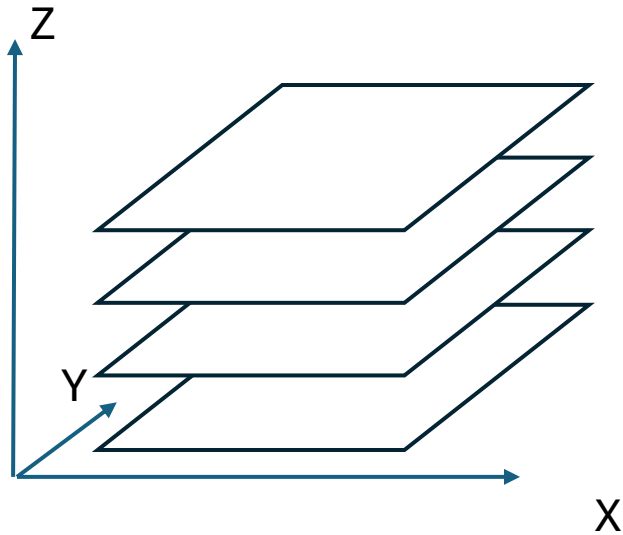


Выравнивание слоёв многослойных детекторов частиц с помощью треков

А. Каменев

ЛФВЭ

Двухкоординатные детекторы частиц



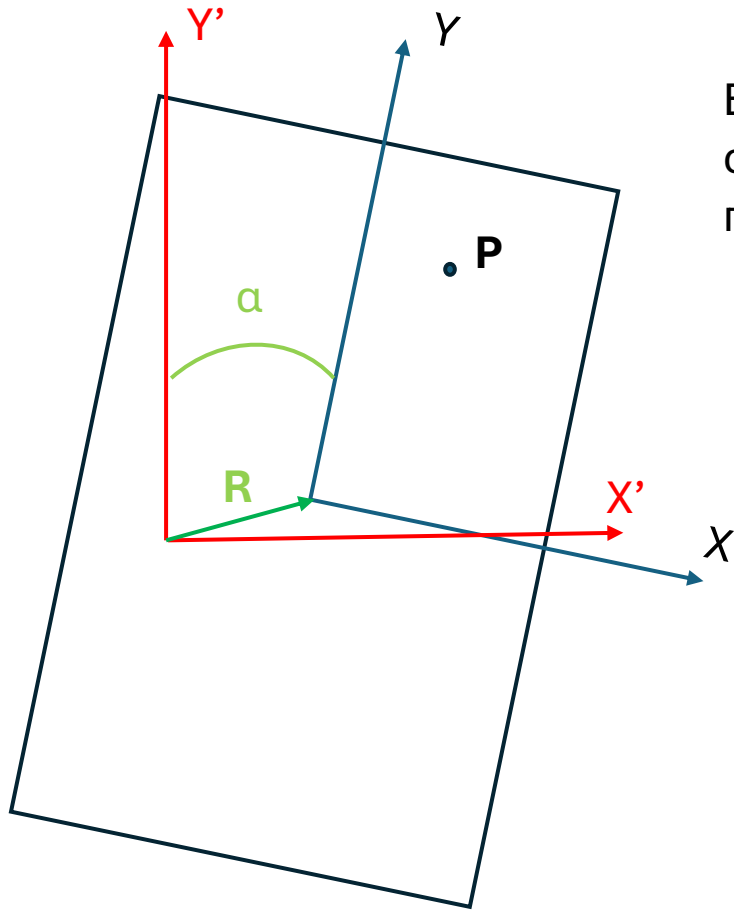
Координатные детекторы заряженных частиц состоят из среды для первичной ионизации, дрейфа электронов и некоторого механизма усиления сигнала. Бывают газовые и кремниевые детекторы. В процессе газового усиления и дрейфа заряженных частиц наведённый сигнал считывается с электродов и преобразуется в координату. Далее я не рассматриваю природу детектора, а использую только координаты.

Детектор состоит из нескольких слоёв с двухкоординатным считыванием. В каждом слое можно получить координаты (X, Y) . Имея координаты со всех слоёв для нескольких треков можно оценить взаимное расположение слоёв.

