

Математические и компьютерные методы расчета фрактальных параметров микрофотографий доменной структуры поверхности ферромагнитных кристаллов

Цветков Антон Ильич, ассистент кафедры общей математики и математической физики, ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет» Tsvetkov.Al@tversu.ru



Построение ФТ основано на строгом определении фрактальных множеств (фракталов), базирующемся на их основных свойствах. Определение: Фракталы — множества, которые будучи вложенными в п-мерное Евклидово пространство могут быть покрыты элементарными кубиками этого пространства со степенной зависимостью их числа N от размеров сторон h этих кубиков.

【 1 總 - 卯 / ④ 1 陆 1 ペ / 匠 - ④) / 匠 - 耺



$$N(h) = \Gamma \cdot h^{-D} \tag{1a}$$

$$lnN(h) = ln\Gamma - D \cdot lnh, \qquad (16)$$

где D – фрактальная размерность фрактального множества, Г – его фрактальный объем (D-мерный).

- 1. Paramonova E.K., Mikheev S.A., Tsvetkov V.P., Tsvetkov I.V. FRACTAL THERMODYNAMICS OF THE STATES OF INSTANTANEOUS HEART RHYTHM // Russian Journal of Mathematical Physics. 2021. T. 28. № 2. C. 251-256.
- 2. Mikheev S.A., Semenova E.M., Pastushenkov Yu.G., Tsvetkov V.P., Tsvetkov I.V. FRACTAL PROPERTIES OF THE Nd100 –XFeX ALLOYS SURFACE IN THE FRACTAL THERMODYNAMICS MODEL//Journal of Surface Investigation: X-Ray, Synchrotron and Neutron Techniques. 2024. T. 18. № 2. C. 354-360.



Степень близости к фракталу оценивается функцией δ(D,Γ):

$$\delta(D,\Gamma) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \frac{\left(lnN_k - ln\Gamma + D \cdot lnh_k \right)^2}{ln^2 N_k}.$$
 (2)

Тогда величины D и i находятся из условия минимума функции δ, то есть:

$$\partial \delta(D,\Gamma)/\partial D=0, \ \partial \delta(D,\Gamma)/\partial \Gamma=0.$$
 (3)



$$\delta^{(l)} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \frac{\left| lnN_{k}^{(l)} - ln\Gamma^{(l)} + D^{(l)} \cdot lnh_{k} \right|}{lnN_{k}^{(l)}}.$$

(4)

l - номер исследуемого образца

Если выполняется условие $\delta^{(l)} << 1$, то исследуемая ДС *l*-го образца монокристалла $\mathrm{Nd}_2\mathrm{Fe}_{14}\mathrm{B}$ достаточно близка к фракталу и для ее исследования можно использовать математическую модель ФТ.

U

Основные фрактальные параметры состояния модели S (фрактальная энтропия) и T (фрактальная температура):

$$S_{f}^{(l)} = ln\Gamma^{(l)}$$
(5)
$$T_{f}^{(l)} = a \left(\frac{1}{n-D^{(l)}} - \frac{1}{n}\right),$$
(6)

где а – масштабный коэффициент, выбираемый из соображения удобства. В нашем случае n=3.

/ 隆 - 阪 、 青 1 蠍 - 卯 / ④ 1 陆 1 ペ / 隆 - 遼) / 隆 - 陆



Фрактальное уравнение состояния (ФУС)

Аппроксимация степенными функциями множества значений Sf(l) и Tf(l) диаграмм состояний модели ФТ:

$$S_f^{(l)} = A \cdot \left(T_f^{(l)}\right)^{\gamma},\tag{7}$$

Определяющие ФУС параметры ү и А будем называть соответственно индексом ФУСа и предстепенным множителем.

1 図 - 風 ヽ 】 | 蠍 - 卯 / ④ | 風 | ペ / 図 - 優) / 図 - 風 、



Доменная структура на базисной плоскости монокристалла Nd2Fe14B в магнитном поле H=1,5 КЭ, параллельном направлению [110].

Современные методы регистрации ДС с использованием компьютерной обработки изображений позволяют получить микрофотографии ДС исследуемого монокристалла Nd2Fel4B [3].

