

# К ВОПРОСУ ОЦЕНКИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СМЕЩЕНИЙ КВАДРУПОЛЬНЫХ ЛИНЗ НУКЛОТРОНА

А. В. Филиппов для участников проекта NICA

XV Международный семинар по проблемам ускорителей заряженных частиц  
памяти проф. В. П. Саранцева, 15-20 сентября 2024 г.  
г. Алушта, Крым, Россия

# Аннотация

В докладе рассматривается алгоритм, который по экспериментально измеренным положениям пучка в пучковой камере синхротрона позволяет сделать оценку о геометрических смещениях квадрупольных линз от их идеального положения в кольце.

На основе полученных в ПНР-IV экспериментальных данных [1] с пикап-электродов (далее — ПЭ) положения пучка ядер ксенона-124 (далее —  $^{124}\text{Xe}^{54+}$ ) при инжекции в Нуклотрон из Бустера и выводе из Нуклотрона в корп. 205 приведены оценки смещения расставленных в кольце Нуклотрона [2], [3] квадрупольных линз.

# Описание алгоритма

Пусть в горизонтальном направлении оси квадрупольных линз имеют смещения  $\Delta x_q$ , где  $q$  — номер линзы в магнитной структуре ускорителя. Будем считать, что среднее значение  $\mu$  и среднеквадратичный разброс  $\sigma$  (далее — СК) смещений квадрупольных линз близки к среднему и СК разбросу, описывающего смещения квадрупольных линз предполагаемому нормальному распределению, то есть  $N(\mu, \sigma) \approx N(\overline{\Delta x}, \sigma_{\overline{\Delta x}})$ .

# Описание алгоритма (продолж.)

Пусть в ускорителе существует возмущение замкнутой орбиты (далее — ЗО), вызванное заданием ведущего магнитного поля  $B_0$  и смещением квадрупольных линз расставленных в кольце.

Представим результирующую горизонтальную ЗО, обозначенную здесь как  $x_{\Delta B/B_0 + \overline{\Delta x} + \sigma_{\overline{\Delta x}}} = x_{\Delta B/B_0 + \overline{\Delta x} + \sigma_{\overline{\Delta x}}}(s)$  в виде суммы:

$$x_{\Delta B/B_0 + \overline{\Delta x} + \sigma_{\overline{\Delta x}}}(s) = x_{\Delta B/B_0}(s) + x_{\overline{\Delta x}}(s) + x_{\sigma_{\overline{\Delta x}}}(s). \quad (1)$$

Здесь  $s$  — продольная координата в ускорителе.

# Описание алгоритма (продолж.)

Дисперсионный член  $x_{\Delta B/B_0} = x_{\Delta B/B_0}(s)$  в (1) связан с неточностью задания ведущего магнитного поля имеет вид:

$$x_{\Delta B/B_0}(s) = \frac{\Delta B}{B_0} D_x(s). \quad (2)$$

Здесь  $\Delta B = B - B_0$ , где  $B$  — заданное ведущее магнитное поле, а  $B_0$  — согласованное с продольным импульсом пучка ведущее магнитное поле.

# Описание алгоритма (продолж.)

Второй член в выражении (1)  $x_{\overline{\Delta x}} = x_{\overline{\Delta x}}(s)$  связанный со средним смещением квадрупольных линз, может иметь вид:

$$x_{\overline{\Delta x}}(s) = (kD_x(s) + 1)\overline{\Delta x}, \quad (3)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности.

# Описание алгоритма (продолж.)

Последний член в выражении (1)  $x_{\sigma_{\Delta x}} = x_{\sigma_{\Delta x}}(s)$  связан со случайным смещением квадрупольных линз в кольце ускорителя и может быть записан в виде:

$$x_{\sigma_{\Delta x}}(s) = F\left(s, \sigma_{\Delta x}\right). \quad (4)$$

Здесь функция  $F\left(s, \sigma_{\Delta x}\right)$  определяет искажение орбиты для случайной выборки смещений квадрупольных линз ускорителя.

# Описание алгоритма (продолж.)

Пусть набором ПЭ ускорителя вблизи предполагаемого ведущего магнитного поля  $B_0$  производится два последовательных изменения горизонтальной орбиты:

$$x_{1,\text{ПЭ}} = x_{\Delta B_{10}/B_0 + \overline{\Delta x} + \sigma_{\Delta x}} \text{ И } x_{2,\text{ПЭ}} = x_{\Delta B_{20}/B_0 + \overline{\Delta x} + \sigma_{\Delta x}},$$

где  $\Delta B_{10} = B_1 - B_0$  и  $\Delta B_{20} = B_2 - B_0$ . Считаем, что величина  $\Delta B = B_2 - B_1$  между двумя последовательно заданными величинами магнитного поля  $B_1$  и  $B_2$  нам известна. В зависимости от величины ведущего магнитного поля  $B_0$  разность  $\Delta B$  может быть не более десятков Гс, но такая, что  $\Delta B \ll B_0$ .



# Описание алгоритма (продолж.)

С учётом (1) усреднённая, по всем ПЭ, разность между двумя последовательными измерениями орбитами определяться как:

$$\begin{aligned}\overline{x_{2,\text{ПЭ}} - x_{1,\text{ПЭ}}} &= \overline{x_{2,\text{ПЭ}}} - \overline{x_{1,\text{ПЭ}}} = \overline{x_{\Delta B_{20}/B_0}} - \overline{x_{\Delta B_{10}/B_0}} = \\ &= \frac{\Delta B_{20}}{B_0} \overline{D_{x,2,\text{ПЭ}}} - \frac{\Delta B_{10}}{B_0} \overline{D_{x,1,\text{ПЭ}}} = \frac{\Delta B}{B_0} \overline{D_{x,\text{ПЭ}}}.\end{aligned}\quad (5)$$

Связанные со средним и случайным смещением линз члены в (1) сократились в (5), так как оптика ускорителя одинакова в двух разных измерениях орбиты, и поэтому в местах расположения ПЭ справедливо соотношение:  $\overline{D_{x,\text{ПЭ},1}} = \overline{D_{x,\text{ПЭ},2}} = \overline{D_{x,\text{ПЭ}}}$ .

