

ПРОБЛЕМЫ СМЕЩЕНИЯ КВАДРУПОЛЬНЫХ ЛИНЗ НУКЛОТРОНА

А. В. Филиппов для ускорительного отделения ЛФВЭ

Семинар ЛФВЭ Секция физики и техники ускорителей, криогеники

Аннотация

В работе описан алгоритм, который по экспериментально измеренным положениям пучка в пучковой камере синхротрона позволяет сделать оценку о смещении квадрупольных линз от их идеального положения в кольце.

С помощью предложенного алгоритма по измеренным в ПНР-IV положениям пучка ядер ксенона-124 в пучковой камере Нуклотрона на энергиях инжекции и вывода сделана оценка смещений квадрупольных линз Нуклотрона.

Постановка задачи

Разработать алгоритм, который позволит по экспериментальным данным положения пучка в пучковой камере синхротрона сделать оценку о смещении квадрупольных линз от их идеального положения в кольце.

Используя полученные с помощью пикапов (далее — ПЭ) в ПНР-IV экспериментальные данные [1] положения пучка ядер ксенона-124 на энергии инжекции в Нуклотрон из Бустера и энергии вывода из Нуклотрона в корп. 205 сделать оценку смещения расставленных по кольцу Нуклотрона [2], [3] квадрупольных линз от их идеального положения.

Описание алгоритма

Пусть в горизонтальном направлении оси квадрупольных линз имеют смещения Δx_q , где q — номер линзы в магнитной структуре ускорителя. Будем считать, что смещения квадрупольных линз в кольце ускорителя распределены по нормальному закону $N(\mu, \sigma)$, со средним значением μ и среднеквадратичным отклонением σ (далее — СКР). В силу ограниченности выборки среднее смещение и СКР разброс смещений квадрупольных линз, близки к среднему и СКР разбросу, описывающего смещений квадрупольных линз нормальному распределению $N(\mu, \sigma)$, то есть $\overline{\Delta x} \approx \mu$ и $\sigma_{\overline{\Delta x}} \approx \sigma$.

Описание алгоритма (продлж.)

Пусть в ускорителе существует возмущение замкнутой орбиты (далее — ЗО), вызванное заданием ведущего магнитного поля B_0 и смещением квадрупольных линз в его кольце.

Представим результирующую горизонтальную ЗО, обозначенную здесь как $x_{\Delta B/B_0 + \overline{\Delta x} + \sigma_{\overline{\Delta x}}} = x_{\Delta B/B_0 + \overline{\Delta x} + \sigma_{\overline{\Delta x}}}(s)$ в виде суммы:

$$x_{\Delta B/B_0 + \overline{\Delta x} + \sigma_{\overline{\Delta x}}}(s) = x_{\Delta B/B_0}(s) + x_{\overline{\Delta x}}(s) + x_{\sigma_{\overline{\Delta x}}}(s). \quad (1)$$

Здесь s — продольная координата в ускорителе.

Описание алгоритма (продлж.)

Дисперсионный член $x_{\Delta B/B_0} = x_{\Delta B/B_0}(s)$ в (1) связан с неточностью задания ведущего магнитного поля имеет вид:

$$x_{\Delta B/B_0}(s) = \frac{\Delta B}{B_0} D_x(s). \quad (2)$$

Здесь $\Delta B = B - B_0$, где B — заданное ведущее магнитное поле, а B_0 — согласованное с продольным импульсом пучка ведущее магнитное поле.

Описание алгоритма (продлж.)

В выражении (1) член $x_{\overline{\Delta x}} = x_{\overline{\Delta x}}(s)$ связанный со средним смещением квадрупольных линз может быть представлен в виде:

$$x_{\overline{\Delta x}}(s) = (kD_x(s) + 1)\overline{\Delta x}. \quad (3)$$

Здесь коэффициент k пропорциональности см. ниже.

Описание алгоритма (продлж.)

