Nonperturbative Kinetic Description of the Vacuum QGP Production in the Abelian Projection Method

Непертурбативное кинетическое описание вакуумного рождения кварк-глюонной плазмы в методе абелевой проекции

V. V. Dmitriev[a1], *S. V. Churochkina*[a], *V.A. Tseryupa*[a], *S.A. Smolyansky*[a2]

В.В. Дмитриев[a], *С.В. Чурочкина*[a], *В.А. Церюпа*[b], *С.А. Смолянский*[a]

[a] Saratov State University, Saratov, Russia

[a] Саратовский Государственный Университет, Саратов, Россия

В рамках метода абелевой проекции в $SU(N)$ КХД получена система непертурбативных самосогласованных уравнений в проблеме обратной реакции, описывающая вакуумное рождение кварков в сильных квазиклассических глюонных полях при нарушении условия электронейтральности.

Within the framework of the Abelian projection method in the $SU(N)$ variant of QCD, a system of nonperturbative selfconsistent equations for the back-reaction problem is derived. This system describes the vacuum production of quarks under the influence of strong quasiclassical gluon fields taking into account violating of the electroneutrality condition.

PACS: 05.20.Dd; 12.38.Mh

1. Введение

В первоначальных работах ([1] и обзоре [2]) для непертурбативного кинетического описания вакуумного рождения партонов в ультрарелятивистских столкновениях тяжелых ионов использовался абелев вариант кинетической теории. Данная модель рассматривала фермионы с параметрами легких кварков, взаимодействующие с сильным абелевым полем, которое имитировало глюонное поле и подбиралось "руками"для обеспечения достаточной множественности в конечном состоянии.

В настоящей статье мы возвращаемся к проблеме кинетического описания вакуумного рождения кварков в предравновесной эволюции кварк-глюонной плазмы (КГП) на начальной стадии. В качестве первого шага мы ограничимся моделью, основанной на корректной формулировке метода абелевой проекции (МАП) в КХД [3]. Это является необходимым этапом для последующего учета неабелевых степеней свободы в кинетической теории. Другим новым элементом является замена концепции

[1]E-mail: dmitrievvv@sgu.ru

[2]E-mail: smol@sgu.ru

внешнего поля самосогласованными внутренними (плазменными) глюонными полями, генерируемыми сильными кварковыми токами на самой ранней стадии деконфайнмента.

Ниже рассматривается простейшая модельная ситуация в рамках МАП КХД со следующими дополнительными упрощениями:

1. электродинамические процессы в эволюции КГП не учитываются,
2. глюонные поля рассматриваются в приближении самосогласованного поля,
3. предполагается, что квазиклассические глюонные поля пространственно однородны (что приводит к пространственной однородности кварковой подсистемы) и зависят от времени,
4. поляризации всех глюонных полей выбраны идентичными и фиксированными.

Эти упрощения вводятся по аналогии с КЭД в сильных полях (КЭД-СП) [4–6] и графеном [7,8]. Последнее ограничение может быть снято, что приводит к значительному увеличению числа кинетических уравнений вследствие учета спиновых степеней свободы (см., например, [5, 9]).

Суммируя ограничения 1)-4), получаем следующую структуру квазиклассических глюонных полей в гамильтоновой калибровке:

$$B_{\mu}^{C}(x) = (0, 0, 0, B_{3}^{C}(t) = B^{C}(t)), \tag{1}$$

где $C = 1, ..., N_g = N_c^2 - 1$ является глюонным цветовым индексом

Система кинетических уравнений (КУ) для кваркового сектора КХД, основанная на глубокой структурной аналогии с абелевыми калибровочными теориями (КЭД сильных полей [4–6] и графеном [7, 8]) и с учетом вышеуказанных условий, представлена в разделе 2. Проблема обратной реакции формулируется в разделе 3. Полученные результаты и некоторые открытые проблемы кратко обсуждаются в разделе 4.

