

Дейтрон как релятивистская система

С. Бондаренко
ЛТФ, ОИЯИ

21 марта 2025

S.G. Bondarenko, V.V. Burov, S.M. Dorkin, Phys.Atom.Nucl. 63 (2000) 774-781

A.V. Bekzhanov, S.G. Bondarenko, V.V. Burov, JETP Lett. 99 (2014) 613-618

L.P. Kaptari, A.Yu. Umnikov, S.G. Bondarenko, K.Yu. Kazakov, F.C. Khanna et al. Phys.Rev.C 54 (1996) 986-1005

A.Yu. Umnikov, L.P. Kaptari, K.Yu. Kazakov, F.C. Khanna, Phys.Lett.B 334 (1994) 163-168

L.P. Kaptari, B. Kämpfer, S.M. Dorkin, S.S. Semikh, Phys.Rev.C 57 (1998) 1097-1111

L.P. Kaptari, B. Kämpfer, S.M. Dorkin, S.S. Semikh, Few Body Syst. 27 (1999) 189-206

Содержание

- 1. Терминология и основные понятия формализма БС
- 2. Упругое электрон-дейтронное рассеяние
- 3. Упругое протон-дейтронное рассеяние

Эксперименты

Изучение малонуклонных систем в реакциях со средними и большими передачей импульса, например:

– измерения JLab Hall A Collaboration упругого электрон-дейтронного рассеяния при квадрате передачи импульса $Q^2=0.7-6.0 \text{ (GeV/c)}^2$

Alexa L. C. et al. (Jefferson Lab Hall A), Phys. Rev. Lett. 82, 1999, 1374;

– предложения по измерению электрорасщепления дейтрона при $Q^2=4.25 \text{ (GeV/c)}^2$ в JLab Hall C E12-10-003

Boeglin W. U. et al., arXiv:nucl-ex/1410.6770,

JEFFERSON-LAB-EXPERIMENT-E12-10-003;

– глубоконеупругое рассеяние электронов на трехчастичных ядрах при $E = 10.6 \text{ GeV}$ (Jefferson Lab MARATHON Coll.)

E12-10-103 *Abrams D. et al. (Jefferson Lab Hall A Tritium), Phys. Rev. Lett. 128, 2022, 132003;*

...

Ковариантные подходы для малонуклонных систем

- квазипотенциальные подходы (BSLT, Kadyshevsky, Gross ...)
- ковариантный спектаторный подход (Gross, Stadler, van Orden ...)
- уравнение на световом фронте (Karmanov, Carbonell ...)
- уравнение БС с одномезонным обменом (Tjon, Fleischer ...)
- уравнение БС с сепарабельным ядром (Tjon, Rupp ...)
- уравнение БС для дейтрона и 1S_0 -волны с одномезонным обменом (Kaptari, Umnikov, Dorkin, Semikh ...)
- уравнение БС с безмассовым обменным ядром в пространстве Минковского (Karmanov, Carbonell, Frederico ...)

1. Терминология и основные понятия

Уравнение Бете-Солпитера для амплитуды БС

E.E. SALPETER AND H.A. BETHE, A RELATIVISTIC EQUATION
FOR BOUND STATE PROBLEMS, PHYS. REV. 84, 1232–1242, 1951

Амплитуда БС:

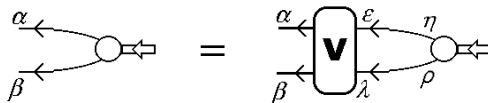
$$\Phi_{\alpha\beta}(x_1, x_2) = \langle 0 | T \psi_{\alpha}(x_1) \psi_{\beta}(x_2) | P \rangle,$$

$\psi_{\alpha}(x)$ – оператор спинорного поля, греческие символы – спинорные индексы,
 T – оператор хронологического упорядочения, $| P \rangle$ – вектор состояния
связанного состояния с полным импульсом P ($P^2 = M^2$).

Вершинная функция БС:

$$\Phi_{\alpha\beta}(P, p) = S_{\alpha\gamma}^{(1)}\left(\frac{P}{2} + p\right) S_{\beta\delta}^{(2)}\left(\frac{P}{2} - p\right) \Gamma_{\gamma\delta}(P, p).$$

Уравнение Бете-Солпитера для амплитуды БС



Уравнение БС для вершинной функции $\Gamma_{\alpha\beta}(P, p)$

Уравнение БС в импульсном пространстве:

$$\Gamma_{\alpha\beta}(P, p') = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} V_{\alpha\beta; \epsilon\lambda}(p', k; P) \Phi_{\epsilon\lambda}(P, k)$$

p', p – относительные импульсы в начальном и конечном состояниях
 $V(p', p; P)$ – ядро взаимодействия

$$S^{(1)}(k; P) = 1 / \left(\frac{1}{2} P \cdot \gamma + k \cdot \gamma - m \right)^{(1)}$$

$$S^{(2)}(k; P) = 1 / \left(\frac{1}{2} P \cdot \gamma - k \cdot \gamma - m \right)^{(2)}$$

свободные функции Грина

Парциальное разложение, классификация состояний

Релятивистский двухнуклонный базис: $|aM\rangle \equiv |\pi, {}^{2S+1}L_J^{\rho}M\rangle$

S - полный спин

L - угловой орбитальный момент

J - полный угловой момент с проекцией M

ρ, π - ρ -спин и пространственная четность

$U_m^{\rho=\pm, 1/2}$ - Дираковские биспиноры ($U^{\rho=+1/2} \equiv u, U^{\rho=-1/2} \equiv v$)

Y_{Lm_L} - сферические гармоники

$C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j m}$ - коэффициенты Клебша-Гордана

$U_C = i\gamma^2\gamma^0$ - матрица зарядового сопряжения

Спин-угловые функции (в СЦМ):

$$\mathcal{Y}_{JM:LS\rho}(\mathbf{p})U_C = i^L \sum_{m_L m_S m_1 m_2 \rho_1 \rho_2} C_{\frac{1}{2}\rho_1 \frac{1}{2}\rho_2}^{S\rho\rho} C_{Lm_L Sm_S}^{JM} C_{\frac{1}{2}m_1 \frac{1}{2}m_2}^{Sm_S} Y_{Lm_L}(\mathbf{p})$$

представление прямого произведения

$$\times U_{m_1}^{\rho_1(1)}(\mathbf{p}) \otimes U_{m_2}^{\rho_2(2)}(-\mathbf{p})$$

матричное представление

$$\times U_{m_1}^{\rho_1(1)}(\mathbf{p}) \otimes (U_{m_2}^{\rho_2(2)}(-\mathbf{p}))^T$$

