

Аналитические расчёты электрослабых поправок для 4-х частичных процессов

Л.А. Румянцев, с.н.с.

ОИЯИ

15 мая 2024



Мотивация: теоретическая поддержка экспериментов

Линейные ускорители (e^+e^-)

- CLIC (планируемые даты начала работы – 2040-2045 годы)
- ILC (готов к реализации, однако отложен до 2035-2040 годов)

E_{cm} :

- 250 ГэВ – 1 ТэВ, 91 ГэВ (ILC)
- 500 ГэВ – 3 ТэВ (CLIC)

- Высокие энергии.(LEP : 45.6 – 104.5 ГэВ; LHC : 6.5 ТэВ)
- $L \approx 10^{34} - 10^{36} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$; больше светимости LEP , LHC на 2 – 4 порядка.
- Поляризованные пучки($P_{e^-} = 80 - 90\%$, $P_{e^+} = 30\%$, 60%).

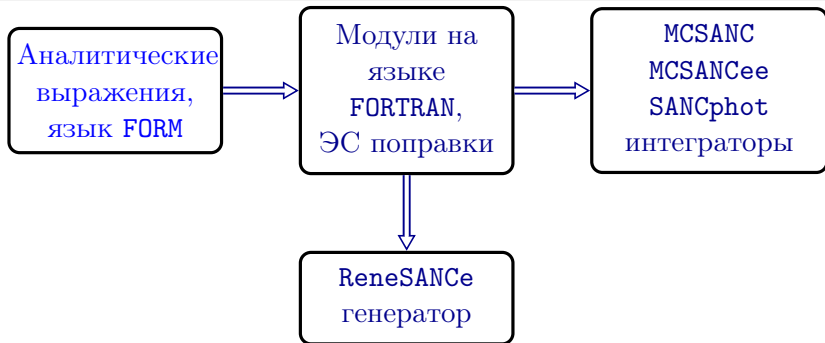
Циклические ускорители

- HL-LHC , CEPC (планируемые даты начала работы – 2029 и 2030 годы, соответственно)
- μ Collider , FCC (FCC-ee , FCC-hh ; вероятное начало работы > 2040 год)

E_{cm} :

- 91 ГэВ, 160 ГэВ, 240 ГэВ, 350 ГэВ(FCC-ee , CEPC)
- 100 ТэВ(FCC-hh)
- несколько ТэВ(μ Collider)

Программы как часть среды SANC



Публикации:

SANC – CPC 174 481-517, 2006

MCSANC – CPC 184 2343-2350, 2013; JETP Letters 103, 131-136, 2016

SANCphot – CPC 294 108929, 2024

ReneSANCe – CPC 256 107445, 2020; CPC 285 108646, 2023

Программы среды SANC доступны на сайте <http://sanc.jinr.ru/download.php>

ReneSANCe доступен на сайте <http://renesance.hepforge.org>

Улучшение процедур среды SANC - от процедуры FeynmanRules.prc к FRQCDv1.prc:

- Добавлены кварк-кварк-глюонные вершины в КХД-части процедуры
- Добавлены четырёхбозонные вершины в R_ξ калибровке для любых комбинаций частиц, в том числе и для нефизичного скаляра ϕ^0

Преимущества среды SANC:

- полный расчёт однопетлевых поправок
- учёт поправок высших порядков
- расчёты поправок с учётом масс
- учёт поляризационных эффектов
- интегрирование по всему фазовому пространству
- результаты Монте-Карло генератора ReneSANCe и интеграторов SANC были сравнены с пакетами CompHEP и WHIZARD

Научные интересы

- Баба-рассеяние ($e^+e^- \rightarrow e^-e^+$), Phys. Rev. D 98, 013001.
- $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$, JETP Lett. 1159 495–501, 2022.
- Рассеяние мюона электроном ($\mu^+e^- \rightarrow \mu^+e^-$), Phys. Rev. D 105, 033009.
- Рождение пары фотонов ($e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$), Phys. Rev. D 107, 073003.
- ZH ($e^+e^- \rightarrow ZH$), Phys. Rev. D 100, 073002.
- $Z\gamma$ ($e^+e^- \rightarrow Z\gamma$), JETP Letters 119, 71-77, 2024.
- $\gamma\gamma \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e$, $\gamma\nu_e \rightarrow \nu_e\gamma$.
- $\gamma\gamma HZ \rightarrow 0$.
- Для коллайдера NICA продолжается расчет процесса $q\bar{q}\gamma g \rightarrow 0$.