2. Кинетическое уравнение для кварков в МАП

Уравнение Дирака для кварковой подсистемы в сильных квазиклассических глюонных полях B_{μ}^{C} в $SU(N)$ КХД, представленное в форме, удобной для обсуждения, имеет вид

$$\left[\gamma^{\mu}\left(i\partial_{\mu}\delta_{ab} + g_s B_{\mu}^{C}(x) t_{ab}^{C}\right) m_q \delta_{ab}\right] \Psi_{q,b}(x) = 0, \tag{2}$$

где индексы $q = 1, ..., N = N_f$ и $a, b = 1, ..., N = N_c$ соответствуют аромату и цвету кварковых полей соответственно, тогда как индекс $C = 1, ..., N_c^2 - 1$ обозначает цвет глюонных полей; матрицы t_{ab}^{C} определяются через матрицы Гелл-Манна $\lambda_{ab}^{C} = 2t_{ab}^{C}$; и g_s является константой связи КХД.

МАП в калибровочной теории $SU(N)$ [3, 10–13] подчеркивает особую роль глюонных полей абелева типа $B^c_\mu(x)$, определяемых подмножеством (Картана) диагональных генераторов группы $SU(N)$, которые нумеруются индексом c,

$$t^c_{ab} = t^c_a \delta_{ab}. \tag{3}$$

Число диагональных генераторов равно $N_d = N - 1$ [10]. Соотношение (3) обеспечивает цветовую независимость кварковых полей при взаимодействии с глюонными полями из класса $\{B^C_\mu(x)\}$.

Примеры диагональных генераторов: для $SU(2)$ — матрица Паули σ^3 ($N_d = 1$, глюонное поле абелева типа $B^{c=3}_\mu$); для $SU(3)$ — матрицы Гелл-Манна λ^3 и λ^8 ($N_d = 2$, глюонные поля абелева типа $B^{c=3,8}_\mu$).

Для подмножества глюонных полей абелева типа связанная система (2) расщепляется на систему из N^2 независимых уравнений (без суммирования по a):

$$\left[\gamma^\mu \left(\partial_\mu + i g_s B_{\mu,a}(x)\right) m_q\right] \Psi_{qa}(x) = 0, \tag{4}$$

где эффективное поле абелева типа определяется как

$$B_{\mu,a}(x) = \sum_c^{N_d} B^c_\mu(x) t^c_a, \quad a = 1, ..., N_c. \tag{5}$$

Данное расщепление исходной системы (2) на независимые уравнения (4) основано на специфическом ad hoc выборе глюонных полей и фиксирует их калибровку, но не вводит $U(1)$ симметрию в уравнения (4). Сходство между уравнениями (4) и уравнением Дирака в квазиклассическом электромагнитном поле является чисто формальным. Тем не менее, эта математическая аналогия позволяет адаптировать соответствующие методы из КЭД в условиях применимости уравнения (4).

Такая адаптация также позволяет использовать результаты непертурбативной кинетической теории, описывающей вакуумное рождение заряженных частиц в сильных зависящих от времени электрических полях в КЭД сильных полей [4–6] и графене [7,8]. Используя эту аналогию, систему КУ для кварковой подсистемы с глюонными полями абелева типа с фиксированной поляризацией $\mu = 3$ можно записать в интегро-дифференциальной форме ($\xi = q, a$):

$$\dot{f}_\xi(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{2}\lambda_\xi(\mathbf{p}, t) \int_{t_0}^{t} dt' \; \lambda_\xi(\mathbf{p}, t') \left[1 - f_\xi(\mathbf{p}, t') - \tilde{f}_\xi(-\mathbf{p}, t')\right] \cos\theta_\xi(\mathbf{p}; t, t') \tag{6}$$

или в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{f}_\xi(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{2}\lambda_\xi(\mathbf{p}, t) u_\xi(\mathbf{p}, t), \tag{7}$$

$$\dot{u}_\xi(\mathbf{p}, t) = \lambda_\xi(\mathbf{p}, t) \left[1 - f_\xi(\mathbf{p}, t) - \tilde{f}_\xi(-\mathbf{p}, t)\right] - 2\varepsilon_\xi(\mathbf{p}, t) v_\xi(\mathbf{p}, t), \tag{8}$$

$$\dot{v}_\xi(\mathbf{p}, t) = 2\varepsilon_\xi(\mathbf{p}, t) u_\xi(\mathbf{p}, t), \tag{9}$$