Последний член в выражении (1) $x_{\sigma_{\Delta x}} = x_{\sigma_{\Delta x}}(s)$ связан со случайным смещением квадрупольных линз в кольце ускорителя распределённым по нормальному закону с нулевым средним $N(0, \sigma)$ и может быть записан в виде:

$$x_{\sigma_{\Delta x}}(s) = F(s, \sigma). \quad (4)$$

Здесь функция $F(s, \sigma)$ определяет искажение орбиты для случайной выборки по нормальному закону распределения смещений квадрупольных линз ускорителя.

Описание алгоритма (продлж.)

Пусть набором ПЭ ускорителя вблизи предполагаемого ведущего магнитного поля B_0 производиться два последовательных изменения орбиты в горизонтальной плоскости:

$$x_{1,\text{ПЭ}} = x_{\Delta B_{10}/B_0 + \overline{\Delta x} + \sigma_{\Delta x}} \text{ И } x_{2,\text{ПЭ}} = x_{\Delta B_{20}/B_0 + \overline{\Delta x} + \sigma_{\Delta x}},$$

где $\Delta B_{10} = B_1 - B_0$ и $\Delta B_{20} = B_2 - B_0$. Далее считаем, что величина $\Delta B = B_2 - B_1$ между двумя последовательно заданными величинами магнитного поля B_1 и B_2 нам известна. В зависимости от величины ведущего магнитного поля B_0 разность ΔB может быть не более десятков Гс, но такая, что $\Delta B \ll B_0$.

Описание алгоритма (продлж.)

С учётом (1) усреднённая, по всем ПЭ, разность между двумя последовательными измерениями орбитами определяться как:

$$\begin{aligned}\overline{x_{2,ПЭ} - x_{1,ПЭ}} &= \overline{x_{2,ПЭ}} - \overline{x_{1,ПЭ}} = \overline{x_{\Delta B_{20}/B_0}} - \overline{x_{\Delta B_{10}/B_0}} = \\ &= \frac{\Delta B_{20}}{B_0} \overline{D_{x,2,ПЭ}} - \frac{\Delta B_{10}}{B_0} \overline{D_{x,1,ПЭ}} = \frac{\Delta B}{B_0} \overline{D_{x,ПЭ}}.\end{aligned}\quad (5)$$

Связанные со смещением квадрупольных линз члены в (1) сократились в (5), так как оптика ускорителя одинакова в двух разных измерениях орбиты, поэтому в местах расположения ПЭ справедливо соотношение: $\overline{D_{x,ПЭ,1}} = \overline{D_{x,ПЭ,2}} = \overline{D_{x,ПЭ}}$.

Описание алгоритма (продлж.)

Из (5) получаем выражение для определения согласованного с продольным импульсом пучка ведущего магнитного поля B_0 :

$$B_0 = \frac{\overline{D_{x,ПЭ}}}{\overline{x_{2,ПЭ}} - \overline{x_{1,ПЭ}}} \Delta B. \quad (6)$$

Все величины в (6) нам известны: $\overline{x_{1,ПЭ}}$, $\overline{x_{2,ПЭ}}$ и ΔB известны из измерений, дисперсия $\overline{D_{x,ПЭ}}$ может быть измерена или взята из математической модели магнитной структуры ускорителя.

Описание алгоритма (продлж.)

Пусть теперь у нас имеется какая-то измеренная орбита $x_1 = x_1(s)$ по типу (1), тогда величина $x_1 - x_{\Delta B/B_0}$ определит орбиту $x_2 = x_2(s)$ вызванную лишь смещением квадрупольных линз ускорителя с учётом (1) равную $x_2(s) = x_1(s) - x_{\Delta B/B_0}(s)$ или:

$$x_2(s) = x_1(s) - \frac{\Delta B}{B_0} D_x(s) = x_{\frac{\Delta x}{\Delta x}}(s) + x_{\sigma_{\frac{\Delta x}{\Delta x}}}(s). \quad (7)$$

В выражении (7) $\Delta B = B - B_0$, где B — магнитное поле, при котором произведено измерение орбиты x_1 , а согласованная с продольным импульсом пучка величина ведущего магнитного поля B_0 нам известна см. (6).