Учёт эффектов поляризации при электрон-позитронной аннигиляции

Процесс рождения двух фотонов в результате аннигиляции электрон-позитронной пары

$$e^+(p_1) + e^-(p_2) \rightarrow \gamma(p_3) + \gamma(p_4),$$

востребован как процесс для оценки светимости и фона.

Он был рассмотрен в следующих работах:

- 1) L. M. Brown and R. P. Feynman, Radiative corrections to Compton scattering, Phys. Rev., 85, 1952
- 2) I. Harris and L. M. Brown, Radiative Corrections to Pair Annihilation, Phys. Rev., 105,1 957
Later on revised
- 3) Berends, Frits A. and Gastmans, R., Hard photon corrections for $e^+ e^- \rightarrow \gamma \gamma$, Nucl. Phys., B61, 1973.

Монте-Карло генераторы без учёта поляризации на однопетлевом уровне точности:

- Eur Phys J.(2011) 71:1597
Monte-Carlo generator photon jets for the process $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$
S.I. Eidelman, G.V. Fedotovitch, E.A. Kuraev, A.L. Sibidanov.
- Report “ $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ for FCC_{ee} lumi” C.M. Carloni Calame, M.Chiesa, G. Montagna, O. Nicrosini, F. Piccinini, in 11 FCC-ee workshop: Theory & Experiment

Монте-Карло генераторы с учётом поляризации на древесном уровне точности:

- WHIZARD
W. Kilian, T. Ohl, J. Reuter, Eur.Phys.J.C71 (2011) 1742,
- CalcHEP
A. Belyaev, N. Christensen, A. Pukhov,
Comp. Phys. Comm. 184 (2013), pp. 1729-1769

Два метода вычисления сечений

Далее рассматривается случай продольной поляризации:

- **Первый метод** — формализм ковариантной амплитуды (СА).
Дифференциальное сечение рассеяние пропорционально квадрату абсолютного значения ковариантной амплитуды \mathcal{A} . Для кинематики $2 \rightarrow 2$

$$d\sigma = \frac{1}{32\pi s} |\mathcal{A}|^2 d\cos\theta,$$

$$d\sigma = d\sigma_0 + (P_{e^+} - P_{e^-})d\sigma_1 + P_{e^+}P_{e^-}d\sigma_2$$

- **Второй метод** — формализм спиральных амплитуд (НА).
Чтобы получить сечение рассеяния, надо просуммировать квадраты абсолютных значений спиральных амплитуд, поскольку они не интерферируют между собой:

$$\begin{aligned} & 128\pi s \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \\ &= (1 - P_{e^-})(1 - P_{e^+}) \sum_{ij} |\mathcal{H}_{++ij}|^2 + (1 - P_{e^-})(1 + P_{e^+}) \sum_{ij} |\mathcal{H}_{+-ij}|^2 \\ &+ (1 + P_{e^-})(1 - P_{e^+}) \sum_{ij} |\mathcal{H}_{-+ij}|^2 + (1 + P_{e^-})(1 + P_{e^+}) \sum_{ij} |\mathcal{H}_{--ij}|^2 \end{aligned}$$

(см. eq. 1.15 в статье Moortgat-Pick, G. and others, "The Role of polarized positrons and electrons in revealing fundamental interactions at the linear collider", *Phys. Rept.* 460 (2008))

Расчёты необходимы для измерения светимости

- Точное определение светимости необходимо для качественной обработки данных, которые будут получены на новых коллайдерах.
- Существуют три процесса, обладающих большими сечениями рассеяния:

