Движение точечной частицы на фоне полей Киральной теории высших спинов

Вячеслав Ивановский

PPMP'25
Дубна

План

- Мотивация.
- Точечная частица на фоне полей высших спинов.
- Решение в первом порядке.
- Уравнения второго порядка.
- Заключение.

Введение

Киральные теории высших спинов:

- Сформулированы в подходе светового конуса и содержат только кубические взаимодействия (Metsaev'91; Ponomarev, Skvortsov'16).
- Являются обобщением самодуальных теорий Янга-Милса и гравитации (Ponomarev'18).
- Дествие теории не явлется вещественным.

Цель исследования: построить взаимодействие точечной частицы с теорией высших спинов.

- Общение геометрии Римана на случай присутствия полей высших спинов.
- Решение проблем в ОТО, неполнота геодезических в присуствии черных дыр.

Действие частицы и генераторы

Действие и Гамильтониан свободной частицы:

$$S = -m \int d\tau \sqrt{-2\dot{x}^{+}\dot{x}^{-} - 2\dot{x}\dot{\bar{x}}} \qquad \Rightarrow \qquad H_0 = \frac{p_x p_{\bar{x}}}{p_-} + \frac{m^2}{2p_-}.$$

Фазовое пространство во взаимодействующей теории:

$$(x^{\perp}, p_{\perp}, \Phi^{\lambda}(z^{\perp})).$$

Добавляем члены взаимодействия в генераторы группы Пуанкаре:

$$Q[O] = Q_2[O] + Q_3[O] + q_0[O] + q_1[O] + q_2[O] + \dots,$$

где q_1 линеен по полям высших спинов, q_2 - квадратичен, и т.д.
$Q_2[O]$, $Q_3[O]$ отвечают за генераторы, зависящие только от полей высших спинов.

Сохранение Пуанкаре симметрии:

$$[Q[O_1], Q[O_2]]_P = Q[[O_1, O_2]].$$

Действие частицы и генераторы

Два типа генераторов:

- Кинематические(K): P^x, P^+, $P^{\bar{x}}$, $J^{x\bar{x}}$, $J^{\bar{x}+}$, J^{x+}, J^{-+}- не деформируются.
- Динамические(D): P^-, J^{x-} и $J^{\bar{x}-}$ - деформируются.

Деформация генераторов:

$$q_n[P^-] = \sum_{\lambda_i} h^{\lambda_1,\dots,\lambda_n}(x, p_\perp, \partial_{z_i^\perp}) \prod_{i=1}^{n} \Phi^{\lambda_i},$$

$$q_n[J^{x-}] = \sum_{\lambda_i} \left(j^{\lambda_1\dots,\lambda_n}(x, p_\perp, \partial_{z_i^\perp}) + x\; h^{\lambda_1\dots,\lambda_n}(x^\perp, p_\perp, \partial_{z_i^\perp}) \right) \prod_{i=1}^{n} \Phi^{\lambda_i},$$

$$q_n[J^{\bar{x}-}] = \sum_{\lambda_i} \left(\bar{j}^{\lambda_1\dots,\lambda_n}(x^\perp, p_\perp, \partial_{z_i^\perp}) + \bar{x}\; h^{\lambda_1\dots,\lambda_n}(x^\perp, p_\perp, \partial_{z_i^\perp}) \right) \prod_{i=1}^{n} \Phi^{\lambda_i}.$$

Типы соотношений

Три типа уравнений:

- $[K_1, K_2] = K_3$ - не меняются при деформации.
- Кинематические: $[K, D] = K$, $[K, D] = D$ - линейны по деформациям.
- Динамические: $[D_1, D_2] = D_3$ - квадратичны по деформациям.