Парциальное разложение, классификация состояний

J.J. KUBIS, PARTIAL-WAVE ANALYSIS OF SPINOR BETHE-SALPETER EQUATIONS
FOR SINGLE-PARTICLE EXCHANGE, PHYS. REV. D6, 547-564 (1972)

Сохранение пространственной четности, принцип Паули

для дейтрона $J^P = 1^+, S = 1$:

$$^3S_1^{++}, ^3D_1^{++}, ^3S_1^{--}, ^3D_1^{--}, ^3P_1^{+-}, ^3P_1^{-+}, ^1P_1^{+-}, ^1P_1^{-+}$$

для симметрии $(e) = ((+-) + (-+))/\sqrt{2}$, $(o) = ((+-) - (-+))/\sqrt{2}$

Уравнение для вершинной функции - парциальные состояния:

$$g_a(p_0, |\mathbf{p}|) = \sum_{cd} i \int \frac{dk_0}{4\pi^3} \int \mathbf{k}^2 d|\mathbf{k}| V_{ac}(p'_0, |\mathbf{p}'|; k_0, |\mathbf{k}|; s) S_{cd}(k_0, |\mathbf{k}|; s) g_d(k_0, |\mathbf{k}|)$$

$V_{ac}(p'_0, |\mathbf{p}'|; k_0, |\mathbf{k}|; s)$ – радиальные части ядра V

$g_a(k_0, |\mathbf{k}|; s)$ – радиальные части вершинной функции

Матричное представление спин-угловых функций: парциальные функции

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{\mathcal{M}}^{\tilde{\alpha}, ++}(\mathbf{p}) &= \frac{p_1 \cdot \gamma + m_N}{\sqrt{2E\mathbf{p}(m_N + E\mathbf{p})}} \frac{1 + \gamma_0}{2} \tilde{\Gamma}_{\mathcal{M}}^{\tilde{\alpha}}(\mathbf{p}) \frac{p_2 \cdot \gamma - m_N}{\sqrt{2E\mathbf{p}(m_N + E\mathbf{p})}}, \\
 \Gamma_{\mathcal{M}}^{\tilde{\alpha}, --}(\mathbf{p}) &= \frac{p_2 \cdot \gamma - m_N}{\sqrt{2E\mathbf{p}(m_N + E\mathbf{p})}} \frac{-1 + \gamma_0}{2} \tilde{\Gamma}_{\mathcal{M}}^{\tilde{\alpha}}(\mathbf{p}) \frac{p_1 \cdot \gamma + m_N}{\sqrt{2E\mathbf{p}(m_N + E\mathbf{p})}}, \\
 \Gamma_{\mathcal{M}}^{\tilde{\alpha}, +-}(\mathbf{p}) &= \frac{p_1 \cdot \gamma + m_N}{\sqrt{2E\mathbf{p}(m_N + E\mathbf{p})}} \frac{1 + \gamma_0}{2} \tilde{\Gamma}_{\mathcal{M}}^{\tilde{\alpha}}(\mathbf{p}) \frac{p_1 \cdot \gamma + m_N}{\sqrt{2E\mathbf{p}(m_N + E\mathbf{p})}}, \\
 \Gamma_{\mathcal{M}}^{\tilde{\alpha}, -+}(\mathbf{p}) &= \frac{p_2 \cdot \gamma - m_N}{\sqrt{2E\mathbf{p}(m_N + E\mathbf{p})}} \frac{1 - \gamma_0}{2} \tilde{\Gamma}_{\mathcal{M}}^{\tilde{\alpha}}(\mathbf{p}) \frac{p_2 \cdot \gamma - m_N}{\sqrt{2E\mathbf{p}(m_N + E\mathbf{p})}},
 \end{aligned}$$

$\tilde{\alpha}$	$\sqrt{8\pi} \tilde{\Gamma}_{\mathcal{M}}^{\tilde{\alpha}}$
3S_1	$\xi_{\mathcal{M}} \cdot \gamma$
3D_1	$-\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\xi_{\mathcal{M}} \cdot \gamma + \frac{3}{2}(p_1 \cdot \gamma - p_2 \cdot \gamma)(p\xi_{\mathcal{M}}) \mathbf{p} ^{-2} \right]$
3P_1	$\sqrt{\frac{3}{2}} \left[\frac{1}{2}\xi_{\mathcal{M}} \cdot \gamma(p_1 \cdot \gamma - p_2 \cdot \gamma) - (p\xi_{\mathcal{M}}) \right] \mathbf{p} ^{-1}$
1P_1	$\sqrt{3}(p\xi_{\mathcal{M}}) \mathbf{p} ^{-1}$

Матричное представление спин-угловых функций: ковариантная форма

$$\begin{aligned}\Psi_{1\mathcal{M}}(P,p) = & h_1 \xi_{\mathcal{M}} \cdot \gamma + h_2 \frac{p\xi_{\mathcal{M}}}{m_N} + \\ & h_3 \left(\frac{q_1 \cdot \gamma - m_N}{m_N} \xi_{\mathcal{M}} \cdot \gamma + \xi_{\mathcal{M}} \cdot \gamma \frac{q_2 \cdot \gamma + m_N}{m_N} \right) + \\ & h_4 \left(\frac{q_1 \cdot \gamma + q_2 \cdot \gamma}{m_N} \right) \frac{p\xi_{\mathcal{M}}}{m_N} + \\ & h_5 \left(\frac{q_1 \cdot \gamma - m_N}{m_N} \xi_{\mathcal{M}} \cdot \gamma - \xi_{\mathcal{M}} \cdot \gamma \frac{q_2 \cdot \gamma + m_N}{m_N} \right) + \\ & h_6 \left(\frac{q_1 \cdot \gamma - q_2 \cdot \gamma - 2m_N}{m_N} \right) \frac{p\xi_{\mathcal{M}}}{m_N} + \\ & \frac{q_1 \cdot \gamma - m_N}{m_N} \left(h_7 \xi_{\mathcal{M}} \cdot \gamma + h_8 \frac{p\xi_{\mathcal{M}}}{m_N} \right) \frac{q_2 \cdot \gamma + m_N}{m_N}.\end{aligned}$$

Нормировка

$$2P_\mu = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{\Gamma}(P, k) \frac{\partial}{\partial P^\mu} \left[S^{(1)}(P/2 + k) S^{(2)}(P/2 - k) \right]_{P^2 = M_B^2} \Gamma(P, k).$$

После парциального разложения

$$1 = \sum_a p_a$$

$$p_a = N \int dk_4 \int k^2 dk \omega_a |\phi_a(k_4, k)|^2$$

$$w_a : (++) = (2E_k - M_D), \quad (--) = (2E_k + M_D), \quad (e, o) = M_D$$

p_a - псевдовероятности состояния a

Сепарабельное ядро взаимодействия

Сепарабельный *Anzats* для парциального ядра взаимодействия выглядит следующим образом:

$$V = \sum \lambda_{ij} g_i g_j$$

λ – параметры ядра, g – функции ядра.



