

О некоторых применениях теории симметрий в физике частиц и физике атомного ядра

А. П. Исаев^{1,2}

¹Лаборатория теор. физики им. Н.Н.Боголюбова, ОИЯИ, Дубна

²Физический факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова

Семинар ЛФВЭ им. В.И. Векслера и А.М. Балдина,
Дубна, 23 мая, 2025 г.

1 Группы Лоренца и Пуанкаре и их спинорные версии

- Определения
- Уравнения Дирака-Паули-Фирца

2 Дискретные преобразования P , T и C

- Зарядовое сопряжение C
- Комбинированная четность CP
- CPT теорема Швингера-Паули-Людерса

3 Сохранение и нарушение симметрий

- Сохраняющиеся токи и заряды
- Несохранение барионного B и лептонного L чисел. Сохранение $(B - L)$

4 Скрытый цвет в структуре атомного ядра

Пространство Минковского $\mathcal{M}$ и группа Лоренца $O(1,3)$

- Пространство Минковского $\mathcal{M}$ – пространство 4-х мерных векторов

$$\vec{x} = (x_0, x_1, x_2, x_3) \in \mathcal{M},$$

с метрикой $\eta = \|\eta_{\mu\nu}\| = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$, которая определяет длины векторов в $\mathcal{M} \equiv \mathbb{R}^{1,3}$ (по повторяющимся индексам идет суммирование):

$$x^\mu x_\mu = x_\mu \eta^{\mu\nu} x_\nu = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2,$$

$x_0 = c \cdot t$ и $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$ – временная и пространственные координаты.

- Преобразования Лоренца – это вращения векторов $\vec{x} \rightarrow \vec{x}'$ в $\mathcal{M}$ с помощью 4×4 матриц Λ :

$$x_\mu \rightarrow x'_\mu = \Lambda_\mu^\nu x_\nu, \quad (1)$$

при которых сохраняются длины 4-векторов в $\mathcal{M}$, т.е.

$$x_\mu \eta^{\mu\nu} x_\nu = x'_\mu \eta^{\mu\nu} x'_\nu \Rightarrow \Lambda_\mu^\nu \eta^{\mu\kappa} \Lambda_\kappa^\lambda = \eta^{\nu\lambda} \Leftrightarrow \Lambda^T \cdot \eta \cdot \Lambda = \eta, \quad (2)$$

(интерпретация: переход от одной системы отсчета к другой).

- Множество всех преобразований Λ , удовлетворяющих (2), образуют группу $O(1,3)$ (Orthogonal в $\mathbb{R}^{1,3}$), которая называется группой Лоренца.

- Имеем 2 важных преобразования $\mathbf{T}, \mathbf{P} \in O(1, 3)$:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{T} \cdot x_0 = -x_0, \quad \mathbf{T} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{r}, \quad \mathbf{P} \cdot x_0 = x_0, \quad \mathbf{P} \cdot \mathbf{r} = -\mathbf{r},$$

где $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$. Подчеркнем, что

$$\det(\mathbf{P}) = -1 = \det(\mathbf{T})$$

- Заметим, что из $\Lambda^T \eta \Lambda = \eta \Rightarrow \det(\Lambda) = \pm 1$. Преобразования Лоренца

$$\begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{pmatrix} = \Lambda \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \Lambda_0^0 & \Lambda_0^1 & \Lambda_0^2 & \Lambda_0^3 \\ \Lambda_1^0 & \Lambda_1^1 & \Lambda_1^2 & \Lambda_1^3 \\ \Lambda_2^0 & \Lambda_2^1 & \Lambda_2^2 & \Lambda_2^3 \\ \Lambda_3^0 & \Lambda_3^1 & \Lambda_3^2 & \Lambda_3^3 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

для которых

$$\det(\Lambda) = +1,$$

назыв. **собственными** (не содержат отражений $\mathbf{P}, \mathbf{T}$) и образуют **собственную подгруппу Лоренца** $SO(1, 3) \subset O(1, 3)$ (Special, Orthogonal, $\mathbb{R}^{1,3}$).

- Компонента $(\Lambda^T \eta \Lambda)^{00} = \eta^{00}$ уравнения $\Lambda^T \eta \Lambda = \eta \Rightarrow \det(\Lambda) = \pm 1$ дает $(\Lambda_0^0)^2 - (\Lambda_1^0)^2 - (\Lambda_2^0)^2 - (\Lambda_3^0)^2 = +1$, откуда следует 2 варианта

$$1. \Lambda_0^0 \geq +1, \quad 2. \Lambda_0^0 \leq -1.$$

Преобразования Лоренца Λ с $\Lambda_0^0 \geq +1$ называются **ортохронными** и образуют **ортохронную подгруппу Лоренца** $O^\uparrow(1, 3) \subset O(1, 3)$. Ясно, что

$$P \cdot O^\uparrow(1, 3) \subset O^\uparrow(1, 3), \quad T \cdot O^\uparrow(1, 3) \not\subset O^\uparrow(1, 3)$$

- Пересечение двух подгрупп $O^\uparrow(1, 3) \cap SO(1, 3)$ образует подгруппу $SO^\uparrow(1, 3)$ **собственных ортохронных преобразований** Лоренца.

Стандартная модель, описывающая электрослабые и сильные взаимодействия, **инвариантна относительно преобразований из** $SO^\uparrow(1, 3)$.

- Преобразования $\Lambda \in SO^\uparrow(1, 3)$, которые не меняют x_2, x_3 , и следовательно

$$x_0^2 - x_1^2 - x_1^3 - x_1^4 = inv \Rightarrow x_0^2 - x_1^2 = inv$$

имеют вид:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \Lambda_0^0 & \Lambda_0^1 & 0 & 0 \\ \Lambda_1^0 & \Lambda_1^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{ch}\varphi & \text{sh}\varphi & 0 & 0 \\ \text{sh}\varphi & \text{ch}\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{ch}\varphi & \text{sh}\varphi \\ \text{sh}\varphi & \text{ch}\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad (\star),$$

$$\text{ch}\varphi = \frac{1}{2}(e^\varphi + e^{-\varphi}), \quad \text{sh}\varphi = \frac{1}{2}(e^\varphi - e^{-\varphi}), \quad \text{ch}^2\varphi - \text{sh}^2\varphi = 1,$$

называются **бустами**. Сделаем замену параметров: $\varphi \rightarrow V/c$,

$$\Lambda_0^0 = \Lambda_1^1 = \text{ch}\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad \Lambda_0^1 = \Lambda_1^0 = \text{sh}\varphi = \frac{V/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

тогда пр-ния $(\star)$ переходят в знаменитые **пр-ния Лоренца** ($x_1 = x$, $x_0 = ct$)

$$x' = \frac{x + Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad t' = \frac{t + Vx/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad (4)$$

(переход от системы отсчета покоя K' к движущейся системе K).

Следствие 1. Пусть x' и $y' > x'$ – концы стержня, направленного вдоль x_1 . Собственной длиной стержня называется его длина в системе покоя $L'_0 = y' - x'$. Тогда из (4) имеем

$$y' - x' = \frac{y - x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Rightarrow L'_0 \sqrt{1 - V^2/c^2} = L_0. \quad (5)$$

Для нуклона с энергией ≈ 6.6 ГэВ получаем $\sqrt{1 - V^2/c^2} = 1/7 \Rightarrow L_0 = L'_0/7$.