- **процесс рождения двух фотонов**

$$e^+e^- \longrightarrow \gamma\gamma,$$

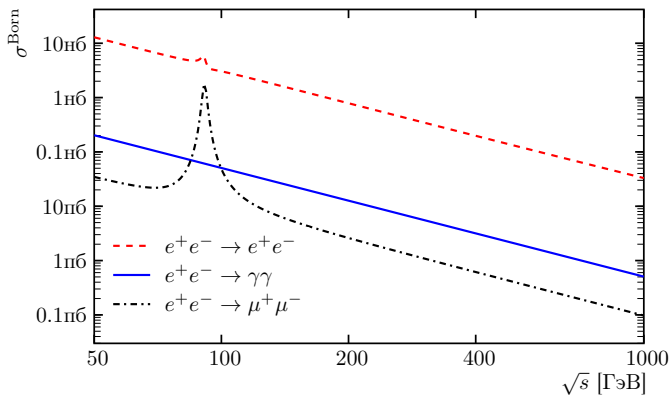
- **Баба рассеяние**

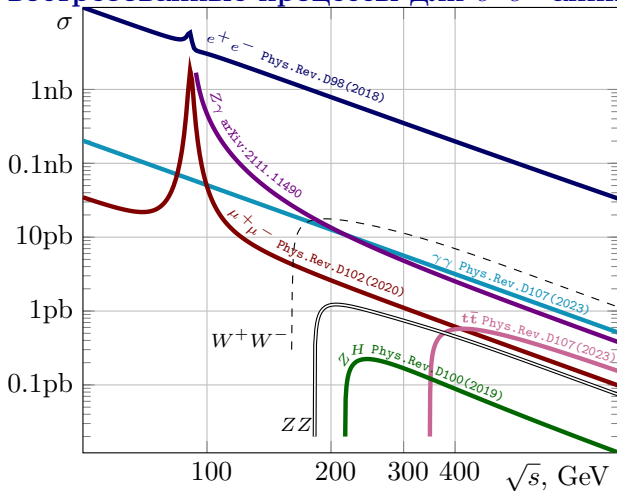
$$e^+e^- \longrightarrow e^+e^-$$

- **аннигиляция в мюон-антимюонную пару**

$$e^+e^- \longrightarrow \mu^+\mu^-$$

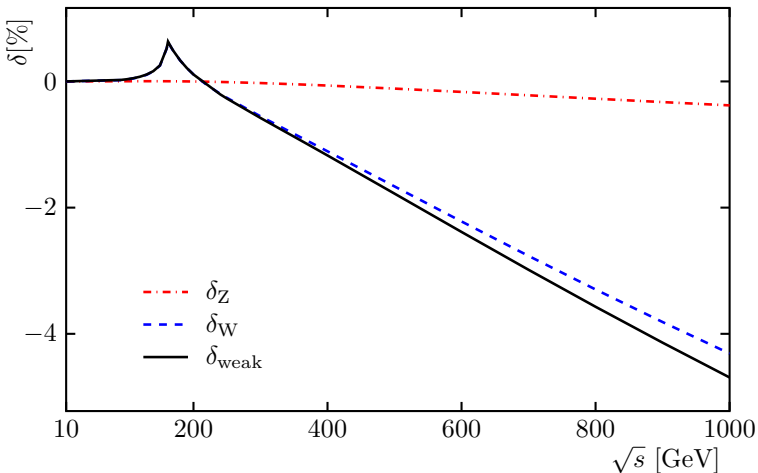
Процессы для оценки светимости



Наиболее востребованные процессы для e^+e^- аннигиляции

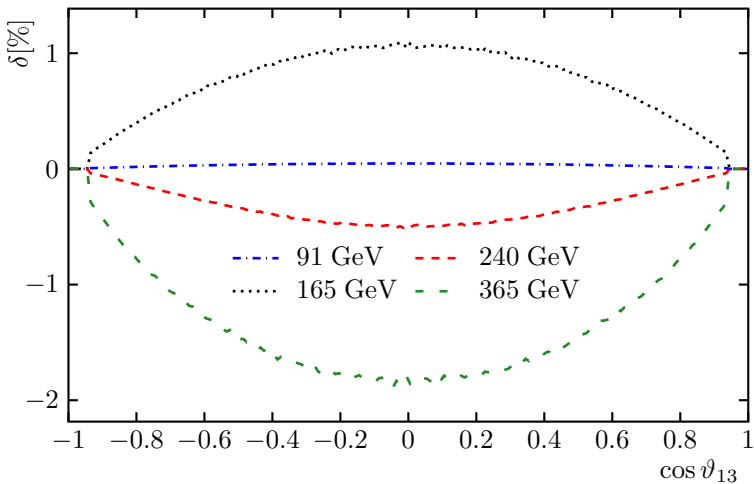
Интегральные сечения взаимодействия рассчитаны для диапазона $10^\circ < \theta < 170^\circ$ углов разлёта частиц в конечном состоянии.

