



Практическое занятие



Инструментарий на основе Python-библиотек и экосистемы Jupyter для задач математического моделирования систем, основанных на джозефсоновских переходах

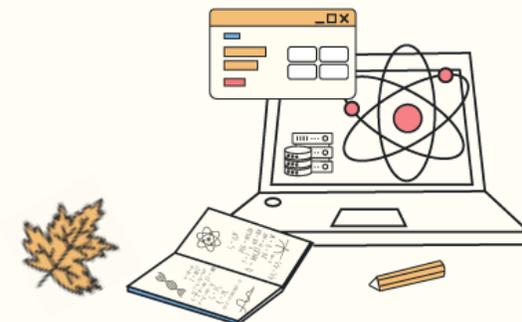
Аникина А.И., Башашин М.В., Бежанян Т.Ж., Беляков Д.В., Воронцов А.С., Зуев М.И., Кокаев Д.А., Кокорев А.А., Нечаевский А.В., Пряхина Д.И., Рахмонов И.Р., Рахмонова А.Р., Стрельцова О.И., Шадмехри С.А.

Лаборатория информационных технологий им. М.Г. Мещерякова
Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова
Объединенный институт ядерных исследований



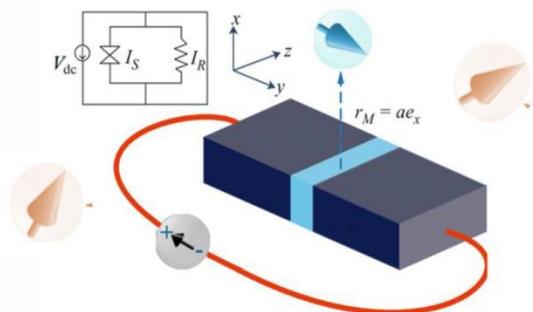
Осенняя школа по информационным технологиям ОИЯИ

7-11 октября 2024



Исследование систем, основанных на джозефсоновских переходах

Блок символьных вычислений



$$\gamma_{m_i} = -\frac{\mu_0}{2\Phi_0} \int d\mathbf{r}_i \frac{\mathbf{M}_i \times \mathbf{r}_i}{r^3}$$

$$B_{12}(r_{12}, m_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3(m_1 \cdot \hat{r})\hat{r}}{b^5} - \frac{m_1}{b^3} \right)$$



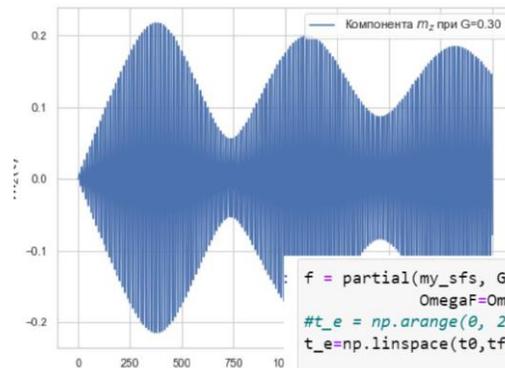
SymPy is a Python library for symbolic mathematics.



Matplotlib is a main library for building graphs, diagrams in Python



Блок расчетов, моделирования и анализа



```
f = partial(my_sfs, G=G, alpha=alpha, k=k, \
            OmegaF=OmegaF, V=V)
#t_e = np.arange(0, 25, 0.0001)
t_e=np.linspace(t0,tf,100000)
s0 = np.array([0, 1, 0])
sol_1=solve_ivp(f,[t0,tf],s0, t_eval=t_e, method='RK45')
```



SciPy is an open-source software for mathematics, science and engineering.



Ускорение многопараметрических расчетов



Joblib is a set of tools to provide lightweight pipelining in Python



Numba is an open source JIT compiler that translates a subset of Python and NumPy code into fast machine code.

Процесс проведения численных исследований



Динамика джозефсоновского перехода сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник на поверхности трехмерного топологического изолятора

Физическая постановка задачи

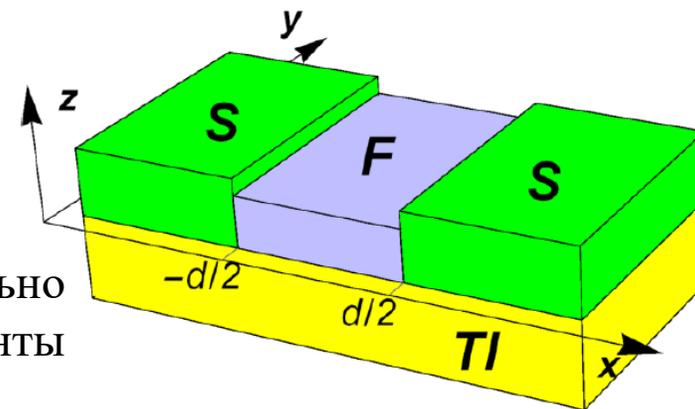
Рассматривается S/F/S структура, где два обычных s-волновых сверхпроводника и ферромагнетик, нанесены на поверхность 3D топологического изолятора, которые образуют $\Phi=0$ джозефсоновский переход, поскольку ток-фазовое соотношение этого перехода имеет сдвиг фазы на φ_0 :

$$j_s = j_c \sin(\varphi - \varphi_0),$$

где j_c критический ток, φ – джозефсоновская разность фаз.