Следствие 2. Релятивистское правило сложения скоростей:

$$V = \frac{V_1 + V_2}{1 + V_1 V_2/c^2}, \quad V = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_1 V_2 V_3/c^2}{1 + (V_1 V_2 + V_1 V_3 + V_2 V_3)/c^2}, \quad \dots$$

Отметим, что если $V_k \leq c$, то $V \leq c$. При $c \rightarrow \infty$ формулы сложения переходят в стандартные $V = V_1 + V_2$, $V = V_1 + V_2 + V_3, \dots$

Если скорости V_k не будут параллельны то формулы сложения не будут симметричны по перестановкам V_k .

С помощью дискретных преобразований $\mathbf{T}, \mathbf{P} \in O(1, 3)$:

$$\mathbf{T} \cdot x_0 = -x_0, \quad \mathbf{T} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{r}, \quad \mathbf{P} \cdot x_0 = x_0, \quad \mathbf{P} \cdot \mathbf{r} = -\mathbf{r},$$

где $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$, вся группа Лоренца $O(1, 3)$ разбивается на 4-е связных (но не связанных друг с другом) частей

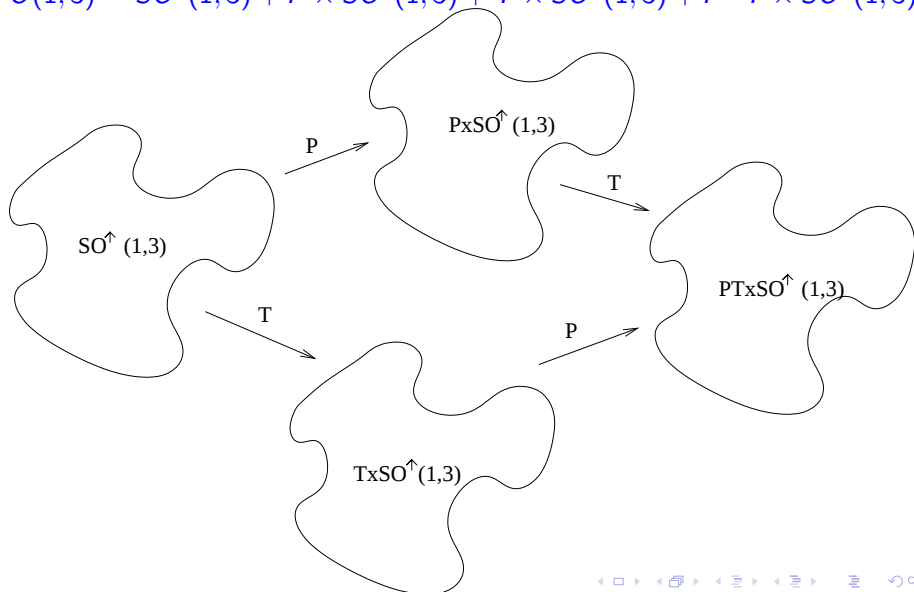
$$O(1, 3) = SO^\uparrow(1, 3) + \mathbf{T} \cdot \mathbf{P} \cdot SO^\uparrow(1, 3) + \mathbf{P} \cdot SO^\uparrow(1, 3) + \mathbf{T} \cdot SO^\uparrow(1, 3),$$

где $SO^\uparrow(1, 3)$ – связная компонента единицы и

$$SO(1, 3) = SO^\uparrow(1, 3) + \mathbf{T} \cdot \mathbf{P} \cdot SO^\uparrow(1, 3),$$

$$O^\uparrow(1, 3) = SO^\uparrow(1, 3) + \mathbf{P} \cdot SO^\uparrow(1, 3).$$

$$O(1,3) = SO^\uparrow(1,3) + P \times SO^\uparrow(1,3) + T \times SO^\uparrow(1,3) + P \cdot T \times SO^\uparrow(1,3)$$



Преобразования Пуанкаре состоят из лоренцевских вращений Λ и трансляций вдоль векторов $\vec{a} = (a_0, a_1, a_2, a_3)$ в пространстве $\mathcal{M}$

$$\underline{x_\mu \rightarrow x'_\mu = \Lambda_\mu^\nu x_\nu + a_\mu} . \quad (6)$$

Эти преобразования, состоящие из пар $(\Lambda, \vec{a})$, сохраняют **интервал** между точками x и y в $\mathcal{M}$:

$$(x - y)^\mu (x - y)_\mu = (x' - y')^\mu (x' - y')_\mu ,$$

и образуют группу, которая называется **группой Пуанкаре**

$$IO(1, 3) \text{ — } \textit{Inhomogeneous, Orthogonal, in } \mathbb{R}^{1,3}$$

Физический смысл инвариантности относительно преобразований (6) – это эквивалентность всех инерциальных систем отсчета, которые получаются не только вращениями, но и сдвигами в $\mathcal{M}$.

Замечание. Идея эквивалентности **ВСЕХ** сист. отсчета, т.е. инвариантность относительно общекоординатных преобразований $x'_\mu = f_\mu(\vec{x})$, привела Эйнштейна и Гильберта к созданию **общей теории относительности**.

Квантовая теория поля, описывающая динамику релятивистских частиц в 4-х мерном пространстве Минковского $\mathcal{M} = \mathbb{R}^{1,3}$, с теоретико-групповой точки зрения это теория унитарных неприводимых представлений группы Пуанкаре $IO(1, 3)$.

Если исключить дискретные симметрии P, T , то теория должна обладать инвариантностью относительно преобр. из подгруппы $ISO^\uparrow(1, 3) \subset IO(1, 3)$. Для описания частиц с полуцелыми спинами необходимо рассматривать накрывающую группу $ISL(2, \mathbb{C})$ – спинорную группу Пуанкаре.

$ISL(2, \mathbb{C})$ – *Inhomogeneous, Special, Linear, in $\mathbb{R}^{1,3}$*

Напомним:

1. Спинорная группа Пуанкаре $ISL(2, \mathbb{C})$ – множество пар (A, X) двумерных комплексных матриц, описывающих все вращения и сдвиги в $\mathcal{M} = \mathbb{R}^{1,3}$:

$$A \in SL(2, \mathbb{C}), \quad X^\dagger = X = x_m \sigma^m \in \mathcal{M} = \mathbb{R}^{1,3}, \\ \sigma^m = (\sigma^0 = I_2, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3), \quad (x_0, x_1, x_2, x_3) \in \mathcal{M},$$

$$X \rightarrow X' = A \cdot X \cdot A^\dagger, \quad A \cdot \sigma^m \cdot A^\dagger = \sigma^k \Lambda_k^m(A).$$

Матрица $\Lambda \in SO^\uparrow(1, 3)$ – образ элемента A спинорной группы Лоренца $SL(2, \mathbb{C})$ (которая дважды накрывает $SO^\uparrow(1, 3)$).

2. Группы $SL(2, \mathbb{C})$ и $ISL(2, \mathbb{C})$ – некомпактные. Унитарные неприводимые представления (НП) некомпактных групп являются бесконечномерными.

3. Классификация всех унитарных НП групп $ISO^\uparrow(1, 3)$ и $ISL(2, \mathbb{C})$ была дана Ю.Вигнером и В.Баргманом $\left[\begin{array}{c} E.Wigner(1939, 1947), \\ V.Bargmann, E.Wigner(1948) \end{array} \right]$.