Описание алгоритма (продлж.)

Усредняя (7) по всем ПЭ орбиту x_2 получим:

$$\begin{aligned}\overline{x_2} &= \overline{x_1 - x_{\Delta B/B_0}} = \overline{x_{\Delta x}} + \overline{x_{\sigma_{\Delta x}}} = \\ &= \overline{(kD_x(s) + 1)\Delta x + F(s, \sigma)} = \overline{(k\overline{D_x} + 1)\Delta x + F(\sigma_{\Delta x})}.\end{aligned}\tag{8}$$

Далее рассмотрим три случая в выражении (8).

Описание алгоритма (продлж.)

Первый случай:

$$(k\overline{D}_x + 1)\overline{\Delta x} \gg \overline{F(\sigma_{\overline{\Delta x}})}. \quad (9)$$

Тогда в выражение (7) членом $x_{\sigma_{\overline{\Delta x}}}(s)$ можно пренебречь и в этом случае среднее смещение квадрупольных линз определяется как:

$$\overline{\Delta x} = \frac{\overline{x_2}}{k\overline{D}_x + 1}. \quad (10)$$

Описание алгоритма (продлж.)

Далее, мы можем определить орбиту $x_3 = x_3(s)$ равную:

$$x_3(s) = x_2(s) - (kD_x(s) + 1)\overline{\Delta x}. \quad (11)$$

Здесь $\overline{\Delta x}$ определяется выражением (10). Орбита x_3 (11) полностью связана с функцией $F(s, \sigma)$, которая определяет искажение орбиты для случайной выборки по заданному закону распределения смещений квадрупольных линз ускорителя. Далее проводя моделирование огибающих 30 пучка в MAD-X [4] с помощью математической модели ускорителя можно определить для орбиты (11) СКР разброс смещений квадрупольных линз $\sigma_{\overline{\Delta x}}$.

Описание алгоритма (продлж.)

Второй случай:

$$(k\overline{D_x} + 1)\overline{\Delta x} \ll \overline{F(\sigma_{\overline{\Delta x}})}. \quad (12)$$

Тогда в выражение (7) член $x_{\overline{\Delta x}}(s)$ мал, то есть $\overline{\Delta x} \approx 0$. И проводя, с помощью математической модели ускорителя, моделирование огибающих 30 пучка в MAD-X [4] можно определить СКР разброс смещений квадрупольных линз $\sigma_{\overline{\Delta x}}$.

Описание алгоритма (продлж.)

Третий случай:

$$(k\overline{D_x} + 1)\overline{\Delta x} \approx \overline{F(\sigma_{\overline{\Delta x}})}, \quad (13)$$

то есть члены $x_{\overline{\Delta x}}(s)$ и $x_{\sigma_{\overline{\Delta x}}}(s)$ сравнимы в (7), и поэтому нет возможности разделить вклады подобно тому, как это сделано в первых двух случаях. Однако, проводя моделирования огибающих 30 пучка в MAD-X [4] можно также определить среднее $\overline{\Delta x}$ и СКР разброс $\sigma_{\overline{\Delta x}}$ смещений квадрупольных линз.

Математическая модель Нуклотрона

Разработанная с помощью MAD-X [4] математическая модель Нуклотрона учитывает:

- Расстановку дипольных магнитов в кольце [5], измеренные при криогенных температурах нелинейностей магнитных полей дипольных магнитов [6] в диапазоне токов 640÷6400 А.
- Расстановку квадрупольных магнитов в кольце [5]. Измеренные при комнатной температуре нелинейностей магнитных полей квадрупольных магнитов [7].