Отличительной чертой данного перехода является то, что критический ток сильно зависит от ориентации намагниченности, а именно, от x компоненты намагниченности.

В связи с этим, в этой системе возникают **четырекратно** вырожденные стабильные состояния намагниченности, отличающиеся от состояния вдоль легкой оси.



Задача

На основе математического моделирования продемонстрировать реализацию четырехкратно вырожденных стабильных состояний и исследовать влияние параметров на них.



Параметры модели:

G – отношение энергии Джозефсона к энергии магнитной анизотропии;

r – параметр спин – орбитального взаимодействия;

ω_F – собственная частота ферромагнитного резонанса;

α – параметр гильбертовского затухания;

\tilde{d} – безразмерная длина джозефсоновского перехода;

V – напряжение в джозефсоновском переходе.

Начальные условия могут быть выбраны любые, поскольку в процессе численного решения система стабилизируется в одном из возможных стабильных состояний.

Важно!!! При выборе начальных условий должно выполняться условие $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$.

Задачи:

1. Аппроксимация интегралов I_y и I_x по заданным наборам параметров и заменить их на полином n -й степени.
2. Численно решить систему уравнений при заданных начальных условиях в интервале времени $[0, t_{max}]$.
3. Построить график полученных m_x, m_y, m_z , от t и проанализировать состояние системы в конце временного интервала, т.е. выяснить какое из возможных стабильных состояний реализовалось.
4. Меняя начальные условия показать реализацию всех возможных состояний.

Динамика намагниченности описывается уравнением Ландау - Лифшица - Гильберта

$$(ЛЛГ) \quad \frac{dm_x}{dt} = -\frac{\omega_F}{1 + \alpha^2} \left((m_y h_z - m_z h_y) + \alpha [m_x (m_x h_x + m_y h_y + m_z h_z) - h_x m^2] \right),$$

$$\frac{dm_y}{dt} = -\frac{\omega_F}{1 + \alpha^2} \left((m_z h_x - m_x h_z) + \alpha [m_y (m_x h_x + m_y h_y + m_z h_z) - h_y m^2] \right),$$

$$\frac{dm_z}{dt} = -\frac{\omega_F}{1 + \alpha^2} \left((m_x h_y - m_y h_x) + \alpha [m_z (m_x h_x + m_y h_y + m_z h_z) - h_z m^2] \right),$$

h_x, h_y, h_z компоненты эффективного поля и определяются выражениями

$$h_x = \frac{GrI_x(m_x)}{j_{c0}} [1 - \cos(Vt - rm_y)],$$

$$h_y = \frac{GrI_y(m_x)}{j_{c0}} \sin(Vt - rm_y) + m_y,$$

$$h_z = 0.$$

$$I_x(m_x) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin \phi \exp\left(-\frac{\tilde{d}}{\cos \phi}\right) \cos(rm_x \tan \phi) d\phi,$$

$$I_y(m_x) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi \exp\left(-\frac{\tilde{d}}{\cos \phi}\right) \sin(rm_x \tan \phi) d\phi,$$

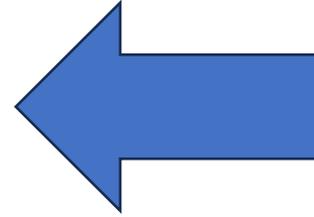
$$j_{c0} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi \exp\left(-\frac{\tilde{d}}{\cos \phi}\right) d\phi.$$

Рассматриваемые задачи

$$I_x(m_x) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin \phi \exp\left(-\frac{\tilde{d}}{\cos \phi}\right) \cos(rm_x \tan \phi) d\phi,$$

$$I_y(m_x) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi \exp\left(-\frac{\tilde{d}}{\cos \phi}\right) \sin(rm_x \tan \phi) d\phi,$$

$$j_{c0} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi \exp\left(-\frac{\tilde{d}}{\cos \phi}\right) d\phi.$$



**Численное
интегрирование**

Ускорение расчетов. Подходы.



**Аппроксимация вычисленных
интегралов для $m_x \in [-1, 1]$**



**Разработка параллельных алгоритмов
Задача
Хакатона по Математическому
моделированию**