

Электрослабые взаимодействия. Стандартная модель и LHC

А.Б. Арбузов

ЛТФ ОИЯИ

Осенняя школа по физике кварк-глюонной материи

УНЦ ОИЯИ, Дубна, 16 – 20 ноября 2023

План лекции

- ▶ Что такое Стандартная модель (СМ)?
- ▶ Частицы (поля) СМ
- ▶ Принципы СМ, её лагранжиан
- ▶ Конструкция электрослабого сектора СМ
- ▶ Свойства СМ
- ▶ Проверка СМ на БАК других экспериментах
- ▶ Статус и проблемы СМ

Что такое Стандартная модель?

СМ это:

- ▶ — наиболее успешная физическая модель из всех
- ▶ — написана на языке квантовой теории поля
- ▶ — основана на принципах симметрии
- ▶ — минимальна
- ▶ — имеет огромную предсказательную способность

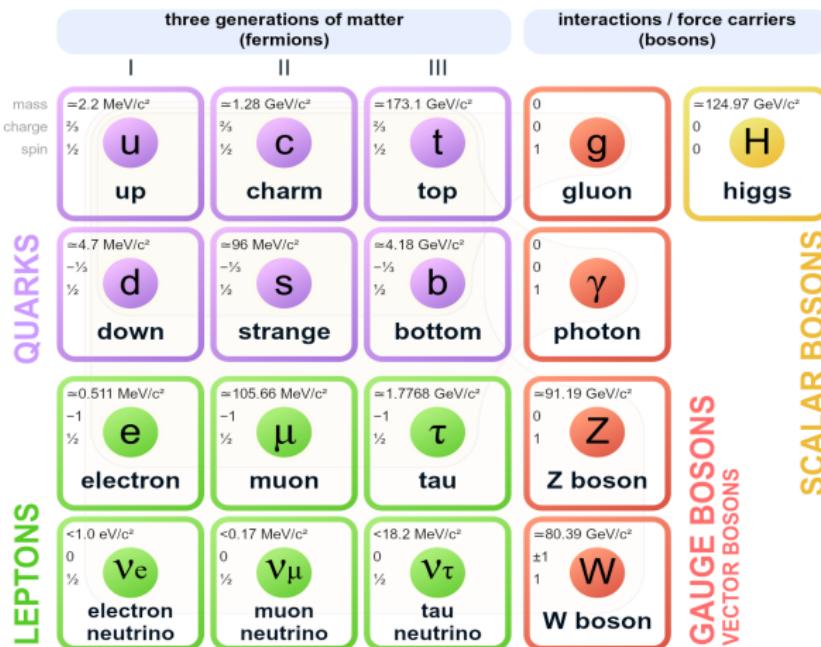
Но мы не понимаем, **почему** она работает так хорошо...

Вопросы к СМ:

- ▶ Является ли СМ фундаментальной теорией?
- ▶ Если нет, какова область ее применимости?
- ▶ Являются ли поля и взаимодействия СМ фундаментальными?
- ▶ Есть ли что-то помимо СМ (и гравитации)?

Частицы (поля) СМ

Standard Model of Elementary Particles



Courtesy to [Wikipedia](#): "Standard Model of Elementary Particles" by MissMJ - Own work by uploader, PBS NOVA [1], Fermilab, Office of Science, United States Department of Energy, Particle Data Group.

Взаимодействия в СМ (I)

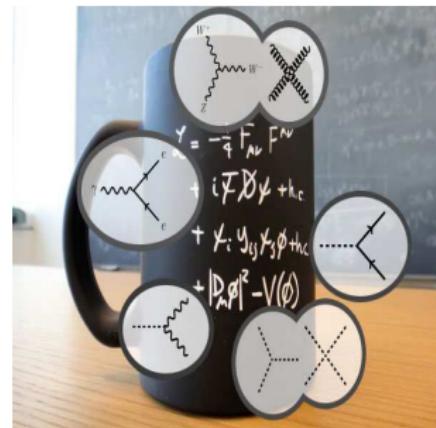
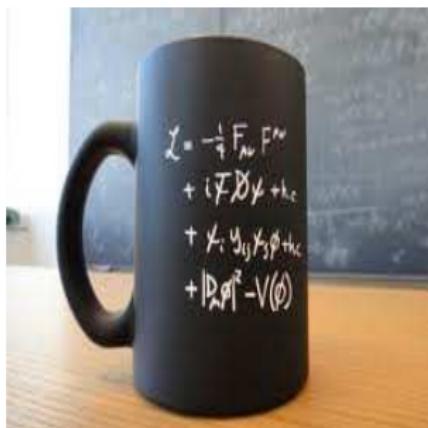
Сколько фундаментальных взаимодействий в Природе?

Взаимодействия в СМ (I)

Сколько фундаментальных взаимодействий в Природе?

Сколько взаимодействий в Стандартной модели?

Для ответа на последний вопрос посмотрим на лагранжиан СМ.



N.B. How many bugs are there in the mugs?

Взаимодействия в СМ (II)

Полный лагранжиан СМ длинный и сложный:

Exercise 1.1.1.1.a: Given locality, causality, Lorentz invariance, and known physical data since 1860, show that the Lagrangian describing all observed physical processes (sans gravity) can be written:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2}\partial_\mu g_\nu^a \partial_\nu g_\mu^a - g_\lambda f^{abc} \partial_\mu g_\nu^a g_\mu^b g_\nu^c - \frac{1}{4}g_s^2 f^{abc} f^{ade} g_\mu^b g_\nu^c g_\mu^d g_\nu^e + \\
 & \frac{1}{2}ig_s^2 (\bar{q}_i^\gamma \gamma^\mu q_j^\alpha) g_\mu^a + \bar{G}^a \phi^2 G^a + g_\lambda f^{abc} \partial_\mu \bar{G}^a G^b g_\mu^c - \partial_\nu W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
 & M^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2} \partial_\nu Z_\mu^0 \partial_\nu Z_\mu^0 - \frac{1}{2c_w^2} M^2 Z_\mu^0 Z_\mu^0 - \frac{1}{2} \partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial_\mu H - \\
 & \frac{1}{2} m_h^2 H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - M^2 \phi^+ \phi^- - \frac{1}{2} \partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \frac{1}{2c_w^2} M \phi^0 \phi^0 - \beta_h [\frac{2M^2}{g^2} + \\
 & \frac{2M}{g} H + \frac{1}{2}(H^2 + \phi^0 \phi^0 + 2\phi^+ \phi^-)] + \frac{2M^4}{g^2} \alpha_h - ig s_w [\partial_\nu Z_\mu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
 & W_\nu^+ W_\mu^-) - Z_\mu^0 (W_\mu^+ \partial_\nu W_\nu^- - W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+) + Z_\mu^0 (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
 & W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)] - ig s_w [\partial_\nu A_\mu (W_\nu^+ W_\nu^- - W_\nu^- W_\mu^+) - A_\nu (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
 & W_\mu^- \partial_\nu W_\nu^+) + A_\mu (W_\nu^+ \partial_\nu W_\nu^- - W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)] - \frac{1}{2} g^2 W_\mu^+ W_\mu^- W_\nu^+ W_\nu^- + \\
 & \frac{1}{2} g^2 W_\mu^+ W_\nu^+ W_\nu^- W_\mu^- + g^2 s_w^2 (Z_\mu^0 W_\mu^+ Z_\nu^0 W_\nu^- - Z_\mu^0 Z_\mu^0 W_\nu^+ W_\nu^-) + \\
 & g^2 s_w^2 (A_\mu W_\mu^+ A_\nu W_\nu^- - A_\mu A_\nu W_\mu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w s_w [A_\mu Z_\mu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
 & W_\nu^+ W_\mu^-) - 2 A_\mu Z_\mu^0 W_\mu^+ W_\nu^-] - g \alpha [H^3 + H \phi^0 \phi^0 + 2 H \phi^+ \phi^-] - \\
 & + \frac{1}{8} g^2 \alpha_h [H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+ \phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2 \phi^+ \phi^- + 4 H^2 \phi^+ \phi^- + 2(\phi^0)^2 H^2] - \\
 & : g M W_\mu^+ W_\nu^- H - \frac{1}{2} g \frac{M}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 H - \frac{1}{2} i g [W_\mu^+ (\phi^0 \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^0) - \\
 & : W_\mu^- (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)] + \frac{1}{2} g [W_\mu^+ (H \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu H) - W_\mu^- (H \partial_\mu \phi^+ - \\
 & \phi^+ \partial_\mu H)] + \frac{1}{2} g \frac{1}{c_w^2} (Z_\mu^0 (H \partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) - ig \frac{s_w^2}{c_w^2} M Z_\mu^0 (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \\
 & ig s_w M A_\mu (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - ig \frac{1-2s_w^2}{2c_w^2} Z_\mu^0 (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) + \\
 & ig s_w A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \frac{1}{4} g^2 W_\mu^+ W_\mu^- [H^2 + (\phi^0)^2 + 2 \phi^+ \phi^-] - \\
 & \frac{1}{4} g^2 \frac{1}{c_w^2} Z_\mu^0 [H^2 + (\phi^0)^2 + 2(2s_w^2 - 1) \phi^+ \phi^-] - \frac{1}{2} g \frac{s_w^2}{c_w^2} Z_\mu^0 \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
 & W_\mu^- \phi^+) - \frac{1}{2} i g \frac{s_w^2}{c_w^2} Z_\mu^0 H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2} g^2 s_w A_\mu \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
 & W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2} i g s_w A_\mu H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - g^2 \frac{1}{c_w^2} (2c_w^2 - 1) Z_\mu^0 A_\mu \phi^+ \phi^- - \\
 & g^1 s_w^2 A_\mu A_\nu \phi^+ \phi^- - \bar{\epsilon}^\lambda (\gamma \partial + m_d^\lambda) e^\lambda - \bar{\nu}^\lambda \gamma \partial \nu^\lambda - \bar{u}_j^\lambda (\gamma \partial + m_u^\lambda) u_j^\lambda - \\
 & \bar{d}_j^\lambda (\gamma \partial + m_d^\lambda) d_j^\lambda + ig s_w A_\mu [-(\bar{e}^\lambda \gamma^\mu e^\lambda) + \frac{2}{3} (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu u_j^\lambda) - \frac{1}{3} (\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu d_j^\lambda)] + \\
 & \frac{ig}{4c_w^2} Z_\mu^0 [(\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (4s_w^2 - 1 - \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (\frac{4}{3}s_w^2 - \\
 & 1 - \gamma^5) u_j^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3}s_w^2 - \gamma^5) d_j^\lambda)] + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^+ [(\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) e^\lambda) + \\
 & (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) C_{\lambda\kappa} d_j^\kappa)] + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^- [(\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger \gamma^\mu (1 + \\
 & \gamma^5) u_j^\lambda)] + \frac{ig}{2\sqrt{2}} \frac{m_\lambda}{M} [-\phi^+ (\bar{\nu}^\lambda (1 - \gamma^5) e^\lambda) + \phi^- (\bar{e}^\lambda (1 + \gamma^5) \nu^\lambda)] - \\
 & \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda}{M} [H (\bar{\nu}^\lambda e^\lambda) + \phi^0 (\bar{e}^\lambda \gamma^5 e^\lambda)] + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi_2^+ [-m_d^a (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) d_j^\kappa) + \\
 & m_u^\lambda (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) d_j^\kappa) + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- [m_d^a (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) u_j^\kappa) - m_u^\kappa (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \\
 & \gamma^5) u_j^\kappa)] - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda}{M} H (\bar{u}_j^\lambda u_j^\lambda) - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} H (\bar{d}_j^\lambda d_j^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda}{M} \phi^0 (\bar{u}_j^\lambda \gamma^5 u_j^\lambda) - \\
 & ig \frac{m_\lambda}{2} \phi^0 (\bar{d}_j^\lambda \gamma^5 d_j^\lambda) + \bar{X}^+ (\partial^2 - M^2) X^+ + \bar{X}^- (\partial^2 - M^2) X^- + \bar{X}^0 (\partial^2 - \\
 & \frac{M^2}{c_w^2}) X^0 + \bar{Y} \partial^2 Y + ig c_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{X}^0 X^- - \partial_\mu \bar{X}^+ X^0) + ig s_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{Y} X^- - \\
 & \partial_\mu \bar{Y} X^+) + ig c_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- X^0 - \partial_\mu \bar{X}^+ X^+) + ig s_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- Y^- - \\
 & \partial_\mu \bar{Y} X^+) + ig c_w Z_\mu^0 (\partial_\mu \bar{X}^+ X^- - \partial_\mu \bar{X}^- X^+) + ig s_w A_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^- - \\
 & \partial_\mu \bar{X}^- X^+) - \frac{1}{2} g M [\bar{X}^+ X^+ H + \bar{X}^- X^- H + \frac{1}{c_w^2} \bar{X}^0 X^0 H] + \\
 & \frac{1-2s_w^2}{2c_w^2} ig M [\bar{X}^+ X^0 \phi^+ - \bar{X}^- X^0 \phi^-] + \frac{1}{2c_w^2} ig M [\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-] + \\
 & ig M s_w [\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-] + \frac{1}{2} ig M [\bar{X}^+ X^+ \phi^0 - \bar{X}^- X^- \phi^0]
 \end{aligned}$$