# Описание алгоритма (продолж.)

Из (5) получаем выражение для определения согласованного с продольным импульсом пучка ведущего магнитного поля  $B_0$ :

$$B_0 = \frac{\overline{D_{x,\text{ПЭ}}}}{\overline{x_{2,\text{ПЭ}}} - \overline{x_{1,\text{ПЭ}}}} \Delta B. \quad (6)$$

Все величины в (6) нам известны:  $\overline{x_{1,\text{ПЭ}}}$ ,  $\overline{x_{2,\text{ПЭ}}}$  и  $\Delta B$  известны из измерений, дисперсия  $\overline{D_{x,\text{ПЭ}}}$  может быть измерена или взята из математической модели магнитной структуры ускорителя.

# Описание алгоритма (продолж.)

Пусть теперь у нас имеется какая-то измеренная орбита  $x_1 = x_1(s)$  по типу (1), тогда величина  $x_1 - x_{\Delta B/B_0}$  определит орбиту  $x_2 = x_2(s)$  вызванную лишь смещением квадрупольных линз ускорителя с учётом (1) равную  $x_2(s) = x_1(s) - x_{\Delta B/B_0}(s)$  или:

$$x_2(s) = x_1(s) - \frac{\Delta B}{B_0} D_x(s) = x_{\frac{\Delta x}{\Delta x}}(s) + x_{\sigma_{\frac{\Delta x}{\Delta x}}}(s). \quad (7)$$

В (7)  $\Delta B = B - B_0$ , где  $B$  — магнитное поле, при котором произведено измерение орбиты  $x_1$ , а согласованное с продольным импульсом пучка ведущее магнитное поля  $B_0$  известно из (6).

# Описание алгоритма (продолж.)

Усредняя (7) по всем ПЭ орбиту  $x_2$  получим:

$$\begin{aligned}\overline{x_2} &= \overline{x_1 - x_{\Delta B/B_0}} = \overline{x_{\Delta x}} + \overline{x_{\sigma_{\Delta x}}} = \\ &= \overline{(kD_x(s) + 1)\Delta x} + \overline{F(s, \sigma_{\Delta x})} = (k\overline{D_x} + 1)\overline{\Delta x} + \overline{F(\sigma_{\Delta x})}.\end{aligned}\tag{8}$$

Далее рассмотрим три случая в выражении (8).

# Описание алгоритма (продолж.)

Первый случай:

$$(k\overline{D_x} + 1)\overline{\Delta x} \gg \overline{F(\sigma_{\overline{\Delta x}})}. \quad (9)$$

Тогда в выражении (7) членом  $x_{\sigma_{\overline{\Delta x}}}(s)$  можно пренебречь и в этом случае среднее смещение квадрупольных линз определяется как:

$$\overline{\Delta x} = \frac{\overline{x_2}}{k\overline{D_x} + 1}. \quad (10)$$

# Описание алгоритма (продолж.)

Второй случай:

$$(k\overline{D_x} + 1)\overline{\Delta x} \ll \overline{F(\sigma_{\overline{\Delta x}})}. \quad (11)$$

Тогда в выражении (7) член  $x_{\overline{\Delta x}}(s)$  мал, то есть  $\overline{\Delta x} \approx 0$ . И проводя, с помощью математической модели ускорителя, расчёт огибающих 30 пучка в MAD-X [4] можно определить СК разброс геометрических смещений квадрупольных линз  $\sigma_{\overline{\Delta x}}$ .

# Описание алгоритма (продолж.)

Третий случай:

$$(k\overline{D_x} + 1)\overline{\Delta x} \approx \overline{F(\sigma_{\overline{\Delta x}})}, \quad (12)$$

то есть члены  $x_{\overline{\Delta x}}(s)$  и  $x_{\sigma_{\overline{\Delta x}}}(s)$  сравнимы в (7), и поэтому нет возможности разделить вклады подобно тому, как это сделано в первых двух случаях. Однако, проводя расчёт оггибающих ЗО пучка в MAD-X [4] можно также определить среднее  $\overline{\Delta x}$  и СК разброс  $\sigma_{\overline{\Delta x}}$  геометрических смещений квадрупольных линз.

# Математическая модель Нуклотрона

Разработанная с помощью MAD-X [4] математическая модель Нуклотрона учитывает:

- Расстановку дипольных магнитов в кольце [5]. Измеренные при криогенных температурах нелинейности магнитных полей дипольных магнитов [6] в диапазоне токов 640÷6400 А.
- Расстановку квадрупольных линз в кольце [5]. Измеренные при комнатной температуре нелинейности магнитных полей квадрупольных линз [7].

Данные для квадрупольных линз [5] и [7] являются фрагментарными для разных линз (ярм), токов (при которых проведено измерение) и гармоник.



# Математическая модель Нуклотрона (продолж.)

Фрагментарные данные [7] магнитных измерений нелинейностей магнитного поля квадрупольных линз Нуклотрона были использованы для построения эмпирического распределения [8] каждой из гармоник, построенное по её выборке данных [7]. Найденное, таким образом, эмпирическое распределение использовалось для построения полного набора нелинейностей магнитных полей квадрупольных линз, установленных в кольце Нуклотрона. Математическая модель Нуклотрона создана для измеренной рабочей точки  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$  [2], [3]. Для этой рабочей точки были проведены оценки смещений линз.

# Измеренные орбиты в Нуклотроне

Измерения орбиты проводились с помощью 24 ПЭ расположенных в кольце Нуклотрона см. Рис. 1, из которых, — 18 расположены возле дефокусирующих линз (Д-линз), 6 — возле фокусирующих линз (Ф-линз). Причём 3 ПЭ расположены в местах, где имеется большая и положительная горизонтальная дисперсия ( $D_x > 3,9$  м), 8 — где имеется отрицательная горизонтальная дисперсия ( $-1,6 < D_x < -1,2$  м), остальные 13 ПЭ расположены в местах, где горизонтальная дисперсия имеет величину вблизи нуля ( $0,5 < D_x < 0,7$  м).