- Процесс $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ имеет большое дифференциальное сечение.
- Фоновые процессы также обладают большим сечением, поэтому радиационные поправки очень важны для правильной оценки сигнала.
- Нет вклада вакуумной поляризации $\Pi_{\gamma\gamma}$ на однопетлевом уровне.

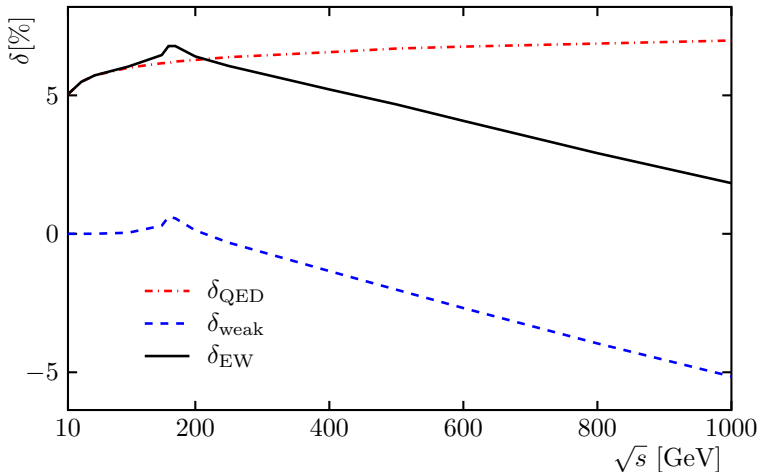


$$\delta_i = \frac{\sigma^{\text{contr.}}}{\sigma_{\text{LO}}} - 1, \%$$

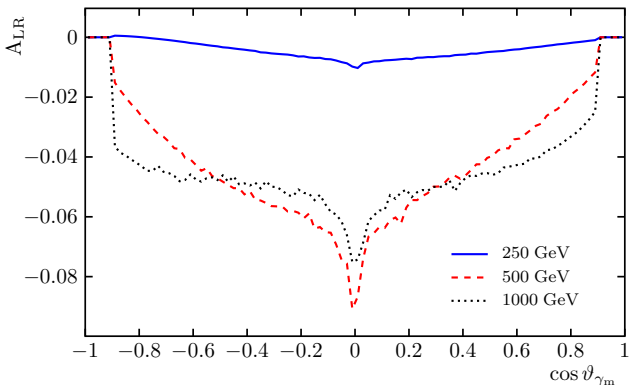
Относительные вклады Z и W бозонных петель в однопетлевую электрослабую поправку.



Зависимость слабой поправки от косинуса угла разлёта частиц для разных энергий в системе центра масс.



Относительные поправки δ , % (NLO QED, weak и EW) для диапазона энергий с.ц.м. $\sqrt{s} = 10 - 1000$ ГэВ.



Угловые распределения асимметрии

$$A_{LR} = \frac{d\sigma(e_L^- e_R^+ \rightarrow \gamma\gamma) - d\sigma(e_R^- e_L^+ \rightarrow \gamma\gamma)}{d \cos \vartheta_{\gamma_m}} \bigg/ \frac{d\sigma(e_L^- e_R^+ \rightarrow \gamma\gamma) + d\sigma(e_R^- e_L^+ \rightarrow \gamma\gamma)}{d \cos \vartheta_{\gamma_m}}$$

по углу фотона с наибольшей энергией (ϑ_{γ_m}) при нескольких энергиях в системе центра масс.

