

Mathematical Problems in Quantum Information Technologies

Monday, 27 May 2024 - Tuesday, 28 May 2024



Book of Abstracts

Contents

Применение алгоритма QAOA для модели Изинга с продольным внешним магнитным полем	1
Measure of entanglement production by quantum operations	1
Grover-Diffusion operator unicity for the Grover quantum-search algorithm	1
Electrostatic ion traps in Triangles	2
Evading Quantum Mechanics \{a} la Sudarshan: quantum-mechanics-free subsystem as a realization of Koopman-von Neumann mechanics	2
On the Quantum Gates induced from Fuchsian Systems	3
Симуляторы квантовоподобных вычислений на основе распределенных физических систем	3

2

Применение алгоритма QAOA для модели Изинга с продольным внешним магнитным полем

Author: Yuri Pali¹

Co-authors: Alla Bogolubskaya²; Denis Yanovich³

¹ *Division of Computational Physics, MLIT, JINR*

² *JINR*

³ *senior researcher*

Corresponding Authors: yan@jinr.ru, pali@jinr.ru, abogol@jinr.ru

Рассматривается задача поиска состояния с наименьшей энергией в модели Изинга с продольным магнитным полем на квантовом компьютере, используя квантовый аппроксимационный оптимизационный алгоритм (QAOA). Показано, как конфигурация спинов на пространственной решетке отображается состоянием регистра квантового компьютера, а также, как гамильтониан модели представляется набором квантовых гейтов. На ряде усложняющихся примеров представлено моделирование работы квантового алгоритма QAOA на симуляторе квантовых вычислений в среде Cirq. Приведены основные доводы в пользу эффективности применения квантового компьютера в данной задаче: представление спинов состоянием квантового регистра и измерение средней величины энергии с помощью специальной квантовой схемы, реализующей так называемый тест Адамара.

7

Measure of entanglement production by quantum operations

Author: Vyacheslav Yukalov¹

Co-author: Elizaveta Yukalova¹

¹ *JINR*

Corresponding Authors: yukalov@theor.jinr.ru, yukalova@theor.jinr.ru

V.I. Yukalov and E.P. Yukalova

Joint Institute for Nuclear Research

A measure of entanglement production by quantum operations is introduced. The suggested measure is general, being valid for operations over pure states as well as over mixed states, for equilibrium as well as for nonequilibrium processes. The measure of entanglement production satisfies all properties typical of such a characteristic. Systems of arbitrary nature can be treated, described by field operators, spin operators, or any other operators, which is realized by defining generalized correlation matrices. The interplay between entanglement production and order indices in quantum systems is analyzed. Particular cases of entanglement production are discussed.

8

Grover-Diffusion operator unicity for the Grover quantum-search algorithm

Author: Mihai-Tiberiu Dima¹

Co-authors: Maria Dima¹; Madalina Mihailescu

¹ *JINR - MLIT*

Corresponding Authors: mmdima@jinr.ru, fox.alpha009@gmail.com, mtdima@jinr.ru

The repetition of Grover-diffusion operator the order of \sqrt{N} times is the essence of the Grover quantum selection algorithm. We explore what other operators could be devised in its place and show that they either diverge or vanish in the Grover iteration, thus making the known Grover-diffusion the only possible operator. We present a C++ SU(2) model of the Grover-diffusion operator implemented using our SU2 package.

10

Electrostatic ion traps in Triangles

Author: Grigori Giorgadze¹

¹ *Ivane Javakishvili Tbilisi State University*

Corresponding Author: gia.giorgadze@tsu.ge

In the talk we discuss on the equilibrium points (critical points) of the electrostatic (Coulomb) potential of three mutually repelling point charges placed at fixed points. This topics are closely related to the Maxwell conjecture for three point charges and linear electrostatic ion traps.

We show that the incenter of an isosceles triangle is a stable equilibrium point of the electrostatic potential of certain point charges placed at its vertices. To this end, explicit formulas for these charges are given and the hessian of their electrostatic potential is computed. The behaviour of this hessian in a family of triangles with the given inscribed and circumscribed circles is investigated and its extremal values are computed. As an application we prove that each point in the unit disc is a stable equilibrium point of a certain triple of point charges on its boundary, which yields an explicit scenario of robust electrostatic control in Euclidean discs.

The talk are based on the joint works [1] and [2] with G.Khimshiashvili.

Acknowledgments. The research supported by GNSF as part of grant No. FR22-354, titled "Problem of factorization and invariants of holomorphic bundles on Riemann surfaces."

References

- [1] Giorgadze G. and Khimshiashvili G. Incenter of triangle as a stationary point. Georgian Mathematical Journal, vol. 29, no. 4, 2022, pp. 515-525. <https://doi.org/10.1515/gmj-2022-2155>
- [2] Giorgadze G. and Khimshiashvili G. Triangles and electrostatic ion traps. J. Math. Phys. 62, 053501, 2021. <https://doi.org/10.1063/5.0040735>

11

Evading Quantum Mechanics \{a\} la Sudarshan: quantum-mechanics-free subsystem as a realization of Koopman-von Neumann mechanics

Author: Zurab Silagadze¹

¹ *Budker Institute of Nuclear Physics*

Corresponding Author: silagadze@inp.nsk.su

Tsang and Caves suggested the idea of a quantum-mechanics-free subsystem in 2012. We contend that Sudarshan's viewpoint on Koopman-von Neumann mechanics is realized in the quantum-mechanics-free subsystem. Since quantum-mechanics-free subsystems are being experimentally realized, Koopman-von Neumann mechanics is essentially transformed into an engineering science.