Решение кинематических соотношений:

$$h^{\lambda_1,\dots,\lambda_n} = \frac{A^{\lambda_1,\dots,\lambda_n}(\sigma_{z_i}, \sigma_{\bar{z}_i}, s_i)}{p_-},$$

$$j^{\lambda_1,\dots,\lambda_n} = \frac{a^{\lambda_1,\dots,\lambda_n}(\sigma_{z_i}, \sigma_{\bar{z}_i}, s_i)}{p_-}, \qquad \bar{j}^{\lambda_1,\dots,\lambda_n} = \frac{\bar{a}^{\lambda_1,\dots,\lambda_n}(\sigma_{z_i}, \sigma_{\bar{z}_i}, s_i)}{p_-},$$

где $A^{\lambda_1,\dots,\lambda_n}$, $a^{\lambda_1,\dots,\lambda_n}$, $\bar{a}^{\lambda_1,\dots,\lambda_n}$ - произвольные функции своих аргументов:

$$\sigma_{z_i} = p_x - p_- \frac{\partial_{z_i}}{\partial_i^+}, \qquad \sigma_{\bar{z}_i} = p_{\bar{x}} - p_- \frac{\partial_{\bar{z}_i}}{\partial_i^+}, \qquad s_i = \frac{\partial_i^+}{p_-}.$$

Динамические соотношения.Первый порядок

Основное коммутационное соотношение:

$$[P^-, J^{x-}] = 0.$$

Гамильтониан в линейном порядке:

$$H = H_0 + \sum_{\lambda \geq 0} C^\lambda \frac{\sigma_x^\lambda}{p_-} \Phi^\lambda + \sum_{\lambda < 0} \bar{C}^{-\lambda} \frac{\sigma_{\bar{x}}^{-\lambda}}{p_-} \Phi^\lambda .$$

C^λ, $\bar{C}^\lambda$ - произвольные константы.

Это наиболее общее локальное решение уравнений самосогласованности свободное от ложных взаимодействий. (VI, Ponomarev'23).

Динамические соотношения. Второй порядок

Динамические соотношения во втором порядке:

$$a^{\lambda_1\lambda_2}\sum_{i=1}^{2}\left(\frac{m^2}{2}+\sigma_{z_i}\sigma_{\bar{z}_i}\right)s_i$$
$$+\sum_{i=1}^{2}\left(s_i\sigma_{\bar{z}_i}\frac{\partial}{\partial s_i}-\sigma_{\bar{z}_i}^2\frac{\partial}{\partial\sigma_{\bar{z}_i}}-\frac{m^2}{2}\frac{\partial}{\partial\sigma_{z_i}}-\lambda_i\sigma_{\bar{z}_i}\right)A^{\lambda_1\lambda_2}=S^{\lambda_1\lambda_2}.$$

$S^{\lambda_1\lambda_2}$ зависит от h^λ, j^λ, $\bar{j}^\lambda$ и Q_3 теории высших спинов.
Соотвественно $S^{\lambda_1\lambda_2}$ зависит от C^λ, $\bar{C}^{-\lambda}$ и констант связи $C^{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}$ полей друг с другом:

$$C^{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}=\frac{l^{\lambda_1+l_2+l_3-1}}{\Gamma(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)},\qquad \text{для киральной теории высших спинов,}$$
$$C^{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}=2l\delta(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3-2),\qquad \text{для пуассоновой теории высших спинов,}$$
$$C^{-2,2,2}=C^{2,-2,2}=C^{2,2,-2}=l,\qquad \text{для самодуальной гравитации.}$$

Требование локальности: $a^{\lambda_1\lambda_2}$ и $A^{\lambda_1\lambda_2}$ не должны быть сингулярны при любых значениях пространственных производных ∂_{z_i}, $\partial_{\bar{z}_i}$, $(\sigma_{z_i}, \sigma_{\bar{z}_i})$.

Анализ уравнений

Безмассовый случай ($m = 0$):

- Левая сторона уравнений обнуляется при условиях $\sigma_{\bar{z}_1} = \sigma_{\bar{z}_2} = 0$.
- Получаются уравнения на источники $S^{\lambda_1 \lambda_2}|_{\sigma_{\bar{z}_1} = \sigma_{\bar{z}_2} = 0} = 0$.
- Следствие уравнений - обнуление констант связи $C^{\lambda} = \bar{C}^{-\lambda} = 0, \forall \lambda$ для теорий высших спинов.