Унитарные неприводимые представления (НП) делятся на массивные ($m^2 > 0$ и $m^2 < 0$) и безмассовые ($m^2 = 0$), а безмассовые – разделяются на спиральные представления и представления с непрерывным спином.

4. Унитарные НП групп $ISO^\uparrow(1, 3)$ и $ISL(2, \mathbb{C})$ определяются как индуцированные представления и действуют в бесконечномерных пространствах волновых функций Вигнера-Баргмана (ВБ).

Функции ВБ не несут явной информации о релятивистских уравнениях для локальных полей (уравнения Дирака для полей спина $j = 1/2$, уравнений Прока для полей спина $j = 1$, или ур-ния Рариты-Швингера для полей спина $j = 3/2, \dots$).

Далее я продемонстрирую, что релятивистские уравнения, описывающие динамику локальных полей произвольного спина j , следуют из первых принципов, а не постулируются.

Массивные унитарные неприводимые представления (со спином j) группы $ISL(2, \mathbb{C})$ действуют в пространстве волновых функций Вигнера-Баргмана (ВБ) [*E.Wigner*(1939, 1947), *V.Bargmann*, *E.Wigner*(1948)]:

$$\phi_{\bar{\alpha}}(k) := \phi_{(\alpha_1, \dots, \alpha_{2j})}(k), \quad \bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_{2j})|_{\alpha_j=1,2},$$

– полностью симметричных тензоров ранга $2j$, зависящих от 4-импульса $k = (k_0, k_1, k_2, k_3)$ массивной частицы ($k_n k^n = m^2 > 0$). Полностью симметричные тензора ранга $2j$ описывают системы со спином j , что находится в полном согласии с классической теорией спина.

!!! Однако из классических работ Ю.Вигнера, Ю.Швингера, С.Вайнберга, известно, что волновая функция ВБ $\phi_{\bar{\alpha}}(k)$ не может быть локальным полем.
!!!

Как перейти от волновых функций ВБ к локальным полям? Процедура такого перехода описана С.Вайнбергом в работах 1964-1965 гг.

Вместо волновой функции ВБ $\phi_{\bar{\alpha}}(k)$ необходимо ввести "одетую" ВФ

$$\psi_{\bar{a}}(k) := \sum_{\bar{\alpha}} T_{\bar{a}, \bar{\alpha}}^{(j)}(A_{(k)}) \phi_{\bar{\alpha}}(k) , \quad (7)$$

которая получается в результате действия **одевающего оператора** $T_{\bar{a}, \bar{\alpha}}^{(j)}(A_{(k)})$ на волновую функцию ВБ; $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_{2j})$ – $SU(2)$ -мультииндекс, а $\bar{a}, \bar{b}$ – $SL(2, \mathbb{C})$ -мультииндексы у одевающих операторов и локального поля (7), которые разбиваются на две группы индексов (с точками и без точек):

$$\bar{a} = (\alpha_1, \dots, \alpha_p, \dot{\beta}_1, \dots, \dot{\beta}_r) , \quad p + r = 2j .$$

На индексы без точек действуют матрицы $A_{\alpha}^{\beta} \in SL(2, \mathbb{C})$, а на индексы с точками действуют матрицы $A^{\dagger \dot{\beta}}_{\dot{\alpha}} \in SL(2, \mathbb{C})$. Тогда действие спинорной группы Пуанкаре $ISL(2, \mathbb{C})$ на локальные поля $\psi_{\bar{a}}(k)$ превращается в стандартное преобразование :

$$\psi'_{\bar{a}}(k) \equiv \mathcal{U}(A) \cdot \psi_{\bar{a}}(k) = \sum_{\bar{b}} T_{\bar{a}\bar{b}}^{(j)}(A) \psi_{\bar{b}}(\Lambda^{-1} \cdot k) . \quad (8)$$

Одевающие операторы $T_{\bar{a}, \bar{\alpha}}(A_{(k)})$ называются **операторами Вигнера** и содержат **всю информацию о релятивистских ур-ниях**.

Напомним формулу $A \cdot \sigma^m \cdot A^\dagger = \sigma^k \Lambda_k^m(A)$, из которой следует расстановка индексов $(\sigma_n)_{\alpha\dot{\beta}}$ и введем набор дуальных матриц $\tilde{\sigma}_n = (I_2, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3)$ с расстановкой индексов $\tilde{\sigma}_n^{\dot{\beta}\alpha}$.

Локальное поле $\psi_a^{(r)}(k)$ имеет 2 типа индексов и его компоненты мы представляем в виде $\psi_{(\alpha_1 \dots \alpha_p)}^{(r)(\dot{\beta}_1 \dots \dot{\beta}_r)}(k)$. Здесь (r) фиксирует число индексов с точками.

Утверждение. Локальные поля $\psi^{(r)}$ удовлетворяют знаменитым уравнениям Дирака-Паули-Фирца [P.A.M.Dirac (1936), M. Fierz and W. Pauli (1939)]:

$$(k^n \sigma_n) \psi^{(r)}(k) = m \psi^{(r-1)}(k), \quad (k^n \tilde{\sigma}_n) \psi^{(r)}(k) = m \psi^{(r+1)}(k) \iff$$

(восстановим индексы)

$$(k^n \sigma_n)_{\gamma_1 \dot{\beta}_1} \psi_{(\alpha_1 \dots \alpha_p)}^{(r)(\dot{\beta}_1 \dots \dot{\beta}_r)}(k) = m \psi_{(\gamma_1 \alpha_1 \dots \alpha_p)}^{(r-1)(\dot{\beta}_2 \dots \dot{\beta}_r)}(k), \quad (r = 1, \dots, 2j),$$

$$(k^n \tilde{\sigma}_n)^{\dot{\gamma}_1 \alpha_1} \psi_{(\alpha_1 \dots \alpha_p)}^{(r)(\dot{\beta}_1 \dots \dot{\beta}_r)}(k) = m \psi_{(\alpha_2 \dots \alpha_p)}^{(r+1)(\dot{\gamma}_1 \dot{\beta}_1 \dots \dot{\beta}_r)}(k), \quad (r = 0, \dots, 2j-1),$$

– описывают динамику массивных релят. частиц со спином $j = (p+r)/2$.

Операторы $A_{(k)}$ и $A_{(k)}^{\dagger-1}$ дают решения уравнений Дирака-Паули-Фирца!

Примеры. 1.) Для случая спина $j = 1/2$ мы имеем $(p + r) = 1$, и этот случай описывается двумя локальными вейлевскими спинорами $\psi_{\alpha}^{(0)}(k)$ и $\psi^{(1)\dot{\beta}}(k)$. Ур-ния ДПФ Из Утверждения 1 сводятся к двум **вейлевским уравнениям**

$$k^m (\tilde{\sigma}_m)^{\dot{\gamma}\alpha} \psi_{\alpha}^{(0)}(k) = m \psi^{(1)\dot{\gamma}}(k), \quad k^m (\sigma_m)_{\gamma\dot{\beta}} \psi^{(1)\dot{\beta}}(k) = m \psi_{\gamma}^{(0)}(k),$$

которые для биспинора Дирака

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_{\alpha}^{(0)}(k) \\ \psi^{(1)\dot{\beta}}(k) \end{pmatrix}$$

объединяются в стандартное **уравнение Дирака**

$$k^m \gamma_m \Psi = m \Psi, \quad \gamma_m = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^m \\ \tilde{\sigma}^m & 0 \end{pmatrix}$$

и описывают массивные частицы со спином $\frac{1}{2}$.