Но он является просто расшифровкой короткого. Вопрос:
Как это возможно?

Принципы и симметрии СМ

Принципы (помним $\text{СМ} \subset \text{КТП}$):

- ▶ **соответствия:** кв. мех., КЭД, модели Ферми и т.д.
- ▶ **минимальность:** только наблюдаемые и/или необход.
- ▶ **унитарность:** $0 \leq P \leq 1$ и $P(\Omega) = 1$
- ▶ **перенормируемость:** конечные предсказания
- ▶ **калибровочные взаимодействия** между фермионами и векторными полями
- ▶ **СИММЕТРИИ**

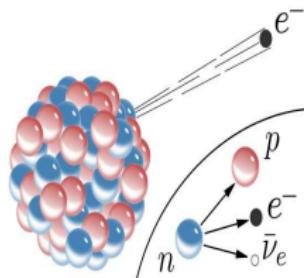
Симметрии:

- ▶ **Лоренца, СРТ**
- ▶ **калибровочные:** $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$
- ▶ **$\sim O(4)$:** в секторе Хиггса (спонтанно нарушена)
- ▶ скрытые симметрии (между поколениями, для сокращения аномалий, конформная etc.)

Модель Ферми (I)

Для описания β -распада $n \rightarrow p + e^- + \nu_e$ Э. Ферми предложил в 1933 модель:

$$\mathcal{L}_{int} = G \underbrace{\bar{\Psi}_n \gamma_\rho \Psi_p}_{J_\rho^{(N)}} \cdot \underbrace{\bar{\Psi}_\nu \gamma_\rho \Psi_e}_{J_\rho^{(l)\dagger}} + h.c.$$



В 1957 R. Marshak & G. Sudarshan;
R. Feynman & M. Gell-Mann
её модифицировали:

$$\mathcal{L}_{Fermi} = \frac{G_{Fermi}}{\sqrt{2}} J_\mu J_\mu^\dagger$$

$$J_\mu = \bar{\Psi}_e \gamma_\rho \frac{1 - \gamma_5}{2} \Psi_{\nu_e} + \bar{\Psi}_\mu \gamma_\rho \frac{1 - \gamma_5}{2} \Psi_{\nu_\mu} + (V - A)_{\text{nucleons}} + h.c.$$

V-A форма слабых взаим действий значит 100% нарушение
четности!

N.B. CP симметрия при этом сохраняется

Модель Ферми (II)

Современная модель Ферми включает три поколения:

$$\mathcal{L}_{\text{Fermi}} = \frac{G_{\text{Fermi}}}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L \bar{\mu}_L \bar{\tau}_L) \gamma_\rho \begin{pmatrix} \nu_{e,L} \\ \nu_{\mu,L} \\ \nu_{\tau,L} \end{pmatrix} \cdot (\bar{u}'_L \bar{c}'_L \bar{t}'_L) V_u^\dagger \gamma_\rho V_d \begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix} + \dots$$

$\{q'\}$ — **адронные** собственные состояния,
 $\{q\}$ — **слабые** собственные состояния.

Матрицы $V_{d,u}$ задают смену базисов:

$$\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = V_d \times \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}, \quad V_u^\dagger V_d \equiv \mathcal{V}_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

N.B.1. В СМ матрицы смешивания **унитарны**: $V_i^\dagger V_i = \mathbf{1}$

N.B.2. \mathcal{V}_{CKM} имеет 4 независимых параметра: 3 угла и 1 фазу

Модель Ферми (III)

Модель Ферми описывает β -распады и распад мюона
 $\mu \rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ с высокой точностью

НО!

1. Она неперенормируема
2. и нарушает унитарность, для энергий > 1000 ГэВ модель абсолютно неприменима
3. Значит, до масштаба 1000 ГэВ проявится другая физика

Электрослабые калибровочные взаимодействия

Минимальный способ введения электромагнитных и слабых взаимодействий калибровочным образом — использовать группу

$$SU(2) \otimes U(1)$$

$U(1)$ такая же как в КЭД

\Rightarrow гиперзаряд Y . $U(1)$ дает калибровочные взаимодействия фермионов с безмассовым векторным B_μ

$SU(2)$ такая же как для преобразований спинов фермионов \Rightarrow слабый изоспин I .

Три векторных безмассовых бозона: W_μ^a , $a = 1, 2, 3$.

N.B.1. Введение третьего векторного бозона было неизбежно, хотя для описания бета-распадов он не был нужен.

N.B.2. Получилась перенормируемая унитарная модель, но не пригодная для описания реальности...