Данные для линз [5] и [7] являются фрагментарными для разных линз (ярм), токов (при которых проведено измерение) и гармоник.

Математическая модель Нуклотрона (продлж.)

Фрагментарные данные [7] магнитных измерений нелинейностей магнитного поля квадрупольных магнитов были использованы для построения эмпирического распределения [8] — естественного приближения функции распределения случайной величины (каждой из гармоник), построенное по её выборке данных [7]. Найденное, таким образом, эмпирическое распределение использовалось для построения полного набора нелинейностей магнитных полей квадрупольных магнитов, установленных в кольце Нуклотрона. Математическая модель Нуклотрона создана для измеренной рабочей точки $Q_x/Q_y = 7,41/7,45$ [2], [3]. Для этой рабочей точки была проведены оценки смещений линз.

Измеренные орбиты в Нуклотроне

Измерения орбиты проводились с помощью 24 ПЭ расположенных в кольце Нуклотрона см. Рис. 1, из которых, — 18 расположены возле дефокусирующих линз (Д-линз), 6 — возле фокусирующих линз (Ф-линз). Причём 3 ПЭ расположены в местах, где имеется большая и положительная горизонтальная дисперсия ($D_x > 3,9$ м), 8 — где имеется отрицательная горизонтальная дисперсия ($-1,6 < D_x < -1,2$ м), остальные 13 ПЭ расположены в местах, где горизонтальная дисперсия имеет величину вблизи нуля ($0,5 < D_x < 0,7$ м).

Измеренные орбиты в Нуклотроне (продлж.)