Выравнивание слоёв с помощью треков:

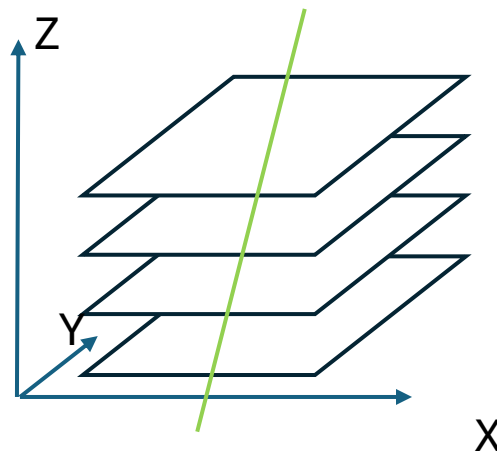
1. Влияет на пространственное разрешение
2. Улучшает качество реконструкции треков
3. Позволяет проверить качество сборки детектора.

Сдвиг и поворот слоя



В общей системе координат $X'Y'$ каждый слой имеет локальную систему координат XY . Слой может быть сдвинут и поворнут. Для перехода в общую систему координат будем использовать:

$$\begin{aligned}x'_z &= x \cos(\alpha_z) - y \sin(\alpha_z) + w_z \\y'_z &= x \sin(\alpha_z) + y \cos(\alpha_z) + h_z\end{aligned}$$



Теперь мы можем реконструировать трек по этим координатам. Далее используется прямолинейный трек:

$$\begin{aligned}x_t &= az + b \\y_t &= cz + d\end{aligned}$$

Функционал для минимизации

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K \frac{(x_{ij} \cos \alpha_j - y_{ij} \sin \alpha_j + w_j - a_i z_j - b_i)^2}{\sigma_x^2} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K \frac{(x_{ij} \sin \alpha_j + y_{ij} \cos \alpha_j + h_j - c_i z_j - d_i)^2}{\sigma_y^2}$$

Здесь N – количество треков, а K – количество слоёв

α_j, w_j, h_j – угол поворота и сдвиги слоя

a_i, b_i, c_i, d_i – параметры трека

σ_x и σ_y – пространственное разрешение в соответствующих координатах

Далее везде считаем, что $\sigma_y > \sigma_x$

В целом, нужно минимизировать функционал и по параметрам слоёв и по параметрам треков, но в какой-то момент задача становится слишком сложной и я сделал несколько допущений:

1. Чётное число слоёв (я использовал 6, т.к. далее планирую применить это CMS CSCs)
2. $Z=0$ между внутренних слоёв (3 и 4), так, что $Z1=-Z6, Z2=-Z5, Z3=-Z6$. Это далее упрощает вычисления.
3. Решение разбивается на 2 части:
 - Предполагаем, что слои в идеальном положении и находим треки.
 - Имея координаты треков, находим параметры слоёв.

Параметры треков

$$\Phi'_{a_i} = \sum_{j=1}^K \frac{2(x_{ij} - a_i z_j - b_i) z_j}{\sigma_x^2} = 0$$

$$\Phi'_{b_i} = \sum_{j=1}^K \frac{2(x_{ij} - a_i z_j - b_i)}{\sigma_x^2} = 0$$

Решая эти уравнения относительно a и b , и используя: $\sum_{j=1}^K z_j = 0$

Получим:

$$a_i = \frac{\sum_{j=1}^K x_{ij} z_j}{\sum_{j=1}^K z_j^2} \quad b_i = \frac{\sum_{j=1}^K x_{ij}}{K}$$

Аналогичные формулы получаются для параметров c и d .