Действие комбинированной четности

$$C P \cdot \psi^{(0)} = \psi^{(1)}, \quad C P \cdot \psi^{(1)} = \psi^{(0)}, \quad C P \cdot (k\sigma) \cdot C P = (k\tilde{\sigma})$$

Поэтому вейлевские уравнения инвариантны относительно **C P** преобразований.

2.) Для случая $j = 1$, $j = 3/2$ и $j = 2$ из ур-ний ДПФ получаются ур-ния Прока, ур-ния Рариты-Швингера и ур-ния линеаризированной гравитации.

См. детали в [A.P.I., M.A. Podoinitsyn, Nucl. Phys. B **929** (2018) 452, arXiv:1712.00833].

Замечание 1. Важной, не до конца проясненной, проблемой является написание явных формул для действия дискретных симметрий P, T, C на поля $\psi_{(\alpha_1 \dots \alpha_p)}^{(r)(\dot{\beta}_1 \dots \dot{\beta}_r)}(k)$, удовлетворяющие уравнениям Дирака-Паули-Фирца для произвольных значений спина $j > 1$.

Замечание 2. Формальный предел к безмассовому случае $m \rightarrow 0$ приводит к ошибочным результатам для спинов $j > 1$. Интересная проблема: написать аналоги уравнений Дирака-Паули-Фирца для безмассового случая. Один из вариантов таких уравнений – уравнения Пенроуза, которые были написаны исходя из теории твисторов.

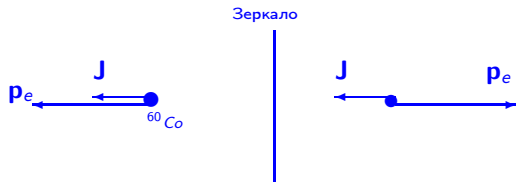
Не сохранение четности P

В 1957 г. в Колумбийском университете Ц.Ву с сотрудниками было экспериментально подтверждено несохранение четности P .

В опыте Ву изучался β распад поляризованных ядер ^{60}Co :



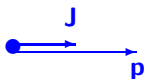
и измерялось количество e^{-} , испущенных по 2-м направлениям – по спину $\mathbf{J}$ и против спина $\mathbf{J}$ ядра ^{60}Co . Оба процесса связаны зеркальным отражением P



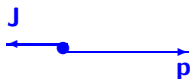
Инвариантность относительно P требует, чтобы число e^{-} по спину $\mathbf{J}$ и против $\mathbf{J}$ вылетало одинаковое число. Оказалось, однако, что в направлении по спину $\mathbf{J}$ вылетало примерно в 1.5 раза меньше e^{-} , чем против $\mathbf{J}$.

Спиральность и четность P

Пучки частиц могут быть поляризованы, т.е. спин частиц может быть определенным образом направлен по отношению к вектору импульса. Рассмотрим случай продольной поляризации



Правая поляризация



Левая поляризация

Соответственно спиральность $\Sigma = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{J}}{|\mathbf{p}|}$ равна $\Sigma = +|\mathbf{J}|$ для правой поляризации и $\Sigma = -|\mathbf{J}|$ для левой поляризации.

В 1958 г. экспериментально группой М. Гольдхабера было показано, что спиральность ν_e всегда отрицательна $\Sigma = -1/2$ (левая спиральность), а спиральность $\bar{\nu}_e$ всегда положительна $\Sigma = +1/2$ (правая спиральность).



Спиральность нейтрино

Существование только левого нейтрино ν_e и только правого антинейтрино $\bar{\nu}_e$, которые участвуют исключительно в слабых процессах, является убедительным доказательством нарушения четности в слабых взаимодействиях.



Согласно этому рисунку, если P четность сохраняется, то наряду с наблюдаемым левым нейтрино (правый рисунок) должно существовать правое нейтрино (левый рисунок). Т.к. такое нейтрино в природе не наблюдается, то зеркальная симметрия в данном примере нарушается.

Отметим, что фотон имеет две поляризации, соответствующие двум спиральностям и это подтверждает сохранение P четности в электромагнитных взаимодействиях.

Точно также операция P превращает правое $\bar{\nu}_e$ в несуществующее левое $\bar{\nu}_e$. Оба утверждения можно представить в виде

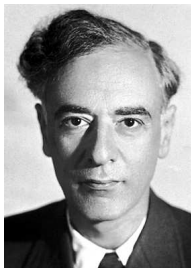
$$U_P \cdot \nu_e = |L = +1, \Sigma = +1/2\rangle, \quad U_P \cdot \bar{\nu}_e = |L = -1, \Sigma = -1/2\rangle, \quad (9)$$

где L – лептонный заряд и в правых частях стоят состояния не наблюдаемые в природе. Это означает, что ν_e и $\bar{\nu}_e$ не имеют определенной внутренней четности. То же самое имеет место и для ν_μ , $\bar{\nu}_\mu$ и ν_τ , $\bar{\nu}_\tau$.

Экспериментально установлено, что в слабых процессах с заряженными слабыми токами (т.е. с обменом $W^\pm$) рождаются только лево поляризованные e^-, μ^-, τ^- и право поляризованные анти-частицы e^+, μ^+, τ^+ . Эта четкая привязка поляризации заряженных лептонов к знаку лептонного заряда лишает смысла понятие внутренней четности и для заряженных лептонов, участвующих в слаб. взаимодействиях (см. (9)).

Зарядовое сопряжение C

После экспериментального открытия несохранения чётности в слабом взаимодействии Лев Ландау, Ли и Янг, а также Абдус Салам в 1957 г. предположили, что нейтрино – двухкомпонентный вейлевский спинор (теория двухкомпонентного нейтрино). Причем Ландау основывался на гипотезе CP -инвариантности (т.н. комбинированной четности, C – зарядовое сопряжение) и предположил, что нейтрино является вейлевской частицей, поскольку уравнения Г.Вейля (1929 г.) инвариантны относительно CP -преобразования.



Зарядовое сопряжение C

Определим операцию C зарядового сопряжения как операцию замены знаков всех зарядов (аддитивных квантовых чисел) на противоположные (при этом массы, спины, импульсы и т.д. не меняются). Данная операция переводит частицу $|\Psi\rangle$ в античастицу $C|\Psi\rangle$ и наоборот. Поэтому $C^2 = 1 \rightarrow C = \pm 1$. Зарядовая симметрия означает, что если существует процесс с участием частиц, то при замене частиц на античастицы $|\Psi\rangle \rightarrow C|\Psi\rangle$, процесс также существует и с той же вероятностью. На языке квантовой механики:

$$\langle \Psi_{out} | \exp(iH) | \Psi_{in} \rangle = \langle \Psi_{out} | C^\dagger \cdot \exp(iH) \cdot C | \Psi_{in} \rangle ,$$

что эквивалентно $[H, C] = 0$. Для полей в КТП, например, для векторного потенциала ЭМ поля, имеем $C A_\kappa(x) C^{-1} = -A_\kappa(x)$.

