

21-22.05.2018. Дубна.

## **Накопление и формирование пучка в коллайдере НИКА, эффекты пространственного заряда, ускорение в коллайдере.**

### **I. ВЧ1.**

1. Ограничения на накопленный ток. Потери при инжекции, пространственный заряд, микроволновая неустойчивость, внутрипучковое рассеяние.
2. Инжекция, захват частиц и накопление. Эффективность захвата улавливающими барьерами, эффективность накопления (модель, ее точность и результат), время охлаждения стека до предела, емкость стека без охлаждения.

### **II. ВЧ2,3.**

1. Ускорение в ВЧ2. Сравнение темпов ускорения с помощью ВЧ2 и ВЧ1. Ограничение на темп ускорения в ВЧ2
2. Группировка пучка при адиабатическом подъеме напряжения ВЧ2,3, в зависимости от затухания (трэкинг). Финальные параметры (разброс по импульсам и доля частиц в боковых сепаратрисах). Доля частиц в боковых сепаратрисах в стационарном пределе.

# I. ВЧ1.

## 1. Ограничения на накопленный ток.

Предыдущий результат - максимальный накопленный ток в зависимости от разброса по импульсам с учетом потерь при инжекции и пространственного заряда:

Самосогласованная задача: распределение Больцмана с учетом

$$W_{sc}(\varphi, \rho_1) = \frac{k_0 Z e}{\varepsilon_0 (\omega_0 \eta)^2} F(r_{b0}) \cdot \frac{(\rho_1(\varphi) - \rho_1(\varphi_s))}{\gamma^2 R_{ring}} \Rightarrow \rho_1(\varphi, \sigma_p, I_0)$$

Максимальный ток:

$$\Delta I_{inj} = Z_{Au} e \Delta N_{inj} f_0 = \Delta I_{kik} = \rho_1(\varphi > \pi, I_0) \cdot f_0 \cdot \Delta \varphi_{kik} \Rightarrow I_{0max}$$

Число инжекций  $n_{inj}$  :

$$dI / dn_{inj} = \Delta I_{inj} - \Delta I_{kik}(I) = \Delta I_{inj} (1 - \Delta(I)) \Rightarrow n_{inj}(I) = \int_0^I \frac{dI}{\Delta I_{inj} (1 - \Delta(I))}, \quad I < I_{max}$$

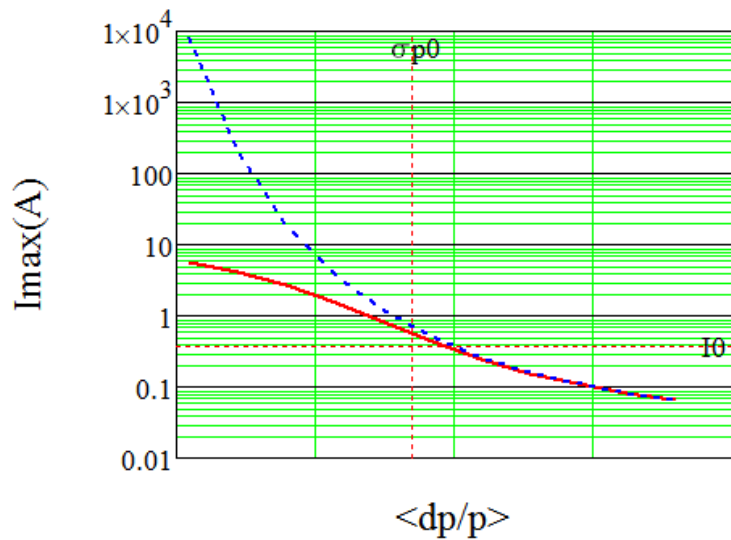


Рис. Максимальный накопленный ток ( $E_k = 3\text{GeV} / u$ ) с учетом пространственного заряда (сплошная линия) и без него (штрихи), в зависимости от разброса по импульсам.