Параметры слоя: сдвиги

$$\Phi'_{w_j} = \sum_{i=1}^N \frac{2(x_{ij} \cos \alpha_j - y_{ij} \sin \alpha_j + w_j - \tilde{x}_{ij})}{\sigma_x^2} = 0$$

$$\cos \alpha_j \sum_{i=1}^N x_{ij} - \sin \alpha_j \sum_{i=1}^N y_{ij} + Nw_j - \sum_{i=1}^N \tilde{x}_{ij} = 0$$

$$w_j = -\cos \alpha_j \bar{x}_j + \sin \alpha_j \bar{y}_j + \bar{\tilde{x}}_j \quad \text{Здесь } \bar{x} \text{ и } \bar{y} \text{ - среднее по измерениям}$$

Похожим образом находится сдвиг по Y - h_j

Замечание: если не разбить процесс решения на 2 этапа
(треки и слои) мы получим w_j и h_j перемешанными для всех слоёв

Уравнение для угла α

$$\varphi'_{\alpha_j} = \frac{2}{\sigma_x^2} \sum_{i=1}^N (x_{ij} \cos(\alpha_j) - y_{ij} \sin(\alpha_j) + w_j - x_{ij}^t)(-x_{ij} \sin(\alpha_j) - y_{ij} \cos(\alpha_j)) + \frac{2}{\sigma_y^2} \sum_{i=1}^N (x_{ij} \sin(\alpha_j) + y_{ij} \cos(\alpha_j) + h_j - y_{ij}^t)(x_{ij} \cos(\alpha_j) - y_{ij} \sin(\alpha_j)) = 0$$

Здесь уравнения разделились по слоям, т.к. w_j и h_j так же разделены.

Таким образом, для каждого слоя получаем тригонометрическое уравнение вида:

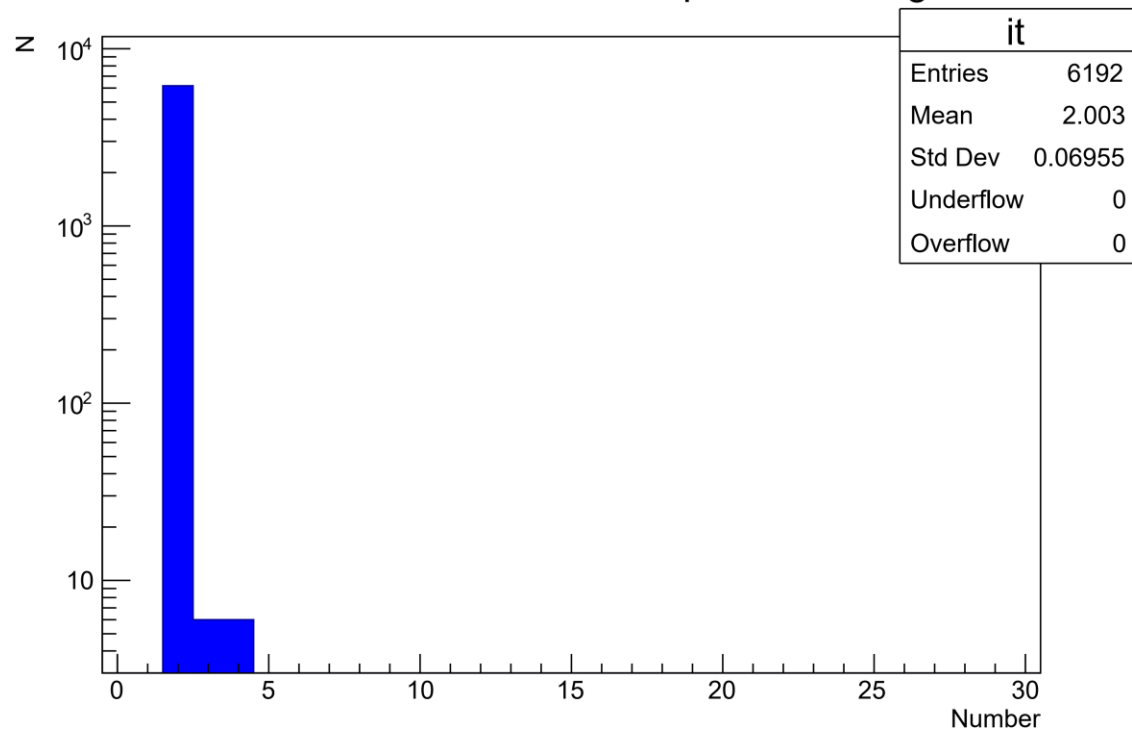
$$A_j \cos(2\alpha_j) + B_j \sin(2\alpha_j) + C_j \sin(\alpha_j) + D_j \cos(\alpha_j) = 0$$

Где A, B, C, D коэффициенты для каждого слоя, состоящие из различных сумм x и y измерений.

