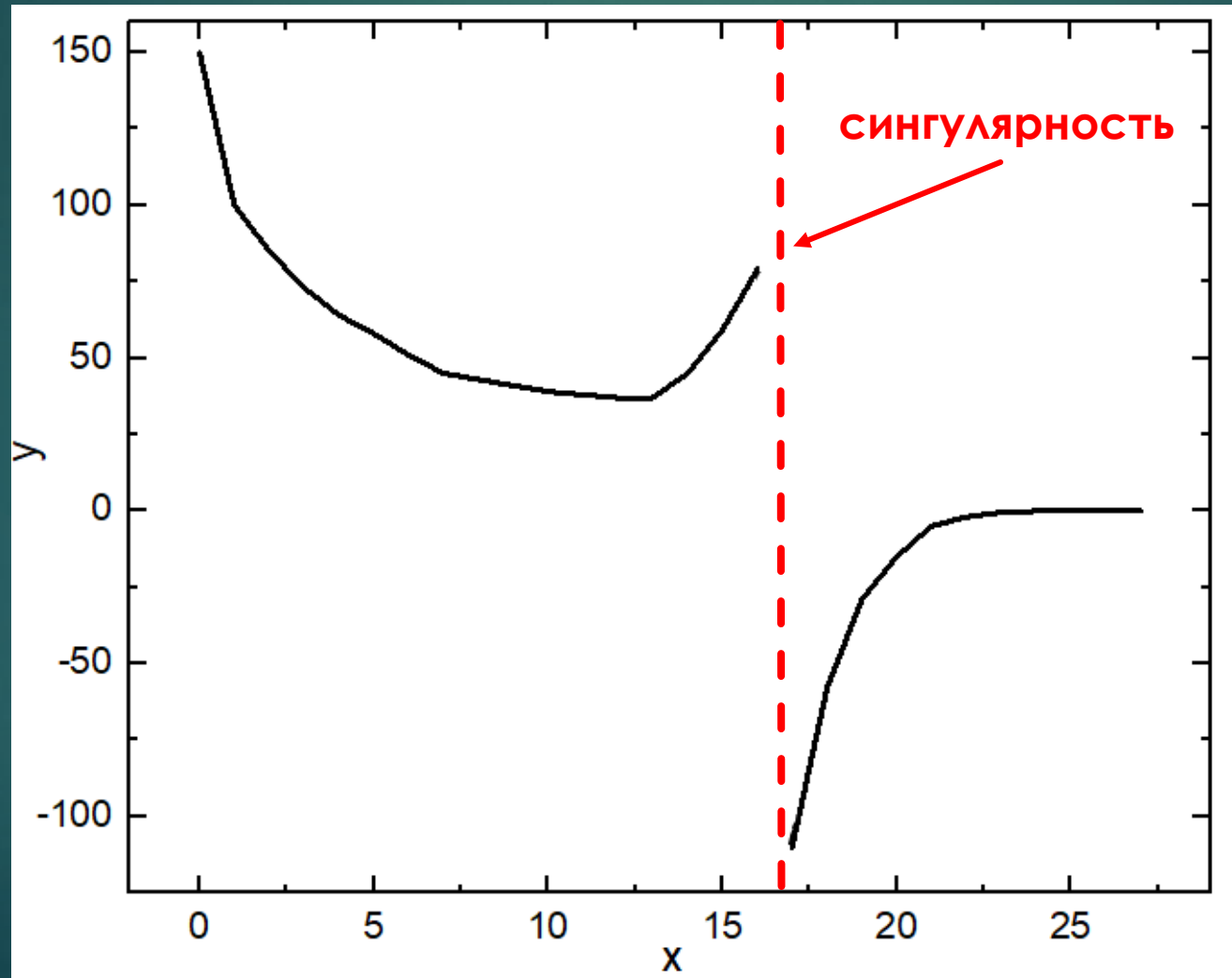
Сингулярность типа $\frac{1}{x-c}$ означает, что при приближении к сингулярности значение функции с одной стороны будет падать, а с другой наоборот расти (стремиться к \pm бесконечности). Т.е. Максимальное и минимальное значение функции будут находиться на соседних координатах.