# Измеренные орбиты в Нуклотроне (продолж.)

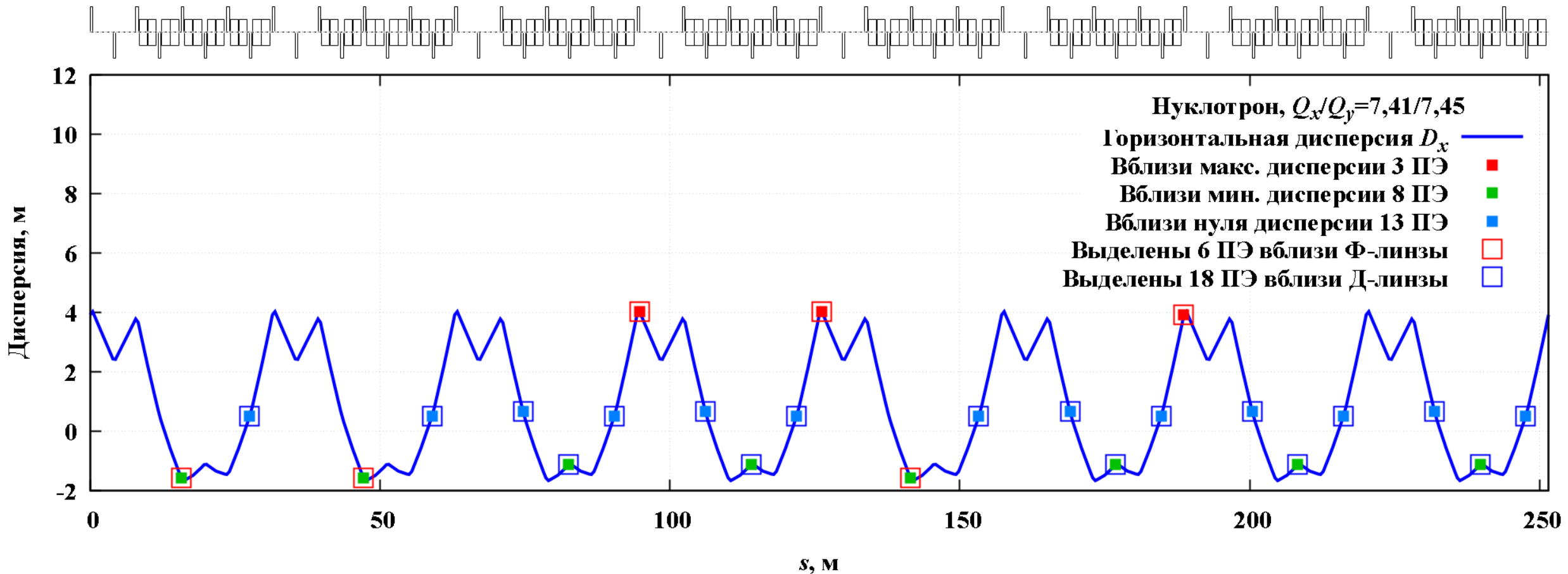


Рис. 1. Дисперсия и положение ПЭ в кольце Нуклотрона

# Результаты и выводы

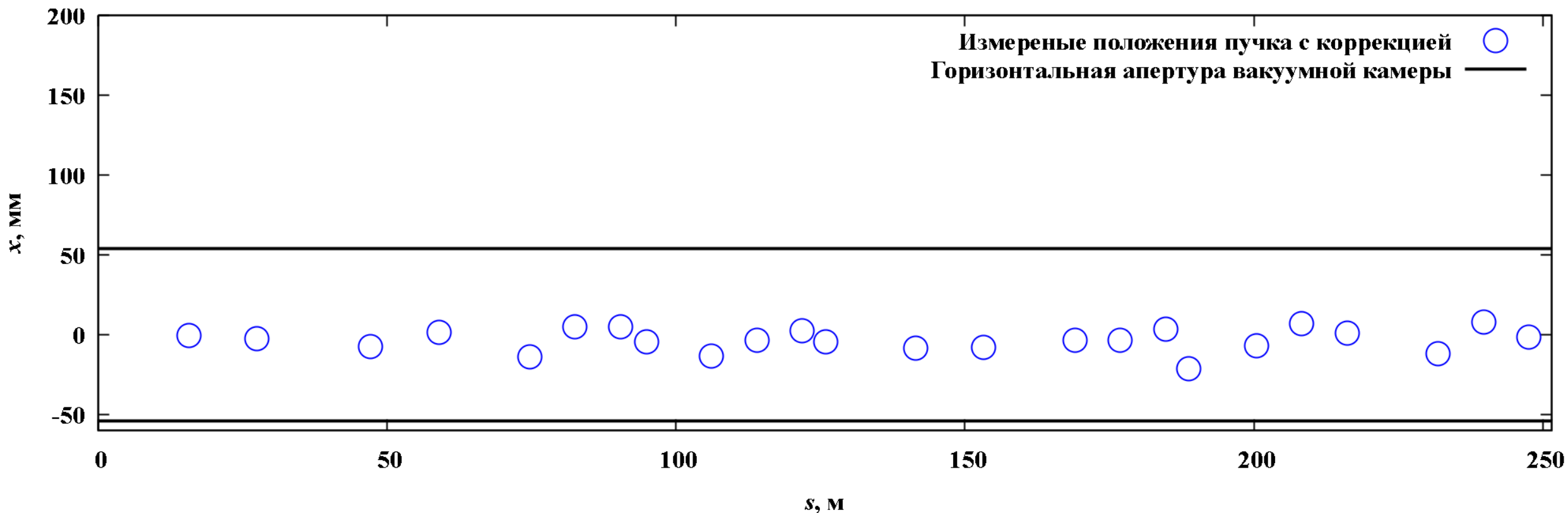


Рис. 2. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 205 МэВ/н

# Результаты и выводы

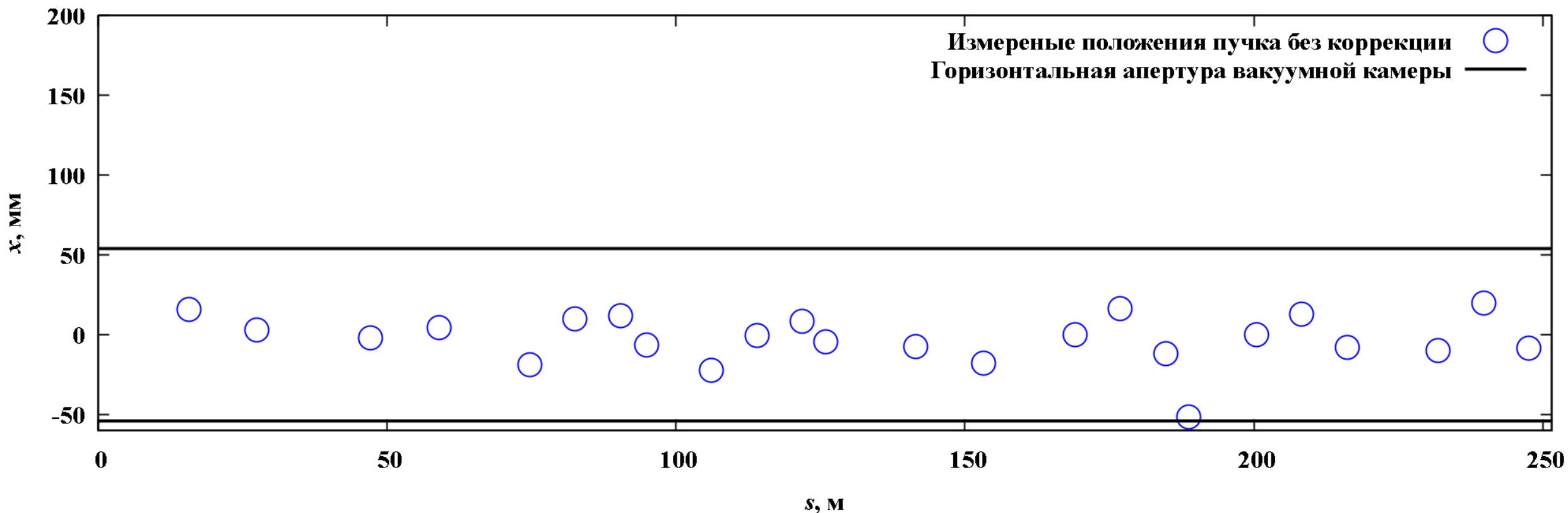


Рис. 2. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 205 МэВ/н

# Результаты и выводы

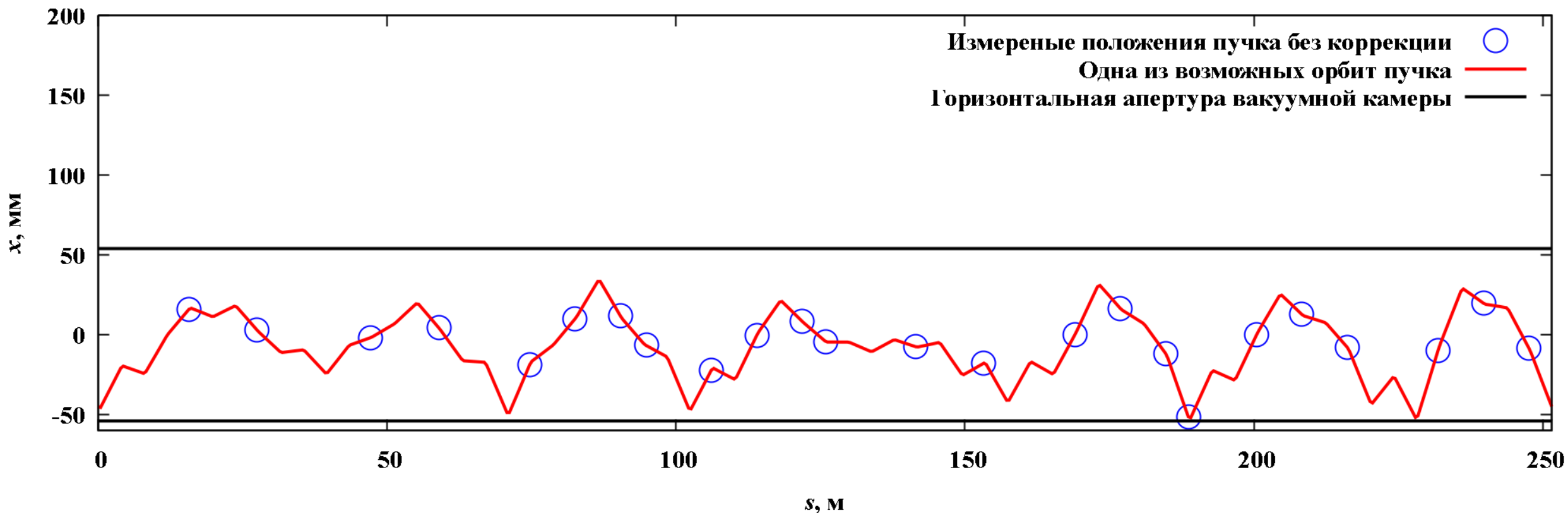


Рис. 2. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 205 МэВ/н