Механизм Браута-Энглера-Хиггса (I)

So, we need to generate masses for gauge bosons **without explicit breaking** of the gauge symmetry

Let's consider the simple abelian $U(1)$ symmetry for interaction of a charged scalar field φ with a vector field A_μ :

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi^* \partial_\mu \varphi - V(\varphi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + ie(\varphi^* \partial_\mu \varphi - \partial_\mu \varphi^* \varphi) A_\mu + e^2 A_\mu A_\mu \varphi^* \varphi$$

If $V(\varphi) \equiv V(\varphi^* \cdot \varphi)$, \mathcal{L} is invariant with respect to local transformations

$$\varphi \rightarrow e^{ie\omega(x)} \varphi, \quad \varphi^* \rightarrow e^{-ie\omega(x)} \varphi^*, \quad A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \omega(x)$$

In **polar coordinates** $\varphi \equiv \sigma(x) e^{i\theta(x)}$, $\varphi^* \equiv \sigma(x) e^{-i\theta(x)}$ \Rightarrow

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \sigma \partial_\mu \sigma + e^2 \sigma^2 \underbrace{(A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \theta)}_{\equiv B_\mu} \underbrace{(A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \theta)}_{\equiv B_\mu} - V(\varphi^* \varphi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2$$

N.B.1. It was just a **change of variables**, note that $F_{\mu\nu}(A) = F_{\mu\nu}(B)$

N.B.2. $\theta(x)$ is **completely** swallowed by B_μ

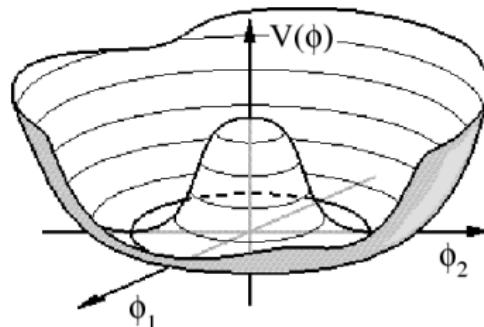
QUESTION: But which set of variables is the true one?

Механизм Браута-Энглера-Хиггса (II)

Brout & Englert, and Higgs (following Ginzburg & Landau) suggested to take the scalar potential in the form

$$V(\varphi^* \varphi) = \lambda(\varphi^* \varphi)^2 + m^2 \varphi^* \varphi$$

For $\lambda > 0$ and $m^2 < 0$ we get the shape of a “Mexican hat”



Picture courtesy: E.P.S. Shellard, DAMTP, Cambridge. From
http://www.geocities.com/CapeCanaveral/_2123/breaking.htm.

N.B. $V(\varphi^* \varphi) = V(\sigma^2)$, while $\theta(x)$ corresponds to the rotational symmetry of the potential.

$\frac{dV(\sigma)}{d\sigma} = 0 \Rightarrow$ there are two critical points: $\sigma = 0$ (local maximum)
and $\sigma_0 = \sqrt{-\frac{m^2}{2\lambda}}$ is the global minimum

Механизм Браута-Энглера-Хиггса (III)

We have to shift to the minimum: $\sigma(x) \rightarrow h(x) + \sigma_0 \Rightarrow$

$$\mathcal{L} = \partial_\mu h \partial_\mu h + e^2 h^2 B_\mu B_\mu + 2e^2 \sigma_0 h B_\mu B_\mu + e^2 \sigma_0^2 B_\mu B_\mu - V(h) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2$$

We see that field B_μ got the mass:

$$m_B^2 = 2e^2 \sigma_0^2 = -\frac{e^2 m^2}{\lambda} > 0$$

So, we generated a mass term for the vector field without putting it into the Lagrangian by hand. That is the core of the Brout-Englert-Higgs mechanism.

N.B. $\sigma_0 \equiv v$ is the vacuum expectation value of $\sigma(x)$,

$$v \equiv \langle 0 | \sigma | 0 \rangle, \quad v = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} d^3x \sigma(x)$$

Механизм Браута-Энглера-Хиггса (IV)

Look now at the potential (keep in mind $m^2 = -2\lambda v^2$)

$$\begin{aligned} V(h) &= \lambda(h+v)^4 + m^2(h+v)^2 \\ &= \lambda h^4 + 4\lambda v h^3 + h^2 \underbrace{(6\lambda v^2 + m^2)}_{2m_h^2 = 4\lambda v^2} + h \underbrace{(4\lambda v^3 + 2m^2 v)}_{=0} + \lambda v^4 + m^2 v^2 \end{aligned}$$

So the scalar field h has a normal ($m_h^2 > 0$) mass term.

N.B.1. The number of degrees of freedom is conserved: $2+2 = 1+3$

N.B.2. The field $\theta(x)$ is a **Goldstone boson**, $m_\theta = 0$

N.B.3. **Tachyons** φ are not observable

N.B.4. The constant term $\lambda v^4 + m^2 v^2$ doesn't affect equations of motion :), but contributes to the Universe energy density :(

Замечания о механизме Браута-Энглера-Хиггса

Симметрия относительно глобальных вращений по группе $U(1) \sim O(2)$ в потенциале Хиггса нарушена **спонтанно** выбором оси нулевого угла

Замена $B_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu\theta(x)/e$ — частный случай **калибровочного преобразования**

Калибровочная симметрия нарушена **фиктивно**: она продолжает работать но нетривиальным (нелинейным) образом, см. [Л. Фаддеев et al. '2008].

N.B. Спонтанное нарушение калибровочной симметрии — только устоявшийся термин, хотя никакая калибровочная (локальная) симметрия вообще не может быть нарушена спонтанно, см. **теорему** by S. Elitzur [PRD '1975]

BET mechanism in the SM (I)

To generate masses for 3 vector bosons we need **at least** 3 goldstones. The **minimal** possibility is to introduce one complex scalar doublet field:

$$\Phi \equiv \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix}, \quad \Phi^\dagger = (\Phi_1^* \ \Phi_2^*)$$

Then the following Lagrangian is $SU(2) \otimes U(1)$ invariant

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= (D_\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - m^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B_{\mu\nu} \\ B_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad W_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g \varepsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c \\ D_\mu \Phi &\equiv \partial_\mu \Phi + ig W_\mu^a \frac{\tau^a}{2} \Phi + \frac{i}{2} g' B_\mu \Phi \end{aligned}$$

Again for $m^2 < 0$ there is a non-trivial minimum of the Higgs potential and a non-zero vev of a component: $\langle 0 | \Phi_2 | 0 \rangle = \eta / \sqrt{2}$

In accord with the **Goldstone theorem**, three massless bosons appear. The global $O(4)$ symmetry of the Higgs sector is reduced to the **custodial $O(3)$** symmetry

EW bosons (I)

The gauge bosons of the $SU(2) \otimes U(1)$ group can be represented as

$$W_\mu^+ = \frac{W_\mu^1 + iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad W_\mu^- = \frac{W_\mu^1 - iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad W_\mu^0 = W_\mu^3, \quad B_\mu$$

W_μ^0 and B_μ are both neutral and have the same quantum numbers \Rightarrow they can mix. In a quantum world, “can” means “do”

$$\begin{aligned} W_\mu^0 &= \cos \theta_w Z_\mu + \sin \theta_w A_\mu \\ B_\mu &= -\sin \theta_w Z_\mu + \cos \theta_w A_\mu \end{aligned}$$

where θ_w is the **weak mixing angle**, introduced first by Glashow, θ_w is called also the **Weinberg angle**

Remind that we have to choose variables which correspond to observables

N.B. Sheldon Glashow, Abdus Salam, and Steven Weinberg got the Nobel Prize in 1979, before the discovery of Z and W bosons in 1983

$SU(2)_L$ group

We have chosen the $SU(2) \otimes U(1)$ symmetry group. To account for parity violation in weak decays, we assume different behavior of left and right fermions under $SU(2)_L$ transformations:

$$\begin{array}{ll} \text{left doublets} & \left(\begin{array}{c} \nu_e \\ e \end{array} \right)_L, \quad \left(\begin{array}{c} u \\ d \end{array} \right)_L \quad + 2 \text{ generations} \\ \text{right singlets} & e_R, \ u_R, \ d_R, \ (\nu_{e,R}) \quad + 2 \text{ generations} \end{array}$$

The fermion lagrangian is constructed with the help of covariant derivatives:

$$\mathcal{L}(\Psi) = \sum_{\Psi_i} \left[\frac{i}{2} \left(\bar{\Psi}_L \gamma_\alpha D_\alpha \Psi_L - D_\alpha \bar{\Psi}_L \gamma_\alpha \Psi_L \right) \right.$$

$$\left. + \frac{i}{2} \left(\bar{\Psi}_R \gamma_\alpha D_\alpha \Psi_R - D_\alpha \bar{\Psi}_R \gamma_\alpha \Psi_R \right) \right]$$

$$D_\alpha \Psi_L \equiv \partial_\alpha \Psi_L + \frac{ig\tau^b}{2} W_\alpha^b \Psi_L - i\mathbf{g}_1 B_\alpha \Psi_L$$

$$D_\alpha \Psi_R \equiv \partial_\alpha \Psi_L - i\mathbf{g}_2 B_\alpha \Psi_L$$

N.B. All interactions of SM fermions with vector bosons are here. But $\mathbf{g}_{1,2}$ have to be fixed yet.