SANC: обозначения

- Ковариантная амплитуда (CA) — \mathcal{CA}
- Скалярные формфакторы (FF) — \mathcal{F}_i
- Спиральные амплитуды (HA) — $\mathcal{H}_{\{\lambda_i\}}(\mathcal{F}_i)$
 стандартный метод: $\sigma \propto |\mathcal{CA}|^2$
 суммирование методом спиральных амплитуд:
 $\sigma \propto \sum_{\{\lambda_i\}} |\mathcal{H}_{\{\lambda_i\}}|^2$
- Тормозное излучение, рассчитанное методом HA: (BR)
- Аналитические программные модули: FF, HA, BR

Ковариантная амплитуда

$$\mathcal{CA} = \sum_{i=1}^{n_1} \text{Str}(\mathcal{F}_{V_i}) \mathcal{F}_{V_i}(s, t, u) + \sum_{i=1}^{n_2} \text{Str}(\mathcal{F}_{A_i}) \mathcal{F}_{A_i}(s, t, u).$$

Расчет массивного базиса для дважды поперечного процесса $f\bar{f}\gamma\gamma \rightarrow 0$:

- ① $l^+l^- \rightarrow \gamma\gamma, \gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$;
- ② $t\bar{t}(b\bar{b}) \rightarrow \gamma\gamma, \gamma\gamma \rightarrow t\bar{t}(b\bar{b})$;
- ③ $l\gamma \rightarrow l\gamma, \dots$;

Расчёт однопетлевых поправок

Сечение рассеяния в однопетлевом приближении рассчитывается как сумма следующих четырёх частей:

$$\sigma^{1\text{-loop}} = \sigma^{\text{Born}} + \sigma^{\text{virt}}(\lambda) + \sigma^{\text{soft}}(\lambda, \omega) + \sigma^{\text{hard}}(\omega),$$

Здесь были введены следующие обозначения:

σ^{Born} — сечение в борновском приближении,

σ^{virt} — виртуальная поправка,

σ^{soft} — излучение мягких фотонов,

σ^{hard} — излучение жёстких фотонов (с энергией $E_\gamma > \omega$).

Вспомогательные параметры λ ("масса фотона") и ω сокращаются после суммирования.

$\gamma\gamma \rightarrow ZH$, Спиральные амплитуды

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{+++} &= \frac{1}{2}k_0 \left[-\frac{1}{8}c^-c^+k_1(\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_2) + s(\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_4) + \frac{1}{2}\sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)}(c^-\mathcal{F}_5 + c^+\mathcal{F}_6) \right], \\
\mathcal{H}_{---} &= -\mathcal{H}_{+++}, \\
\mathcal{H}_{++-} &= -\frac{1}{2}k_0 \left[-\frac{1}{8}c^-c^+k_1(\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_2) + s(\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_4) + \frac{1}{2}\sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)}(c^+\mathcal{F}_5 + c^-\mathcal{F}_6) \right], \\
\mathcal{H}_{--+} &= -\mathcal{H}_{++-}, \\
\mathcal{H}_{++0} &= \frac{1}{8m_Z} \left(\frac{1}{4}c^-c^+ \left[\left(\frac{k_1}{s}\sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)} - k_2\cos\vartheta_Z \right) \mathcal{F}_1 + \left(\frac{k_1}{s}\sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)} \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. + k_2\cos\vartheta_Z \right) \mathcal{F}_2 \right] \right. \\
&\quad - 2 \left[\sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)} - \cos\vartheta_Z(s + m_Z^2 - m_H^2) \right] \mathcal{F}_3 \\
&\quad - 2 \left[\sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)} + \cos\vartheta_Z(s + m_Z^2 - m_H^2) \right] \mathcal{F}_4 \\
&\quad \left. + \frac{1}{s}\sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)}c^-c^+(s + m_Z^2 - m_H^2)(\mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_6) \right), \\
\mathcal{H}_{--0} &= \mathcal{H}_{++0},
\end{aligned}$$