# Результаты и выводы

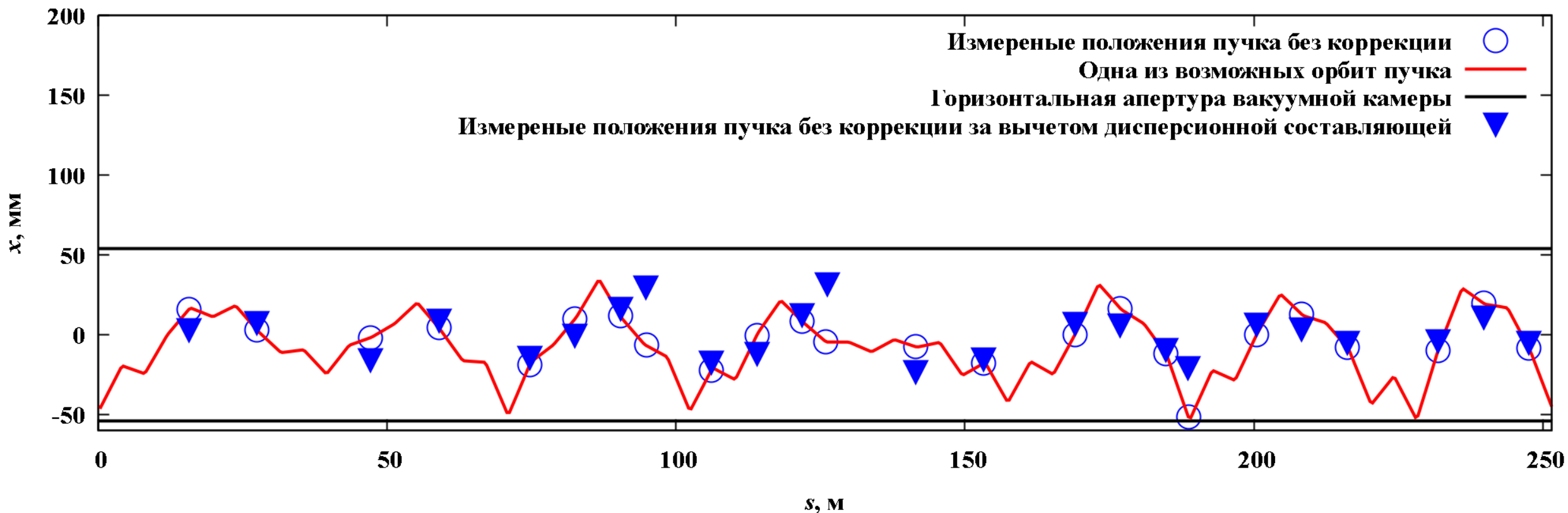


Рис. 2. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 205 МэВ/н

# Результаты и выводы

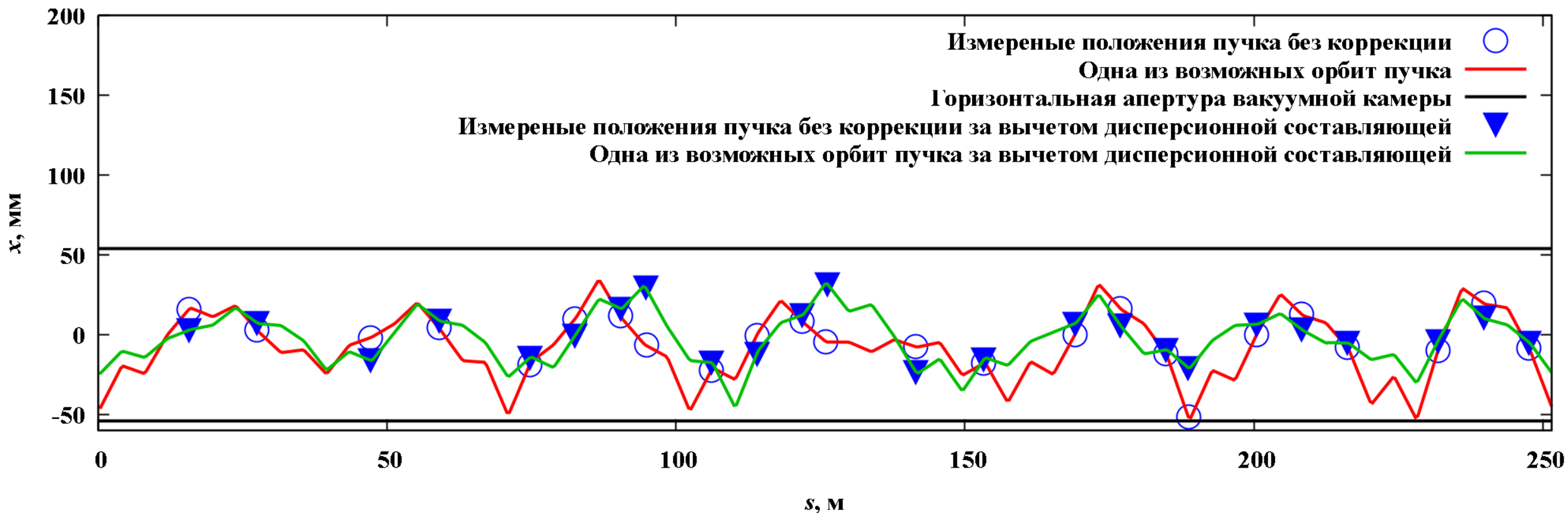


Рис. 2. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 205 МэВ/н



# Результаты и выводы

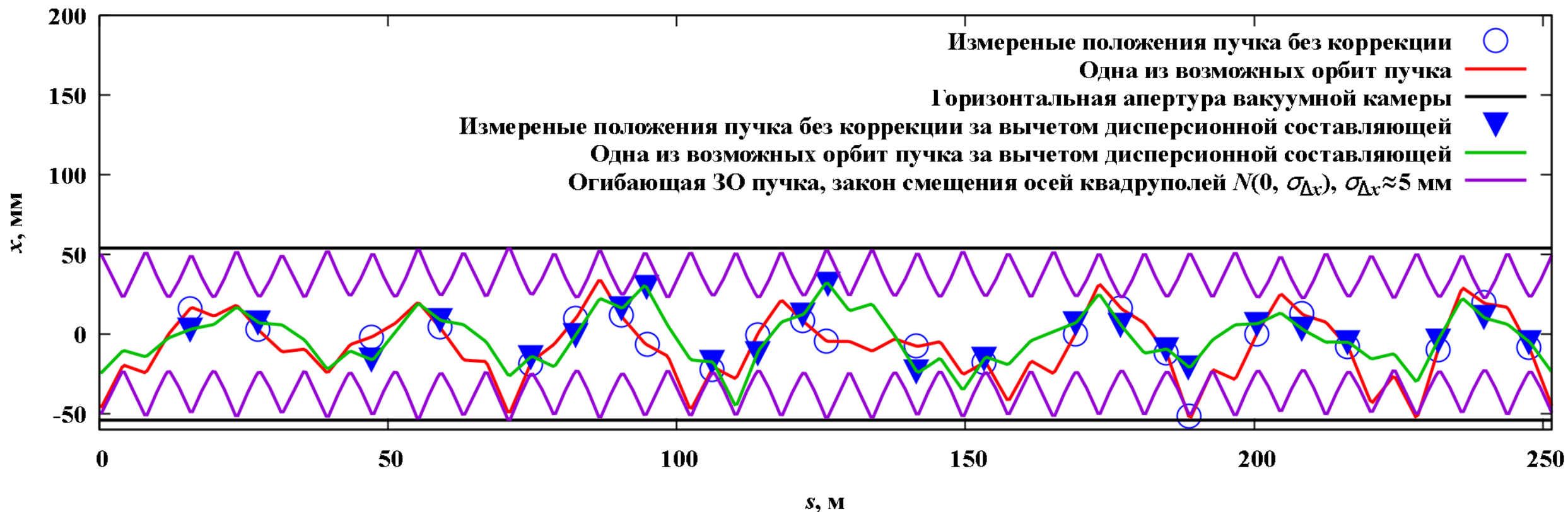


Рис. 2. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 205 МэВ/н

# Результаты и выводы (продолж.)

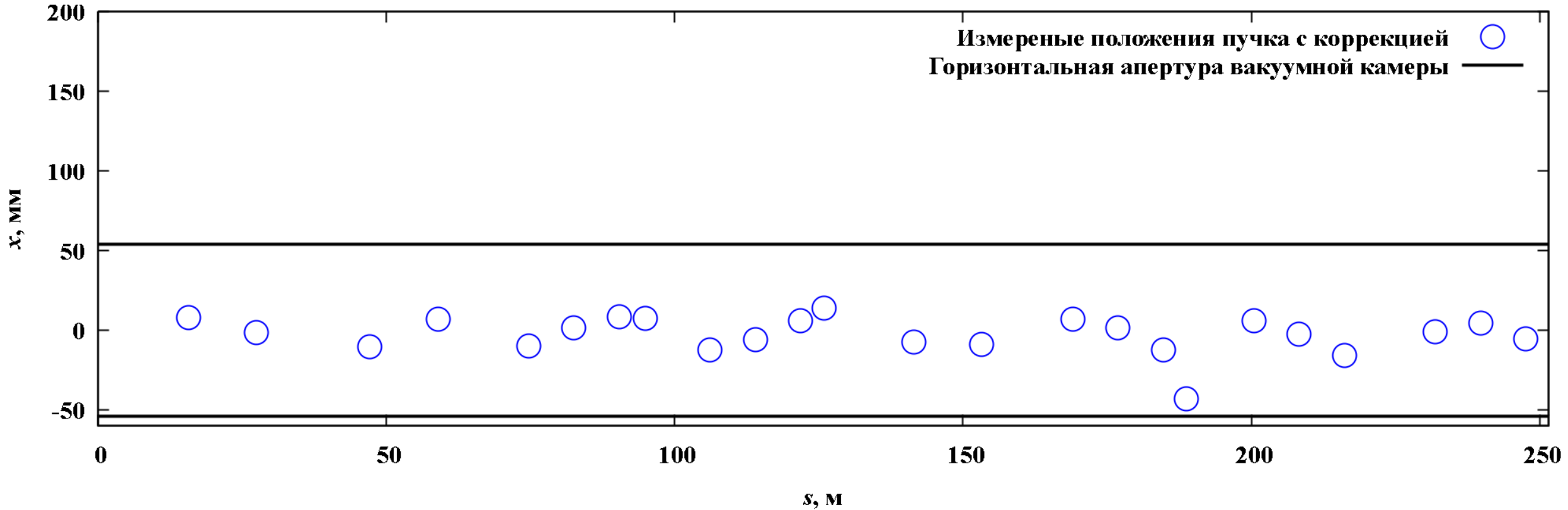


Рис. 3. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 3,9 ГэВ/н