Generation of fermion masses (I)

We observe massive fermions, but the $SU(2)_L$ gauge symmetry **forbids** fermion mass terms, since

$$m\bar{\Psi}\Psi = m \left(\bar{\Psi} \frac{1 + \gamma_5}{2} + \bar{\Psi} \frac{1 - \gamma_5}{2} \right) \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \Psi + \frac{1 - \gamma_5}{2} \Psi \right) = m(\bar{\Psi}_L \Psi_R + \bar{\Psi}_R \Psi_L)$$

while Ψ_L and Ψ_R are transformed in different ways under $SU(2)_L$

The SM solution is to introduce Yukawa interactions:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & -y_d(\bar{u}_L \bar{d}_L) \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} d_R - y_u(\bar{u}_L \bar{d}_L) \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix} u_R \\ & -y_l(\bar{\nu}_L \bar{l}_L) \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} l_R - y_\nu(\bar{\nu}_L \bar{l}_L) \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix} \nu_R + \text{h.c.} \end{aligned}$$

N.B.1. \mathcal{L}_Y is $SU(2)_L$ invariant

N.B.2. Neutrino masses **can** be generated in the same way as the up-quark ones

QUESTION: Why do we need “h.c.” in \mathcal{L}_Y ?

Generation of fermion masses (II)

Spontaneous breaking of the global $O(4)$ symmetry in the Higgs sector provides in \mathcal{L} mass terms for fermions and Yukawa interactions of fermions with the Higgs boson:

$$\mathcal{L}_Y = -\frac{v + H}{\sqrt{2}} [y_d \bar{d}d + y_u \bar{u}u + y_l \bar{l}l + \textcolor{brown}{y_\nu} \bar{\nu}\nu]$$
$$m_f = \frac{y_f}{\sqrt{2}} v$$

N.B.1. $y_t \approx 0.99 \gg y_e \approx 3 \cdot 10^{-6} \gg y_\nu (?)$

N.B.2. Coupling of the Higgs boson to a fermion is proportional to m_f

Yukawa matrixes

Quarks can mix and Yukawa interactions are not necessarily diagonal **neither** in the basis of weak interaction eigenstates, **nor** in the basis of the strong ones.

In the eigenstate basis of a **given interaction** for the case of three generations, the Yukawa coupling constants are 3×3 matrixes:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & - \sum_{j,k=1}^3 \left\{ (\bar{u}_{jL} \bar{d}_{jL}) \left[\begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} y_{jk}^{(d)} d_{kR} + \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix} y_{jk}^{(u)} u_{kR} \right] \right. \\ & \left. + (\bar{\nu}_{jL} \bar{l}_{jL}) \left[\begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} y_{jk}^{(\ell)} l_{kR} + \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix} y_{jk}^{(\nu)} \nu_{kR} \right] \right\} + h.c. \end{aligned}$$

where indexes j and k mark the generation number

N.B.1. Charged lepton mixing is formally allowed, but not (yet) observed

N.B.2. PMNS mixing matrix for neutrinos can be embedded in the SM

Лагранжиан СМ (на футболке)

Посмотрим снова на лагранжиан Стандартной модели

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + i \bar{\psi} D \psi + h.c. \\ & + Y_i Y_{ij} Y_j \phi + h.c. \\ & + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}$$

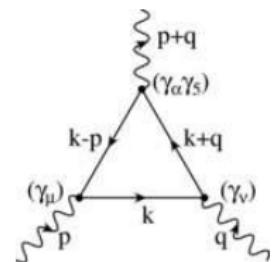
Axial anomaly (I)

There are vector and **axial-vector** currents in the SM,

$$J_\mu^A = \bar{\Psi} \gamma_\mu \gamma_5 \Psi$$

Unbroken symmetry (via the Noether theorem) leads to conservation of currents: $\partial_\mu J_\mu = 0$.

For massive fermions $\partial_\mu J_\mu^A = 2im\bar{\Psi} \gamma_5 \Psi$



But **loop corrections** give

$$\partial_\mu J_\mu^A = 2im\bar{\Psi} \gamma_5 \Psi + \frac{\alpha}{2\pi} F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}, \quad \tilde{F}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$$

That is known as **axial** or **chiral** or **triangular** anomaly

So at the quantum level the classical symmetry is lost

QUESTION: Is it a problem?

Axial anomaly (II)

But in the SM the axial anomalies **apparently** cancel out:

- 1) ($W W W$) and ($W W B$) — automatically since **left** leptons and quarks are **doublets**
- 2) ($B W W$) — since $Q_e + 2Q_u + Q_d = 0$
- 3) ($B B B$) — since $Q_e = -1$, $Q_\nu = 0$, $Q_u = \frac{2}{3}$, $Q_d = -\frac{1}{3}$
- 4) ($B g g$) — automatically (g = gluon)
- 5) ($B gr gr$) — the same as “3)” (gr = graviton)

Here B and W are the **primary** $U(1)$ and $SU(2)_L$ gauge bosons

N.B.0. Anomalies cancel out in the **complete SM**:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)$$

N.B.1. Anomalies cancel out in each generation **separately**

N.B.2. Point “2)” means that the hydrogen atom is neutral

QUESTION: Where is γ_5 in ($B B B$)?

Параметры СМ

Посчитаем:

- ▶ + 3 калибровочных константы (g_1, g_2, g_s)
- ▶ + 2 параметра в потенциале Хиггса
- ▶ + 9 юкавских констант для заряженных фермионов
- ▶ + 4 параметра в матрице смещивания夸克ов

Т.о. канонической СМ 18 свободных параметров

- + 1 параметр сильного СР-нарушения θ_{QCD} , но он не в канонической СМ
- + 4 (или 6?) параметров в матрице смещений нейтрино
- + 3 юкавских константы для нейтрино

N.B. Есть только один первичный размерный параметр в СМ.

Взаимодействия в СМ

Как их подсчитать?

- число **различных вершин** в правилах Фейнмана?
- число частиц **переносящих** взаимодействия?
- число **констант связи**?

Ключ — надо учесть симметрии...

Посчитаем взаимодействия в СМ:

- ▶ + 3 калибровочных: $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$
- ▶ + самодействие в потенциале Хиггса
- ▶ + юкавские взаимодействия заряженных фермионов

Т.о., СМ содержит **5 типов** взаимодействий

N.B. Мы не можем сказать, что одни из этих взаимодействий более фундаментальные, чем другие



Входные параметры СМ

	18 =	1	1	1	1	1	9	4		(1)
первичные:		g'	g	g_s	m_Φ	λ	y_f	y_{jk}	θ_{CP}	
используем:		α	M_W	α_s	G_{Fermi}	M_H	m_f	V_{CKM}		0

$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi} \longrightarrow \alpha_s(M_Z), \quad \alpha_s(Q^2) = \frac{1}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda_{\text{QCD}})}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}G_{\text{Fermi}}}}, \quad \frac{G_{\text{Fermi}}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\alpha}{2\sin^2\theta_w M_W^2}$$

$$M_W = \frac{1}{2}gv, \quad M_Z = \frac{M_W}{\cos\theta_w}, \quad M_H = \sqrt{2\lambda} v, \quad m_f = \frac{y_f}{\sqrt{2}}v$$

N.B. Соотношения просты только в низшем приближении, квантовые эффекты (радиационные поправки) делают их сложными.

Входные параметры: экспериментальные значения

[Particle Data Group]

— The fine structure constant:

$$\alpha^{-1}(0) = 137.035999084(21) \text{ from } (g-2)_e \text{ etc.}$$

— The SM predicts $M_W = M_Z \cos \theta_W \Rightarrow M_W < M_Z$

$$M_Z = 91.1876(21) \text{ GeV from LEP1/SLC}$$

$$M_W = 80.377(12) \text{ GeV from LEP2/Tevatron/LHC}$$

— The Fermi coupling constant:

$$G_{\text{Fermi}} = 1.1663787(6) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \text{ from muon decay}$$

— The top quark mass:

$$m_t = 172.69(30) \text{ GeV from Tevatron/LHC}$$

— The Higgs boson mass:

$$M_H = 125.25(17) \text{ GeV from ATLAS \& CMS}$$

— ...

QUESTION: What is the least known parameter of the (canonical) SM now?

Аномальный магнитный момент электрона

Уравнение Дирака дает **гиромагнитное отношение** $g_f = 2$ для магнитных моментов фермионов

$$\vec{M} = g_f \frac{e}{2m_f} \vec{S}$$

Однопетлевая КЭД поправка (J. Schwinger '1948) дает **аномальный магнитный момент**

$$a_f \equiv \frac{g_f - 2}{2} \approx \frac{\alpha}{2\pi} = 0.001\ 161\ \dots$$

Эксперимент (Harvard):

$$a_e^{\text{exp}} = 1\ 159\ 652\ 180.73(28) \cdot 10^{-12} \quad [0.24 \text{ ppb}]$$