Mathematica даёт 4 решения (+3 с условиями на коэффициенты). Тригонометрическими подстановками также можно свести уравнение к полиному 4й степени. Но, полагая углы малыми, я решал уравнение численно методом Ньютона в окрестности 0.

Количество итераций в методе Ньютона

Number of iterations for equation solving



В большинстве случаев решение находилось на втором шаге итераций при старте $\alpha=0$

Коэффициенты уравнений для 6ти слоёв

3395.329909	-1987.463505	6777512.831127	8735.776151
3348.780353	-1922.812165	6764156.428964	3205.613501
3060.837607	-1814.382234	6757467.434336	1431.225485
2886.718110	-1720.050954	6757446.853949	-1947.168565
2865.986408	-1696.049830	6764102.078105	1785.523861
2775.986582	-1649.549567	6777422.021185	5143.942412

Моделирование

Геометрия:

Размеры слоя 1000x1000мм

Расстояние между слоями 22мм (как в CMS)

Максимальный сдвиг по X 0.1мм

Максимальный сдвиг по Y 0.3мм

Максимальный угол поворота 0.002 радиан (500мм*0.002=1мм)

$\sigma_x = 0.1\text{мм}$ $\sigma_y = 5\text{мм}$ (примерно как в CMS)

Трек:

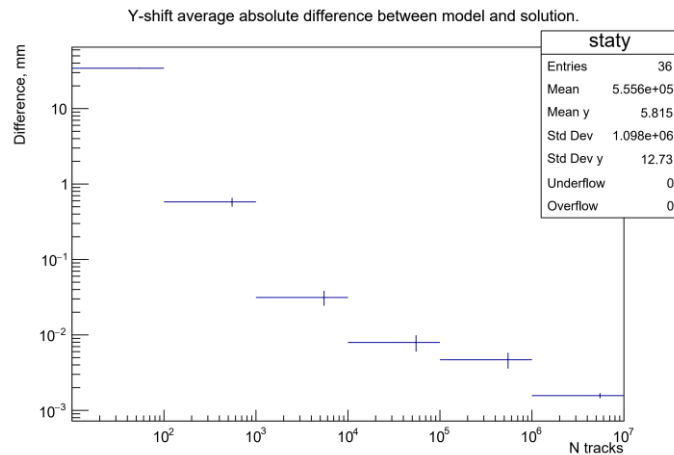
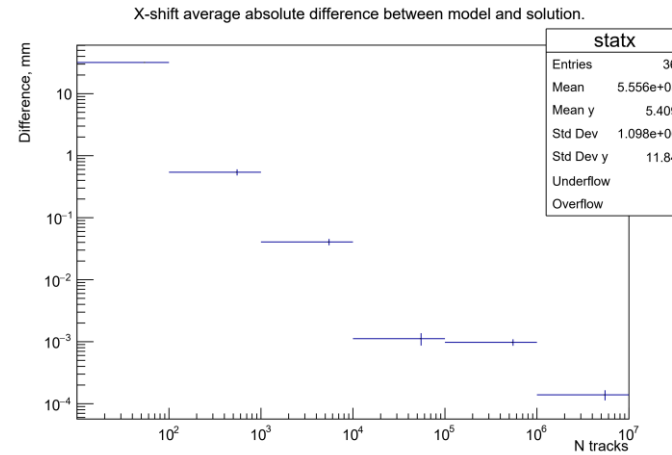
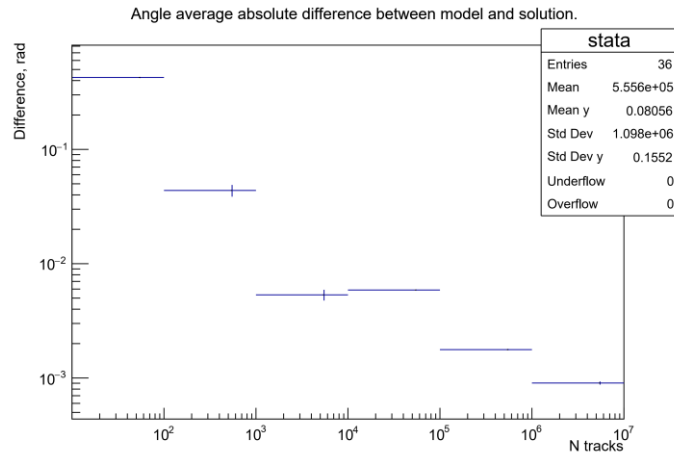
1. Максимальный наклон +/- 50мм
(разница между 1м и 6м слоем)
2. Генерируется прямая
3. В каждой плоскости к координате добавляется ошибка:
равномерное распределение $\pm\sigma_x$ и $\pm\sigma_y$
4. Получаются координаты треков при идеальном
положении слоёв
5. Делаем обратные сдвиги и поворот для каждого
трека в каждой плоскости – «реальные» измерения