13

On the Quantum Gates induced from Fuchsian Systems

Author: Nino Bregvadze^{None}

Corresponding Author: nbregvadze97@gmail.com

In the holonomic model of quantum processing [1], the role of elementary gates is played by the monodromy matrices, which arise from Fuchsian systems of differential equations and act on the finite-dimensional solution spaces of the system [2]. These spaces are interpreted as the register.

In this talk, we consider quantum dynamical systems whose dynamical equations are induced from Fuchsian systems [3] and investigate the problem of the unitarity of monodromy matrices. More precisely, in a particular case, we will provide a solution to the problem: what conditions must the coefficients of the system satisfy for the corresponding monodromy to be unitary. For example, the hypergeometric equation, whose monodromy is irreducible, gives a complete basis of two-dimensional quantum gates, and from the rigidity of such equations, it follows that the unitarity condition depends only on the exponents. Namely, it is known that the monodromy is unitary if the local exponents are all real numbers. We consider system non free from accessory parameters and show that the unitarity condition depends on accessory parameters, and for the Heun equation, we give an explicit condition.

Acknowledgements:

This work was supported by grant N FR 22-354 from the Shota Rustaveli National Science Foundation.

References:

- 1.P. Zanardi, M.Raseli. Holonomic quantum computation. Phys. Rev.Letter A. 1999, DOI: 10.1016/S0375-9601(99)00803-8
2. G.Giorgadze, Monodromy approach to quantum computing, Int. J. Modern Physics B . 2002, vol. 16, No. 30, pp. 4593-4605, <https://doi.org/10.1142/S0217979202014607>
- 3.N.Bregvadze. Inverse problem for second order regular equations and line configuration of singular points. Proc.VIAM, 2020, vol.70, pp.17-24

14

Симуляторы квантовоподобных вычислений на основе распределенных физических систем

Authors: Александр Алоджанц¹; Дмитрий Царёв¹; Мария Никитина¹; Пётр Захаренко¹

¹ Университет ИТМО

Corresponding Authors: 79214406690@ya.ru, dmitriy_93@mail.ru, p.zaxarenko2015@yandex.ru, alexander_ap@list.ru

В настоящее время физическое ускорение обработки информации есть важнейшее направление исследований в квантовой физике, математике, а также информационных науках, направленное

на решение проблемы больших данных. Универсальные квантовые компьютеры представляют собой один, но не единственный путь решения этой проблемы. Тенденции развития современных квантовых, а также фотонных технологий позволяют выделить целый класс систем: т.н., машины Изинга (МИ) –квантовые, бифуркационные, цифровые, и пр., которые позволяют физически ускорить решение ряда NP-трудных задач Карпа [1]. Ускорение в таких системах не носит физически фундаментального характера, однако, оказывается весьма эффективным для решения практических задач оптимизации в бизнесе, экономике и финансах. В докладе сделан обзор таких симуляторов и выявлена их связь с имеющимися аналогами квантовых вычислителей на основе квантового отжига. Особое место в докладе уделено оптимизации графовой архитектуры рассматриваемых систем. Нами недавно предложен двумерный материал, в основе которого лежит сложный граф, ребрами которого являются светопроводящие каналы, а в узлах помещены двухуровневые системы (атомы, квантовые точки, и т.д.) [2]. Показано, что такая система, по-сути, представляет из себя МИ, обладающей дополнительным выигрышем по энергии благодаря выбору графовой архитектуры материала. В этой связи исследованы фазовые переходы к лазерной генерации, а также сверхизлучению в рассматриваемой структуре [2,3]. Показано, что в зависимости от топологии графа (средней связности узлов), фазовый переход может наблюдаться при малых значениях оптической накачки, практически без инверсии населенностей. Физически такое поведение может быть обосновано также со спецификой блужданий фотонов на графе материала в виде сложной сети [4].

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 23-22-00058 “Когерентные эффекты в двухмерных квантовых материалах с интерфейсом сложных сетей”.

[1] N. Mohseni, P. L. McMahon, and T. Byrnes, Ising machines as hardware solvers of combinatorial optimization problems. *Nat. Rev Phys.* 2022, 4, 363.

[2] A. Yu. Bazhenov, M. Nikitina, and A. P. Alodjants, High temperature superradiant phase transition in quantum structures with a complex network interface, *Opt. Lett.* 2022, 47, 3119.

[3] А.Ю. Баженов, М.М. Никитина, Д.В. Царёв, А.П. Алоджанц, Случайный лазер на основе материалов в виде сложных сетевых структур, *Письма в ЖЭТФ*, 2023, 117, 819.

[4] Alexey Melnikov, M. Kordzanganeh, A. Alodjants & Ray- Kuang Lee, Quantum machine learning: from physics to software engineering, *Advances in Physics: X* 2023, 8, 2165452.