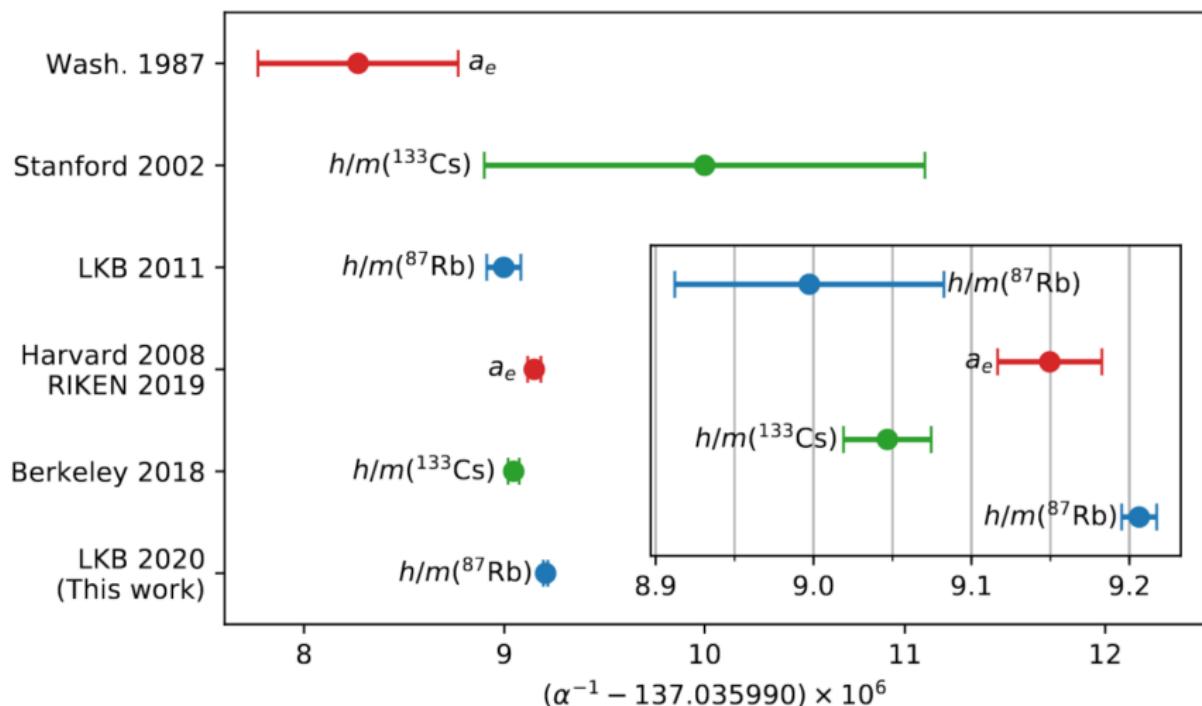
СМ (T. Kinoshita et al.):

$$a_e^{\text{SM}} = 1\ 159\ 652\ 181.606(11)_{10th}(12)_{EW+had.}(229)_{\delta\alpha} \cdot 10^{-12}$$

N.B.1. $a_f \neq 0$ — чисто **квантовый (КТП)** эффект

N.B.2. $a_e^{\text{exp}} \Rightarrow \alpha^{-1}(0) = 137.0359991496(13)(14)(330)$

$\alpha_{QED}(0)$: последние достижения



Аномальный магнитный момент мюона (прошлое)

E821 experiment at BNL (2006):

$$a_\mu^{\text{exp}} = 116\ 592\ 091\ (54)(33) \cdot 10^{-11} \quad [0.5\text{ppm}]$$

$$a_\mu^{\text{SM}} = 116\ 591\ 830\ (1)(40)(26) \cdot 10^{-11} \quad [0.5\text{ppm}]$$

$$\Delta a_\mu \equiv a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = 261\ (63)(48) \cdot 10^{-11} \quad [\sim 3.3\sigma]$$

Theory (the SM): $a_\mu = a_\mu(\text{QED}) + a_\mu(\text{hadronic}) + a_\mu(\text{weak})$

$$a_\mu(\text{QED}) = 116\ 584\ 718.92(0.03) \cdot 10^{-11} \quad [5 \text{ loops}]$$

$$\begin{aligned} a_\mu(\text{hadronic}) &= a_\mu(\text{had. vac.pol.}) + a_\mu(\text{had. l.b.l.}) \\ &= 6939\ (39)(7) \cdot 10^{-11} + 19\ (26) \cdot 10^{-11} \end{aligned}$$

$$a_\mu(\text{weak}) = 153.6(1.0) \cdot 10^{-11} \quad [2 \text{ loops}]$$

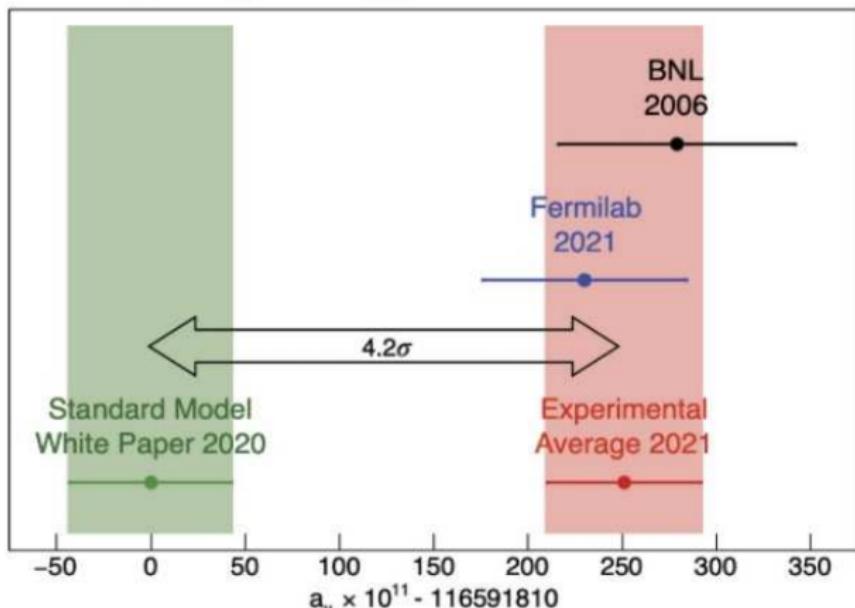
N.B.1. $\Delta a_\mu \sim 2 \times a_\mu(\text{weak})$, how can it come from new physics?

N.B.2. Here “weak” = EW - “pure QED”

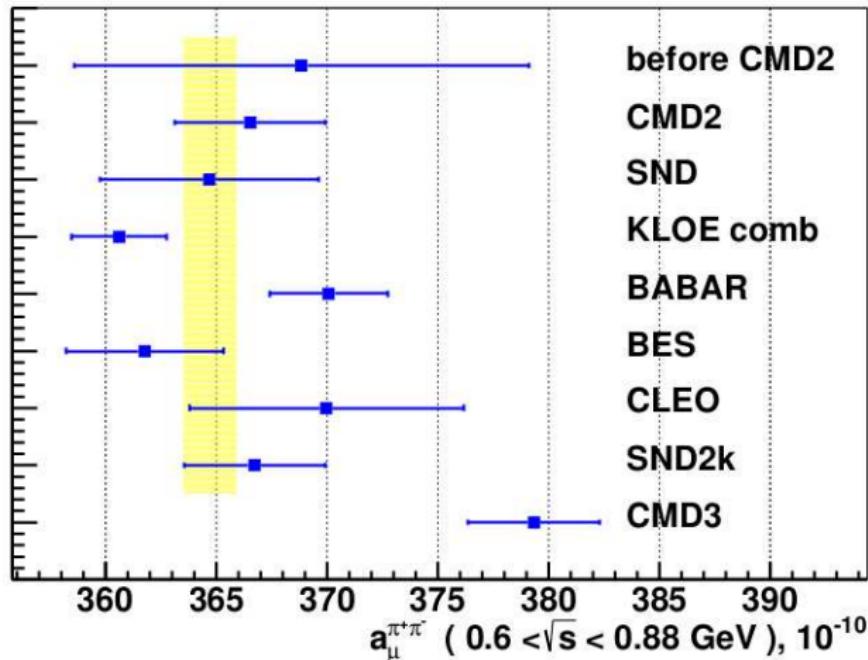
N.B.3. Results of new $(g-2)_\mu$ experiment at Fermilab are coming!

New experiment vs. SM

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{\text{EXP}} - a_\mu^{\text{SM}} = 251(59) \times 10^{-11}$$



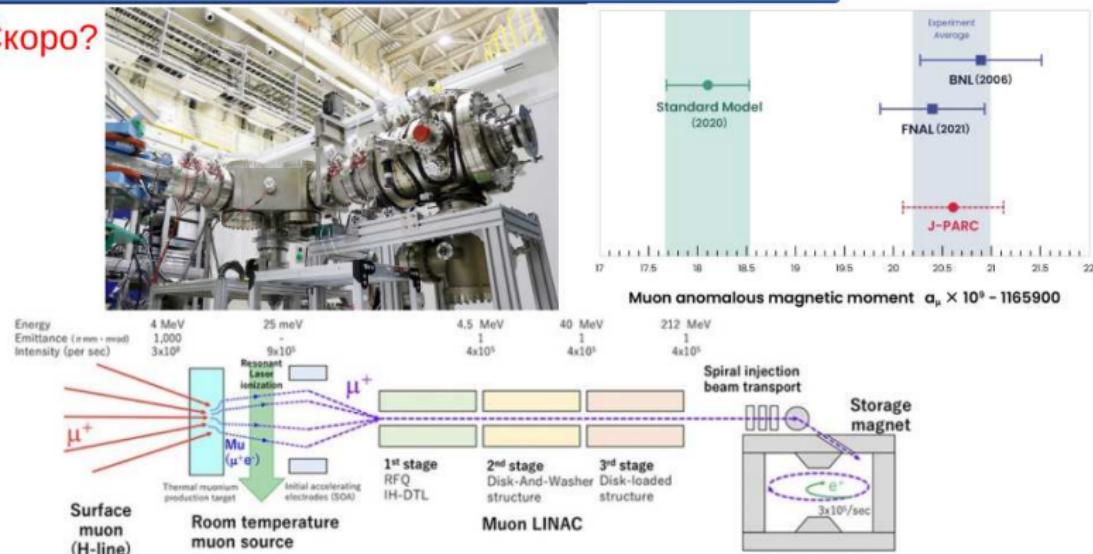
Аномальный магнитный момент мюона (2023)



