Дубна, 2024

м.н.с. Башашин М.В.

## Численное исследование сверхпроводящих процессов в моделях джозефсоновских структур



### Введение (1/2)



- Понятие «эффект Джозефсона» описывает совокупность явлений, возникающих в контактах двух сверхпроводников через слабую связь.
- Изучение процессов, протекающих в джозефсоновских структурах, является одной из актуальных тем в физике конденсированных сред.
- Интерес к математическому моделированию физических процессов в стеках длинных джозефсоновских переходов (ДДП) обусловлен, помимо необходимости получения фундаментальных знаний о свойствах слоистых джозефсоновских структур, открывающейся перспективой практических приложений.
- Большинство физических процессов, происходящих внутри ДП, отражается на ее вольт-амперной характеристике (ВАХ). Примером можно назвать появление ступеньки Шапиро на ВАХ, свидетельствующее о захвате внешним излучением джозефсоновской частоты, а также ступенек нулевого поля, обусловленных наличием флюксонов в длинном ДП.
- В последние годы активное внимание исследователей привлекают системы, основанные на взаимодействии сверхпроводящего тока с магнитным моментом в джозефсоновских структурах с ферромагнетиком. В структуре сверхпроводник/ ферромагнетик/ сверхпроводник (SFS) спинорбитальная связь в ферромагнитном слое без центра инверсии обеспечивает механизм прямой (линейной) связи между магнитным моментом и сверхпроводящим током. Такие ДП называют  $\phi_0$ -переходами. Возможность контроля магнитных свойств сверхпроводящим током, а также влияние магнитной динамики на сверхпроводимость интенсивно исследуется.
- Помимо фундаментальных исследований большое значение имеет также и практическое применение эффекта Джозефсона в первую очередь в микроэлектронике.

## Введение (2/2)

В данном докладе представлены методы, комплексы программ и результаты численного исследования физических процессов, протекающих под действием различных факторов в системах джозефсоновских структур полученные на протяжении последних 9 лет.

Проведено исследование следующих моделей.

- Первая модель описывает систему длинных джозефсоновских переходов (ДП) с учетом емкостной и индуктивной связи между соседними ДП. В рамках этой модели проводится расчет вольт-амперных характеристик (ВАХ) и исследуется влияние ряда параметров модели на ее структуру.
- Вторая модель это модель точечного аномального ДП с учетом спин-орбитальной и ферромагнитной связи, так называемого  $\phi_0$ -перехода. Здесь основной задачей численного моделирования было выявление интервалов параметров, где происходит переворот магнитного момента, и изучение влияния различных факторов на конфигурацию периодической структуры доменов переворота.

Обе модели описываются многопараметрическими системами нелинейных дифференциальных уравнений. Численные исследования характеризуются значительным объемом вычислений и требуют применения методов и технологий параллельных вычислений для организации высокопроизводительного компьютерного моделирования.





Рассматривается обобщенная модель, учитывающая индуктивную И емкостную связь между ДП. Система связанных ЛЛП предполагается состоящей ИЗ сверхпроводящих слоев промежуточными С диэлектрическими слоями длины L.



Структура природного кристалла Bi<sub>2</sub>Cr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8</sub>

- (a) Схематический вид системы длинных джозефсоновских переходов. Ось *х* выбрана вдоль длины *L* <u>ДП</u>, ось *у* вдоль ширины *W* и ось *z* перпендикулярна слоям.
- (b) Схема *l*-го джозефсоновского перехода,  $d_s$  толщина сверхпроводящего слоя,  $d_l$  толщина.

#### Постановка задачи

Фазовая динамика системы ДДП с учетом емкостной и индуктивной связи между контактами описывается системой уравнений относительно разности фаз  $\phi_l$  и напряжения  $V_l$  на каждом lм контакте:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = D_c V_l + s_c V_{l+1} + s_c V_{l-1} \\ \frac{\partial V_l}{\partial t} = \sum_{n=1}^{N} (\mathcal{L}_{l,n}^{-1} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2}) - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} + I \end{cases}$$
(1)

где £ - матрица индуктивной связи.

$$\mathcal{L} = \begin{pmatrix} 1 & S & 0 & \dots & S \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & S & 1 & S & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S & \dots & 0 & S & 1 \end{pmatrix}$$
(2)

Здесь  $\beta = \sigma V_0 / (d_l j_c)$ - параметр диссипации, параметр индуктивной связи *S* принимает значение на интервале 0 < |S| < 0.5.  $D_c$  - эффективная электрическая толщина ДП, нормированная на толщину диэлектрического слоя.  $s_c$  – параметр емкостной связи.  $V_l$  - напряжение на  $l_M$  ДП, I -внешний ток. Все величины в системе (1) переведены в безразмерные.