Экспериментальный факт о том, что у ν и $\bar{\nu}$ спиральность противоположна, говорит о том, что зарядовая симметрия в слабых взаимодействиях не сохраняется.

Действительно, при зарядовом сопряжении $\nu_e = |L = +1, \Sigma = -1/2\rangle$ и $\bar{\nu}_e = |L = -1, \Sigma = +1/2\rangle$ переходят (как и в случае P) в несуществующие частицы

$$C \cdot \nu_e = |L = -1, \Sigma = -1/2\rangle, \quad C \cdot \bar{\nu}_e = |L = +1, \Sigma = +1/2\rangle.$$

Если же на ν_e (или на $\bar{\nu}_e$) сначала подействовать P , а затем еще и C то возникают реальные объекты

$$\begin{aligned} C \cdot P \cdot \nu_e &= C \cdot |L = +1, \Sigma = 1/2\rangle = |L = -1, \Sigma = 1/2\rangle = \bar{\nu}_e, \\ C \cdot P \cdot \bar{\nu}_e &= C \cdot |L = -1, \Sigma = -1/2\rangle = |L = +1, \Sigma = -1/2\rangle = \nu_e, \end{aligned}$$

т.е. для ν и $\bar{\nu}$ операция переводящая частицу в античастицу это не C , а $C \cdot P$. Сразу было высказано предположение, что P и C в слабых взаимодействиях не сохраняется, но сохраняется комбинированная четность $C \cdot P$.

Комбинированная четность CP

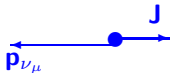
Ставилось большое число экспериментов по проверке CP инвариантности. Например, сравнивались вероятности 2-х процессов (распадов, идущих с нулевым относительным моментом L образующихся лептонов)

$$A: \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad B: \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu,$$

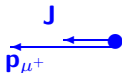
и которые переходят друг в друга с помощью CP .

Зеркало

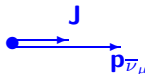
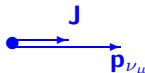
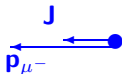
$A:$



$P \cdot A:$



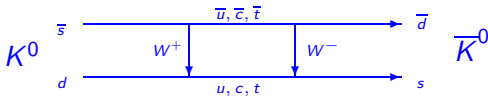
$C \cdot P \cdot A = B:$



Комбинированная четность CP

В рассмотренном слабом распаде заряженного π -мезона нарушение CP не наблюдалось. Многочисленные эксперименты до 1964 г. согласовывались с представлением о том, что все взаимодействия CP инвариантны.

Нарушение CP инвариантности было обнаружено в 1964 г. в распадах $K^0 = \bar{s}d$, $\bar{K}^0 = \bar{d}s$ в 2 и 3 пиона. Прежде всего заметим, что K^0 и $\bar{K}^0$ всегда находятся в смешанном состоянии за счет слабых взаимодействий. Механизм таков



Введем разные обозначения для смеси $K^0, \bar{K}^0$ в зависимости от моды распада

$$\begin{aligned} K_S^0 &\rightarrow 2\pi \quad (\pi^0, \pi^0 \text{ или } \pi^+, \pi^-), \\ K_L^0 &\rightarrow 3\pi \quad (\pi^0, \pi^0, \pi^0 \text{ или } \pi^+, \pi^-, \pi^0), \end{aligned}$$

Комбинированная четность CP

Время жизни $\tau(K_S) = 0.89 \cdot 10^{-10}$ с. и $\tau(K_L) = 5.2 \cdot 10^{-8}$ с. (разв. в 2π "легче" чем в 3π). В результате распада CP -четность 2х пионной системы равна $(+1)$, а 3х-пионной – равна (-1) . Проще всего это показать на примере нейтральных пионов. Спины $K^0, \bar{K}^0$ равны нулю, поэтому распад в $2\pi^0$ идет с $L = 0$. Поэтому

$$P_{2\pi} = P_\pi P_\pi (-1)^L = +1, \quad C_{2\pi} = +1 \Rightarrow CP_{2\pi} = +1$$

Распад в $3\pi^0$ также идет с $L = 0$. Поэтому

$$P_{3\pi} = P_\pi P_\pi P_\pi (-1)^L = -1, \quad C_{3\pi} = +1 \Rightarrow CP_{3\pi} = -1$$

Если предположить, что CP сохраняется, то мы должны иметь

$$CP \cdot |K_S\rangle = +|K_S\rangle, \quad CP \cdot |K_L\rangle = -|K_L\rangle,$$

и распады K_S в 3π и K_L в 2π – запрещены. Т.к. $CP \cdot |K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$, $CP \cdot |\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle$, то $|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$, $|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$.

Комбинированная четность CP

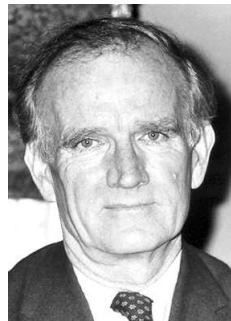
Т.к. K_L примерно на 2 порядка живет дольше чем K_S , то в изначальном пучке K^0 , которые можно породить в результате сильного процесса, через некоторое время останется в основном только K_L , которые распадаются только в 3π .

В 1964 г. Дж.Кронин, В.Фитч и др. (Принстонский университет) впервые обнаружили, что долго-живущие K_L распадаются в 2π , что доказывает нарушение CP инвариантности. Мерой нарушения CP считается отношение амплитуд

$$|\eta_{+-}| = \left| \frac{A(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)} \right| = (2,23 \pm 0,01) \cdot 10^{-3},$$
$$|\eta_{00}| = \left| \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{A(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0)} \right| = (2,22 \pm 0,01) \cdot 10^{-3},$$

Комбинированная четность CP

За обнаружение нарушения CP инвариантности Дж.Кронин и В.Фитч в 1980г. получили Нобелевскую премию.



Комбинированная четность CP

Нарушение CP инвариантности проявляется также в лептонных модах распада K_L

$$K_L \rightarrow e^+ \nu_e \pi^- , \quad K_L \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \pi^+ ,$$

где первый процесс оказывается более вероятным, чем второй. Конечные состояния этих распадов переходят друг в друга с помощью CP -преобразования

$$e^+ \nu_e \pi^- \xleftrightarrow{CP} e^- \bar{\nu}_e \pi^+$$

Нарушение CP симметрии определяется CP асимметрией:

$$A_{CP} = \frac{w(K_L \rightarrow e^+ \nu_e \pi^-) - w(K_L \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \pi^+)}{w(K_L \rightarrow e^+ \nu_e \pi^-) + w(K_L \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \pi^+)} \approx 3.3 \cdot 10^{-3} ,$$

где $w(K_L \rightarrow \dots)$ – ширины соответствующих распадов. Данный результат хорошо согласуется с теоретическим предсказанием CP асимметрии $A_{CP} = \sqrt{2} \eta_{+-} \approx 1.44 \cdot 2.23 \cdot 10^{-3} = 3.21 \cdot 10^{-3}$.