В работе исследуются микрофотографии ДС, полученные сотрудниками НИЛ магнитных материалов Тверского государственного университета.

В качестве примера на Рис. 1-6 приведены выборочно 6 микрофотографии ДС монокристалла Nd2Fe14B из работы [3].

 (\mathcal{A})

~ /

R.

(9)

^{3.} Пастушенков Ю. Г. Трансформация доменной структуры в области спин-переориентационных фазовых переходов и в процессе перемагничивания редкоземельных тетрагональных магнетиков на основе железа: диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук : 01.04.11. — Тверь, 2000. — 389 с.



Доменная структура на базисной плоскости монокристалла Nd2Fel4B в магнитном поле H=l,5 KЭ, параллельном направлению [ll0].



Доменная структура на базисной плоскости монокристалла Nd2Fe14B в магнитном поле H=1,5 КЭ, параллельном направлению [110].



זה



Доменная структура на базисной плоскости монокристалла Nd2Fe14B в магнитном поле H=1,5 КЭ, параллельном направлению [110].

Результаты вычислений параметров состояний ФТ для Nd2Fel4B в магнитном поле 1,5 КЭ при различных значениях температуры T представлены в Таблице 1.

	<i>T</i> , K	δ	S _f	T _f	D	А	γ	R _A
1	37	0.0211	39.8224	711.2487	2.7347	20.775	0.0844	0.216
2	95	0.0227	39.4657	634.8422	2.7059			
3	105	0.0209	39.3343	612.5936	2.6963			
4	130	0.0221	40.3459	855.9329	2.7762			
5	155	0.0219	40.1051	783.2025	2.7571			
6	200	0.0250	40.184	802.9460	2.7626			

Таблица 1



Из данных таблицы 1 построим график зависимости δ(l) от температуры T для микрофотографий ДС Nd2Fe14B:



Рис.7. График зависимости δ(I) от температуры T для микрофотографий ДС Nd2Fe14B.

 (\mathcal{A})



Далее, на Рис.8-Рис.10 представим зависимость параметров фрактальной термодинамики Tf, Sf и D от температуры T.



Рис.8. График зависимости Tf от температуры T для микрофотографий ДС Nd2Fe14B.



Далее, на Рис.8-Рис.10 представим зависимость параметров фрактальной термодинамики Tf, Sf и D от температуры T.



Рис.9. График зависимости Sf от температуры T для микрофотографий ДС Nd2Fe14B.

/ �� - �� \ �� - �� / �� - �� / �� - ��) / �� - �� / �� - �� / �� - ��) / �� - �� ⁴



Далее, на Рис.8-Рис.10 представим зависимость параметров фрактальной термодинамики Tf, Sf и D от температуры T.



Рис.10. График зависимости D от температуры T для микрофотографий ДС Nd2Fe14B.

/ 樫 - 両 ヽ 肾 | 蠍 - 卯 / ④ | 陶 | ペ / 樫 - 遼) / 樫 -

U

На представленных выше графиках наблюдается очевидное сходство в поведении параметров Tf, Sf и D для аналогичных температурных показателей T. B частности, наблюдается скачок в точке T=137K, близкой к Tcпп=135K, что говорит об изменении ДС. Подобное изменение в характере ДС также наблюдается и на Рис.1-6 при сравнении Рис.3 T=105K и Рис4 T=137K, что также является визуальным подтверждением изменения ДС в точке Tcпп=135K.





Рис.11. График зависимости Sf от фрактальной температуры Tf для микрофотографий ДС Nd2Fe14B.



Свойства графиков на Рис. 7-11 следуют из данных Таблицы 1, согласно которой соотношение (7), связывающее фрактальные параметры Sf и Tf, выполняется с точностью RA/A = 0,01.

/ 樫 - 甌 ヽ 肾 ၊ 蠍 - 卯 / ④ ၊ 甌 ၊ ペ / 樫 - 遼) / 樫 - 閥¹⁸、



Спасибо за внимание

Цветков Антон Ильич, ассистент кафедры общей математики и математической физики, ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет» Tsvetkov.Al@tversu.ru