где $f_\xi(\mathbf{p},t)$ и $\tilde{f}_\xi(-\mathbf{p},t)$ представляют собой функции распределения кварков и антикварков сорта ξ; $v_\xi(\mathbf{p},t)$ и $u_\xi(\mathbf{p},t)$ представляют собой вакуумные поляризационные функции энергии и тока, соответственно,

$$\lambda_\xi(\mathbf{p},t) = g_s\varepsilon_{\perp\xi}(\mathbf{p})\dot{B}_\xi(t)/\varepsilon_\xi^2(\mathbf{p},t) \tag{10}$$

есть амплитуда вакуумных возбуждений;

$$\varepsilon_\xi(\mathbf{p},t) = \left[\varepsilon_{\perp\xi}^2(\mathbf{p}) + P_\xi^2(t)\right]^{1/2}, \tag{11}$$

$$\varepsilon_{\perp\xi}(\mathbf{p}) = \left[m_q^2 + p_\perp^2\right]^{1/2} \tag{12}$$

представляют собой квазиэнергию и поперечную энергию, $p_\perp$ является поперечным импульсом, $P_\xi(t) = p^3 - g_sB_a(t)$ – третья компонента квазиимпульса с полем (5) ($\mu = 3$); и, наконец,

$$\vartheta_\xi(\mathbf{p};t,t') = 2\int_{t'}^{t} d\tau\ \varepsilon_\xi(\mathbf{p},\tau) \tag{13}$$

является высокочастотной фазой.

Подробности вывода КУ (6)-(9) можно найти в [5,14,15] (КЭД сильных полей) и [7,8] (графен).

Как правило, кинетическая теория, основанная на КЭД, включает условие электронейтральности, обеспечивающее равенство функций распределения электронов и позитронов и приводящее к blocking factor $1 - 2f(\mathbf{p},t)$. В настоящей формулировке кинетической теории подобное условие отсутствует, и $f_\xi(\mathbf{p},t) \neq \tilde{f}_\xi(-\mathbf{p},t)$. Однако, согласно выводу КУ (7)-(9), скорости рождения кварков и антикварков совпадают, т.е.,

$$\dot{f}_\xi(\mathbf{p},t) = \dot{\tilde{f}}_\xi(-\mathbf{p},t), \tag{14}$$

из чего следует, что

$$\tilde{f}_\xi(-\mathbf{p},t) = f_\xi(\mathbf{p},t) + \varphi_\xi(\mathbf{p}) \leqslant 1 \tag{15}$$

в любой момент времени.

Хотя электродинамические процессы не включены в настоящий формализм, закон сохранения заряда все же необходимо учитывать. Согласно уравнению (15), функции $\varphi_\xi(\mathbf{p})$ описывают нарушения электронейтральности для каждого типа кварков в начальный момент времени, соответствующий деконфайнменту. Эти нарушения сохраняются также при $t \geqslant t_0$.

Влияние нескомпенсированных зарядов на вакуумное рождение кварков может быть учтено в КУ (6) и (7)-(9) следующим образом:

$$\dot{f}_\xi(t) = S_\xi(t) + \frac{1}{2}\lambda_\xi(t)\int_{t_0}^{t} dt'\ \lambda_\xi(t')\left[1 - 2f_\xi(t')\right]\cos\theta_\xi(t,t') \tag{16}$$

и

$$\dot{f}_\xi(t) = S_\xi(t) + \frac{1}{2}\lambda_\xi(t)u_\xi(t), \tag{17}$$

$$\dot{u}_\xi(t) = \lambda_\xi(t)\left[1 - 2f_\xi(t)\right] - 2\varepsilon_\xi(t)v_\xi(t), \tag{18}$$

$$\dot{v}_\xi(t) = 2\varepsilon_\xi(t)u_\xi(t), \tag{19}$$

где

$$S_\xi(t) = -\frac{1}{2}\varphi_\xi\lambda_\xi(t)\int_{t_0}^{t} dt'\ \lambda_\xi(t')\cos\theta_\xi(t,t') \tag{20}$$

является источником вакуумного рождения кварков, обусловленным нескомпенсированными электрическими зарядами в различных кварковых подсистемах. Для простоты, импульсная зависимость в уравнениях (16)-(20) опущена.