Замечания о P и CP

1. Механизм CP нарушения до конца не ясен. Наиболее популярен механизм за счет наличия фазы в матрице смешивания ККМ, которая входит в определение слабых токов и перемешивает поколения кварков.
2. Для установления механизма CP нарушения очень важен электрический дипольный момент нейтрона $\mathbf{d}_n$. При преобразовании $T(=CP)$ момент $\mathbf{d}_n$ не меняет знака, а спин, по которому направлен $\mathbf{d}_n$, знак меняет. Поэтому, в случае $\mathbf{d}_n \neq 0$ либо имеется 2 разных нейтрона, либо CP нарушена. Эксперимент дает: $|\mathbf{d}_n/e| < 4 \cdot 10^{-25}$ см. Имеется теоретическая оценка для $\mathbf{d}_n$ за счет фазы в ККМ: $|\mathbf{d}_n/e| < 10^{-32}$ см., что не доступно для эксперимента (планковская длина $1,6 \cdot 10^{-33}$ см.).
3. Возможно нарушение P и $CP = T$ в сильных взаимодействиях за счет введения доп. топологического θ -члена $\frac{\theta}{16\pi} F_{\mu\nu}^a F_{\kappa\rho}^a \epsilon^{\mu\nu\kappa\rho}$ в лагранжиан КХД. Эксп. ограничение на $\mathbf{d}_n$ дает очень маленькое $\theta < 10^{-8}$ – почему так, объяснения нет.

За барионную асимметрию Вселенной ответственно 1.) (в одном из взаимодействий) нарушение C , или нарушение $CP = T$, приводящее к неравновесным процессам; 2.) нарушение сохранения барионного числа; 3.) неравновесная термодинамика (А.Д.Сахаров, 1967).

Если бы C - или CP -симметрия сохранялись, то скорость реакций с участием частиц была бы такой же, как и с участием античастиц.

CPT теорема

1. Важным тестом T -инвариантности служит измерение дипольного момента нейтрона.
2. В сильных взаимодействиях инвариантность обращения времени подтверждается экспериментами по проверке равновесия в реакциях типа $p + {}^{27}\text{Al} \rightleftharpoons \alpha + {}^{24}\text{Mg}$.
3. Согласно CPT -теореме (Ю.Швингер (1951-1953), Г.Людерс (1954) и В.Паули (1955)) в слабых взаимодействиях должно наблюдаться нарушение T симметрии. Однако до сих пор нет прямого экспериментального подтверждения нарушения T -инвариантности в слабых взаимодействиях.



Идея доказательства CPT теоремы Швингера-Паули-Людерса

Все унитарные представления группы Пуанкаре можно построить, рассматривая произведение спинорных полей $\psi_{a_1}(x)\psi_{a_2}(x)\dots\psi_{a_j}(x)$. Спинорное поле $\psi(x)$ удовлетворяет уравнению Дирака

$$((i\partial_\mu - eA_\mu)\gamma^\mu - m)\psi(x) = 0, \quad (10)$$

где m – масса частицы, e – ее заряд и γ^μ – матрицы Дирака. Инвариантность ур. (10) относительно преобразований

$$P : (x_0, \vec{x}) \rightarrow x^P = (x_0, -\vec{x}); \quad T : (x_0, \vec{x}) \rightarrow x^T = (-x_0, \vec{x}); \\ C : e \rightarrow -e;$$

диктует соответствующие преобразования спинорного поля относительно действия операторов дискретных симметрий P, T, C

$$\psi^P(x) = \gamma_0\psi(x^P), \quad \psi^T(x) = \gamma_5\gamma_2\psi(x^T)^*, \quad \psi^C(x) = \gamma_0\gamma_2\psi(x)^* \Rightarrow \\ \Rightarrow \psi^{CPT}(x) = -\gamma_5\psi(-x), \quad \bar{\psi}^{CPT}(x) = \bar{\psi}(-x)\gamma_5.$$

Как известно из двух дираковских спиноров $\psi^{(1)}(x)$ и $\psi^{(2)}(x)$ можно образовать всего 5 ковариантных объектов типа $\bar{\psi}^{(1)}(x)\gamma_{\mu_1}\cdots\gamma_{\mu_k}\psi^{(2)}(x)$:

$$F_s(x) = \bar{\psi}^{(1)}(x)\psi^{(2)}(x), \quad F_v(x) = \bar{\psi}^{(1)}(x)\gamma_\mu\psi^{(2)}(x),$$

$$F_t(x) = \bar{\psi}^{(1)}(x)(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)\psi^{(2)}(x),$$

$$F_a(x) = \bar{\psi}^{(1)}(x)\gamma_\mu\gamma_5\psi^{(2)}(x), \quad F_{ps}(x) = \bar{\psi}^{(1)}(x)\gamma_5\psi^{(2)}(x),$$

для которых имеем

$$F_s^{CPT}(x) = F_s(-x), \quad F_v^{CPT}(x) = -F_v(-x), \quad F_t^{CPT}(x) = F_t(-x),$$

$$F_a^{CPT}(x) = -F_a(-x), \quad F_{ps}^{CPT}(x) = F_{ps}(-x),$$

т.е. $F_K^{CPT}(x) = (-1)^\kappa F_K(-x)$, где κ – число индексов $(\mu, \nu, \dots)$ у тензора $F_K(x)$.

CPT теорема

Очевидно, что любой Лагранжиан, инвариантный относительно $SO^\uparrow(1,3)$ (все индексы $\mu, \dots$ свернуты), будет CPT -инвариантен

$$\mathcal{L} = \int d^4x F_{\kappa_1}(x) \cdots F_{\kappa_j}(x) \xrightarrow{CPT} (-1)^{\overbrace{\kappa_1 + \dots + \kappa_j}^{2n}} \int d^4x F_{\kappa_1}(x) \cdots F_{\kappa_j}(x)$$

но не обязательно будет инвариантен относительно отдельных преобразований P , T и C . Действительно

$$\mathcal{L} = \int d^4x F_a(x) F_v(x) \xrightarrow{P} (-1) \int d^4x F_a(x) F_v(x)$$

Т.о. для выполнения CPT теоремы требуется локальность взаимодействия и инвариантность относительно $SO^\uparrow(1,3)$ (в общей формулировке для КТП требуется еще связь спина со статистикой).

Наиболее явные следствия *CPT* теоремы – равенство масс и времен жизни частиц и античастиц (Г.Людерс и Б.Зумино). Лучший тест

$$\left| \frac{M_{\bar{K}^0} - M_{K^0}}{M_{K^0}} \right| \leq 10^{-18} .$$

Наличие симметрий в физических системах проявляется в существовании сохраняющихся токов $J_\mu^{(r)}(x) \equiv J_\mu^{(r)}(t, \vec{x})$, где $x = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, \vec{x} = \mathbf{r})$, удовлетворяющих

$$\partial^\mu J_\mu^{(r)}(x) = \partial_0 J_0^{(r)}(x) - \partial_k J_k^{(r)}(x) = 0 \quad (\mu = 0, 1, 2, 3; k = 1, 2, 3),$$

что приводит на практике к сохранению соотв. зарядов $Q = \int_V d^3\vec{x} J_0^{(r)}(t, \vec{x})$:

$$\partial_t Q = \partial_t \int_V d^3\vec{x} J_0^{(r)}(t, \vec{x}) = \int_V d^3\vec{x} \partial_k J_k^{(r)}(t, \vec{x}) = \int_{\partial V} d^2\sigma_k J_k^{(r)}(t, \vec{x}) = 0.$$

Например, приводит к сохранению электрического заряда, сохранению 4-импульса и углового момента частиц при отсутствии внешних полей, сохранению изотопического спина (в сильных взаимодействиях), сохранению барионного B и лептонного L чисел при **отсутствии неабелевых калибровочных аномалий** и т.д.