Решение для радиальной части амплитуды БС

$$\phi = \sum_{ij} S \lambda_{ij} g_i c_j(s),$$

где коэффициенты $c_j(s)$ удовлетворяют однородной системе линейных уравнений:

$$c_i(s) - \sum_{k,j} h_{ik}(s) \lambda_{kj} c_j(s) = 0.$$

$$h_{ik}(s) = \int S g_i g_k$$

Релятивистское ядро Graz-II, III ранг ($J = 1 : ^3S_1 - ^3D_1$ парциальные состояния)

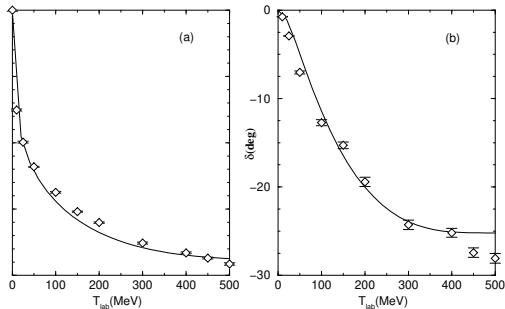
$$g_1^{(S)}(p_0, p) = \frac{1 - \gamma_1(p_0^2 - p^2)}{(p_0^2 - p^2 - \beta_{11}^2)^2}$$

$$g_2^{(S)}(p_0, p) = -\frac{(p_0^2 - p^2)}{(p_0^2 - p^2 - \beta_{12}^2)^2}$$

$$g_3^{(D)}(p_0, p) = \frac{(p_0^2 - p^2)(1 - \gamma_2(p_0^2 - p^2))}{(p_0^2 - p^2 - \beta_{21}^2)(p_0^2 - p^2 - \beta_{22}^2)^2}$$

$$g_1^{(D)}(p_0, p) = g_2^{(D)}(p_0, p) =$$

$$g_3^{(S)}(p_0, p) = 0$$



Свойства дейтрона и низкоэнергетического 3S_1 рассеяния

	p_D (%)	ϵ_D (МэВ)	$\rho_{D/S}$	r_0 (Фм)	a (Фм)
Graz II (рел.)	4	2.225	0.02408	1.7861	5.4188
Graz II (нерел.)	4.82	2.225	0.0274	1.78	5.42
Эксперимент		2.2246	0.0263	1.759	5.424

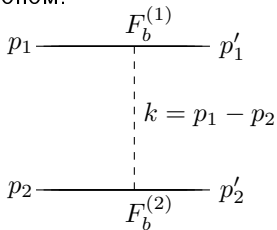
Одномезонный обмен: лестничное приближение

A.YU. UMNIKOV, L.P. KAPTARI, K.YU. KAZAKOV, F.C. KHANNA,

A RELATIVISTIC APPROACH TO DEEP INELASTIC SCATTERING

ON THE DEUTERON, PHYS.LETT.B 334 (1994) 163-168

Ядро с обменом одним мезоном:



$$V(p', p) = \frac{g_b^2}{4\pi} \frac{F_b^{(1)} \otimes F_b^{(2)}}{k^2 - \mu_b^2 + i0}$$

g_b - константа связи, $F_b^{(1)}(k) = (\Lambda_b^2 - \mu_b^2)/(\Lambda_b^2 - k^2)\gamma_b$ - мезон-нуклонная вершина, μ_b - масса мезона, $k = p' - p$ - импульс мезона.

Решение уравнения для амплитуды БС в лестничном приближении с учетом 5 обменных мезонов ($\pi, \omega, \rho, \sigma, \eta, \delta$). Для регуляризации пропагаторов и ядра используется поворот Вика $p_4 = ip_0$. Уравнение решается в псевдоевклидовом пространстве $g(p_0, p) \rightarrow g(p_4, p)$.

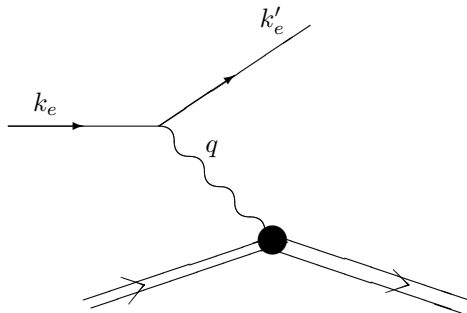
мезон b	константа $g_b^2/(4\pi); [g_t/g_v]$	масса $\mu_b, \text{ GeV}$	параметр обрезания $\Lambda_b, \text{ GeV}$	изоспин
σ	12.2	0.571	1.29	0
δ	1.6	0.961	1.29	1
π	14.5	0.139	1.29	1
η	4.5	0.549	1.29	0
ω	27.0; [0]	0.783	1.29	0
ρ	1.0; [6]	0.764	1.29	1
$m_N = 0.939 \text{ GeV}, \epsilon_D = -2.225 \text{ MeV}$				

Псевдовероятности парциальных состояний для дейтрона

Состояние	$^3S_1^+$	$^3D_1^+$	$^3S_1^-$	$^3D_1^-$
$P_\alpha(\%)$	95.014	5.106	-0.002	-0.003
Состояние	$^1P_1^e$	$^3P_1^o$	$^1P_1^o$	$^3P_1^e$
$P_\alpha(\%)$	-0.010	-0.082	-0.015	-0.008

2. Упругое $eD \rightarrow eD$ рассеяние

Реакция упругого $eD \rightarrow eD$ рассеяния в однофотонном приближении

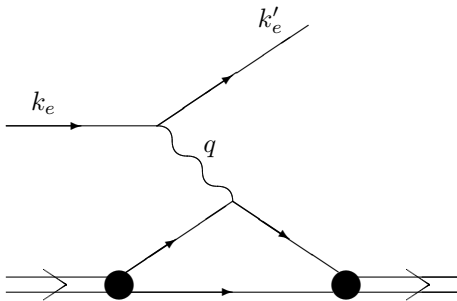


D: K, M

D': $P = K + q, M'$

Адронный матричный элемент параметризуется тремя форм факторами: F_1, F_2, G , которые связаны с физическими форм факторами: электрическим $F_C(q^2)$, квадрупольным $F_Q(q^2)$ и магнитным $F_M(q^2)$.