раничные условия: 
$$V_l(0,t) = V_l(L,t) = \frac{\partial \varphi_l(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_l(L,t)}{\partial x} = 0$$
 (3)



### Численный подход

#### Численное решение системы (1-3).

- Вводится равномерная дискретная сетка по пространственной координате x с шагом  $\Delta x$  и по координате времени t с шагом  $\Delta t$ .
- Для аппроксимации производных по пространственной координате используются стандартные трех-точечные конечно-разностные формулы.
- Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений относительно значений разностей фаз и напряжений в узлах дискретной сетки по *x* решается численно с использованием метода Рунге-Кутта (РК) четвертого порядка.

### Численный подход к построению ВАХ

При моделировании ВАХ имитируется эффект включения/выключения источника тока, поэтому при сначала происходит увеличение значений тока до заданного значения, а затем уменьшение до 0. Для каждого значения тока вычисляется ВАХ по следующей схеме:

На каждом шаге по времени вычисляется интеграл

$$\bar{V}_{l}(t) = (1/L) \int_{0}^{L} V_{l}(x,t) dx$$
(4)

с использованием формулы Симпсона.

Далее вычисляется интеграл

$$V_l \rangle = 1/(T_{max} - T_{min}) \int_{T_{min}}^{T_{max}} \overline{V}_l(t) dt$$
(5)

на основе метода прямоугольников и, наконец, напряжение усредняется по числу контактов

$$\langle V \rangle = \sum_{l=1}^{N} \langle V_l \rangle \tag{6}$$

### Схема распараллеливания

- Разработанный параллельный алгоритм основан на распределении вычислений по узлам дискретной сетки по координате *х* вдоль длины контакта.
- Каждому из задействованных в расчете параллельных MPI-процессов назначается своя порция узлов дискретной сетки по координате.
- Каждый процесс в назначенных ему узлах в параллельном режиме вычисляет рекурсивно 4 коэффициента Рунге-Кутта и затем решения системы уравнений.
- После расчета каждого из коэффициентов Рунге-Кутта происходит обмен значениями между соседними процессам.
- При расчете ВАХ сначала каждым процессом вычисляются частичные суммы в соответствии с формулой Симпсона, далее производится сборка в Ой процесс, где и осуществляются окончательные вычисления ВАХ и запись в файлы.
- При необходимости аналогичным образом осуществляются расчеты других физических характеристик стека ДДП.
- Дополнительно оценена применимость к данной схеме инструкций векторизации AVX-512.



### Параллельная реализация



Максимально достигаемое при расчетах на ЦИВК ускорение в зависимости (а) от длины ДП и (b) от числа ДП, рассчитанное как отношение времени счета Β однопроцессорном режиме К минимальному времени счета, возможному для данного набора параметров при расчетах Β параллельном режиме.

Время работы параллельной MPIпрограммы зависимости Β ΟΤ Ρ задействованных количества МРІ-процессов параллельных без использованием И использования AVX-512 при длине контакта L=25 и количестве узлов дискретной сетки  $M=5\cdot 10^3$ ДЛЯ случая N=1 (*c*) и для случая N=10Расчеты (d).выполнены на суперкомпьютере «Говорун». 9

# Исследование влияния емкостной и индуктивной связи на структуру ВАХ (1/4)



На вставке к рисунку (b) в крупном масштабе показана область ВАХ, соответствующая однофлюксонному и двухфлюксонному состояниям. При  $I_A$ =0.2915 система переходит из состояния с двумя флюксонами в состояние, соответствующее дополнительной ветви, из которого она переключается в состояние с одним флюксоном при  $I_B$ =0.2717. В случае одиночного ДП в указанной области ветвление ВАХ не наблюдается, о чем свидетельствует вставка к рисунку (a).