3. Проблема Обратной Реакции

В определенных условиях механизм обратной реакции может играть важную роль в предравновесной эволюции КГП, образующейся в столкновениях ионов. В $SU(3)$ КХД полная система уравнений, описывающая механизм обратной реакции, состоит из системы кварковых КУ (16) (или (17)-(19)), дополненной уравнениями для квазиклассических глюонных полей, генерируемых сильными встречно-распространяющимися первичными кварковыми токами в проекции на глюонное цветовое пространство (см. ниже (25)-(27)):

$$D_\mu G_A^{\mu\nu}(x) \equiv \partial_\mu G_A^{\mu\nu}(x) + g_s f_{ABC} B_{\mu B}(x) G_C^{\mu\nu}(x) = j_A^\nu(x), \tag{21}$$

где

$$G_A^{\mu\nu}(x) \equiv \partial^\mu B_A^\nu(x) - \partial^\nu B_A^\mu(x) + g_s f_{ABC} B_B^\mu(x) B_C^\nu(x) \tag{22}$$

и f_{ABC} являются структурными константами группы $SU(3)$.

Адаптируем уравнения (21) к рассматриваемой ситуации. Для пространственно-однородной системы в калибровке (1) тензор поля (22) принимает вид

$$G_A^{30}(t) = -G_A^{03}(t) = \dot{B}_A(t) \tag{23}$$

и, следовательно, согласно уравнению (21),

$$\ddot{B}_A = j_A^{\mu=3} \tag{24}$$

что соответствует абелеву варианту теории [16].

Уравнения (21)-(24) записаны в глюонном цветовом пространстве. Это замечание также относится к кварковым токам $j_A^\mu(x)$ в уравнениях (21) и (24). Связь с кварковым током в собственном цветовом пространстве задается соотношением [17]

$$j_q^{\mu C}(x) = g_s \sum_{a,b} t_{ab}^C \langle 0_{in}|\bar{\Psi}_{qa}(x)\gamma^\mu\Psi_{qb}(x)|0_{in}\rangle. \tag{25}$$

В рамках данного подхода можно использовать уравнение (5) для получения связи между токами в цветовых пространствах кварков (справа) и глюонов (слева):

$$j^{\mu c}(x) = g_s \sum_{q,a} t^c_a J^\mu_{qa}(x), \tag{26}$$

где

$$J^\mu_{qa}(x) = \langle 0_{in}|\bar{\Psi}_{qa}(x)\gamma^\mu \Psi_{qa}(x)|0_{in}\rangle. \tag{27}$$

Третья компонента тока (26) присутствует в правой части уравнения (24) для $A = c$.

Из уравнения (24) можно вывести уравнение для эффективных абелевых комбинаций глюонных полей (5):

$$\ddot{B}_a(t) = g_s \sum_{q,b,c} t^c_a t^c_b J^{\mu=3}_{q,b}(t). \tag{28}$$

В рассматриваемой постановке задачи уравнение (28) дополняет систему кинетических уравнений (16) (или (17)-(19)) до полной системы уравнений проблемы обратной реакции. Плотность кваркового тока (27) может быть выражена через базовые функции $f_\xi(\mathbf{p}, t)$ и $u_\xi(\mathbf{p}, t)$ с использованием кинетической теории [16, 18].

4. Заключение

В отличие от первоначальной серии работ [2], посвященных непертурбативному кинетическому описанию вакуумного рождения партонов в сильном $U(1)$ калибровочном поле, настоящая формулировка теории представляет собой корректную реализацию МАП для $SU(N)$ КХД, в рамках которой была получена замкнутая система самосогласованных уравнений с учетом обратной реакции. Это приводит к увеличению числа соответствующих уравнений и учитывает новые особенности (например, нарушение условия электронейтральности). Представленная модель уже предоставляет интерес для дальнейшего исследования предравновесной стадии эволюции КГП (см., напр., [19]).

Благодарности

Авторы благодарят А.С. Парвана за внимание и поддержку этой работы.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

1. *Schmidt S.M., Blaschke D., Roepke G., Smolyansky S.A., Prozorkevich A.V., Toneev V.D.* A Quantum kinetic equation for particle production in the Schwinger mechanism // Int. J. Mod. Phys — 1998. — V. 7. — P. 709–718. — arXiv:9809227 [hep-ph].

2. *Vinnik D.V., Mizerny V.A., Prozorkevich A.V., Smolyansky S.A., Toneev V.D.* Kinetic description of vacuum particle production in collisions of ultrarelativistic nuclei // Phys. Atom. Nuclei — 2001. — V. 64. — P. 775–786.