Релятивистское импульсное приближение



D: $K, \mathcal{M}$

D: $P = K + q, \mathcal{M}'$

$$\langle D' \mathcal{M}' | j_\mu | D \mathcal{M} \rangle = i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left\{ \bar{\Psi}_{\mathcal{M}'}(P', p') \Gamma_\mu^{(S)}(q) \Psi_{\mathcal{M}}(P, p) S_2^{-1}(P, p) \right\},$$

Вершина γNN -взаимодействия выбирается в виде

$$\Gamma_\mu^{(S)}(q) = \gamma_\mu F_1^{(S)}(q^2) - \frac{\gamma_\mu q \cdot \gamma - q \cdot \gamma \gamma_\mu}{4m} F_2^{(S)}(q^2)$$

Преобразования Лоренца функции и аргументов

Поскольку решение для функции находится в системе покоя, то необходимо преобразовать саму функцию и ее аргументы в систему расчета:

$$\Psi_{\mathcal{M}}(P, p) = \Lambda(\mathcal{L})\Psi_{\mathcal{M}}(P_{c.m.}, \mathcal{L}^{-1}p)\Lambda^{-1}(\mathcal{L}),$$

$$\bar{\Psi}_{\mathcal{M}'}(P', p') = \Lambda^{-1}(\mathcal{L})\bar{\Psi}_{\mathcal{M}'}(P_{c.m.}, \mathcal{L}p')\Lambda(\mathcal{L}),$$

$$\Lambda^{-1}(\mathcal{L})S_2^{(-1)}(P, p)\Lambda(\mathcal{L}) = S_2^{(-1)}(P_{c.m.}, \mathcal{L}^{-1}p)$$

где Λ - оператор для Лоренц-преобразования $P = \mathcal{L}P_{c.m.}$, $P' = \mathcal{L}^{-1}P_{c.m.}$,
 $p = \mathcal{L}p_{c.m.}$, $p' = \mathcal{L}^{-1}p_{c.m.}$.

Связь аргументов начального и конечного дейтронов:

$$p'_0 = (1 + 2\eta)p_0 - 2\sqrt{\eta}\sqrt{1 + \eta}p_z - M\eta,$$

$$p'_x = p_x, \quad p'_y = p_y,$$

$$p'_z = (1 + 2\eta)p_z - 2\sqrt{\eta}\sqrt{1 + \eta}p_0 + M\sqrt{\eta}\sqrt{1 + \eta},$$

где p_0, p_x, p_y, p_z – компоненты 4-импульса p в лабораторной системе.

ЭМ моменты дейтрона

L.P. KAPTARI, A.YU. UMNIKOV, S.G. BONDARENKO, K.YU. KAZAKOV

F.C. KHANNA ET AL. PHYS.REV.C 54 (1996) 986-1005

Магнитный μ_D и квадрупольный Q_D моменты из условия нормировки $\Phi\Phi$:

$$\mu_D = \frac{m_N}{M_D} \lim_{q^2 \rightarrow 0} F_M(q^2), \quad Q_D = \frac{1}{M_D^2} \lim_{q^2 \rightarrow 0} F_Q(q^2).$$

$$F_M = \frac{1}{M_D \sqrt{2}} \frac{\langle P' M' = +1 | j_x | P M = 0 \rangle}{\sqrt{\eta} \sqrt{1 + \eta}},$$

$$F_Q = \frac{1}{2M_D} \frac{\langle P' M' = 0 | j_0 | P M = 0 \rangle - \langle P' M' = +1 | j_0 | P M = +1 \rangle}{2\eta \sqrt{1 + \eta}},$$

Система Брейта: $P_0 = P'_0 = E$, $\mathbf{P} = -\frac{\mathbf{q}}{2}$, $\mathbf{P}' = \frac{\mathbf{q}}{2}$ $\eta = -q^2/4M_D^2$

Схема вычислений:

- шпур
- разложить до μ_D : $\sqrt{\eta}$, Q_D : η
- проинтегрировать аналитически по Ω_k - обратить в ноль μ_D : $(\sqrt{\eta})^0$, Q_D : $(\sqrt{\eta})^0$, $(\sqrt{\eta})^1$
- окончательные интегралы от радиальных функций

$$\int dk_4 \int k^2 dk F_{ab}(k_4, k) \phi_a(k_4, k) \phi_b(k_4, k)$$

Релятивистские эффекты

Релятивистские эффекты отличающие описываемые матричные элементы от аналогичных нерелятивистских выражений:

- (i) вклад P -состояний амплитуды БС и состояний с отрицательной энергией (в особенности, недиагональных переходов между $^3S_1^+$, $^3D_1^+$ и $^1P_1^{(e),(o)}$, $^3P_1^{(o),(e)}$ волнами);
- (ii) зависимость амплитуды БС от нулевой компоненты относительного 4-момента p_0 – так называемые “эффекты запаздывания”;
- (iii) эффекты Лоренц преобразования аргументов амплитуд БС: относительных 4-моментов (p, p') ;
- (iv) эффекты Лоренц преобразования самой амплитуды БС.

Магнитный момент дейтрона

Релятивистское выражение для магнитного момента:

$$\mu_D = \mu_+ + \mu_-,$$

(+) - выражения с состояниями с положительной энергией, (−) - обозначает матричные элементы переходов, в которых есть хотя бы одно состояние с P -волнами или волнами с отрицательной энергией.

Можно выделить нерелятивистское выражение:

$$\mu_+ = \mu_{NR} + \Delta\mu_+.$$

$$\mu_D = \mu_{NR} + \Delta\mu.$$

$$\Delta\mu = R_+ + \Delta\mu_- + \mu_{3-}.$$

Нерелятивистское выражение для магнитного момента дейтрона:

$$\mu_{NR} = 0.850718 (e/2m)$$

$$\mu_{NR} = (\mu_p + \mu_n) - \frac{3}{2}(\mu_p + \mu_n - \frac{1}{2})p_D.$$

μ_p, μ_n – магнитные моменты протона и нейтрона, p_D – псевдовероятность релятивистской ${}^3D_1^+$ -волны в дейтроне

Результаты численных расчетов для μ_D

Экспериментальное значение:

$$\mu_{exp} = 0.857406 \pm 10^{-6} (e/2m)$$

Нерелятивистское значение:

$$\mu_{NR} = 0.850718 (e/2m) \quad (-0.78\% \text{ от эксперимента})$$

Релятивистское значение:

$$\mu_D = 0.856140 (e/2m) \quad (-0.15\% \text{ от эксперимента})$$

(i) самую большую поправку $\mu_{3-} = 6.099 \cdot 10^{-3} (e/2m)$, $\sim 0.71\%$ от полного значения - переходы между состояниями ${}^3S_1^{++}$, ${}^3D_1^{++}$ и P -состояниями

(${}^1P_1^e, {}^1P_1^o, {}^3P_1^e, {}^3P_1^o$)