$\gamma\gamma \rightarrow \text{ZH}$, Спиральные амплитуды

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{-+0} &= -\frac{1}{8m_Z} c^- c^+ \left(\frac{1}{4} \left[\left(\frac{k_1}{s} \sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)} - k_2 \cos \vartheta_Z \right) \mathcal{F}_1 + \left(\frac{k_1}{s} \sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)} \right. \right. \right. \\
&+ \left. \left. \left. k_2 \cos \vartheta_Z \right) \mathcal{F}_2 \right] \right. \\
&+ \left. \frac{1}{s} \sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)} (s + m_Z^2 - m_H^2) (\mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_6) \right), \\
\mathcal{H}_{+-0} &= \mathcal{H}_{-+0}, \\
\mathcal{H}_{+--+} &= \frac{1}{4} k_0 c^- \left[\frac{1}{4} c^+ k_1 (\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_2) - \sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)} (\mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_6) \right], \\
\mathcal{H}_{-+-} &= -\mathcal{H}_{+--+}, \\
\mathcal{H}_{+--} &= -\frac{1}{4} k_0 c^+ \left[\frac{1}{4} c^- k_1 (\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_2) - \sqrt{\lambda(s, m_Z^2, m_H^2)} (\mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_6) \right], \\
\mathcal{H}_{-+-} &= -\mathcal{H}_{+--}.
\end{aligned}$$

Здесь были введены следующие обозначения:

$$c^- = \cos \theta_Z - 1, \quad c^+ = \cos \theta_Z + 1, \quad k_0 = \frac{\sin \theta_Z}{\sqrt{2}\sqrt{s}}, \quad k_1 = (s + m_Z^2 - m_H^2)^2 - 4m_Z^2 s,$$

$$k_2 = \left((s + m_Z^2 - m_H^2)^2 - (m_Z^2 + m_H^2)(s - 2m_H^2 + 2m_Z^2) - 2m_Z^2 s \right) + \frac{1}{s} (m_Z^2 - m_H^2)^3.$$

$$\mathcal{H}_{----+} = k_0 \sin \vartheta_{13}(u-t)F_1(s, t, u),$$

$$\mathcal{H}_{-+--+} = 2k_0 \sin \vartheta_{13}tF_1(s, t, u),$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{++--} &= k_0\sqrt{s} \left[F_4^m(s, t, u) - 2\frac{t}{s}F_2^m(s, t, u) \right. \\ &\quad \left. - \sin^2 \vartheta_{13} \left(\frac{1}{8}sF_3^m(s, t, u) + m_\nu F_1(s, t, u) \right) \right], \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}_{+-++} = k_0\sqrt{s} \sin^2 \vartheta_{13} \left(\frac{1}{8}sF_3^m(s, t, u) + m_\nu F_1(s, t, u) \right),$$

$$\mathcal{H}_{----+} = -\mathcal{H}_{++++-}(t \leftrightarrow u),$$

$$\mathcal{H}_{-+--+} = -\mathcal{H}_{+----}(t \rightarrow u)$$

$$\mathcal{H}_{++--} = -\mathcal{H}_{--++} = -\mathcal{H}_{++++}(t \rightarrow u),$$

$$\mathcal{H}_{--++} = -\mathcal{H}_{----}(t \rightarrow u)$$

$$\mathcal{H}_{+-++} = \mathcal{H}_{-+++} = -\mathcal{H}_{-+-} = -\mathcal{H}_{+----}.$$

Остальные амплитуды равны нулю: $\mathcal{H}_{-\mp\pm-} = \mathcal{H}_{\pm\mp\pm\mp} = 0$.

Заклучение

- В системе SANC для вычисления однопетлевых сечений используется формализм спиральных амплитуд.
- Созданы аналитические модули для формфакторов F_i и спиральных амплитуд $\mathcal{H}_{i,j,k,l}$ процессов:
 - $l^+l^- \rightarrow \gamma\gamma$, $t\bar{t} \rightarrow \gamma\gamma$;
 - $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$, $\gamma\gamma \rightarrow t\bar{t}(b\bar{b})$, $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$;
 - $\gamma l \rightarrow \gamma l$, $\gamma\nu \rightarrow \gamma\nu$;
 - $\gamma\gamma \rightarrow ZH$.
- Создаются модули для процессов прямых фотонов $q\bar{q}\gamma g \rightarrow 0$.

Спасибо за внимание!