Обнаружение сингулярности

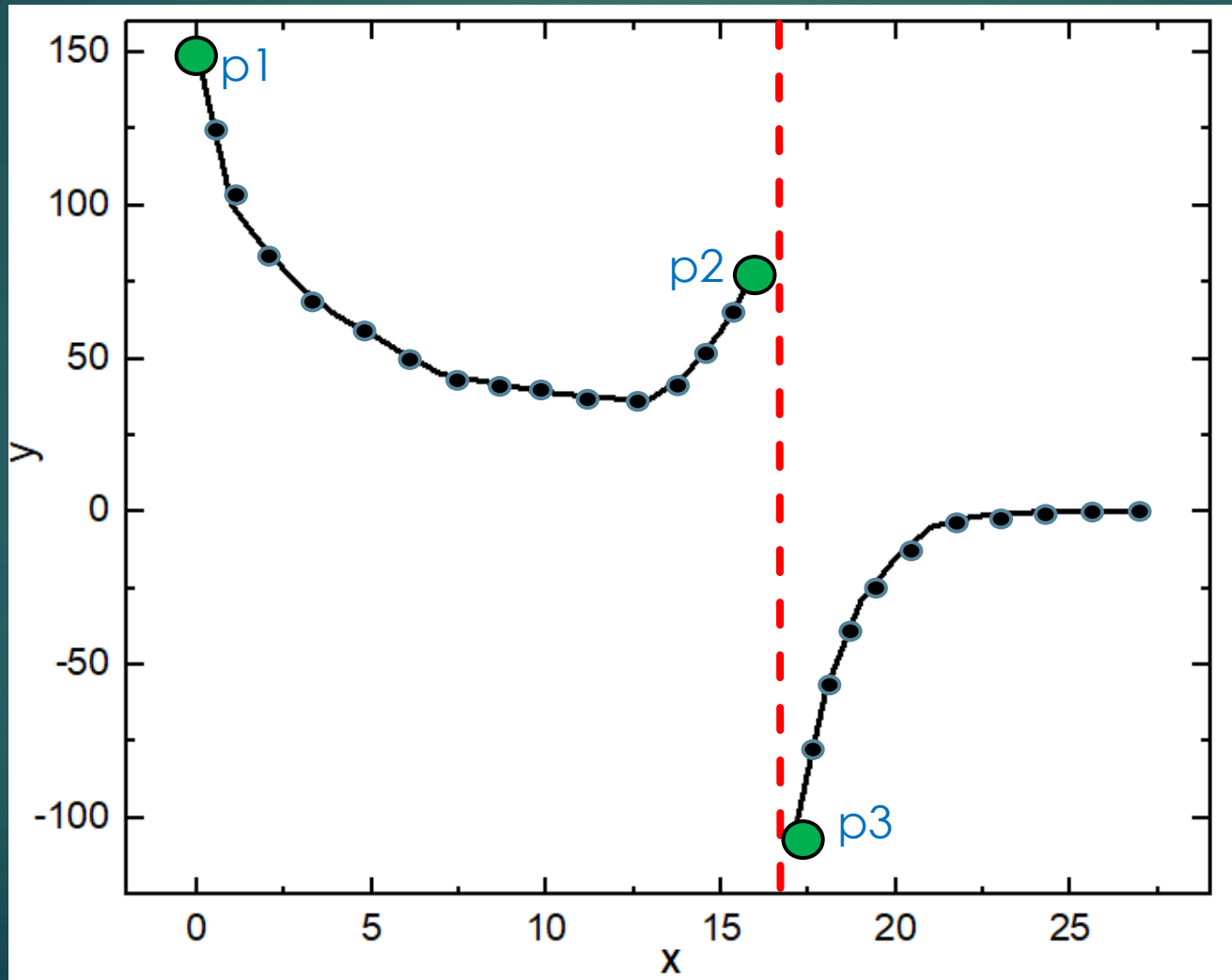


Сингулярность типа $\frac{1}{x-c}$ означает, что при приближении к сингулярности значение функции с одной стороны будет падать, а с другой наоборот расти (стремиться к \pm бесконечности). Т.е. Максимальное и минимальное значение функции будут находиться на соседних координатах.