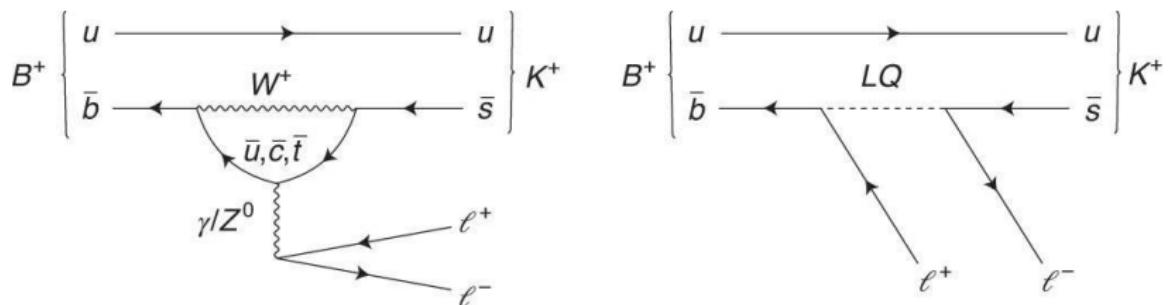
Аномальный магнитный момент мюона (будущее)

J-Park g-2/EDM experiment

Скоро?



R_K и R_D аномалии в распадах B -мезонов

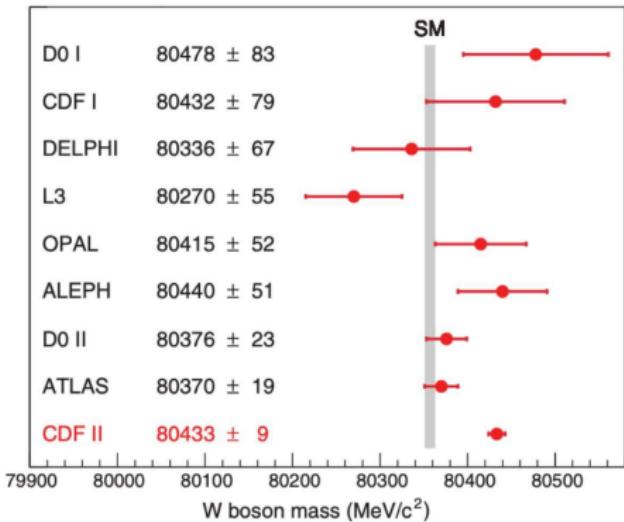


$$R_{D^{(*)}} = \frac{\text{Br}(B \rightarrow D^{(*)} \tau \nu)}{\text{Br}(B \rightarrow D^{(*)} l \nu)}, \quad R_{K^{(*)}} = \frac{\text{Br}(B \rightarrow K^{(*)} \mu^+ \mu^-)}{\text{Br}(B \rightarrow K^{(*)} e^+ e^-)}$$

$$|R_{D^{(*)}}^{\text{exp}} - R_{D^{(*)}}^{\text{SM}}| \sim 3 \cdot \sigma, \quad |R_K^{\text{exp}} - R_K^{\text{SM}}| \sim 3.1 \cdot \sigma$$

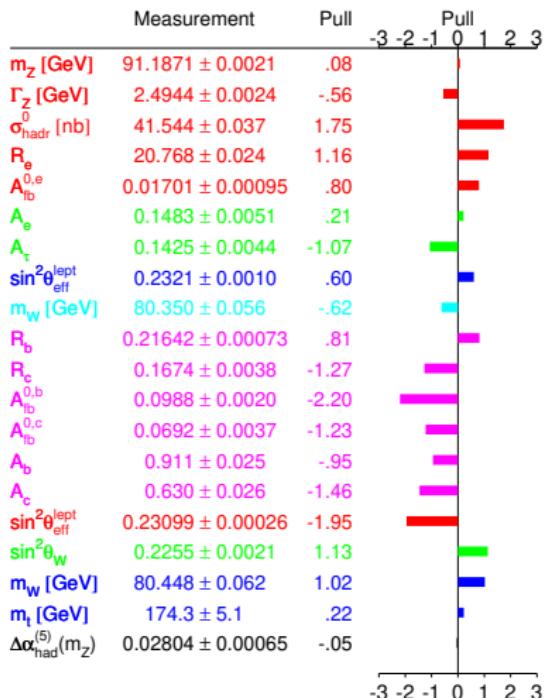
N.B. Вспомним правило 5-сигма

Загадка массы W -бозона?



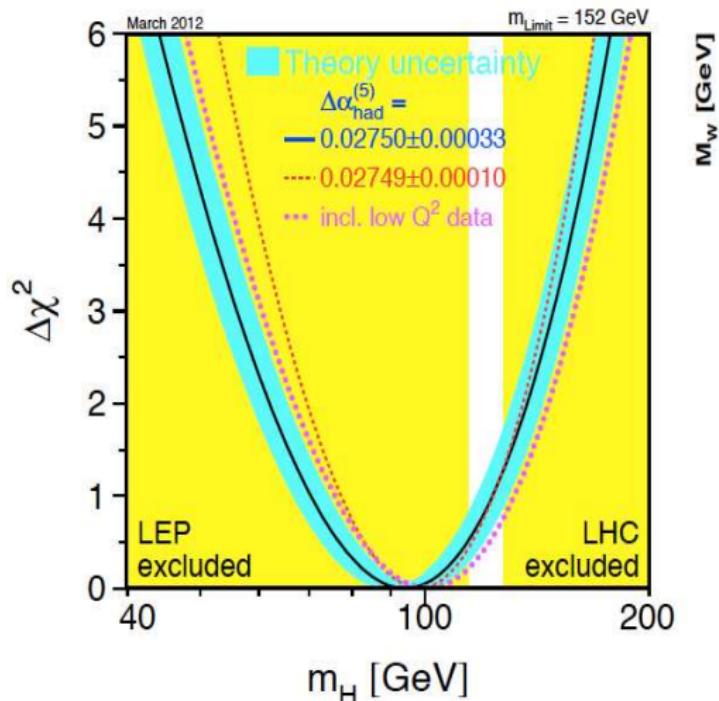
Экспериментальная проверка СМ на LEP

Stanford 1999



Pulls for **pseudo-observables**. The pull is defined as the difference between the measurement and the SM prediction calculated for the central values of the fitted SM IPS [$\alpha(M_Z^2) = 1/128.878$, $\alpha_s(M_Z^2) = 0.1194$, $M_Z = 91.1865$ GeV, $m_t = 171.1$ GeV] divided by the experimental error.

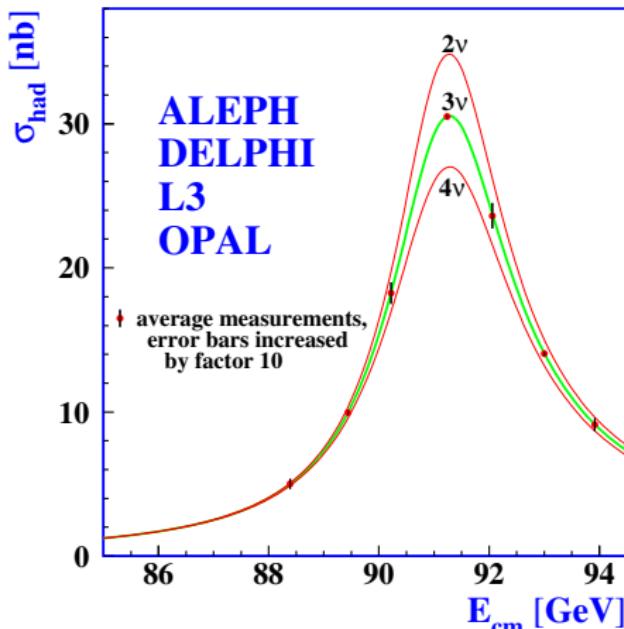
Blue-band plot (2012)



The indirect fit of the Higgs boson mass from LEP data. The yellow regions are excluded by direct searches at LEP and LHC (2012).

http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2013/advanced-physicsprize2013.pdf

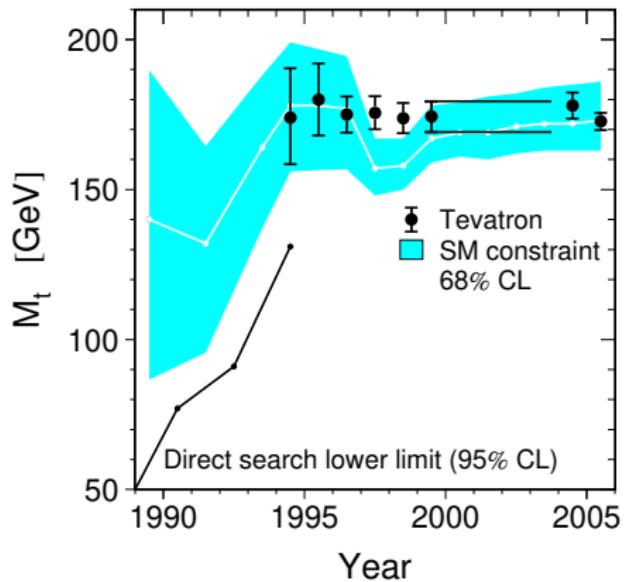
Measurement of the neutrino number at LEP



Measured hadronic cross section around the Z resonance vs. the SM prediction for different numbers of massless neutrino species.