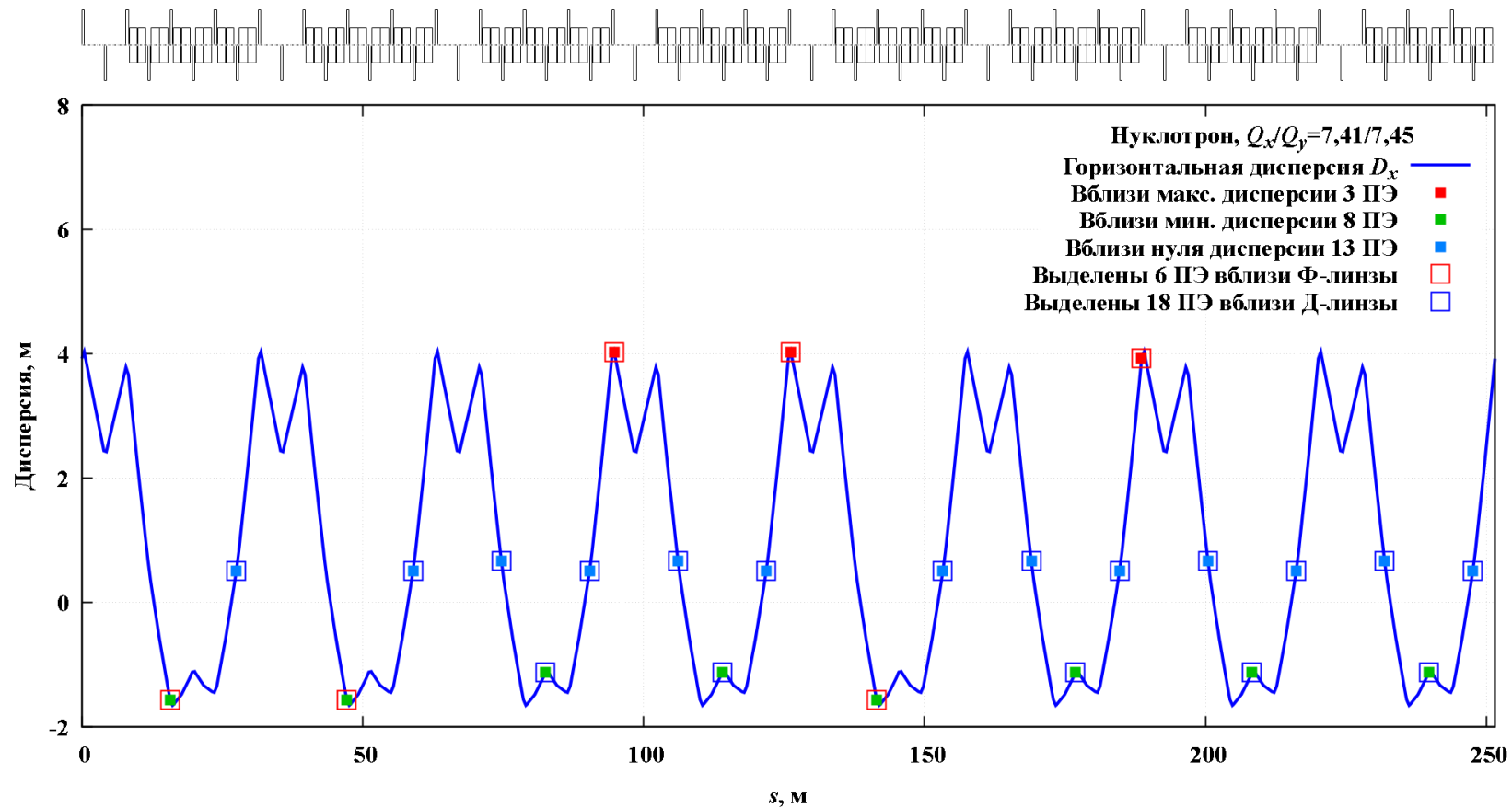


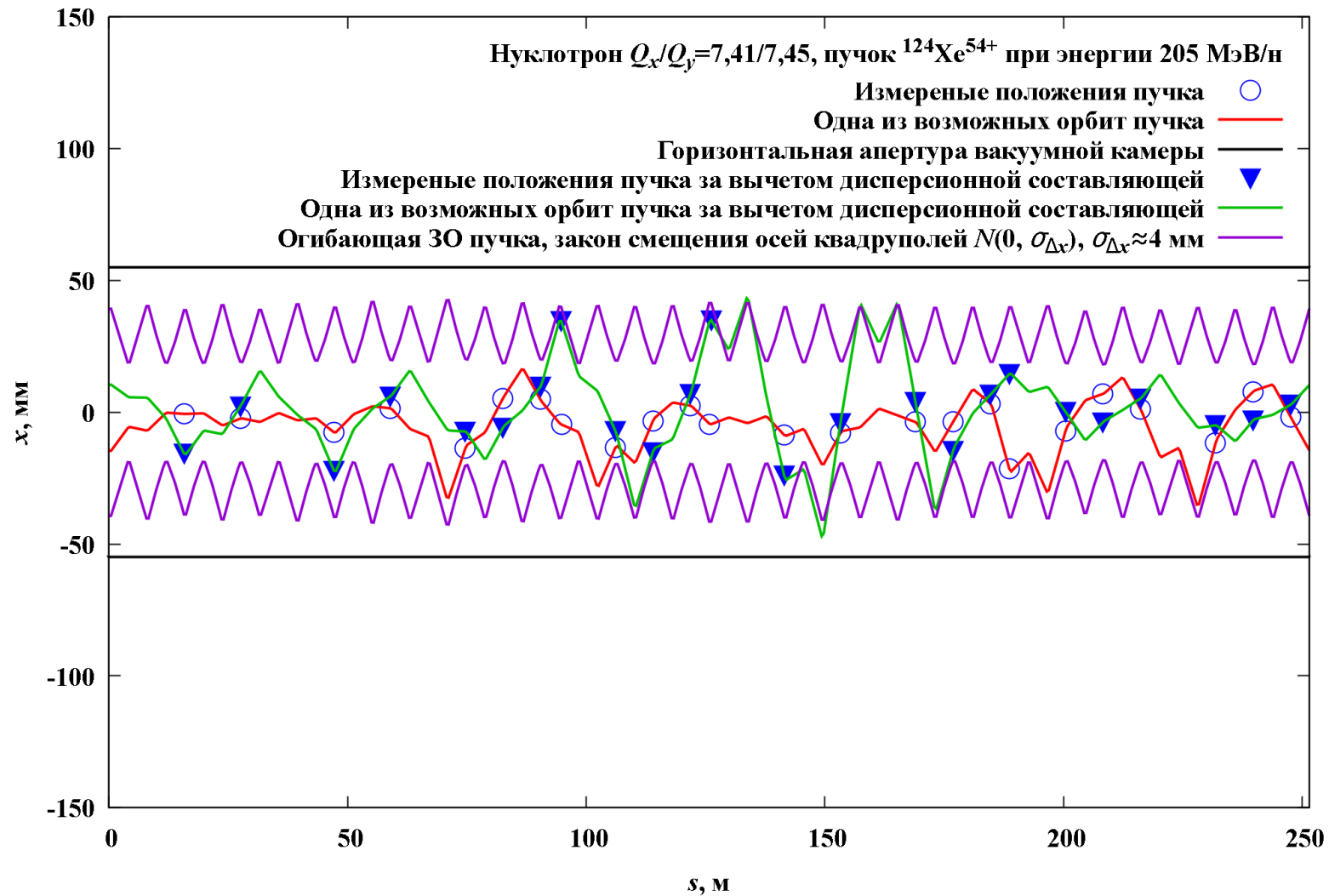
Рис. 1. Схематичное расположение ПЭ в кольце Нуклотрона и горизонтальная дисперсия Нуклотрона