# Результаты и выводы (продолж.)

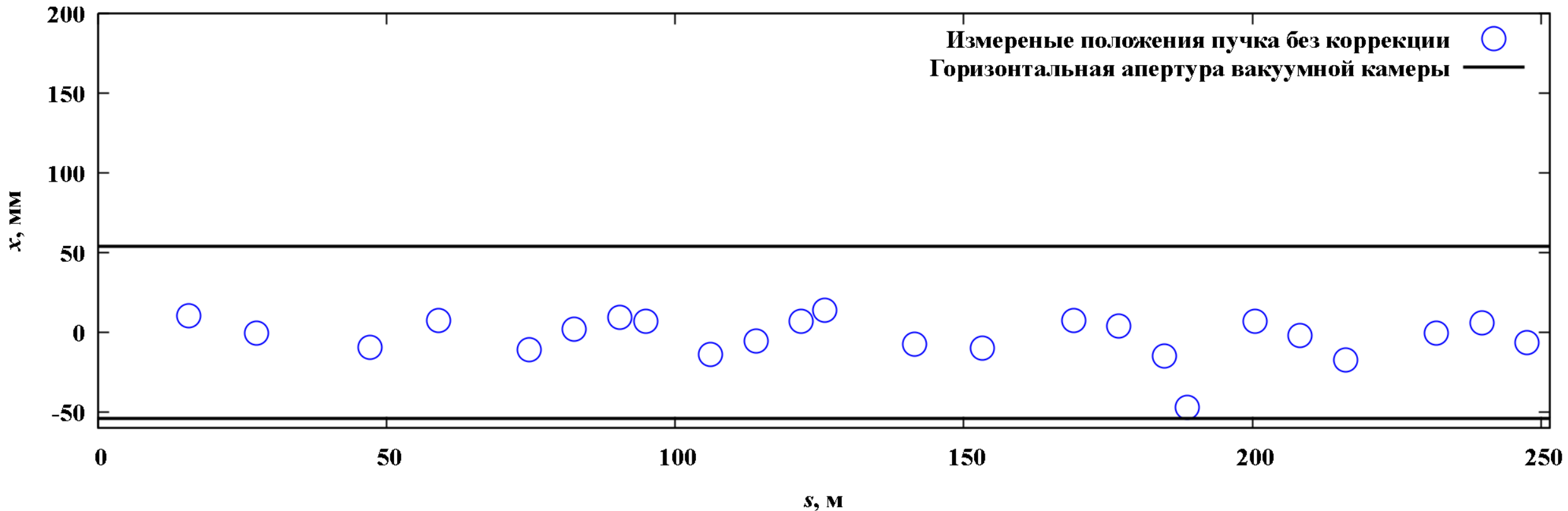


Рис. 3. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 3,9 ГэВ/н

# Результаты и выводы (продолж.)

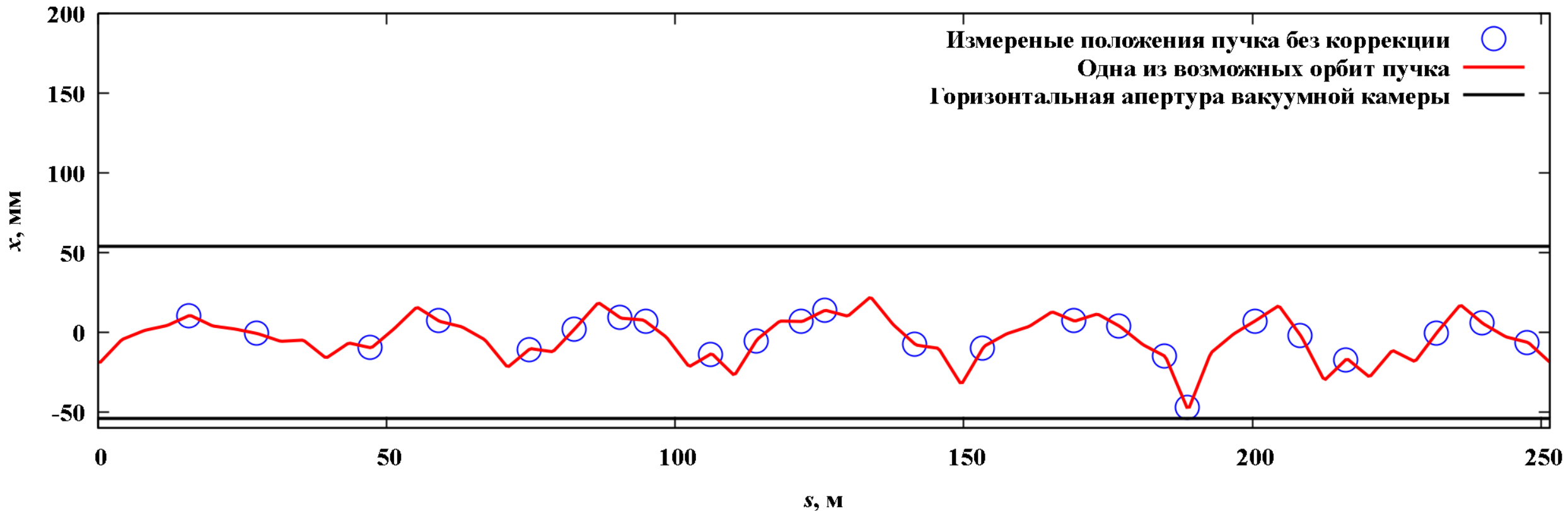


Рис. 3. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 3,9 ГэВ/н

# Результаты и выводы (продолж.)

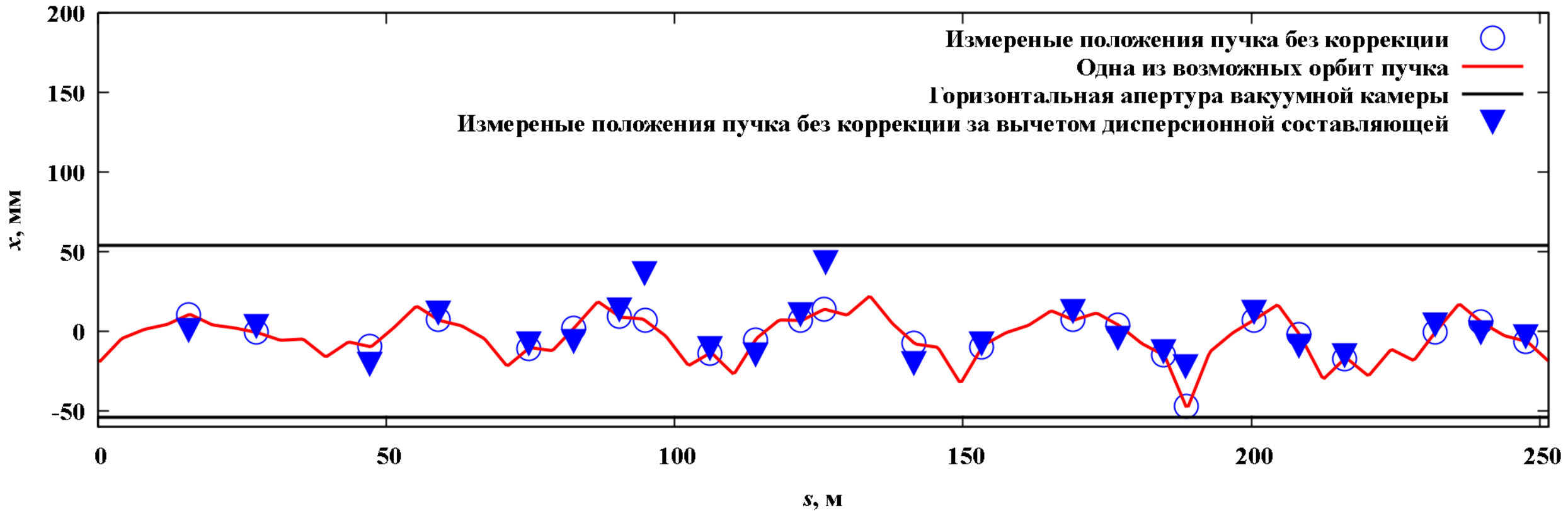


Рис. 3. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 3,9 ГэВ/н

# Результаты и выводы (продолж.)

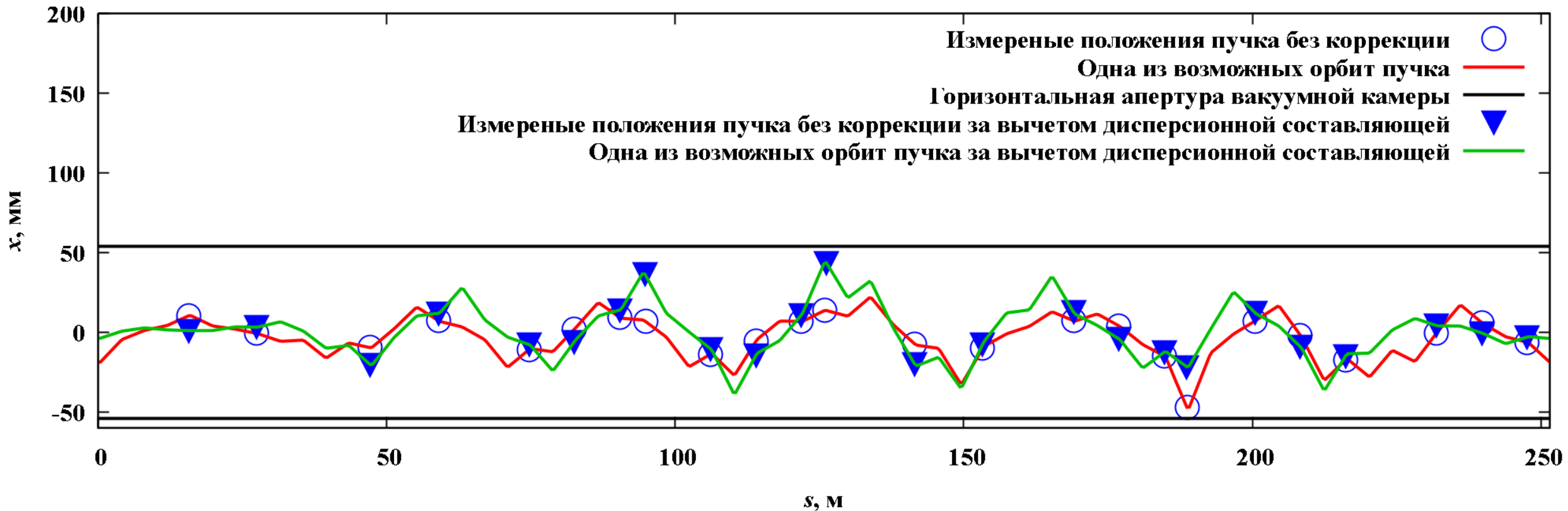


Рис. 3. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 3,9 ГэВ/н