Сгенерированные и реконструированные
параметры слоёв

	Angle		Shift-X		Shift-Y	
	Gen	Reco	Gen	Reco	Gen	Reco
L1	-0.000788	-0.001791	0.062329	0.062116	-0.220129	-0.221734
L2	0.000021	-0.000970	0.051821	0.051681	-0.178881	-0.177096
L3	0.000241	-0.000665	0.053876	0.054016	0.128708	0.130631
L4	0.000716	-0.000139	0.010371	0.010534	0.138091	0.137061
L5	0.000160	-0.000688	-0.074492	-0.074321	0.164767	0.163010
L6	-0.000350	-0.001169	-0.103905	-0.103913	-0.032557	-0.031244
L1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
L2	0.000809	0.000821	-0.010508	-0.010436	0.041248	0.044638
L3	0.001030	0.001126	-0.008453	-0.008100	0.348837	0.352365
L4	0.001504	0.001652	-0.051958	-0.051582	0.358220	0.358795
L5	0.000948	0.001103	-0.136821	-0.136437	0.384896	0.384744
L6	0.000439	0.000622	-0.166234	-0.166029	0.187572	0.190490

Переход в систему координат первого слоя

Влияние статистики



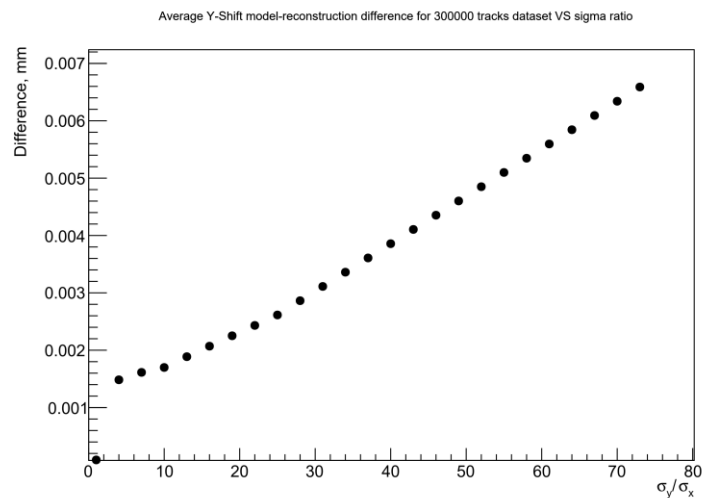
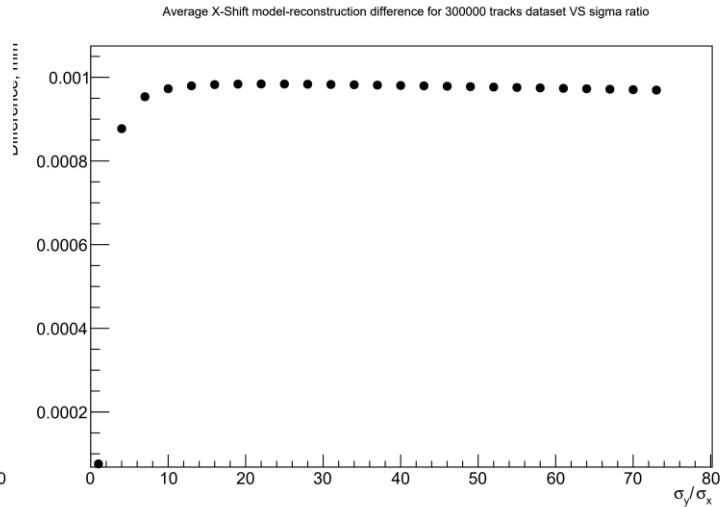
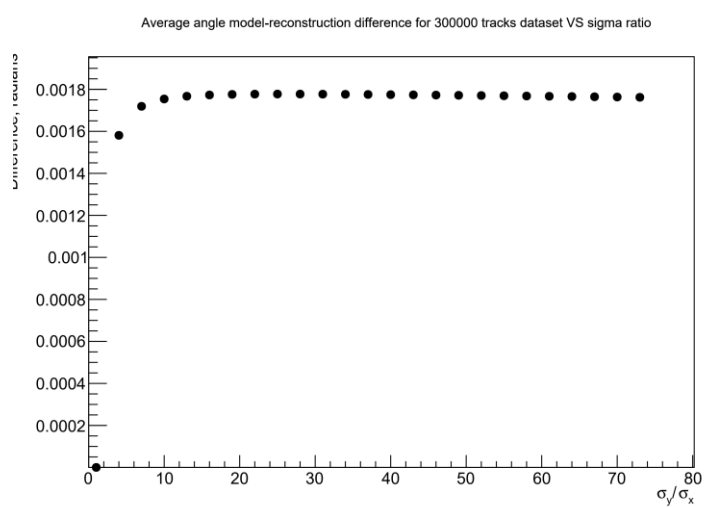
Средняя по слоям абсолютная разность между решением и точным значением параметров слоёв для разной статистики. 30, 300, 3000, 30к, 300к, 3000к треков.

Двойной логарифмический масштаб.

Видно, что увеличение статистики улучшает точность решения.

Далее везде используются наборы данных в 300000 треков.