(ii) $R_+ = -9.75 \cdot 10^{-4} (e/2m)$, $\sim -0.11\%$ от полного значения - кинематические поправки (Лоренц-преобразования аргументов функций и формы функций ${}^3S_1^{++}$, ${}^3D_1^{++}$ волн)

(iii) $\Delta\mu_- = 2.99 \cdot 10^{-4} (e/2m)$, $\sim 0.04\%$ от полного значения - все остальное

Квадрупольный момент дейтрона

$$Q_D = \sum_{a,a'} \sum_{\rho,\rho'} \langle a'^{\rho'} | \hat{Q} | a^{\rho} \rangle = \sum_{a,a'} \sum_{\rho,\rho'} \left[\langle a'^{\rho'} | \hat{Q}_C | a^{\rho} \rangle + \langle a'^{\rho'} | \hat{Q}_C^{LB} | a^{\rho} \rangle \right. \\ \left. + \langle a'^{\rho'} | \hat{Q}_M | a^{\rho} \rangle + \langle a'^{\rho'} | \hat{Q}_M^{LB} | a^{\rho} \rangle \right],$$

C – вклад зарядовой и M – магнитной частей фотон-нуклонной вершины, LB – вклад происходит от фактора, соответствующего Лоренц-преобразованию амплитуд БС и пропагатора.

- ${}^3S_1^{++}$ - P переходы

$$\langle {}^3S_1^+ | \hat{Q}_C | {}^1P_1^e \rangle = 0.0052 \Phi_M^2, \langle {}^3S_1^+ | \hat{Q}_C | {}^3P_1^o \rangle = -0.0027 \Phi_M^2$$

- ${}^3D_1^{++}$ - P переход $\langle {}^3D_1^+ | \hat{Q}_C | {}^1P_1^e \rangle = -0.00007 \Phi_M^2$

- переходы в нечетные состояния $\langle | \hat{Q}_C | \rangle = -0.0007 \Phi_M^2$

- производная по p_0 $\langle | \hat{Q}_C^{p_0} | \rangle = 0.0006 \Phi_M^2$

- производная по LB $\langle | \hat{Q}_C^{LB} | \rangle = -0.0029 \Phi_M^2$

- суммарная поправка от “магнитной” части $\langle | \hat{Q}_C | \rangle = -0.0005 \Phi_M^2$

Экспериментальное значение:

$$Q_D^{exp} = 0.2859 \pm 0.003 \Phi_M^2$$

Суммарно:

$$Q_D = 0.2678 \Phi_M^2 = Q_{NR} + \delta Q_{rel} = (0.2690 - 0.0007 - 0.0005) \Phi_M^2,$$

где Q_{NR} определяется “большой” компонентой амплитуды БС и не зависит от производных и Лоренц-буст эффектов, δQ_{rel} . – вклад оставшихся членов, имеющий чисто релятивистскую природу. Поправка отрицательная и на 6% меньше эксперимента.

3. Упругое протон-дейтронное рассеяние

L.P. КАРТАРИ, В. КАМПФЕР, S.M. DORKIN, S.S. SEMIKH, PHYS.REV.C 57 (1998) 1097-1111; FEW BODY SYST. 27 (1999) 189-206

$$p + D = p'(\theta = 180^0) + D'.$$

Дифференциальное сечение в с.ц.м.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} |\mathcal{M}|^2,$$

$\sqrt{s}$ - полная энергия начальных частиц,

В с.ц.м. 4-импульсы частиц:

$$D = (E, \mathbf{p}), \quad p = (\epsilon, -\mathbf{p}), \quad D' = (E, -\mathbf{p}), \quad p' = (\epsilon, \mathbf{p}),$$

4-векторы поляризации:

$$\xi_M = \left(\frac{\mathbf{p}\xi_M}{M_D}, \xi_M + \mathbf{p} \frac{\mathbf{p}\xi_M}{M_D(E + M_D)} \right) \xi'_{M'} = \left(-\frac{\mathbf{p}\xi'_{M'}}{M_D}, \xi'_{M'} + \mathbf{p} \frac{\mathbf{p}\xi'_{M'}}{M_D(E + M_D)} \right),$$

ξ, ξ' 3-векторы поляризации в системе покоя дейтрона:

$$\xi_{+1} = (-1, i, 0)/\sqrt{2}, \quad \xi_{-1} = (1, i, 0)/\sqrt{2}, \quad \xi_0 = (0, 0, 1).$$

В лабораторной системе:

$$p_f = p_{lab} = \frac{M_S^2 - m_N^2}{s} p_i, \quad s = M_D^2 + m_N^2 + 2M_D E_i, \quad E_i = \sqrt{p_i^2 + m_N^2}$$

Кинематический предел: если $p_i \rightarrow \infty$, то $p_{lab} \rightarrow \frac{M_D^2 - m_N^2}{2M_D} = 0.702 \text{ GeV}/c$

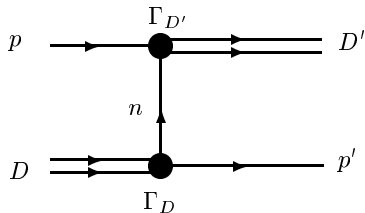
В случае обратного рассеяния амплитуда pD рассеяния определяется 4 независимыми парциальными амплитудами

$$\mathcal{M} = \Psi_{s'}^+ \mathcal{F} \Psi_s$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = & \mathcal{A}(\xi_M \xi_{M'}^+) + \mathcal{B}(n \xi_M)(n \xi_{M'}^+) + i\mathcal{C}(\sigma \cdot [\xi_M \times \xi_{M'}^+]) \\ & + i\mathcal{D}(\sigma n)(n \cdot [\xi_M \times \xi_{M'}^+]), \end{aligned}$$

n - единичный вектор параллельный направлению пучка, $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$ - парциальные амплитуды упругого pD рассеяния назад.

Импульсное приближение: одноклонный обмен



Амплитуда:

$$\mathcal{M} = \bar{u}(p') \Gamma(D, q) \tilde{S}_2 \bar{\Gamma}(D', q') u(p).$$

$\Gamma(D, q)$ - вершинная функция БС, $\tilde{S}_2 = 1 / \left(\hat{D}/2 - \hat{q} + m \right)$ - нуклонный пропагатор, $\hat{D} = D^\mu \gamma_\mu$

$$\Gamma(D, q) = \left[h_1 \hat{\xi} + h_2 \frac{(q\xi)}{m} \right] + \left[h_5 \hat{\xi} + h_6 \frac{(q\xi)}{m} \right] \frac{\hat{D}/2 - \hat{q} + m}{m},$$

h_i - инвариантные скалярные функции с аргументами q^2 и Dq .