# Результаты и выводы (продолж.)

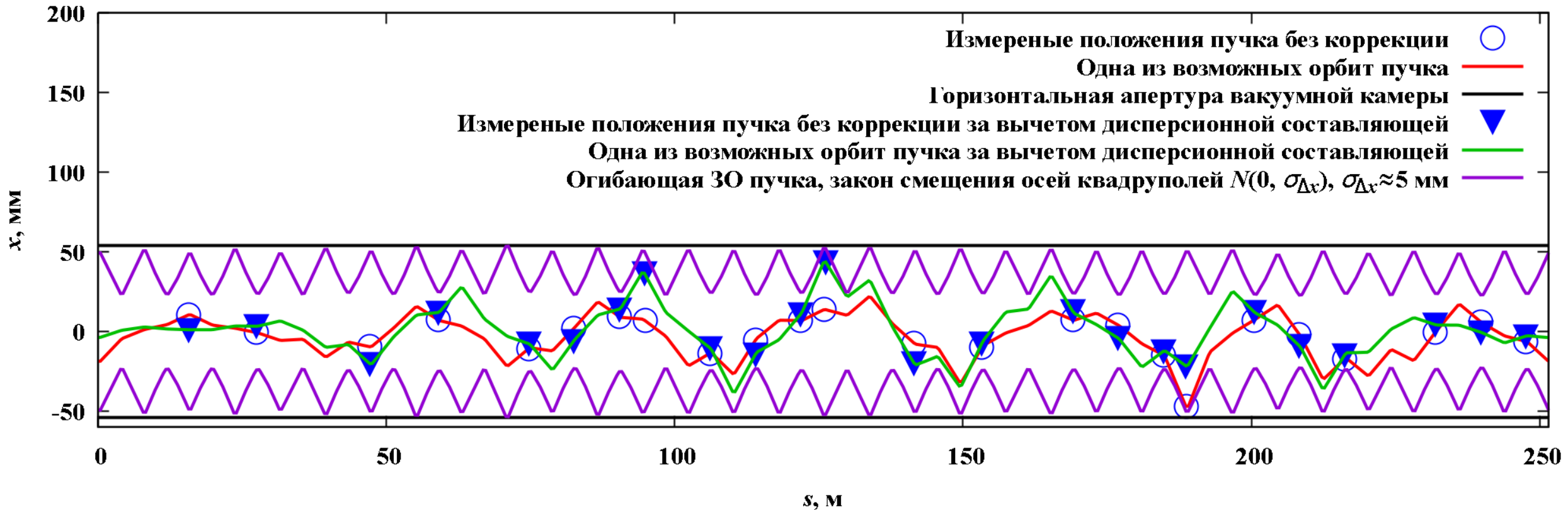


Рис. 3. Нуклотрон  $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ , пучок  $^{124}\text{Xe}^{54+}$  при 3,9 ГэВ/н

# Результаты и выводы (продолж.)

Предлагаемый алгоритм может быть использован для определения согласованного с продольным импульсом пучка ведущего магнитного поля в сеансах на Бустере и Нуклотроне.

На основе предлагаемого алгоритма и полученных в ПНР-IV экспериментальных результатов измерений горизонтальных орбит пучка ядер ксенона-124 при инжекции в Нуклотрон из Бустера и выводе из