QUESTION: How can one extract the $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$ cross section value?

История массы топ-кварка (до 2006)

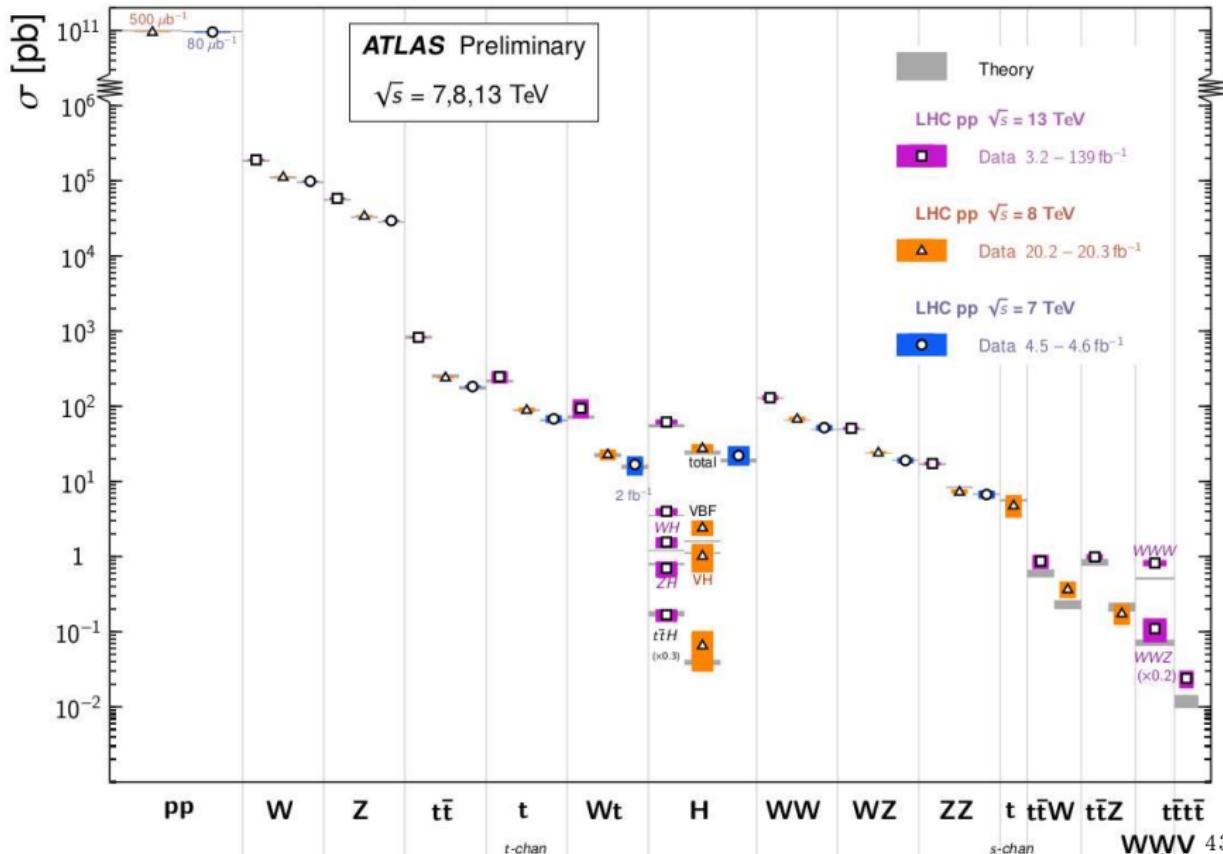


Прямые и непрямые измерения m_t

Сечения процессов СМ на БАК (ATLAS public results) I

Standard Model Total Production Cross Section Measurements

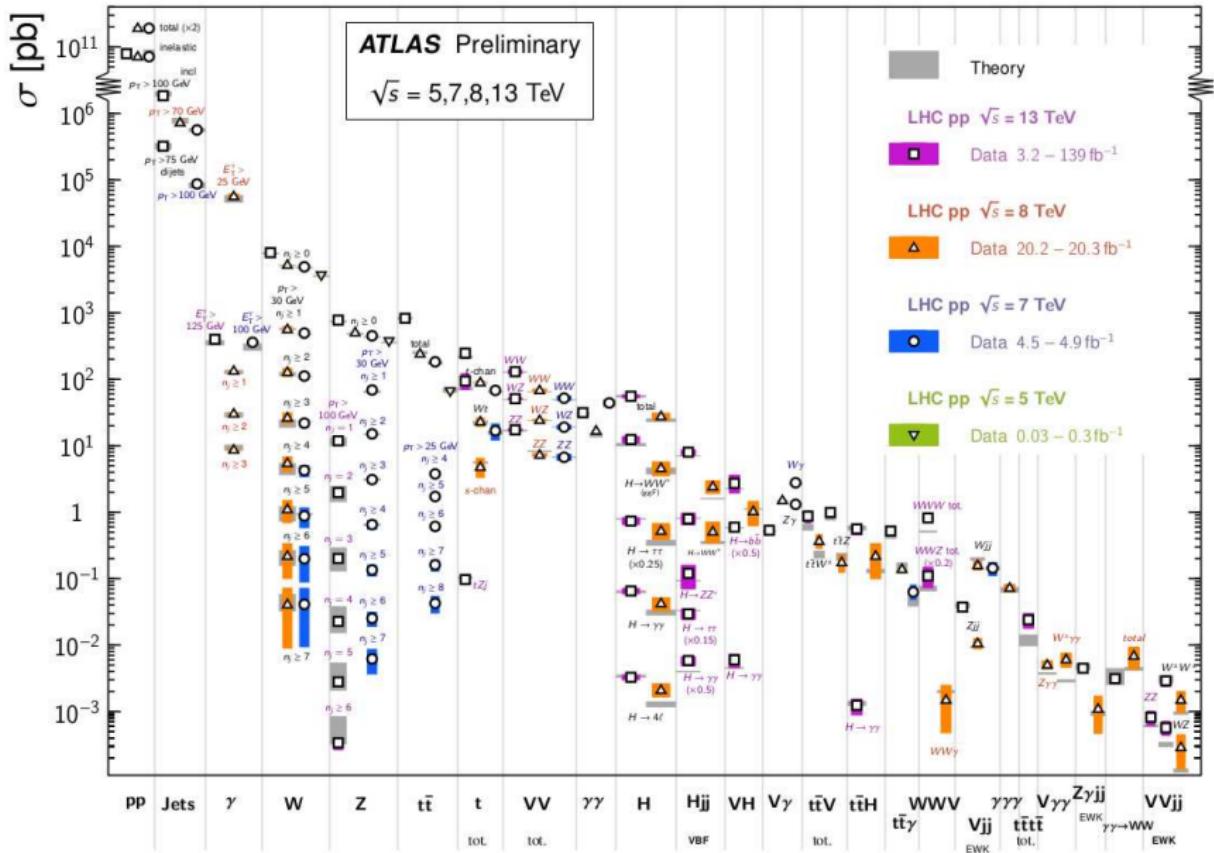
Status: February 2022



Сечения процессов СМ на БАК (ATLAS public results) II

Standard Model Production Cross Section Measurements

Status: February 2022



Standard Model at the ElectroWeak and Planck Scales

State-of-art analysis requires:

1. Three-loop evolution equations of all SM parameters

Bednyakov, Pikelner, Velizhanin,

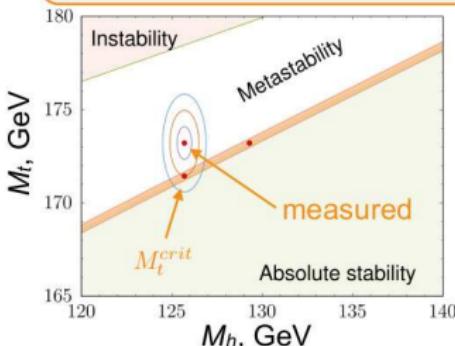
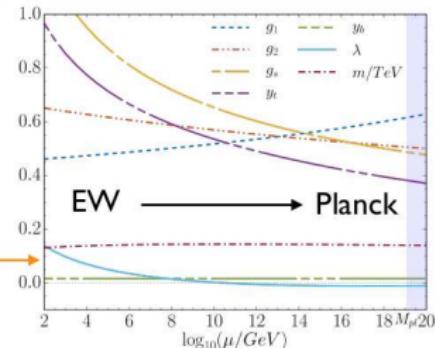
- JHEP 1301 (2013), Phys.Lett. B722 (2013), Nucl.Phys. B875 (2013),
- Nucl.Phys. B879 (2014), Phys.Lett. B737 (2014) (with flavor mixing)

and boundary values from

2. Relations between observables and the parameters:

- Bednyakov, Phys.Lett. B741 (2015)
- Kniehl, Pikelner, Veretin, Nucl.Phys. B896 (2015)

Measured value of the Higgs boson mass indicates that the SM can be extrapolated to a very high (e.g. Planck) scale.