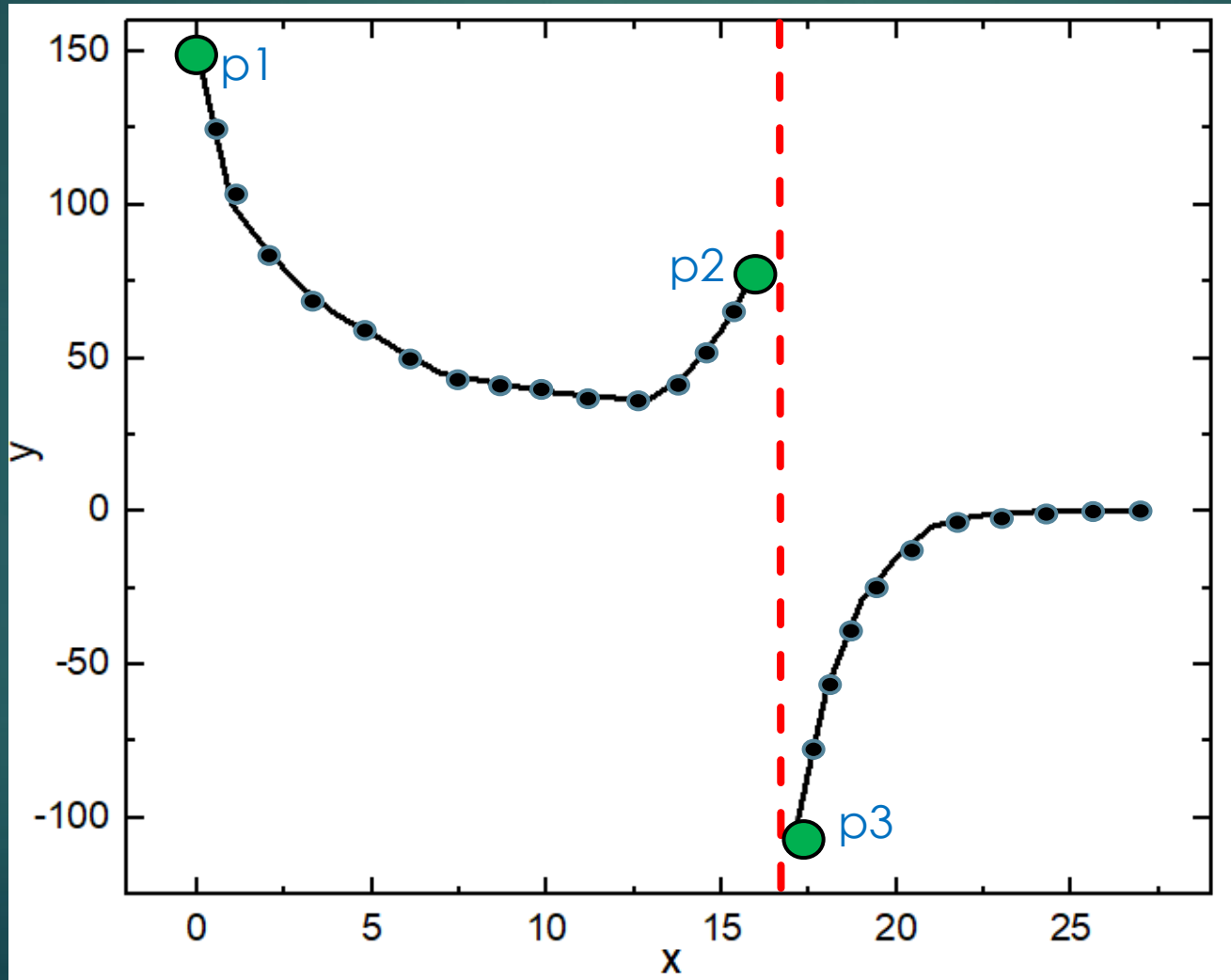
Пример сингулярности



Пример сингулярности

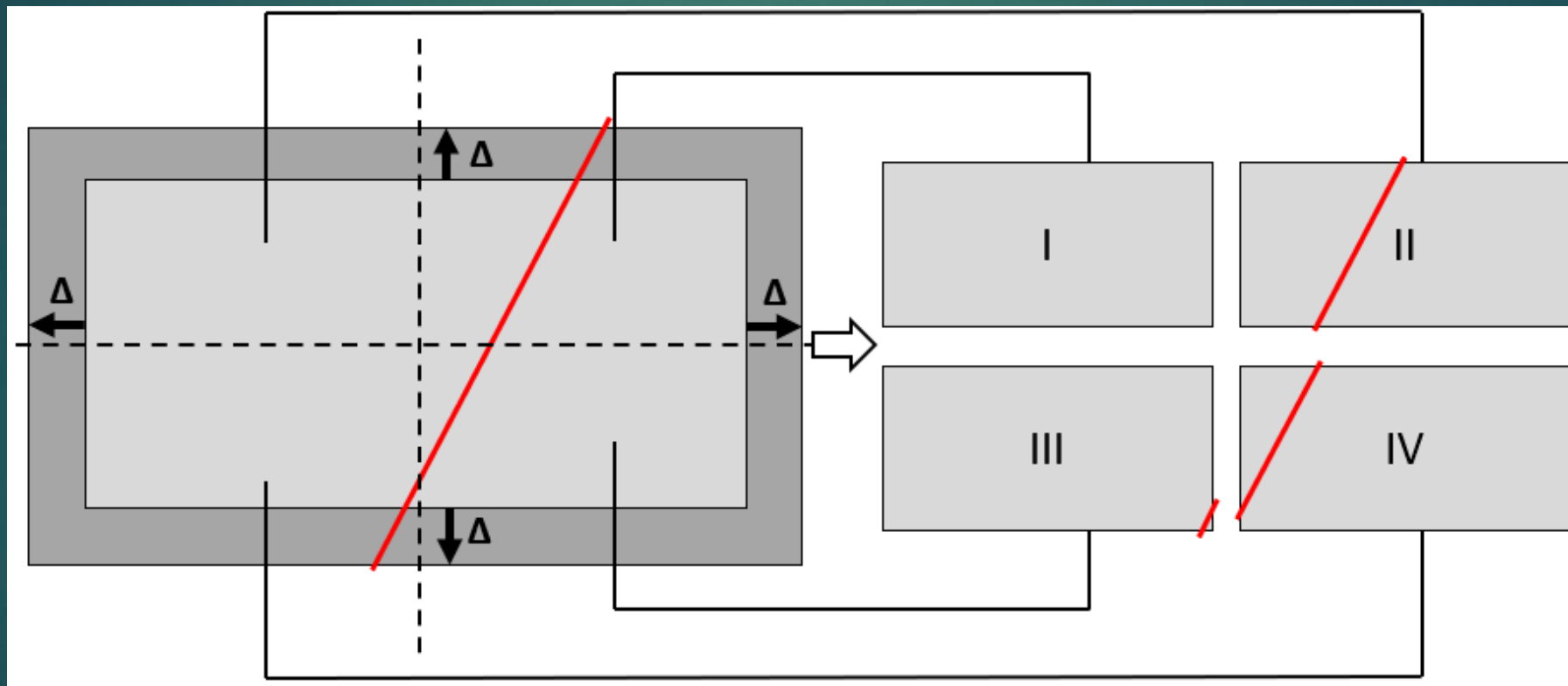


Пример сингулярности