Для расчета сечения и поляризационных характеристик необходимо возвести в квадрат, подставить релятивистские спиновые матрицы плотности, вычислить шпур. Сечение выразится через функции h_i , которые можно выразить через парциальные состояния.

Воспользовавшись соотношением Гордона, амплитуду можно переписать в виде:

$$\mathcal{M} = \sum_{i=1}^6 \tilde{R}_i \bar{u}(p') R_i u(p)$$

функции $\tilde{R}_i$ выражаются через функции h_i , а функции R_i через вектора поляризации дейтронов и 4-импульсы.

$$R_1 = \hat{\xi} \hat{\xi}', \quad R_2 = \frac{p \xi'}{m} \frac{p' \xi}{m}, \quad R_3 = \hat{\xi} \frac{p \xi'}{m} + \hat{\xi}' \frac{p \xi}{m}, \quad R_4 = \hat{\xi} (\hat{D} - \hat{p}') \hat{\xi}',$$

$$R_5 = \frac{p \xi'}{m} \frac{p' \xi}{m} (\hat{D} - \hat{p}'), \quad R_6 = \hat{\xi} (\hat{D} - \hat{p}') \frac{p \xi'}{m} + (\hat{D} - \hat{p}') \hat{\xi}' \frac{p' \xi}{m}.$$

Скалярные функции

$$\tilde{R}_i = \tilde{R}_i(h_i, Dp, p^2).$$

Используя Дираковскую алгебру можно величины $\bar{u}(p', s') R_i u(p, s)$ переписать через 3-векторы поляризации дейтрона и при возведении в квадрат ввести спиновые матрицы плотности протона “2x2” и дейтрона “3x3”:

$$\mathcal{H}_{\lambda, H \rightarrow \lambda', H'} = \frac{\text{Tr}(\mathcal{F} \sigma_{\lambda} \mathcal{D}_H \mathcal{F}^+ \sigma_{\lambda'} \mathcal{D}_{H'})}{\text{Tr}(\mathcal{F} \mathcal{F}^+)},$$

здесь λ и H (λ' и H') относятся к поляризационным характеристикам начального (конечного) протона и дейтрона.

$$\sqrt{4\pi} h_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} g_1 - \frac{1}{2} g_3 + \frac{\sqrt{3} m_N}{2 M_D P_{lab}} (2 E_p - M_D) g_5,$$

$$\sqrt{4\pi} h_2 = -\frac{m_N}{\sqrt{2} (m_N + E_p)} g_1 - \frac{m_N (m_N + 2 E_p)}{2 P_{lab}^2} g_3 + \frac{\sqrt{3} m_N}{2 P_{lab} M_D} (2 M_D - E_p) g_5$$

$$\sqrt{4\pi} h_5 = -\frac{\sqrt{3} m_N E_p}{2 M_D P_{lab}} g_5,$$

$$\sqrt{4\pi} h_6 = -\frac{m_N^2}{\sqrt{2} M_D (m_N + E_p)} g_1 + \frac{(E_p + 2 m_N) m_N^2}{2 M_D P_{lab}^2} g_3 + \frac{\sqrt{6} m_N^2}{2 M_D P_{lab}} g_7,$$

g_i - парциальные состояния вершинной функции БС: 1 - $^3S_1^{++}$, 3 - $^3D_1^{++}$, 5 - $^1P_1^{+-}$, 7 - $^3P_1^{+-}$.

Аналоги нерелятивистских волновых функций:

$$\begin{aligned}\Psi_S(|\mathbf{P}_{lab}|) &= \mathcal{N} \frac{g_1(0, |\mathbf{P}_{lab}|)}{2E_p - M_D}, & \Psi_D(|\mathbf{P}_{lab}|) &= \mathcal{N} \frac{g_3(0, |\mathbf{P}_{lab}|)}{2E_p - M_D}, \\ \Psi_{P_5}(|\mathbf{P}_{lab}|) &= \mathcal{N} \frac{g_5(0, |\mathbf{P}_{lab}|)}{M_D}, & \Psi_{P_7}(|\mathbf{P}_{lab}|) &= \mathcal{N} \frac{g_7(0, |\mathbf{P}_{lab}|)}{M_D},\end{aligned}$$

Нерелятивистские выражения для наблюдаемых:

$$\begin{aligned}\sigma_{NR} &= 3 \left(u^2(q) + w^2(q) \right)^2, \\ \mathcal{A}_{NR} &= \left(u(q) + \frac{w(q)}{\sqrt{2}} \right)^2, \\ \mathcal{B}_{NR} &= -\frac{3}{2} w(q) \left(2\sqrt{2}u(q) - w(q) \right), \\ \mathcal{C}_{NR} &= \left(u(q) + \frac{w(q)}{\sqrt{2}} \right) \left(u(q) - \sqrt{2}w(q) \right), \\ \mathcal{D}_{NR} &= \frac{3}{\sqrt{2}} w(q) \left(u(q) + \frac{w(q)}{\sqrt{2}} \right)\end{aligned}$$

Эффекты Лоренц-буста Раскладывая по $P_{lab}^2/2m^2$ можно получить нерелятивистские выражения и релятивистские поправки

$$\sigma_0 \sim \left(\Psi_S^2(P_{lab}) + \Psi_D^2(P_{lab}) \right)^2 \left(1 + \frac{P_{lab}^2}{2m^2} + \frac{29P_{lab}^4}{16m^4} + \frac{83P_{lab}^6}{32m^6} + \dots \right),$$

$$\mathcal{A}_0 \sim \left(\Psi_S(P_{lab}) - \frac{\Psi_D(P_{lab})}{\sqrt{2}} \right)^2 \mathcal{L}(P_{lab}),$$

$$\mathcal{B}_0 \sim \frac{3}{2} \Psi_D(P_{lab}) \left(2\sqrt{2}\Psi_S(P_{lab}) + \Psi_D(P_{lab}) \right) \mathcal{L}(P_{lab}),$$

$$\mathcal{C}_0 \sim \left(\Psi_S(P_{lab}) - \frac{\Psi_D(P_{lab})}{\sqrt{2}} \right) \left(\Psi_S(P_{lab}) + \sqrt{2}\Psi_D(P_{lab}) \right) \mathcal{L}(P_{lab}),$$

$$\mathcal{D}_0 \sim \frac{3}{\sqrt{2}} \Psi_D(P_{lab}) \left(\Psi_S(P_{lab}) - \frac{\Psi_D(P_{lab})}{\sqrt{2}} \right) \mathcal{L}(P_{lab}),$$

где оператор Лоренц-буста $\mathcal{L}(P_{lab})$

$$\mathcal{L}(P_{lab}) = \left(1 + \frac{P_{lab}^2}{4m^2} + \frac{7P_{lab}^4}{8m^4} + \dots \right).$$