Измеренные орбиты в Нуклотроне (продлж.)

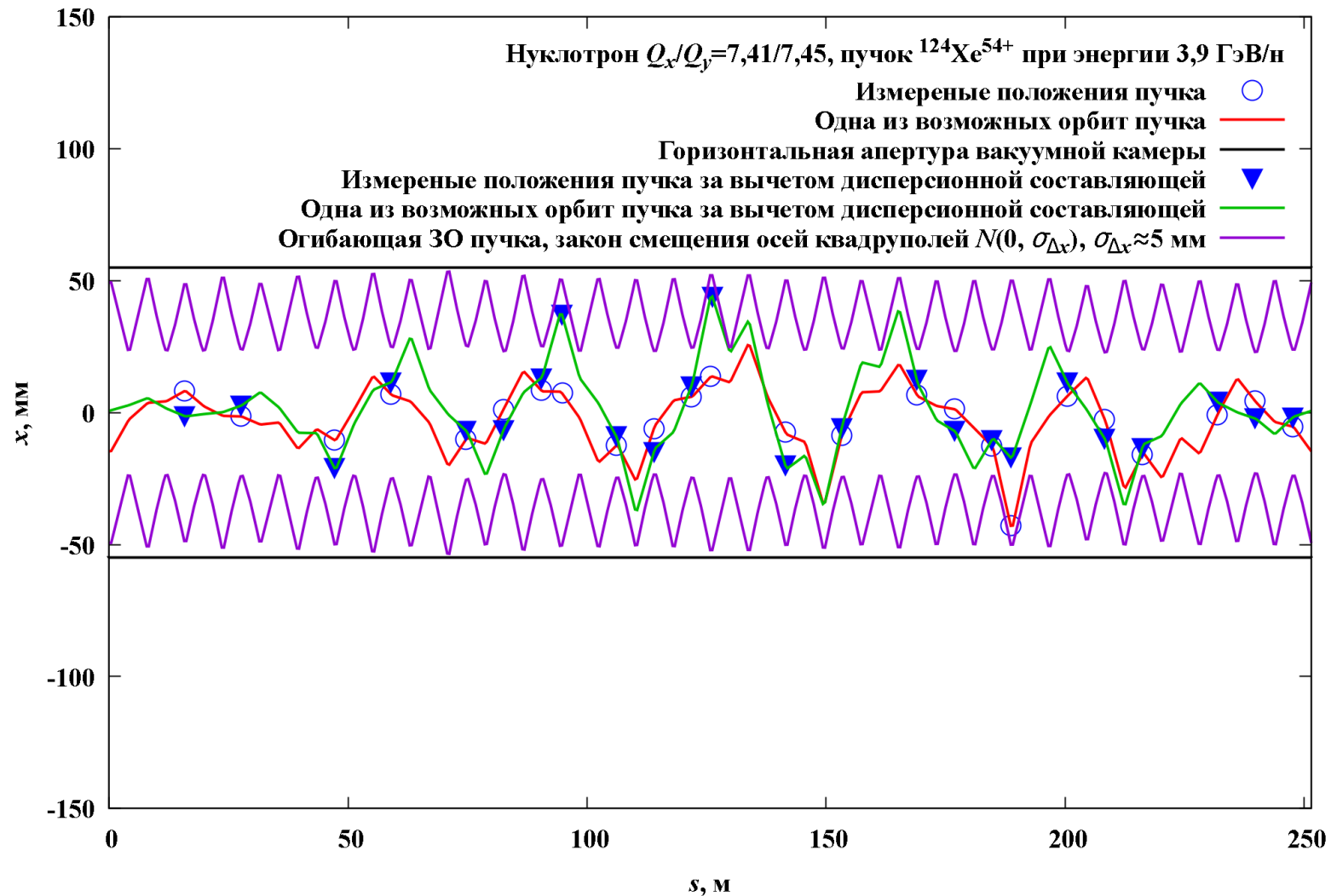
Табл. Статистика измеренных сигналов горизонтального положения пучка с ПЭ Нуклотрона [1]