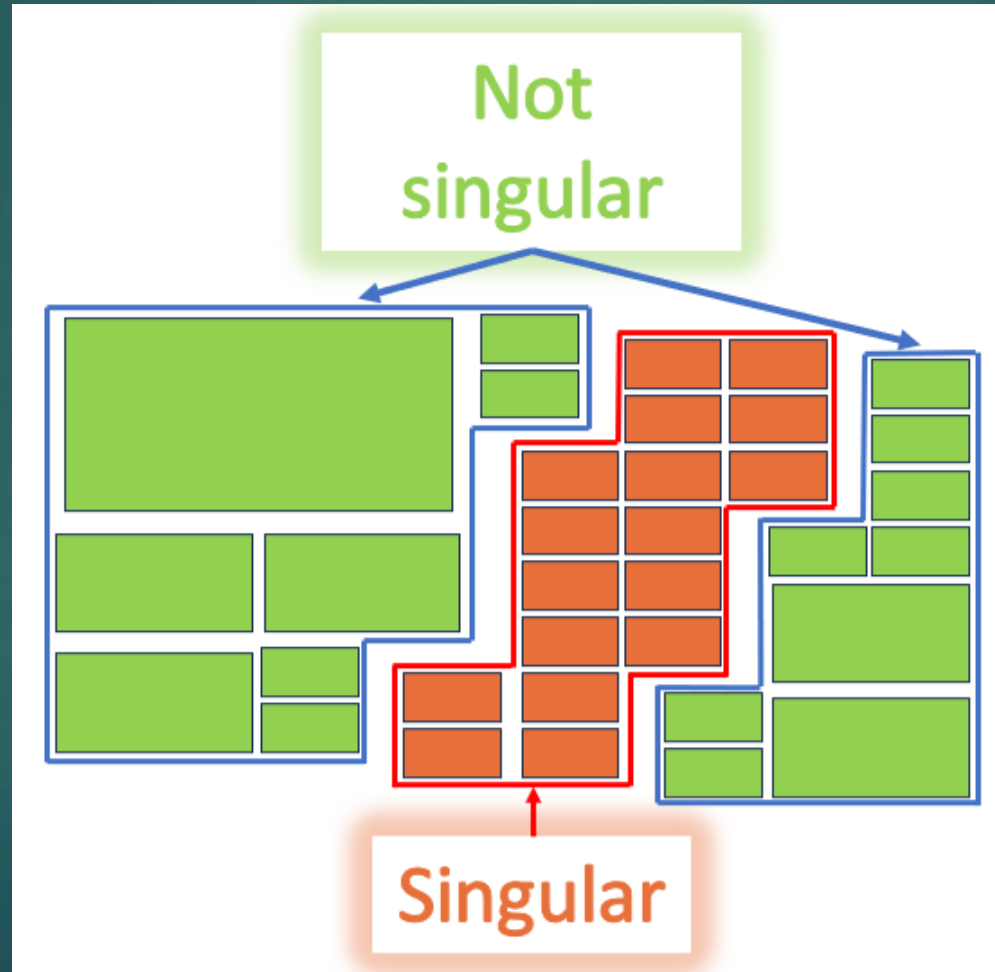


- $f(p_1) > f(p_2)$
- $f(p_1)$ – максимальное значение функции
- $f(p_3)$ – минимальное значение функции
- p_1 и p_3 не соседние точки