Эффекты парциальных P -состояний

Конечные выражения для релятивистских поправок с P -волновыми парциальными состояниями:

$$\sigma = \sigma_0 + \delta\sigma,$$

$$\begin{aligned}\delta\sigma = & \frac{24\sqrt{6}m^3P_{lab}^3}{\sqrt{s}}(\Psi_S^2 + \Psi_D^2) \left(\Psi_S + \sqrt{2}\Psi_D \right) \left(\Psi_{P_5} + \frac{2\sqrt{2}P_{lab}^2}{3m^2}\Psi_{P_7} \right) \\ & + \frac{2\sqrt{6}mP_{lab}^5}{\sqrt{s}}(\Psi_S^2 + \Psi_D^2) \left(9\sqrt{2}\Psi_D + 33\Psi_S \right) \Psi_{P_5} + \dots\end{aligned}$$

для тензора поляризации

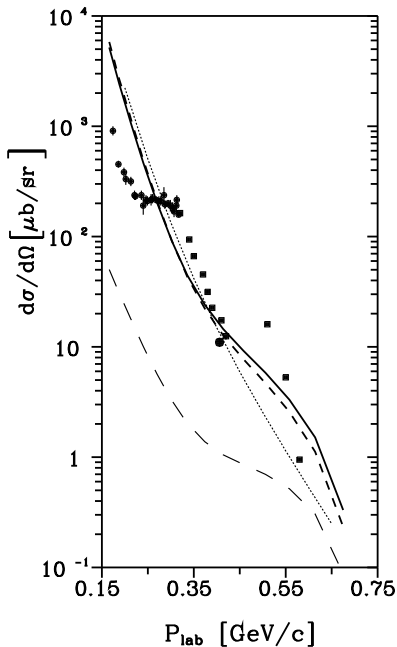
$$T_{20} = T_{20}^{NR} + \delta T_{20},$$

$$\delta T_{20} = -\frac{2\sqrt{3}(\Psi_S + \sqrt{2}\Psi_D)(\Psi_S - \Psi_D/\sqrt{2})^2}{(\Psi_S^2 + \Psi_D^2)^2} \frac{m}{P_{lab}} \left(\Psi_{P_5} + \frac{2\sqrt{2}P_{lab}^2}{3m^2}\Psi_{P_7} + \dots \right)$$

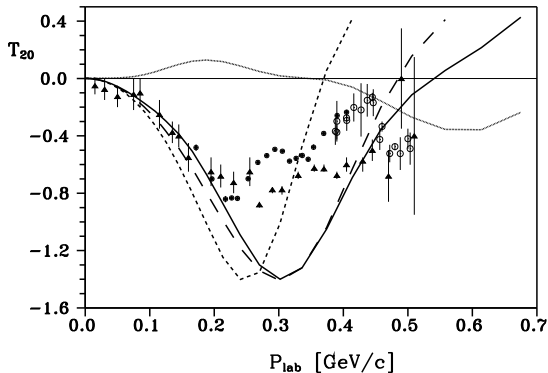
для передачи поляризации

$$\kappa = \kappa^{NR} + \delta\kappa,$$

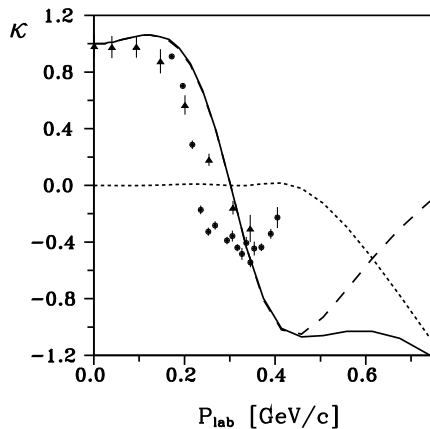
$$\delta\kappa = \frac{\sqrt{6}(\Psi_S - \Psi_D/\sqrt{2})((2\sqrt{2}\Psi_D - \Psi_S)^2 - 9\Psi_D^2)}{(\Psi_S^2 + \Psi_D^2)^2} \frac{m}{P_{lab}} \left(\Psi_{P_5} + \frac{2\sqrt{2}P_{lab}^2}{3m^2}\Psi_{P_7} \dots \right)$$



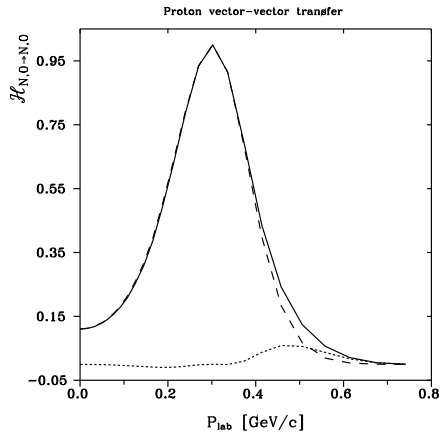
Неполяризованное сечение как функция импульса конечного протона в лабораторной системе. Пунктир - вклад волн с положительной энергией, длинный пунктир - вклад релятивистских поправок, сплошная линия - сумма, короткий пунктир - расчет с боннской функцией



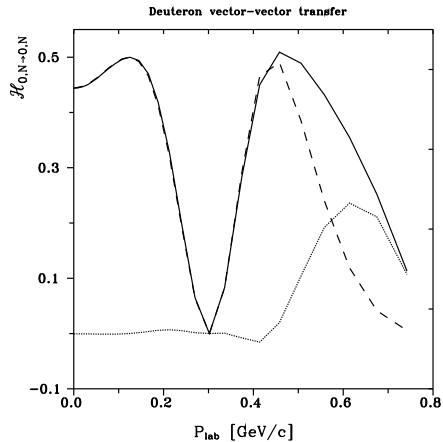
Тензорная анализирующая способность $T_{20} \sim \mathcal{H}_{0,0 \rightarrow 0,NN}$. Пунктир - вклад волн с положительной энергией, точки - вклад релятивистских поправок, сплошная линия - сумма, короткий пунктир - расчет с парижской функцией



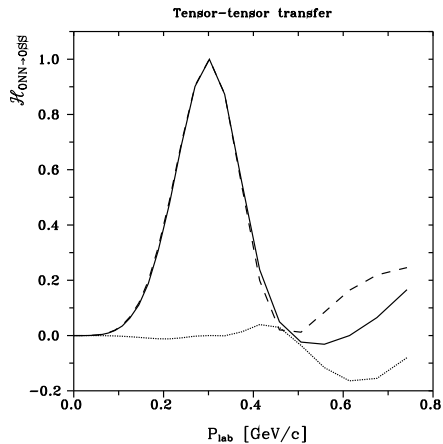
Коэффициент передачи поляризации $\kappa \sim \mathcal{H}_{0,N \rightarrow N,0}$. Пунктирная линия - вклад волн с положительной энергией, точки - вклад релятивистских поправок, сплошная линия - сумма