### Исследование емкостной и индуктивной связи на структуру ВАХ (2/4)

Для того, чтобы понять причину ветвления, был проведен анализ пространственно-временных зависимостей магнитного поля *B* и разности фаз ф в различных точках BAX.

(a) N=1, L=10, I=0.30



- (а) Пространственно-временная зависимость магнитного поля *В* в одиночном ДП при *I*=0.30;
- (b) Распределение разности фаз и магнитного поля вдоль оси *х* при *I*=0.3 при фиксированном времени
  - t=32;
- (c) То же, что и в случае (a), но при *I*=0.25;
- (d) То же, что и в случае (b), но при *I*=0.25 и *t*=15.92.





### Исследование емкостной и индуктивной связи на структуру ВАХ (3/4)

Теперь обсудим динамику флюксонов в системе связанных ДП. Поскольку интересующее нас ветвление ВАХ наблюдается в интервале  $[I_B, I_A]$ , целесообразно проследить динамику изменения количества флюксонов на контактах справа от точки  $I_A$  интервала  $[I_B, I_A]$  и слева от точки  $I_B$ .



# Исследование емкостной и индуктивной связи на структуру ВАХ (4/4)

При изменении *I*, переход в состояние с иным числом флюксонов может происходить не на всех ДП сразу. Так, при I=0.287 наблюдается состояние с разным числом флюксонов на ДП с четными номерами: однофлюксонное состояние для l=2 (левый рисунок) и двухфлюксонное состояние при l=8 (правый рисунок).





# Исследование влияния индуктивной связи на структуру ВАХ при отсутствии емкостной

- На рисунке представлены ВАХ, рассчитанные для одиночного (красная тонкая кривая) и системы 10 ДДП (зеленая жирная кривая) с учетом только индуктивной связи.
- При обратном ходе тока на ВАХ наблюдаются так называемые ступеньки нулевого поля, которые связаны с возникновением определенных количеств флюксонов. Для каждой ступеньки указано цифрами число возникающих флюксонов.
- Если сравнивать ВАХ системы ДП с ВАХ одиночного ДП, то можно увидеть, что между ступеньками с 1, 2 и 3 флюксонов в случае системы ДП появляются дополнительные ступеньки, которые показаны полыми стрелками, они возникают из-за наличия индуктивной связи.



Чтобы понять причину возникновения этих ветвей, рассчитаны пространственно-временные зависимости в каждом ДП системы при значении тока *I*=0.27. *J*1, *J*2,... – номер ДП в системе, *B* – величина магнитного поля.









В ДП с нечетными номерами возникают по два флюксона, а в ДП с четными номерами - по одному. Это обстоятельство и является причиной возникновения дополнительной ветви. Возникновение таких состояний связано с индуктивной связью, т.е. без учета индуктивной связи количество флюксонов одинаково во всех переходах, а при наличии индуктивной связи некоторые переходы переключаются из двухфлюксонных состояний в однофлюксонные, в то время как другие остаются в двухфлюксонном состоянии.

# Влияние емкостной и индуктивной связи на электромагнитное излучение системы ДП (1/5)

Для отдельного ДП вводится импеданс излучения Z, связывающего локальную переменную

часть электрического поля  $E_{ac}$  и магнитного поля  $H_{ac}$  на краях ДП:  $Z = \frac{E_{ac}}{H_{ac}}$  Мощность излучения определяется выражением:  $\wp = \frac{V_{ac}^2}{P}$ 

где  $V_{ac} = d_I E_{ac}$  и  $R_z = (d_I / W) Z$ , W- ширина ДП.

При расчете интенсивности когерентного излучения, обусловленного движением флюксонов вдоль длины ДП, граничные условия формулируются с учетом когерентного излучения и имеют следующий вид  $\frac{d\phi}{dx}(t, x = 0, L) = B_{ext} \pm \frac{E_{ac}(t, x = 0, L)}{7}$ 

Переменная часть обезразмеренного электрического поля на краях ДП определяется выражениями:

$$E_{ac}(t, x = 0) = V(t, x = 0) - \langle V \rangle_{x}(t) \qquad E_{ac}(t, x = L) = V(t, x = L) - \langle V \rangle_{x}(t),$$

где  $\langle V \rangle_x(t)$ - усредненное напряжение по координате при фиксированном значении времени.

