Тяжелые кварконии в билокальной эффективной теории

Хмелев Александр Васильевич

Объединенный институт ядерных исследований
Лаборатория информационных технологий Мещерякова

11 декабря 2024 г.

Введение

1. Актуальность
   1. Особый класс мезонов составляют мезоны, соостоящие из кварка и антикварка с одинаковым ароматом
   2. Кварконии имеют широкий спектр энергетических состояний, который до сих пор изучается
   3. Кварконии в связи с их структурой быстро "плавятся"в горячей и плотной среде и могут быть сигналом кварк-глюонной плазмы
2. Постановка задачи
   1. используя модель с различными потенциалами, получить массу и константу слабого распада для J/ψ и Υ и исследовать свойства их распадов.

Уравнение Бете-Солпитера

Уравнение Бете-Солпитера в импульсном пространстве для связанных состояний кварк-антикварковых пар имеет вид

$$\Gamma_H(q,P) = -\frac{4}{3}\int \frac{dp}{(2\pi)^4} D(q-p)\gamma_\alpha S_1 \Gamma_H(p,P) S_2 \gamma_\alpha \qquad (1)$$

Где $\Gamma_H(q,P)$ - вершинная функция связанного состояния H,
относительный импульс $q\bar{q}$ пары, p,
полный импульс связанного состояния P.
S_1, S_2 - функции Грина кварков с ароматами $1,2$. $(u,d,s,...)$
$D(q-p)$ - ядро взаимодействия.

Ядро взаимодействия и форм-фактор.

Наиболее популярные модели – это модели, в которых ядро принимает сепарабельную форму

$$D(q-p) = D_0\varphi(q^2)\varphi(p^2) \tag{2}$$

где D_0 - константа. $\varphi(p^2)$ - некоторая функция(форм-фактор). Например, в Евклидовом пространстве в Гауссовской форме имеет вид:

$$\varphi(p^2) = e^{-\frac{p^2}{\lambda^2}} \tag{3}$$

где λ - параметр модели (размер связанного состояния).

Будем рассматривать модель описания тяжелых кваркониев. В рамках этой модели воспроизводятся низкоэнергетичные теоремы киральной алгебры токов (спонтанное нарушение киральной симметрии, теорема Голдстоуна), нерелятивистский предел тяжелых кварков и симметрия тяжело-легких систем. В качестве потенциала будем рассматривать потенциал вида

$$V(r,\mu) = \frac{\sigma}{\mu}(1 - e^{-\mu r}) - \frac{\alpha_{eff}}{r} e^{-\mu r}, \tag{4}$$

который использовался для изучения свойств тяжелых кваркониев в плотной и горячей ядерных материях. Параметр μ определяет масштаб экранировки связанного состояния. При $\mu \to 0$ потенциал 4 принимает форму

$$V(r) = -\frac{\alpha_{eff}}{r} + \sigma r \tag{5}$$

Релетявистское уравнение Бете-Солпитера для движущегося связанного состояния с импульсом P имеет вид

$$\Gamma^{ab}(p^{\perp}|P) = i\int \frac{dp}{(2\pi)^4} V(p^{\perp}-q^{\perp})\eta G_a(q+\frac{P}{2})\Gamma^{ab}(q^{\perp}|P)G_b(p-\frac{P}{2})\eta. \tag{6}$$

$\Gamma^{ab}(q^{\perp}|P)$ - вершинная функция связанного состояния с кварком a и антикварком b. После интегрирования (6) по $dp^{\parallel}$ можно записать уравнение Бете-Солпитера в виде

$$\Gamma^{ab}(p^{\perp}|P) = \int \frac{dp^{\perp}}{(2\pi)^3} V(p^{\perp} - q^{\perp})\eta\left(\frac{\Lambda_+^a \eta \Gamma^{ab}(q^{\perp}|P)\eta\overline{\Lambda_-^b}}{(E_+^a + E_-^b) - \sqrt{P^2}} + \frac{\Lambda_-^a \eta \Gamma^{ab}(q^{\perp}|P)\eta\overline{\Lambda_+^b}}{(E_+^a + E_-^b) + \sqrt{P^2}}\eta\right) \tag{7}$$

Введем волновую функцию Солпитера

$$\Psi^{ab}(q^{\perp}|P) = i\int \frac{dp^{\parallel}}{(2\pi)^3}\eta G_a(q+\frac{P}{2})\Gamma^{ab}(q^{\perp}|P)G_b(p-\frac{P}{2}). \quad (8)$$

Удобно использовать "Раздетую"функцию $\widetilde{\Psi}^{ab}(p^{\perp}|P)$, связанную с волновой функцией $\Psi^{ab}(p^{\perp}|P)$ соотношением

$$\widetilde{\Psi}^{ab}(p^{\perp}|P) = -S_a^{-1}(p^{\perp})\Psi^{ab}(p^{\perp}|P)S_b^{-1}(p^{\perp}) \quad (9)$$

Тогда можно записать уравнения на массу связанного состояния

Система уравнений на массу связанного состояния

$$
\begin{aligned}
& ML^{\binom{2}{1}}(p) - E^{ab}(p)L^{\binom{1}{2}}(p) \\
&= \int \frac{dp}{(2\pi)^3} V(p-q)\Big\{ \left[c_p^{\mp} c_q^{\mp} + \zeta s_p^{\mp} s_q^{\mp} \right] L^{\binom{1}{2}}(q) \\
&\quad + s_p^{\mp} s_q^{\mp} \hat{p} \cdot [\hat{q} \times N^{\binom{2}{1}}(q)] \Big\}
\end{aligned}
\tag{10}
$$

$$
\begin{aligned}
& MN^{\binom{2}{1}}(p) - E^{ab}(p)N^{\binom{1}{2}}(p) \\
&= \int \frac{dp}{(2\pi)^3} V(p-q)\Big\{ \Big[c_p^{\mp} c_q^{\mp} (P_p^T P_q^T) + c_p^{\mp} c_q^{\mp} (P_p^T P_q^L) \\
&\quad + c_p^{\mp} c_q^{\mp} (P_p^L P_q^T) + c_p^{\mp} c_q^{\mp} (P_p^L P_q^L) \Big] N^{\binom{1}{2}}(q) \\
&\quad - s_p^{\mp} s_q^{\mp} [\hat{p} \times [\hat{q} \times N^{\binom{1}{2}}(q)]] + s_p^{\mp} s_q^{\mp} \hat{p} \cdot [\hat{q} \cdot N^{\binom{1}{2}}(q)] \Big\}
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Цели

1. Реализация численных методов для решения системы нелинейных интегральных уравнений
2. Обобщить уравнения на случай конечных температур и плотностей. Будем успользовать технику Мацибары
3. Поскольку система уравнений является системой сингулярных интегральных уравнений, исследовать способы численного решения интегральных уравнений Абелевского типа.
$$\int_0^x \frac{u(t)dt}{(x-t)^{\alpha}}, 0 < \alpha < 1 \tag{12}$$
4. Системы (10)-(11) решались в ЛИТ с помощью непрерывного аналога метода Ньютона. Методы решения подробно были рассказаны на конференции Школы информационных технологий 2024 Земляной Е. В. Численные решения этих систем предполагается проводить совместно с Земляной Е. В. и Волоховой А.

Спасибо за внимание.