3. *'t Hooft G.* Topology of the gauge condition and new confinement phases in non-abelian gauge theories // Nucl. Phys. B — 1981. — V. 190. — P. 455–478.

4. *Grib A.A., Mamaev S.G., Mostepanenko V.M.* Vacuum Quantum Effects in Strong Fields. — Friedmann Laboratory Publishing: St.Petersburg, 1994.

5. *Aleksandrov I.A., Dmitriev V.V., Sevostyanov D.G., Smolyansky S.A.* Kinetic description of vacuum e+e- production in strong electric fields of arbitrary polarization // Eur. Phys. J. Special Topics — 2020. — V. 229. — P. 3469–3485. — arXiv:2004.02179 [hep-ph].

6. *Bloch J.C.R., Mizerny V.A., Prozorkevich A.V., Roberts C.D., Schmidt S.M., Smolyansky S.A., Vinnik D.V.* Pair creation: Back reactions and damping // Phys. Rev. D — 1999. — V. 60. — P. 116011. — arXiv:9907027 [nucl-th].

7. *Smolyansky S.A., Panferov A.D., Blaschke D.B., Gevorgyan N.T.* Kinetic Equation Approach to Graphene in Strong External Fields // Particles — 2020. — V. 3. — P. 456–476. — arXiv:2004.03759 [physics].

8. *Gavrilov S.P., Gitman D.M., Dmitriev V.V., Panferov A.D., Smolyansky S.A.* Radiation Problems Accompanying Carrier Production by an Electric Field in the Graphene // Universe — 2020. — V. 6. — P. 205. — arXiv:2010.10184 [hep-th].

9. *Aleksandrov I.A., Kudlis A., Klochai A.I.* Kinetic theory of vacuum pair production in uniform electric fields revisited // Phys. Rev. Research — 2024. — V. 6. — P. 043009. — arXiv:2403.17204v2 [hep-ph].

10. *Del Debbio L., Di Giacomo A., Lucini B., Paffuti G.* Abelian projection in SU(N) gauge theories — 2002. — arXiv:0203023 [hep-lat].

11. *Di Giacomo A., Paffuti G.* The abelian projection revisited — 2003. — arXiv:0309019 [hep-lat].

12. *Kei-ichi Kondo* Abelian-Projected Effective Gauge Theory of QCD with Asymptotic Freedom and Quark Confinement // Phys.Rev. D — 1998. — V. 57. — P. 7467–7487. — arXiv:9709109 [hep-th].

13. *Maedan S., Matsubara Y., Suzuki T.* Abelian Confinement Mechanism and the QCD Vacuum // Prog. Theor. Phys. — 1990. — V. 84. — P. 130–141.

14. Particle Production in Strong Time-dependent Fields / D.B. Blaschke, S.A. Smolyansky, A. Panferov, L. Juchnowski // Proceedings of the Helmholtz International Summer School 2016 (HQ 2016): Quantum Field Theory at the Limits : from Strong Fields to Heavy Quarks. — 2017. — P. 1–23. — arXiv:1704.04147 [hep-ph].

15. *Pervushin V.N., Skokov V.V.* Kinetic Description of Fermion Production in the Oscillator Representation // Acta Physica Polonica B — 2006. — V. 37. — P. 2587–2600.— arXiv:0611780 [astro-ph].

16. *Aleksandrov I.A., Panferov A.D., Smolyansky S.A.* Radiation signal accompanying the Schwinger effect // Phys. Rev. A — 2021. — V. 103. — P. 053107.— arXiv:2101.03507 [physics.plasm-ph].

17. *Yndurain F.J.* The Theory of Quark and Gluon Interactions — Springer Berlin, Heidelberg 2006.

18. *Blaschke D.B., Dmitriev V.V., Roepke G., Smolyansky S.A.* BBGKY kinetic approach for an e-e+gamma plasma created from the vacuum in a strong laser-generated electric field: The one-photon annihilation channel // Phys. Rev. D — 2011. — V. 84. — P. 085028.— arXiv:1105.5397 [hep-ph].

19. *Prozorkevich A.V., Smolyansky S.A., Skokov V.V., Zabrodin E.E.* Vacuum creation of quarks at the time scale of QGP thermalization and strangeness enhancement in heavy-ion collisions // Phys.Lett. B — 2004. — V. 583. — P. 103–110.— arXiv:0401056 [nucl-th].