При вычислении мощности излучения из системы необходимо учитывать потери тока, которые вычисляются как:

$$\Delta I_{rad}(t, x = 0) = \frac{E_{ac}(t, x = 0)}{Z}, \qquad \Delta I_{rad}(t, x = L) = \frac{E_{ac}(t, x = L)}{Z}.$$

Все величины безразмерные. Импеданс излучения Z в расчетах полагали равным 10<sup>6</sup>.

# Влияние емкостной и индуктивной связи на электромагнитное излучение системы ДП (2/5)

Рассмотрим влияние связи между соседними ДП на электромагнитное излучение системы ДП.



18

## Влияние емкостной и индуктивной связи на электромагнитное излучение системы ДП (3/5)



(а) Зависимость интенсивности излучения от величины базового тока вместе с ВАХ в области ветвления для системы 10 связанных ДП длиной L=10 при  $s_c=-0.05$ ,  $D_c=1.1$ , S=-0.05; (b) Распределение разности фаз и магнитного поля в фиксированный момент времени при I=0.295 и t=12.44; (c) То же, что и в случае (b), при I=0.285 t=10.24. f - флюксон, af - антифлюксон.

# Влияние емкостной и индуктивной связи на электромагнитное излучение системы ДП (4/5)

Для того, чтобы оценить влияние связи на когерентное излучение, обусловленное движением флюксонов, рассчитана зависимость мощности излучения от базового тока для одиночного ДП и системы связанных ДП, и проведен сравнительный анализ этих двух случаев.



# Влияние емкостной и индуктивной связи на электромагнитное излучение системы ДП (5/5)

Для объяснения изменения интенсивности излучения при переходах между флюксонными состояниями n=5 и n=4, нами проведен сравнительный анализ пространственно-временной зависимости разности фаз и магнитного поля в различных ДП системы.



Распределение разности фаз и магнитного поля в первом и втором ДП системы при фиксированном значении времени при I=0.65 и t=11.44; (b) То же, что и в случае (a), но при I=0.55 и t=5.04. f - флюксон, af - антифлюксон.

### Выводы

- На основе проведенного математического моделирования показано различие в динамике флюксонов в отдельных переходах рассматриваемой системы ДДП, что приводит к ветвлению ВАХ и к скачкам интенсивности электромагнитного излучения в зависимости от флюксонных состояний в отдельных ДП стека.
- Было проведено компьютерное моделирование влияния емкостной и индуктивной связи на структуру ВАХ. Полученные результаты показывают, что именно индуктивная связь инспирирует возникновение новых состояний системы ДДП, что находит отражение в образовании дополнительных ступеней в структуре ВАХ. Таким образом, проведенное компьютерное моделирование продемонстрировало влияние индуктивной связи на структуру ВАХ в системе связанных ДДП.
- Проведенные тестовые расчеты на суперкомпьютере «Говорун» показали возможность уменьшения времени счета до 9 раз при расчетах в параллельном режиме. При этом для определенных конфигураций стека ДДП использование инструкций AVX-512 обеспечивает за счет внутрипроцессорного параллелизма дополнительное сокращение времени счета более чем в два раза. Тем самым, реализация параллелизма позволяет успешно проводить компьютерное моделирование в более короткие сроки по сравнению с последовательными вычислениями.



### Модель $\phi_0$ -перехода



В структурах сверхпроводник-ферромагнит-сверхпроводник (SFS) спинорбитальная связь в ферромагнитном слое без инверсионной симметрии обеспечивает механизм прямой (линейной) связи между магнитным моментом и сверхпроводящим током. Такие джозефсоновские контакты называются  $\phi_0$ -переходами. Возможность управления магнитными свойствами посредством сверхпроводящего тока, а также влияние магнитной динамики на сверхпроводящий ток привлекают к себе пристальное внимание в связи с перспективами практических приложений в микроэлектронике.