Рассмотрим к чему приводит наличие неабелевых квантовых аномалий в контексте модели с калибровочной группой $SU(2)$ и безмассовыми левыми фермионными дублетами $\psi_L^{(i)} = \{q_L^{f,\alpha}, \ell_L^f\}$

$$q_L^{f,\alpha} = \left(\begin{pmatrix} u^\alpha \\ d^\alpha \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c^\alpha \\ s^\alpha \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t^\alpha \\ b^\alpha \end{pmatrix}_L \right), \quad \ell_L^f = \left(\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \right),$$

где $f = 1, 2, 3$ - номер поколения, $\alpha = 1, 2, 3$ - цвет кварков и $i = 1, \dots, 12 \equiv n_L$. В таком виде теория представляет собой упрощ. вариант электрослабого сектора минимальной стандартной модели.

На классическом уровне существует n_L сохраняющихся глобальных $U(1)$ -токов

$$J_\mu^{(i)} = \bar{\psi}_L^{(i)} \gamma_\mu \psi_L^{(i)}, \quad \partial^\mu J_\mu^{(i)} = 0,$$

которые соответствуют сохранению фермионных чисел каждого типа $N^{(i)} = \int d^3\vec{x} J_0^{(i)}$. На квантовом уровне эти токи **не сохраняются** из-за неабелевых квантовых аномалий (**треугольной аномалии**, т.к. в определение $\bar{\psi}_L$ входит γ_5 -матрица)

$$\partial^\mu J_\mu^{(i)} = \frac{1}{32\pi^2} \text{Tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}) \Rightarrow \partial_0 N^{(i)} = \frac{1}{32\pi^2} \int_V d^3\vec{x} \text{Tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}),$$

$$\text{Tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}) = c \cdot \varepsilon^{\mu\nu\lambda\rho} F_{\mu\nu}^a F_{\lambda\rho}^a.$$

Следовательно, ожидается, что фермионные числа $N^{(i)}$ не сохраняются в процессах, где калибровочное поле такое, что

$$\Delta N^{(i)} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \partial_0 N^{(i)} = \frac{1}{32\pi^2} \int d^4x \text{Tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}) \equiv N(A) \neq 0 \quad (11)$$

Равенство (11) может рассматриваться как правило отбора: фермионное число $N^{(i)}$ меняется одинаковым образом для всех 12-и типов фермионов

$$\Delta N^{(e)} = \Delta N^{(\mu)} = \Delta N^{(\mu)} = \Delta N^{(\nu)} = \Delta N^{(c)} = \Delta N^{(t)} = \dots = N(A)$$

Поэтому барионное число B не сохраняется

$$\Delta B = \frac{1}{3} \times 3 \times 6 \times N(A) \neq 0 ,$$

где $\frac{1}{3}$ - барионное число кварка, а фактор 3×6 - учитывает цвет и число кварков. Для изменения лептонного числа L мы имеем

$$\Delta L = 6 \times N(A) \neq 0 ,$$

Т.о., изменения барионного и лептонных чисел связаны между собой $\Delta B = \Delta L$ и следовательно сохраняется разность $(B - L)$, а $(B + L)$ не сохраняется.

Как было показано В.А.Рубаковым, М.Шапошниковым и др. эффект несохранения барионного и лептонного числа очень мал при малых температурах, но при больших температурах (больше температуры великого объединения) на ранних стадиях развития Вселенной может приводить к механизму возникновения барионной асимметрии.

2. Наличие скрытого цвета в структуре атомного ядра

На основе обсуждений с В.А.Матвеевым

В нерелятивистской кварковой модели физически наблюдаемые барионы конструируются из трех валентных кварков и соответствуют цветовому синглету 1_c группы $SU(3)_c$:

$$\begin{array}{ccc} \square \otimes \square \otimes \square & = & \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \oplus \begin{array}{cc} \square & \square \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} & \square & \square \end{array} \oplus \begin{array}{ccc} \square & \square & \square \end{array} \\ 3_c \otimes 3_c \otimes 3_c & = & 1_c \oplus 8_c \oplus 8_c \oplus 10_c \end{array}$$

Наблюдаются только бесцветные состояния, поэтому "цветные барионы", соответствующие представлениям 8_c и 10_c , представляются **ложными и ненужными**. Однако для **многокварковых систем**, таких как атомные ядра и экзотические адроны, рассмотрение "цветных барионов" имеет смысл.

Действительно, для двух "цветных барионов" 8_c мы имеем

$$8_c \otimes 8_c = 1_c + 2 \cdot 8_c + 10_c + \overline{10}_c + 27_c .$$

Т.о., в 6-кварковой системе связанного состояния двух 3-х кварковых подсистем (барионов), кроме стандартного синглетного состояния $1_c \otimes 1_c = 1_c$ (связанного состояния двух обычных нуклонов), может существовать примесь синглета, возникающего из связанного состояния двух цветных барионов $8_c \otimes 8_c = 1_c + \dots$

Наличие таких структур в многокварковых системах называется **скрытым цветом**.

Например, волновая функция бесцветной 6-и кварковой системы, соответствующей дейтерию ($S = 1$, $I = 0$), может быть представлена в виде

$$|6q\rangle = \alpha |1_c \otimes 1_c\rangle_{c=0} + \beta |8_c \otimes 8_c\rangle_{c=0} \quad (|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1).$$

Достаточно трудоемкий теоретико-групповой анализ приводит к удивительному результату [V.Matveev and P.Sorba (1977,1978); M.Harvey (1981); S.J.Brodsky and C.R.Ji (1986)]:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{5}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{4}{5}}.$$

Т.е., с вероятностью 80 % дейтерий состоит из двух цветных барионов и только с вероятностью 20 % реализуется как связанное состояние протона и нейтрона (или 2-х Δ -изобар).

Замечание 1. Структура скрытого цвета возникает, например, в композиции 2-х многокварковых систем, состоящих из $(\lambda_1 + \lambda_2)$ и $(2\lambda_1 - \lambda_2)$ кварков (число клеток в диаграммах Юнга):

$$\begin{array}{c} \lambda_1 \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \end{array} \\ \hline \lambda_2 \end{array} \otimes \begin{array}{c} \lambda_1 \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \end{array} \\ \hline \lambda_1 - \lambda_2 \end{array} = 1_C + \dots \quad (12)$$

Размерности представлений, соответствующих диаграммам Юнга в левой части (12), совпадают и эти представления сопряжены друг другу т.к. их свертка дает прямоугольник, соответствующий синглету

$$\text{l.h.s. of (12)} \Rightarrow 3 \left\{ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \end{array} \right\}_{\lambda_1} = 1_C.$$

Замечание 2. Число состояний скрытого цвета (СЦ) **быстро возрастает** с ростом массового числа **A** многокварковой системы.