Нуклотрона в корп. 205, геометрические смещения в горизонтальной плоскости расставленных по кольцу Нуклотрона квадрупольных линз составляет величину около 5 мм.



# Литература

- [1] Данные предоставлены Е. В. Горбачёвым и В. Л. Смирновым
- [2] [Иссинский И. Б., Бровко О. И., Бутенко А. В. Эксперименты по исследованию потерь интенсивности пучка Нуклотрона \(2002-2005 гг.\). Сообщение ОИЯИ Р9-2007-107. Дубна, 2007. 15 с.](#)
- [3] [Смирнов А. А. Нуклотрон — новая технология сверхпроводящей магнитной системы синхротрона // ЭЧАЯ. 2001. т. 32, вып. 1. С. 96-142](#)
- [4] <http://madx.web.cern.ch/madx/>

# Литература (продолж.)

- [5] Таблицы расстановки из архива Г. Г. Ходжибагияна
- [6] [Донягин А. М., Коваленко А. Д., Козлов О. С., Михайлов В. А., Смирнов А. А. Анализ результатов магнитных измерений дипольных и квадрупольных магнитов Нуклотрона. Сообщение ОИЯИ Р9-94-329. Дубна, 1994](#)
- [7] Измеренные нелинейности магнитного поля дипольных и квадрупольных магнитов Нуклотрона предоставлены А. М. Донягиным
- [8] [https://en.wikipedia.org/wiki/Empirical\\_distribution\\_function](https://en.wikipedia.org/wiki/Empirical_distribution_function)