### Постановка задачи

Динамика намагниченности в ферромагнитном слое в  $\varphi_0$ -джозефсоновском переходе описывается уравнением Ландау-Лившица-Гилберта.

$$\frac{d\vec{m}}{dt} = -\frac{\omega_F}{1+\vec{m}^2\alpha^2} \{ [\vec{m} \times \vec{H}] + \alpha [\vec{m}(\vec{m}\vec{H}) - \vec{H}\vec{m}^2] \}, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – параметр диссипации,  $\omega_F$  - нормализованная частота ферромагнитного резонанса. Здесь  $\vec{H}$  эффективное магнитное поле с компонентами

$$\begin{cases} H_x = 0 \\ H_y = Gr \sin\left(\varphi(t) - rm_y(t)\right) \\ H_z = m_z(t) \end{cases}$$
(8)

где G – отношение энергии Джозефсона к энергии магнитной анизотропии, r – параметр спин-орбитальной связи,  $m_{x,y,z}$  - x,y,z-компоненты магнитного момента  $\vec{m}$ . Начальные условия:  $m_x(0)=0, m_y(0)=0, m_z(0)=1$ .



#### Постановка задачи

Джозефсоновская разность фаз  $\phi$  может быть найдена с помощью уравнения:

$$\frac{d\varphi}{dt} = I_{pulse}(t) - \sin(\varphi - rm_y), \tag{9}$$

Где импульсный ток определяется как:

$$I_{pulse} = \begin{cases} A_S, t \in [t_0 - 1/2\Delta t, t_0 + 1/2\Delta t] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
(10)

Здесь  $A_s$  – амплитуда импульса тока,  $\Delta t$  – временной интервал, в который подается импульс,  $t_0$  – момент времени максимальной амплитуды импульса.

Таким образом, система уравнений (7) с эффективным полем (8),(9) и импульсом тока (10) описывает динамику  $\varphi_0$  перехода.



Задача (7-10) представляет собой задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Расчеты проводились двумя способами: на основе четерехшагововго метода Рунге-Кутты и на основе двухшагового метода Гаусса-Лежандра.

Метод Гаусса-Лежандра требует большего объема вычислений по сравнению с методом Рунге-Кутты, однако в данной задаче, является более устойчивым при определенных значениях параметров с точки зрения сохранения условия нормировки по сравнению с методом Рунге-Кутты четвертого порядка.

Время выполнения последовательной C++ программы по моделированию доменов переворота магнитного момента на плоскости (*G*, *r*) составило 25 минут (с использованием компилятора Intel).

В дополнение к разработанной в 2019 году параллельной МРІ версии в 2022 была разработана параллельная ОрепМР. В основе обоих версий лежит язык программирования C++.

Распараллеливание основано на распределении точек плоскости (*G*, *r*) между параллельными процессами/нитями. Значения *G*, *r* в которых выполняется условие  $|m_z(T_{max})+1| < \varepsilon$  сохраняются в структуру и записываются в выходной файл.

Аналогичная схема распараллеливания использована при моделировании других плоскостей.





Время вычисления в зависимости количества МРІ-процессов / ОрепМР нитей.

Вычисления выполнены на платформе HybriLIT

### Параллельная реализация

OpenMP версия данной программы также тестировалась на персональных компьютерах общего назначения. Реализация OpenMP была скомпилирована с использованием Microsoft Visual Studio в операционной системе Windows 10. Тестирование проводилось с использованием процессоров AMD Ryzen 5 3600X (6 ядер, 12 потоков) и AMD Ryzen 7 5800X (8 ядер, 16 потоков) (левый рисунок).

Также на основе MPI версии программы было проведено тестирование векторных инструкций AVX-512. Как показало тестирование, использование инструкций AVX-512 позволяет дополнительно ускорить программу в 1.3-1.6 раза без какого-либо преобразования кода (правый рисунок).







### Переворот магнитного момента (1/4)

Переворот магнитного момента это эффект когда  $m_z$ -компонента магнитного поля меняет свое значение на -1 при изначальном значении +1. Рисунок показывают временную зависимость  $m_z$ -компоненты при различных значениях G:



Переворот магнитного момента (2/4)



Демонстрация периодичности интервалов переворота в плоскости ( $G,\alpha$ ). Результаты получены с шагом  $\Delta G=1$  и  $\Delta \alpha=0.001$  при  $A_s=1.5, r=0.1, t_0=25, \Delta t=6.$ 



Демонстрация периодичности интервалов переворота в плоскости (*G*,*r*). Результаты получены с шагом  $\Delta G=1$ и  $\Delta r=0.001$  при  $A_s=1.5$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $t_0 = 25$ ,  $\Delta t = 6$ .