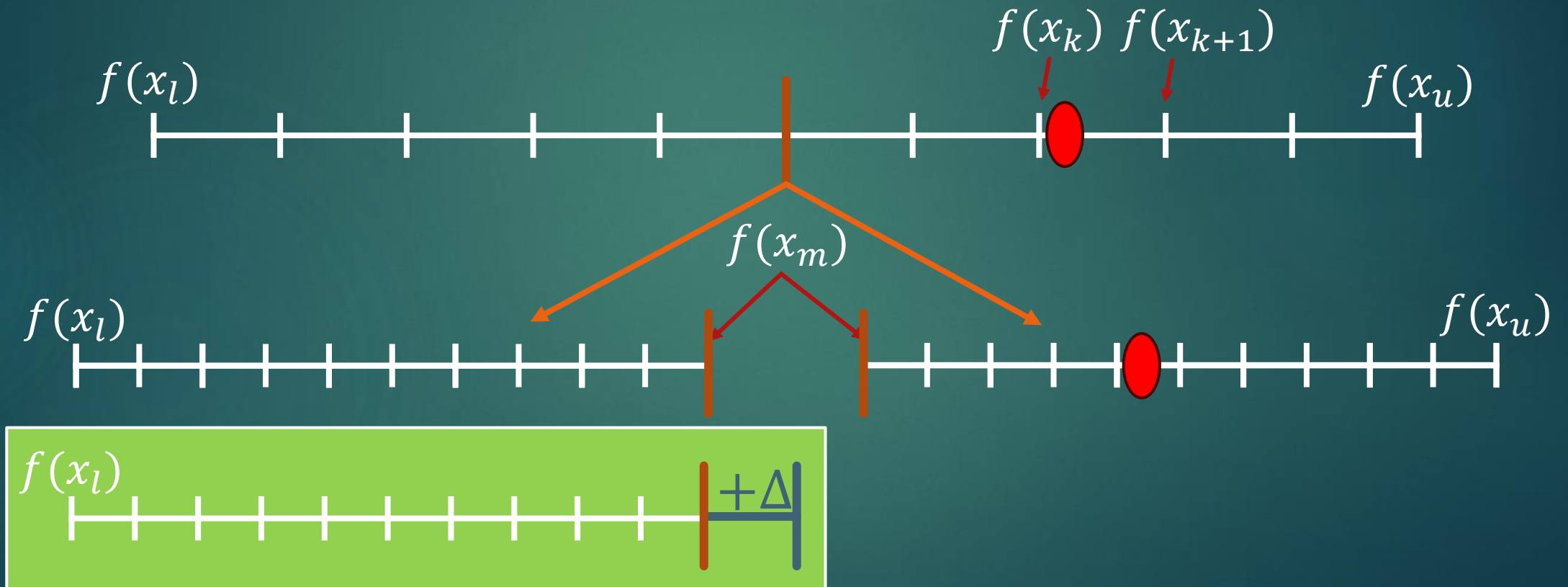
Дробление сегментов



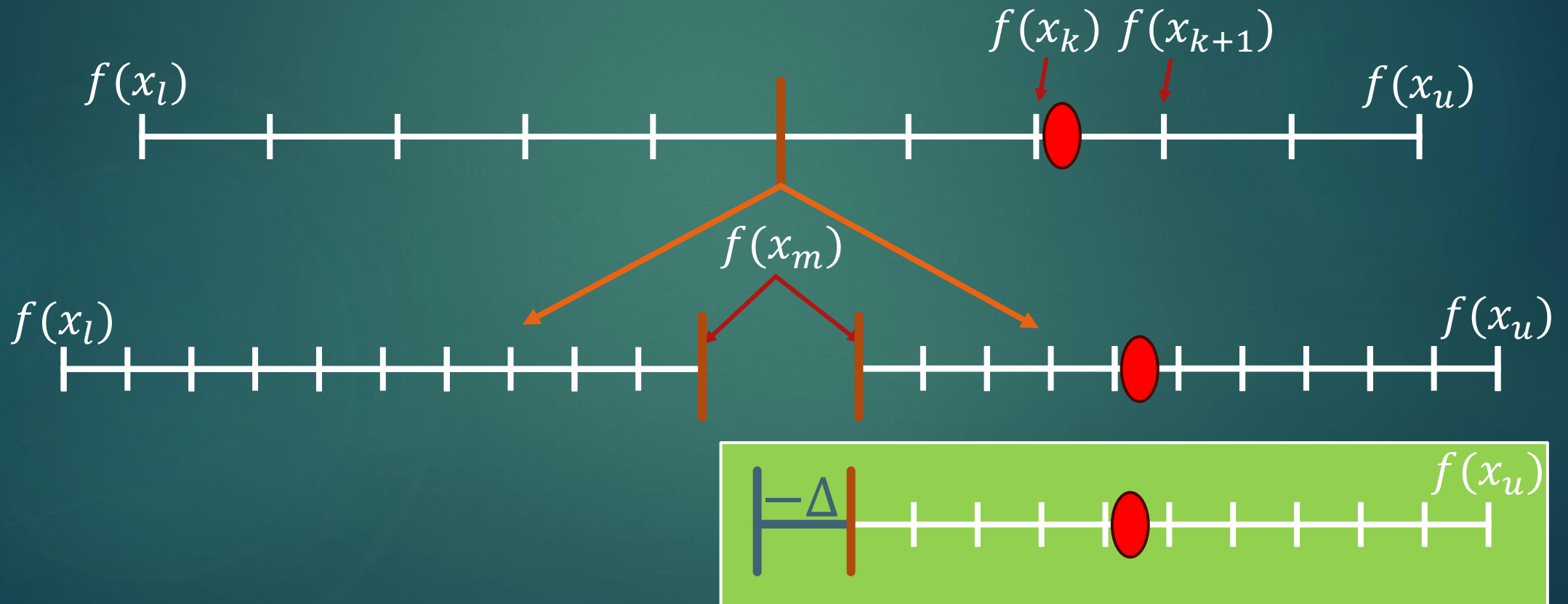
Дробление сегментов



Поиск сингулярности на сегменте



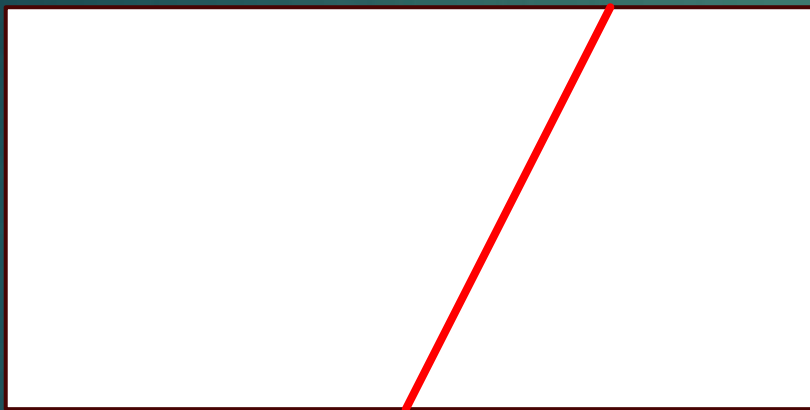
Поиск сингулярности на сегменте



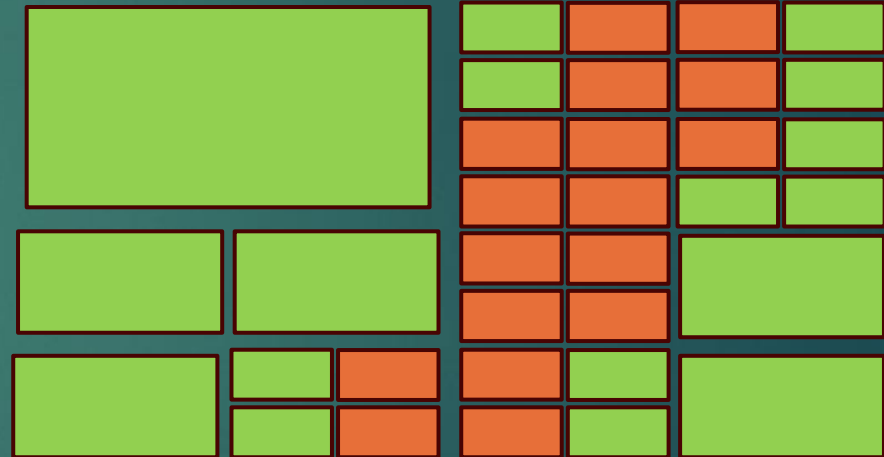
Результат работы алгоритма



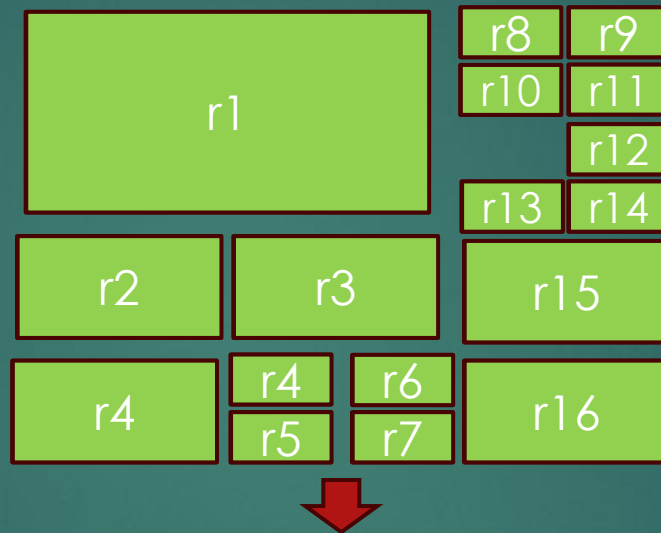
Начальная фигура



Итог дробления

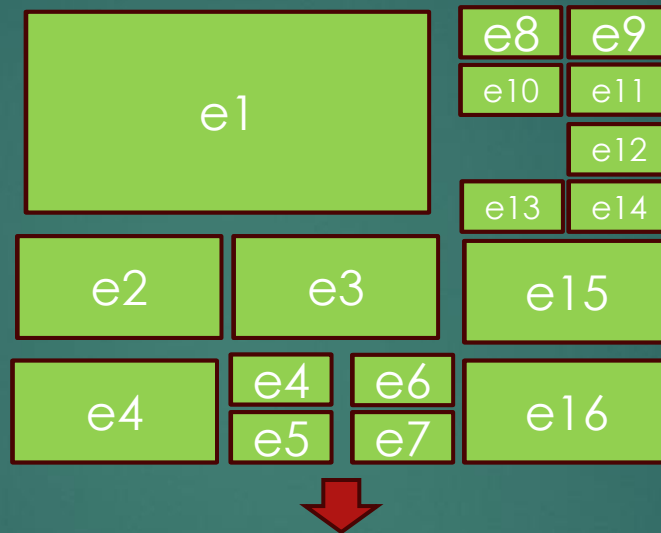