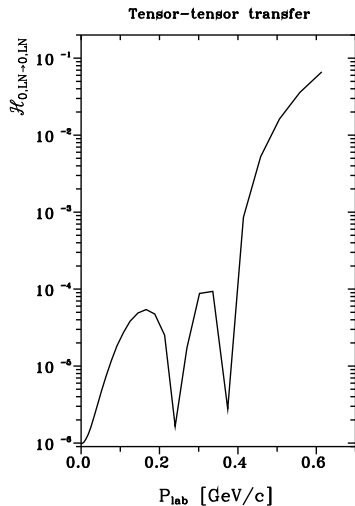
Вектор-векторный коэффициент передачи от начального протона к
конечному



Вектор-векторный коэффициент передачи от начального дейтрона к
конечному

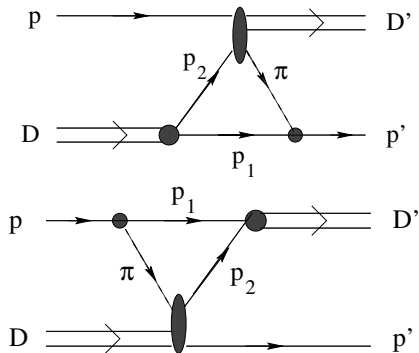


Тензор-тензорный коэффициент передачи от начального дейтрона к
конечному



Тензор-тензорный коэффициент передачи от начального дейтрона к конечному $\mathcal{H}_{0,LN \rightarrow 0,LN}$ обусловленный только релятивистскими эффектами

Пионный обмен



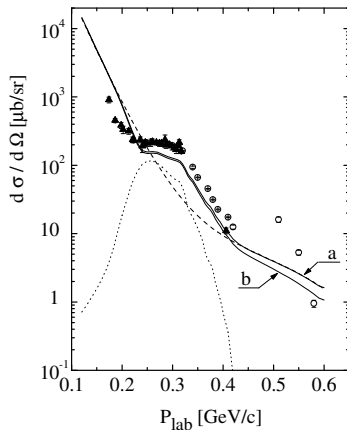
Диаграммы пионного обмена для реакции упругого протон-дейтронного рассеяния

$$T_{s,M}^{s',M'} = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{u}(\mathbf{p}', s') \frac{\sqrt{2} g_{\pi NN} \gamma_5}{\pi^2 - \mu^2 + i\varepsilon} \Phi_M(p_1, p_2) \hat{A}_{p_2+p \rightarrow \pi^+ + D'}^{M'} u(\mathbf{p}, s), \quad (1)$$

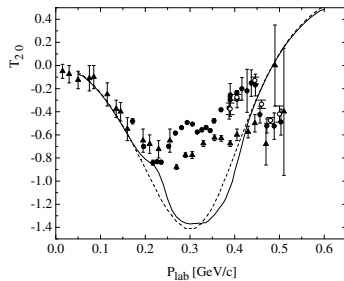
$g_{\pi NN}$ - константа связи, μ - пионная масса, $\Phi_M(p_1, p_2)$ - амплитуда БС, $\hat{A}_{p_2+p \rightarrow \pi^+ + D'}^{M'}$ амплитуда процесса $p_2 + p \rightarrow \pi^+ + D'$. Использовалась амплитуда $f_{s_2,s}^{M'}$ процесса $p + p \rightarrow \pi^+ + D$ на массовой поверхности
В конечном итоге амплитуда выражается как

$$T_{s,M}^{s',M'} = \sum_{s_2} \left\{ \delta_{M0} \left(a_{s_2,s}^{M'} + d_{s_2,s}^{M'} \right) \left(\delta_{s_2 \frac{1}{2}} \delta_{s' - \frac{1}{2}} - \delta_{s_2 - \frac{1}{2}} \delta_{s' \frac{1}{2}} \right) \right. \\ \left. + a_{s_2,s}^{M'} \left(-\sqrt{2} \delta_{M1} \delta_{s_2 \frac{1}{2}} \delta_{s' \frac{1}{2}} + \sqrt{2} \delta_{M-1} \delta_{s_2 - \frac{1}{2}} \delta_{s' - \frac{1}{2}} \right) \right\}, \quad (2)$$

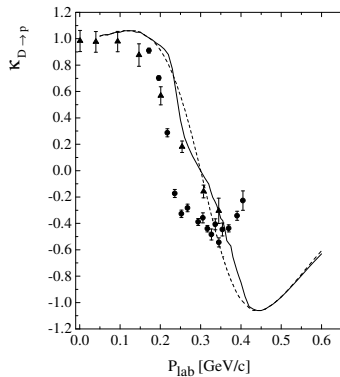
где a, d содержат функции БС для положительных волн, а также амплитуду $f_{s_2,s}^{M'}(p, p_2; \pi, D')$ на массовой поверхности. Амплитуда f бралась из фазового анализа с Лоренц преобразованием из с.ц.м двух протонов в лаб систему pD .



Неполяризованное сечение: пунктирная линия - однуклонный обмен, точки - вклад пионного обмена, сплошная линия - сумма. (а) - с учетом P -состояний в однуклонном обмене, (b) - без учета



T_{20} : пунктирная линия - однуклонный обмен, сплошная линия - учет пионного обмена



$\kappa_{D \rightarrow p}$: пунктирная линия - однонуکلонный обмен, сплошная линия - учет пионного обмена

Расщепление дейтрона $pD \rightarrow ppn$

Учет взаимодействия в конечном состоянии: $\Psi(p_f^*; p_f, P_f)$

1. сильная зависимость от постановки эксперимента - учет ВКС
2. нельзя провести процедуры поворота Вика в классическом смысле, необходимо учитывать полюса внутри контура интегрирования

Известные исследования:

- Tjon – решение для T матрицы
- Kaptari, Dorkin, Semikh – приближение одной итерации в лестничном приближении с пионом (1S_0)

L.P. Kaptari, B. Kampfer, S.S. Semikh, S.M. Dorkin, Relativistic effects in proton induced deuteron breakup at intermediate-energies with forward emission of a fast proton pair, Eur.Phys.J.A 19 (2004) 301-306

L.P. Kaptari, B. Kampfer, S.S. Semikh, S.M. Dorkin, Exclusive charge exchange reaction $pD \rightarrow n(pp)$ within the Bethe-Salpeter formalism, Eur.Phys.J.A 17 (2003) 119-132