- Для **A = 1** (3 кварка) имелся **1** синглет и нет состояний со СЦ:
$$3_C^{\otimes 3} = 1_C + 2 \cdot 8_C + 10_C.$$
- Для **A = 2** (6 кварков), имеем **5** синглетов, из них **1** без СЦ и **4** со СЦ

$$\begin{aligned} 3_C^{\otimes 6} &= (1_C + 2 \cdot 8_C + 10_C)^{\otimes 2} = \\ &= 5 \cdot 1_C + 16 \cdot 8_C + 10 \cdot 10_C + 5 \cdot \overline{10}_C + 9 \cdot 27_C + 5 \cdot 35_C + 28_C \end{aligned}$$

Предположение: вероятности **4/5** и **1/5** даются подсчетом числа состояний с и без СЦ.

- Для $A = 3$ (9 кварков) - 42 синглета, из них 1 без СЦ и $41=4+37$ со СЦ

$$3_C^{\otimes 9} = (5 \cdot 1_C + 16 \cdot 8_C + 10 \cdot 10_C + 5 \cdot \overline{10}_C + 9 \cdot 27_C + 5 \cdot 35_C + 28_C) \otimes \\ \otimes (1_C + 2 \cdot 8_C + 10_C) = (5 + 32 + 5) \cdot 1_C + \dots$$

Здесь 5 синглетов наследуются из 6-кваркового состояния, 32 синглета строятся как $(8_C \otimes 8_C)_{1_C}$ и 5 синглетов строятся как $(\overline{10}_C \otimes 10_C)_{1_C}$.

Предположение: вероятности с и без СЦ:

$$\frac{4}{42} + \frac{32}{42} + \frac{5}{42} = \frac{41}{42}, \quad \frac{1}{42}.$$

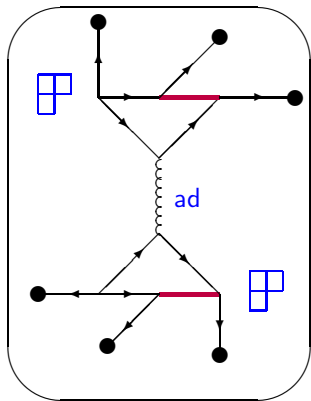
- Для $A = 4$ (12 кварков) имеем $42+336+84 = 462$ синглета; 42 синглета, набираются из четырех 3-х кварковых кластеров

$$1_C \times 1_C \times 1_C \times 1_C + 4 \cdot 1_C \times 1_C \times (8_C \times 8_C)_{1_C} + \\ + 32 \cdot (8_C \times 8_C)_{1_C} \times (8_C \times 8_C)_{1_C} + 5 \cdot (\overline{10}_C \times 10_C)_{1_C} \times (\overline{10}_C \times 10_C)_{1_C}$$

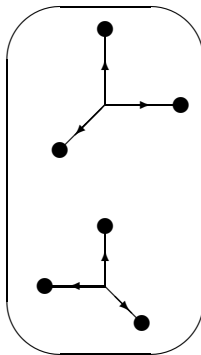
и новые 12-кварковые состояния со скрытым цветом:

$$336 \cdot ((8_C)_{9_q} \times (8_C)_{3_q})_{1_C} + 84 \cdot ((\overline{10}_C)_{9_q} \times (10_C)_{3_q})_{1_C}$$

Схематичные изображения дейтерия.



A.



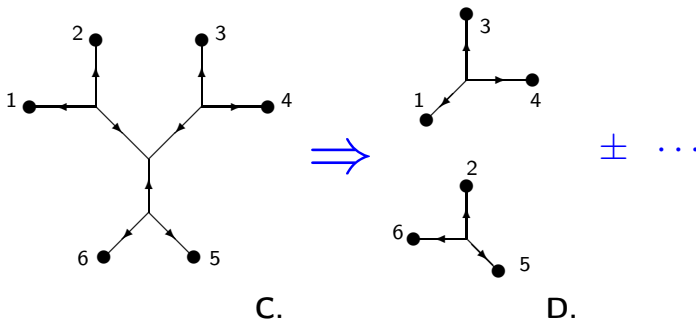
B.

A. Цветные барионы

B. Протон и нейтрон; Δ -изобары (u, u, u) , (d, d, d) , ...

Линии на Рис. A., B. – вильсоновские линии в фунд. и присоед. представл.

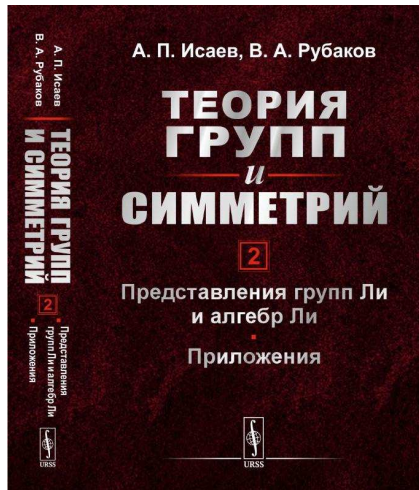
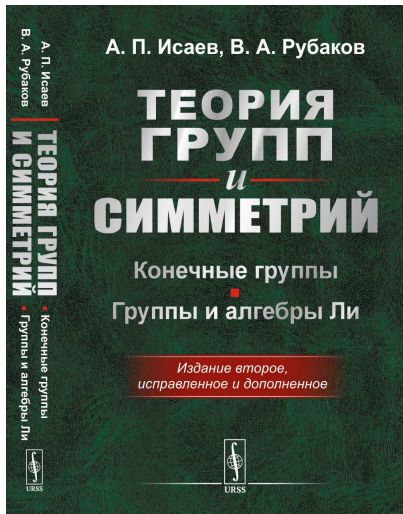
Схематичные изображения экзотической 6-кварковой системы, которая при малых температурах распадается в композицию нескольких 2-барионных состояний.



C. Экзотическая 6-кварковая система

D. Продукты распада

Темы, которые обсуждались, основываются на методах теории симметрий, изложенных в книгах.



Струна (вильсоновская кривая C_{yz} в пространстве Минковского с начальной точкой y и конечной – z) в присоединенном представлении строится так же как и в фундаментальном представлении.

В фундаментальном представлении образующие X_a группы $SU(3)_C$ это (3×3) матрицы Гелл-Манна λ_a ($a = 1, 2, \dots, 8$) и вильсоновская линия вдоль контура C_{xy} имеет вид

$$P \exp \left(\int_{C_{xy}} dx^\mu A_\mu^a(x(t)) \lambda_a \right) \equiv P \exp \left(\int_{C_{xy}} dt \dot{x}^\mu A_\mu^a(x(t)) \lambda_a \right),$$

где t – параметр на кривой, $\dot{x}^\mu = \partial_t x^\mu$, P – обозначает упорядоченное произведение по пути (аналог T при упорядочении по времени) и $A_\mu^a(x)$ – неабелево калибровочное поле (μ – пространственно-временной индекс). В присоединенном представлении образующие X_a группы $SU(3)_C$ это матрицы (8×8) и они выражаются через структурные константы $(X_a)_b^d = C_{ab}^d$ алгебры Ли $su(3)_C$: $[X_a, X_b] = C_{ab}^d X_d$. Поэтому вильсоновская линия в присоединенном представлении определяется так

$$P \exp \left(\int_{C_{xy}} dx^\mu A_\mu^a(x(t)) X_a \right) \equiv P \exp \left(\int_{C_{xy}} dt \dot{x}^\mu A_\mu^a(x(t)) X_a \right),$$

где (8×8) матрицы X_a имеют компоненты $(X_a)_b^d = C_{ab}^d$.