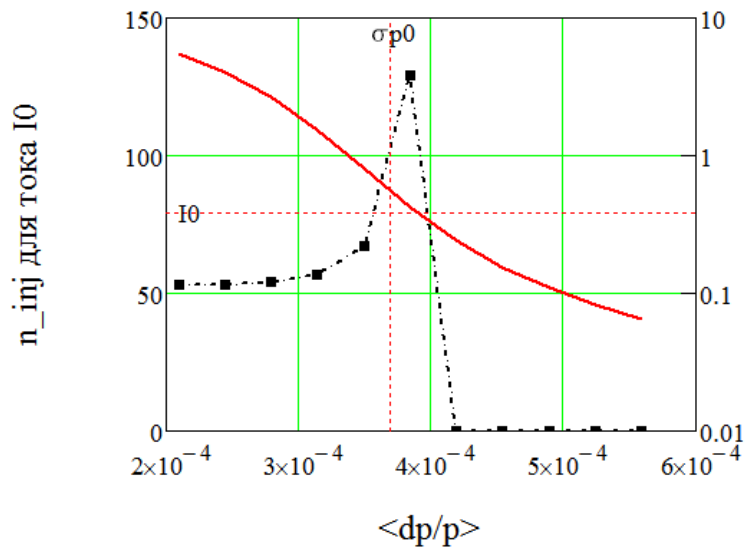


Рис. Максимальный накопленный ток и число инъекций для тока  $I_0 = 0.386A$

( $E_k = 3GeV/u$ ), в зависимости от разброса по импульсам.  $\sigma_{p0} = (\Delta p_{sep} / p) / 3 = 3.7 \cdot 10^{-3}$ .

Для того, чтобы число инъекций было  $<55$ , разброс по импульсам должен быть  $\sigma_p < 2.9 \cdot 10^{-4}$ .

## Другие ограничения.

### Микроволновая неустойчивость.

Пороговый ток (средний)

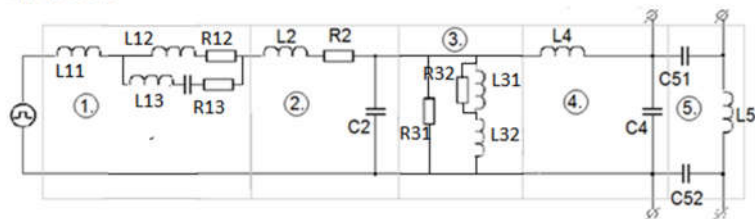
$$I_{th}(\sigma_p) = \frac{\varphi_{bb} E_0}{Z_{Au} / A_{Au}} \frac{|\gamma\eta| \sigma_p^2}{|Z(n\omega_0) / n|_{\max}},$$

$$\sigma_p^2 = \langle (\Delta p / p)^2 \rangle, \quad \eta = \alpha - \gamma^{-2}, \quad Z = Z_{Au} / A_{Au} = 0.4, \quad \varphi_{bb} = \frac{10}{12} \pi$$

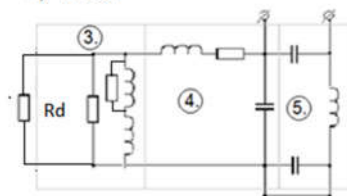
$|Z(n\omega_0) / n|_{\max}$  для ВЧ1 – по эквивалентной схеме:

Рис. ниже: а) одно кольцо из 19; б) последнее демпфирующее кольцо с демпфирующим сопротивлением  $R_d$ ; в) ускоряющий зазор; г) схематическое изображение станции ВЧ1; д) эквивалентная схема всей станции ВЧ1.