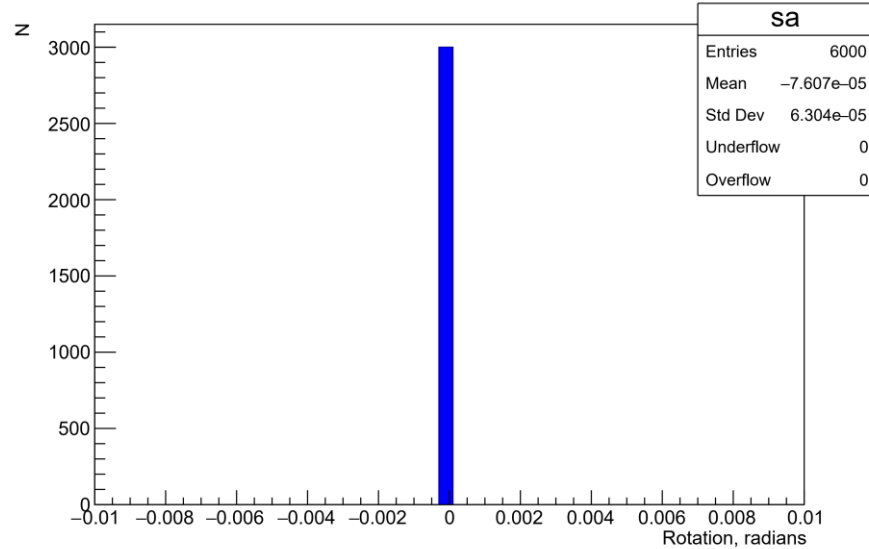
Зависимость от соотношения σ_y/σ_x



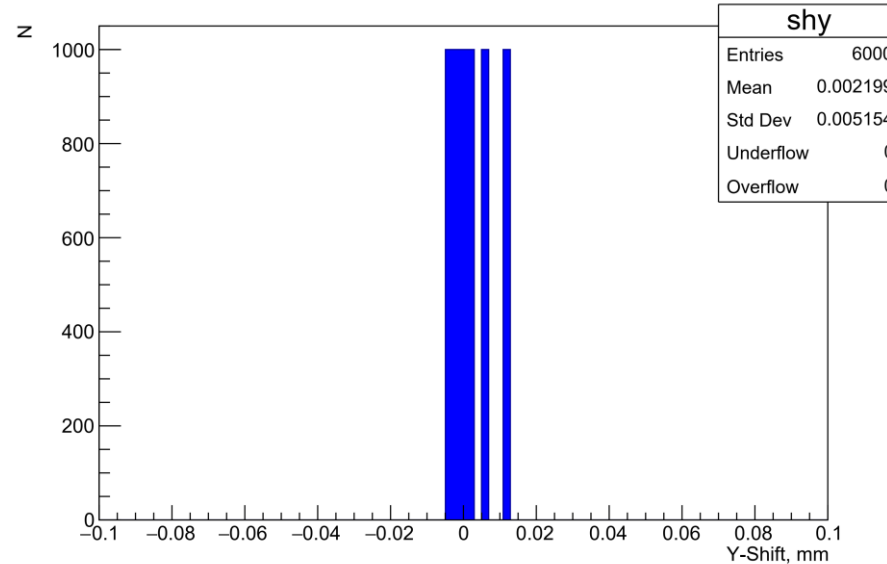
Исследована зависимость точности решения от соотношения σ_y/σ_x
Видно, что наилучшим выбором с точки зрения выравнивания является
одинаковая точность по обеим координатам

Проверка решения на разных входных данных

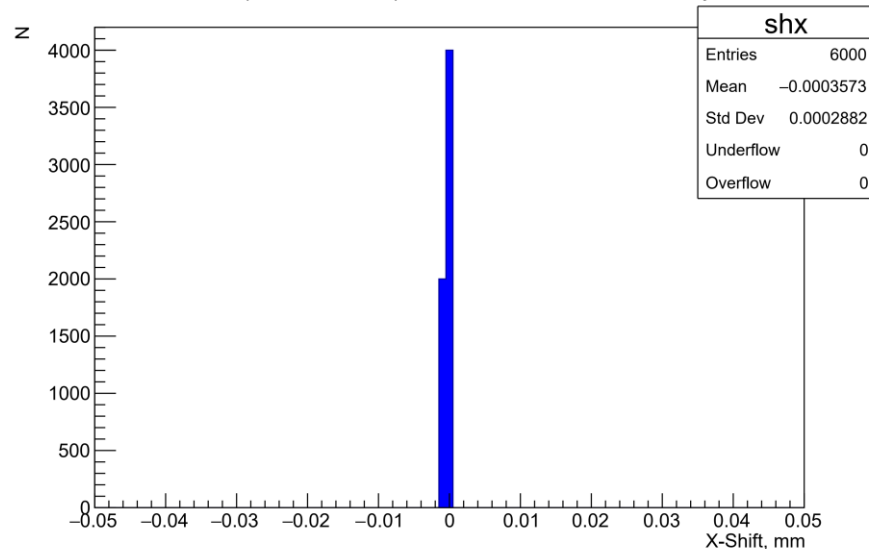
Angle (reconstruction). 1000 datasets of 300k. All layers



Y-Shift (reconstruction). 1000 datasets of 300k. All layers



X-Shift (reconstruction). 1000 datasets of 300k. All layers



Разница между моделью и реконструкцией
в системе отсчёта 1го слоя

Сгенерировано 1000 наборов данных по 300000 треков.
Для всех наборов данных решения одинаковые.
Алгоритм устойчив.

Заключение

- Разработан метод выравнивание слоёв координатных детекторов частиц
- Моделирование показывает, что метод не зависит от входящих данных
- Исследовано влияние статистики на точность восстановления параметров слоёв
- Исследовано влияние соотношения пространственных разрешений на точность восстановления параметров слоёв

Планы:

- Исследовать плоскости другой формы
- Применить данные CMS