### Переворот магнитного момента (3/4)

Рассмотрим теперь зависимость конфигурации интервалов реализации переворота ММ от параметра  $\omega_F$  (нормированная частота ферромагнитного резонанса). Моделирование на плоскостях (*G*, *a*) и (*G*, *r*) с использованием различных значений  $\omega_F$ . Результаты получены с шагом  $\Delta G$ =0.1,  $\Delta a$ =0.001, *r* = 0.1 для (*G*, *r*) при  $A_s$ =1.5,  $t_0$  = 25,  $\Delta t$  = 6.

 $\omega_{F}=1$ 











### Переворот магнитного момента (4/4)

Проведено исследование по изучению влияния длительности импульса тока *∆t* на реализацию переворота ММ в случае малого параметра диссипации (*α*=0.001).

(b)

(d)



(a) Зависимость  $m_z$  от времени для  $\Delta t = 6$ (красная сплошная линия) и  $\Delta t = 12$ (пунктирная пурпурная линия); Периодическая структура доменов переворота ММ на плоскости (*G*,*r*) для: (b)  $\Delta t = 6$ ; (c)  $\Delta t = 10$ ;

(d)  $\Delta t = 20$ .

Закрашенные полосы указывают места, где реализуется переворот ММ.

### Выводы

- На основе уравнений уравнений Ландау-Лифшица-Гильберта и хорошо апробированной резистивной модели джозефсоновского перехода, продемонстрирована периодичность в возникновении интервалов переворота магнитного момента при изменении параметров спин-орбитальной связи, гильбертовского затухания и отношения джозефсоновской энергии к магнитной. Можно ожидать, что полученные результаты могут быть полезны в различных областях сверхпроводниковой спинтроники.
- Установлены домены переворота магнитного момента на широком диапазоне параметров фазовой связи *G*, диссипации *α* и спин-орбитальной связи *r*.
- Переворот магнитного момента чрезвычайно чувствителен к значениям параметров системы. В виду достаточной сложности рассматриваемой системы, вопрос, касающийся возможности предсказания полного переворота при заданных параметрах системы и импульса тока, остается открытым до настоящего времени.
- На основе детальных исследований динамики намагниченности в джозефсоновском φ<sub>0</sub>-переходе под действием импульса тока показано, что реализация переворота магнитного момента в φ<sub>0</sub>-переходе характеризуется определенной периодичностью по величине спин-орбитальной связи, параметру гильбертовского затухания и отношения джозефсоновской энергии к магнитной. Полученные результаты могут быть полезны для понимания физических процессов в различных областях сверхпроводниковой спинтроники, а также могут быть использованы в прикладных целях.
- Разработана параллельная программа MPI и OpenMP по моделированию переворота магнитного момента в φ<sub>0</sub>-переходе, обеспечивающая высокопроизводительные исследования в широком диапазоне параметров.
- Максимальное ускорение версий МРІ и ОрепМР составляет около 30 раз.

### Общие выводы

- Разработана параллельная версия программы по моделированию вольт-амперных характеристик с системах длинных джозефсоновских переходов. Она оформлена в виде универсального программного продукта LJJ-CVV-MPI и доступна в библиотеке программ ОИЯИ: <u>http://wwwinfo.jinr.ru/programs/jinrlib/ljj-cvv-mpi/index.html</u>
- Разработана параллельная версия программы по моделированию доменов переворота магнитного момента в  $\phi_0$ -переходе. Она оформлена в виде универсального программного продукта **SPIN-Ga/Gr** и доступна в библиотеке программ ОИЯИ: <u>http://wwwinfo.jinr.ru/programs/jinrlib/spin-ga-gr/index.html</u>
- Представленные выше программные реализации также нашли свое применение в рамках виртуальных вычислительных сред: на основе Jupyter Book и на основе «Виртуальной исследовательской среды для решения задач математического моделирования физических явлений в гибридных наноструктурах, состоящих из сверхпроводников и магнетиков».
- Разработанные методы и программы позволили провести численное исследование представленных систем и получить физически значимые результаты.
- Наработки, полученные в рамках описанных выше задач, активно используются в дальнейших исследованиях и расчётах по исследованию сверхпроводящих структур различных типов.