Параметр	На инъекции	На выводе
Среднее значение, мм	-3,4	-2,7
СКР отклонение, мм	7,2	11,8
Минимум, мм	-21,4	-42,9
Максимум, мм	7,8	13,7

Результаты и выводы



Результаты и выводы (продлж.)



Результаты и выводы (продлж.)

Таким образом, мы можем заключить, что измеренные горизонтальные точки $x_{\text{ПЭ}}$ распределены по нормальному закону с нулевым средним и СКР отклонением 4 мм на инжекции и 5 мм на выводе. Видно, что эти оценки близки. Поэтому, смещение квадрупольных линз в Нуклотроне может быть около 4÷5 мм.

Предлагаемый алгоритм может быть использован в будущих сеансах на Бустере и Нуклотроне для определения согласованного с продольным импульсом пучка ведущего магнитного поля.

Литература

- [1] Данные предоставлены Е. В. Горбачёвым и В. Л. Смирновым
- [2] [Иссинский И. Б., Бровко О. И., Бутенко А. В. Эксперименты по исследованию потерь интенсивности пучка Нуклотрона \(2002-2005 гг.\). Сообщение ОИЯИ Р9-2007-107. Дубна, 2007. 15 с.](#)
- [3] [Смирнов А. А. Нуклотрон — новая технология сверхпроводящей магнитной системы синхротрона // ЭЧАЯ. 2001. т. 32, вып. 1. С. 96-142](#)
- [4] <http://madx.web.cern.ch/madx/>

Литература (продлж.)

- [5] Таблицы расстановки из архива Г. Г. Ходжибагияна
- [6] [Донягин А. М., Коваленко А. Д., Козлов О. С., Михайлов В. А., Смирнов А. А. Анализ результатов магнитных измерений дипольных и квадрупольных магнитов Нуклотрона. Сообщение ОИЯИ Р9-94-329. Дубна, 1994](#)
- [7] Измеренные нелинейности магнитного поля дипольных и квадрупольных магнитов Нуклотрона предоставлены А. М. Донягиным
- [8] https://en.wikipedia.org/wiki/Empirical_distribution_function