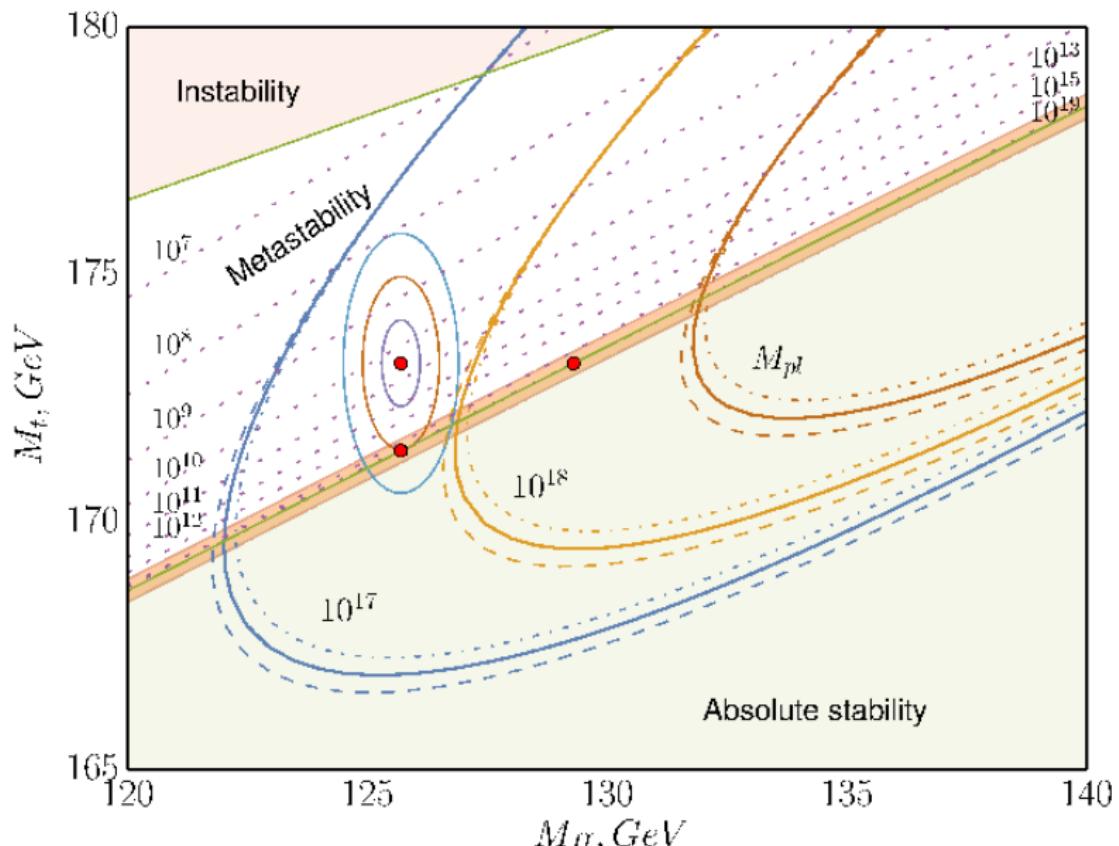
- Higgs self-coupling $\lambda(\mu) > 0$ tests the SM vacuum stability.
- Crucial dependence on physical masses of **Top-quark** and **Higgs boson** - M_t and M_H

For a fixed value of $M_h = 125.7$ GeV
absolute SM stability leads to a bound on the measured

$$M_t < M_t^{crit} = 171.44_{-0.17}^{+0.36} \text{ GeV}$$

theoretical uncertainty - decreased by 10-20 % due to 3 loops

Связь между электрослабым и планковским масштабами?



Проблема натуральности

Наиболее серьезная (на деле единственная) **теоретическая проблема** в СМ — это проблема **натуральности** = точной подгонки = иерархии

Все массы в СМ **кроме одной** генерируются взаимодействиями с полем Хиггса и спонтанным нарушением симметрии в его секторе. Но масса самого поля Хиггса вставлена в СМ **руками** (Питера Хиггса et al.). Эта масса нарушает масштабную инвариантность (конформную симметрию) явным образом и не защищена никакой симметрией от больших квантовых поправок:

$$M_H^2 = (M_H^0)^2 + \frac{3\Lambda^2}{8\pi^2 v^2} \left[M_H^2 + 2M_W^2 + M_Z^2 - 4m_t^2 \right]$$

Несестественно (**ненатурально**) иметь $M_H \ll M_H^0$.

Лучшим вариантом было бы иметь $\Lambda \sim M_H$, т.е. всё бы определялось электрослабой шкалой энергий ~ 100 ГэВ. Но это не наш случай...

Проблема энергии вакуума

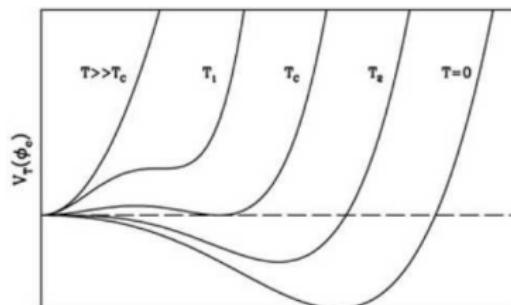
Для “локальных” задач, e.g., в физике частиц, мы всегда можем сами выбирать начало отсчета уровней энергии. Но для “глобальных” случаев, e.g., для космологии, нам надо учитывать плотность энергии вакуума.

Наблюдаемая плотность энергии Вселенной с хорошей точностью равна критической

$$\rho_{cr} = \frac{3H^2}{8\pi G} \approx 1.8878 \times 10^{-26} h^2 \frac{kg}{m^3}$$

Формально механизм Браута-Энглера-Хиггса дает

$$\rho_{vac}^{Higgs} \sim -(100 \text{ GeV})^4 \sim -10^{54} \rho_{cr}$$



Аналогичная проблема в КХД: $\rho_{vac}^{QCD} \sim 10^{-2} \text{ GeV}^2 \sim 10^{45} \rho_{cr}$

Загадки в эмпирических соотношениях

На электрослабой шкале эмпирическое соотношение между вакуумным средним поля Хиггса и массами всех частиц СМ

$$v = \sqrt{M_H^2 + M_W^2 + M_Z^2 + m_t^2 + m_b^2 + \dots}$$

выполняется с точностью до 2-х стандартных отклонений

$$246.22 \approx 245.6 \pm 0.3 \text{ GeV}$$

Очевидно, есть какая-то связь между массам топ-кварка и бозона Хиггса (или электрослабой шкалой):

$$2 \frac{m_h^2}{m_t^2} = 1.05 \approx 1 \approx 2 \frac{m_t^2}{v^2} \equiv y_t^2 = 0.99$$

Достоинства СМ

- ▶ Переноримруемость и унитарность \Rightarrow конечные предсказания
- ▶ Предсказания согласуются с данными опытов
- ▶ Симметрии широко использованы
- ▶ Минимальность
- ▶ Все частицы СМ открыты
- ▶ Структура взаимодействий зафиксирована (но не всюду проверена)
- ▶ Не так много свободных параметров, все зафиксированы
- ▶ Есть источник СР-нарушения
- ▶ На древесном уровне нет токов с изменением аромата
- ▶ Легко описать массы и смешивание нейтрино
- ▶ ...

Проблемы СМ

II: не понятые свойства

- ▶ происхождение имеющихся симметрий
- ▶ происхождение масштабов энергии
- ▶ происхождений трёх поколений фермионов
- ▶ источник масс нейтрино
- ▶ отсутствие СР-нарушения в сильных взаимодействиях
- ▶ проблема натуральности
- ▶ ...

II: феноменология

- ▶ барионная асимметрия
- ▶ темная энергия
- ▶ темная материя
- ▶ загадки $R_{k(D)}$, $(g - 2)_\mu$, M_W немного чего еще...
- ▶ ...

Что нам делать?

Теория \otimes эксперимент

- ▶ Поиск объяснения свойств СМ
- ▶ Поиск границ применимости СМ
- ▶ Прецизионная проверка СМ на всех масштабах
- ▶ Строить новые экспериментальные установки
- ▶ Связь с космологией, астрофизикой и т.д.
- ▶ ...

Подсказки

- ▶ СМ является эффективной моделью
- ▶ Ее исследование важнее поиска новой физики
- ▶ Нам нужны новые коллайдеры! (FCCee, CEPC, Super Charm-Tau factory etc.)
- ▶ ...

Заключительные замечания

КТП — физический язык (\neq матем. язык)

СМ построена на некоторых фундаментальных (?) принципах, но с существенным вкладом феноменологии

Наиболее важная задача — определить границы её применимости

Любой вид новой физики обязан соблюдать принцип соответствия СМ

СМ содержит механизмы генерации масс векторных бозонов и фермионов, но не знает источников происхождения имеющихся в ней масштабов энергии

СМ не “конец физики”, вам (нам) есть еще много чего исследовать.

Спасибо зв внимание!

И

Удачи!