Вычисление интеграла



$$R = r1 + r2 + r3 + \dots + r16$$

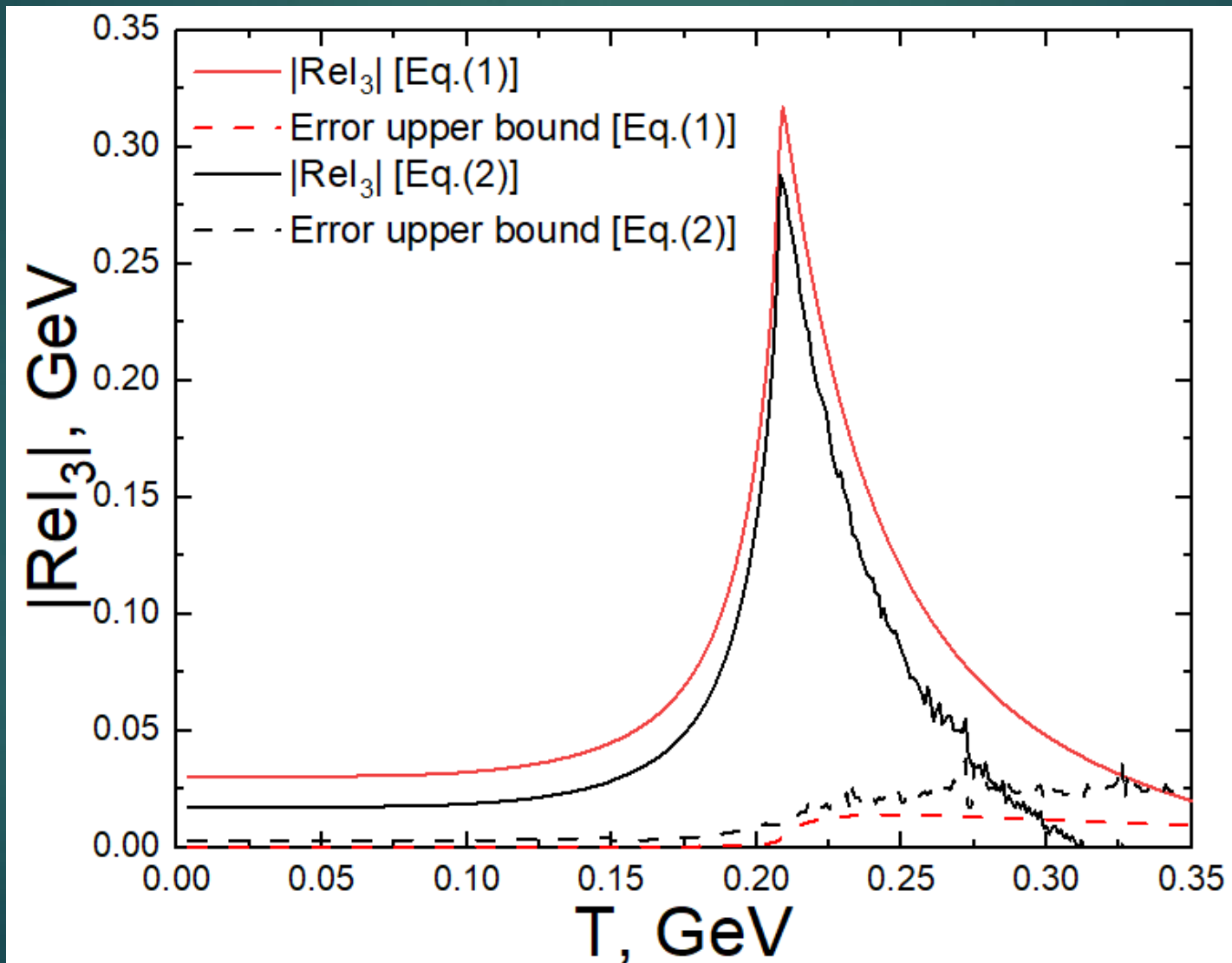
Суммарная погрешность



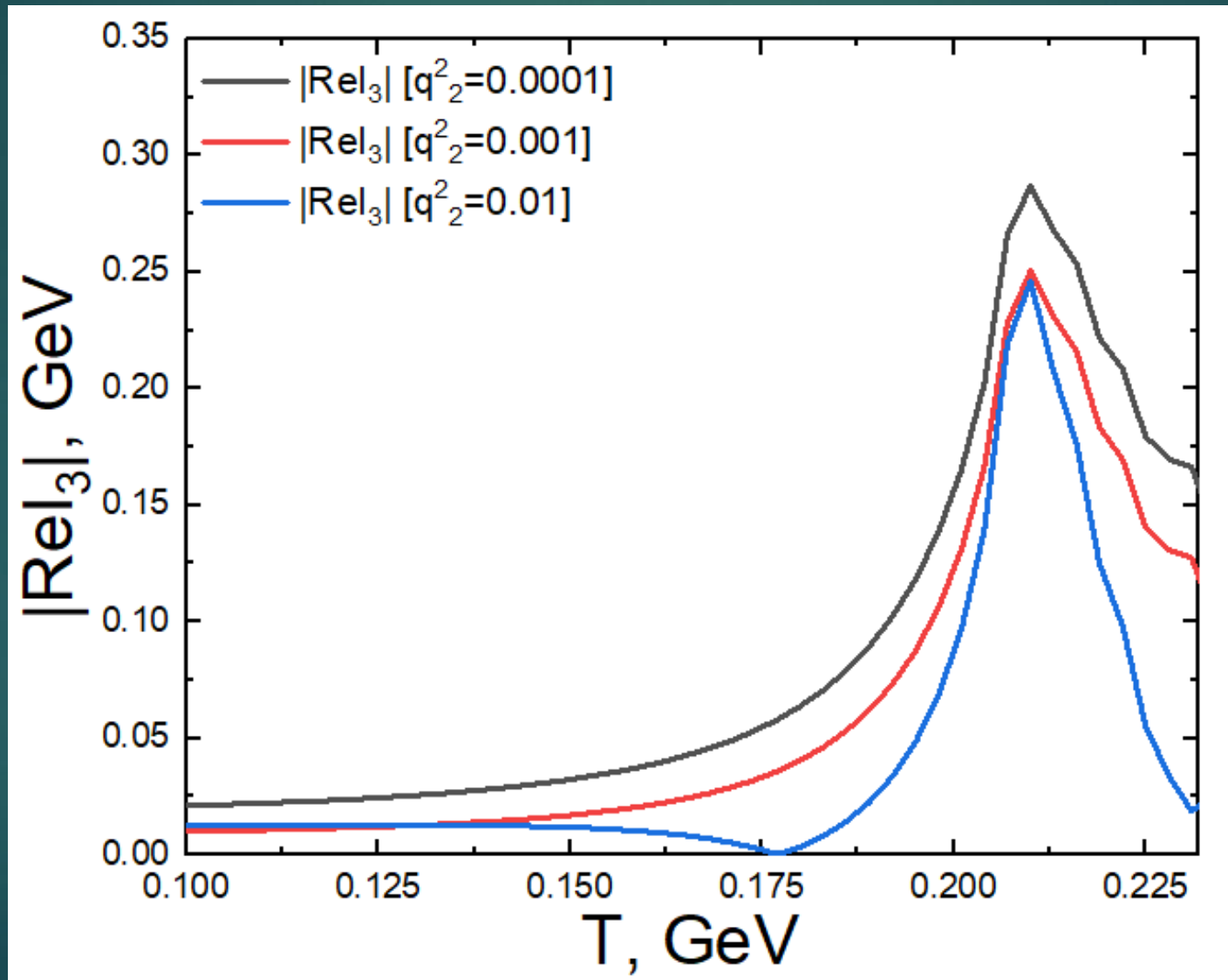
$$c_{ei} = \frac{V_{ei}}{V_{total}}$$

$$E = \frac{(e1 \cdot c_{e1}) + (e2 \cdot c_{e2}) + \dots + (e16 \cdot c_{e16})}{16}$$

Сравнение $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ и $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma^*$



$|Rel_3|$ для $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma^*$ при разных значениях q_2^2



Текущие результаты

- ▶ Расчёт обобщенного случая $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma^*$ с одним офшельным фотоном, в котором импульсы фотона равны $q_1^2 = 0, q_2^2 \neq 0$
- ▶ Способность алгоритма решать многомерные интегралы с сингулярностями, которые не определены явно. Однако, требуется дальнейшее улучшение с целью минимизации погрешности и оптимизации времени вычисления.

Планы на будущее

- ▶ Оптимизация написанного кода с целью минимизации погрешности и сокращения времени вычисления. Применение кода к вычислению амплитуд процессов двухфотонных распадов.
- ▶ Вычисление амплитуд двух-фотонных распадов $\pi^0(\sigma) \rightarrow \gamma^* \gamma^*$ не на массовой поверхности.
- ▶ Дальнейший расчет $\pi\pi \rightarrow gg$.