### Публикации

- 1. Башашин М.В., Земляная Е.В., Шукринов Ю.М., Рахмонов И.Р. МРІ-реализация численного решения системы уравнений, описывающих модель длинных джозефсоновских переходов. // Системный анализ в науке и образовании, 2015. -№ 4.
- 2. Башашин М.В., Земляная Е.В., Рахмонов И.Р., Шукринов Ю.М., Атанасова П.Х., Волохова А.В. Вычислительная схема и параллельная реализация для моделирования системы длинных джозефсоновских переходов. // Компьютерные исследования и моделирование, 2016. -т. 8, № 4. -стр.593–604.
- 3. Rahmonov I.R., Shukrinov Yu.M., Plecenik A., Zemlyanaya E.V., **Bashashin M.V.** Numerical Study of System of Long Josephson Junctions with Inductive and Capacitive Couplings. // EPJ Web of Conferences, 2016. -v.108. -p.02038.
- 4. Zemlyanaya E.V., **Bashashin M.V.**, Rahmonov I.R., Shukrinov Yu.M., Atanasova P.Kh., Volokhova A.V. Model of stacked long Josephson junctions: Parallel algorithm and numerical results in case of weak coupling, // AIP Conference Proceedings, 2016. -v. 1773. -p. 110018.
- 5. Рахмонов И.Р., Шукринов Ю.М., Атанасова П. Х., Земляная Е.В., Башашин М.В. Вольт-амперные характеристики и электромагнитное излучение в системе длинных джозефсоновских переходов с индуктивной и емкостной связью, // Материалы XX международного симпозиума «Нанофизика и наноэлектроника», Изд-во Нижегородского государственного университета, 2016. -т. 1. -стр. 105-106.
- 6. Рахмонов И.Р., Шукринов Ю.М., Атанасова П.Х., Земляная Е.В., Башашин М.В. Влияние индуктивной и емкостной связи на вольтамперную характеристику и электромагнитное излучение системы длинных джозефсоновских переходов, // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики, 2017. -т.151, №1. -стр. 151-159.

### Публикации

- 7. Атанасова П.Х., Панайотова С.А., Рахмонов И.Р., Шукринов Ю.М., Земляная Е.В., Башашин М.В. Периодичность в возникновении интервалов переворота магнитного момента φ<sub>0</sub>-перехода, // Письма в ЖэТФ, 2019. -т.110, №11. -стр.736-740.
- **8.** Башашин М.В., Земляная Е.В., Шукринов Ю.М., Рахмонов И.Р., Атанасова П.Х., Панайотова С.А. Высокопроизводительное компьютерное исследование эффекта перемагничивания в джозефсоновском  $\varphi_0$ -переходе в рамках модели спинтроники, // Материалы Всероссийской конференции с международным участием Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем 2019, -стр. 366-370.
- 9. Panayotova S., **Bashashin M.**, Zemlyanaya E., Atanasova P., Shukrinov Yu., Rahmonov I. Parallel Numerical Simulation of the Magnetic Moment Reversal within the  $\varphi_0$ -Josephson Junction Spintronic Model, // European Physics Journal, Web of Conferences, 2020. -v. 226. -p. 02018.
- **10. Башашин М.В.**, Земляная Е.В. Сравнительный анализ производительности МРІ- и OpenMP-программ на примере параллельных расчетов в рамках модели ядро-ядерного потенциала и модели φ<sub>0</sub>-спинтроники, // Современные информационные технологии и ИТ-образование, 2022. -т. 18, № 3. -стр. 545-557.
- **11. Bashashin M.**, Zemlyanaya E., Rahmonov I. Parallel simulation of the magnetic moment reversal within the  $\varphi_0$ -Josephson Junction model, // Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei, Letters, 2023. -v. 12, No. 5. -p. 1157-1160.
- 12. Башашин М.В., Рахмонов И.Р., Земляная Е.В. Численное исследование влияния индуктивной связи на вольтамперную характеристику в системе длинных джозефсоновских переходов, // Материалы Всероссийской конференции с международным участием Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем - 2024. -стр. 341-346.
- 13. Bashashin M.V., Zemlyanaya E.V., Rahmonov I.R. Simulation of the magnetization reversal effect depending on the current pulse duration within the  $\varphi_0$ -Josephson junction model using MPI and OpenMP parallel computing techniques, // Physics of Particles and Nuclei, 2024. -v. 55, No. 3. -p. 498–501.

## Спасибо за внимание