Анализ уравнений

Случай произвольной массы:

- Переход на поверхность $\sum_{i=1}^{2}\left(\frac{m^2}{2}+\sigma_{z_i}\sigma_{\bar{z}_i}\right)s_i=0$, чтобы исключить вклад $a^{\lambda_1\lambda_2}$ из уравнений.
- Поиск частного решения неоднородного и общего решения однородного уравнений на $A^{\lambda_1\lambda_2}$.
- Частное решение содержит полюса по σ, $\bar{\sigma}$. Нужно дополнить частное решение общим, так чтобы итоговый ответ не имел полюсов.
- Требование отсутствия полюсов приводит к обнулению констант связи $C^{\lambda}=\bar{C}^{-\lambda}=0, \forall\lambda$ для теорий высших спинов.

Локальные взаимодействия точечной частицы с полями киральной теории высших спинов отсутствуют.
В случае самодуальной гравитации взаимодействие существует:

$$C^2=-6l.$$

Заключение

- Найдено решение условий самосогласованности во втором порядке.
- Показано, что локальные взаимодействия точечной частицы с полями киральной теории высших спинов отсутствуют.
- Для киральных теорий высших спинов не существует обобщения различных геометрических конструкций из ОТО, например, интервала.

Спасибо за внимание!

Выражение для источника

$$S^{\lambda_1\lambda_2} = S_1^{\lambda_1\lambda_2} + S_2^{\lambda_1\lambda_2} + S_3^{\lambda_1\lambda_2} + S_4^{\lambda_1\lambda_2},$$

где

$$S_1^{\lambda_1\lambda_2} = C^{\lambda_1} C^{\lambda_2} \sigma_x^{\lambda_1} \sigma_y^{\lambda_2-2} \lambda_2(\lambda_2-1)\frac{s_x(\sigma_x-\sigma_y)}{s_y}$$

$$+C^{\lambda_1} C^{\lambda_2} \sigma_y^{\lambda_2} \sigma_x^{\lambda_1-2} \lambda_1(\lambda_1-1)\frac{s_y(\sigma_y-\sigma_x)}{s_x},$$

$$S_2^{\lambda_1\lambda_2} = \bar{C}^{-\lambda_1} C^{\lambda_2} \sigma_{\bar{x}}^{-\lambda_1-1} \sigma_y^{\lambda_2-2}\left[\lambda_1\lambda_2\sigma_y(\sigma_{\bar{y}}-\sigma_{\bar{x}}) - \sigma_{\bar{x}}\frac{\lambda_2(\lambda_2-1)s_x}{s_y}(\sigma_y-\sigma_x)\right],$$

$$S_3^{\lambda_1\lambda_2} = \sum_\lambda (-1)^{\lambda-1} 6 C^\lambda \;\; C^{-\lambda\lambda_1\lambda_2}\frac{(s_x\sigma_x+s_y\sigma_y)^{\lambda-1}(\sigma_y-\sigma_x)^{-\lambda+\lambda_1+\lambda_2-1}}{s_x^{\lambda-\lambda_2+1}s_y^{\lambda-\lambda_1+1}}$$

$$\left[s_x\sigma_x\,(\lambda-\lambda_1+\lambda_2) + s_y\sigma_y(-\lambda-\lambda_1+\lambda_2)\right],$$

$$S_4^{\lambda_1\lambda_2} = \sum_\lambda (-1)^{\lambda+1} 3\bar{C}^{-\lambda} \;\; C^{-\lambda\lambda_1\lambda_2}\frac{(\sigma_{\bar{x}}s_x+\sigma_{\bar{y}}s_y)^{-\lambda}(\sigma_y-\sigma_x)^{-\lambda+\lambda_1+\lambda_2-1}}{s_x^{\lambda-\lambda_2+1}s_y^{\lambda-\lambda_1+1}(s_x+s_y)^{-2\lambda+1}}$$

$$\left[s_x\,(\lambda-\lambda_1+\lambda_2) + s_y(-\lambda-\lambda_1+\lambda_2)\right].$$