а) N 1-19



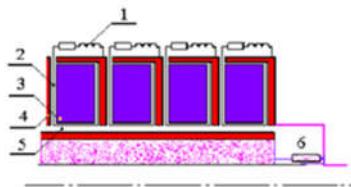
б) N 20



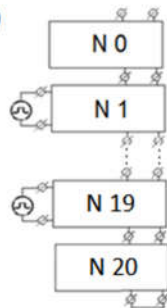
в) N 0



г)



д)



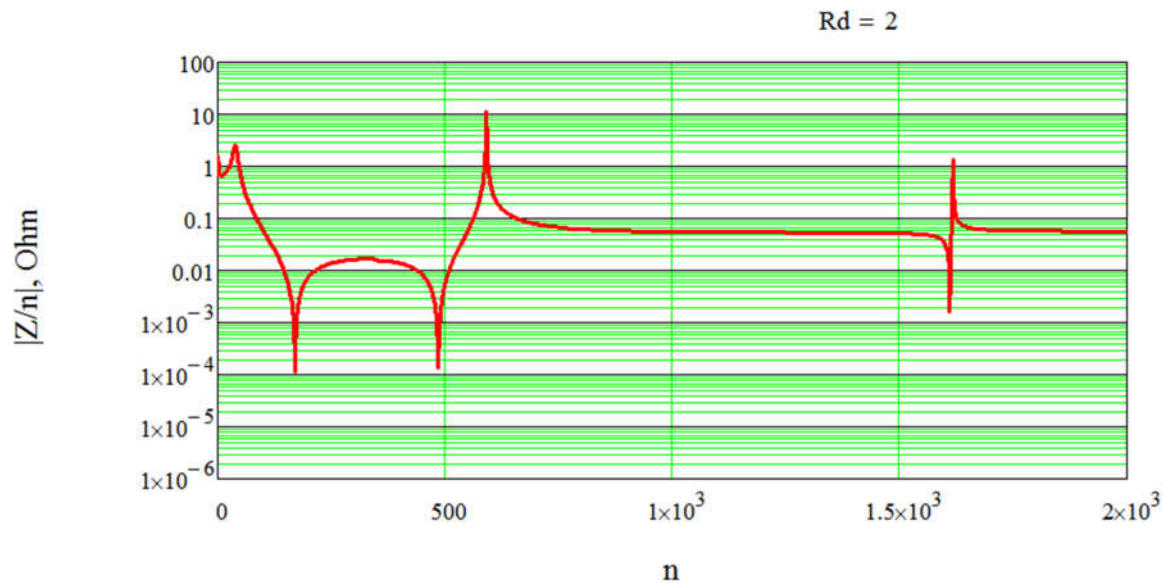


Рис. Импеданс ВЧ1 со стороны пучка.

$$\max(|Z(n\omega_0)/n|) = 10 \text{ Ohm} \Rightarrow$$

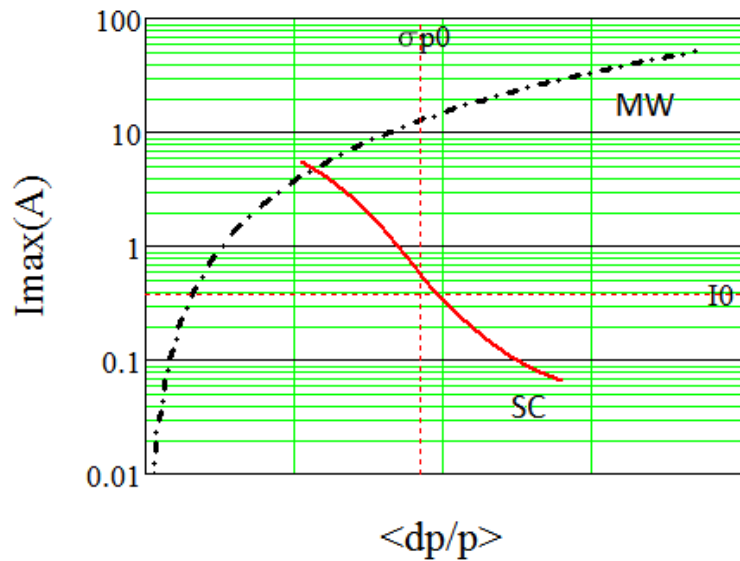


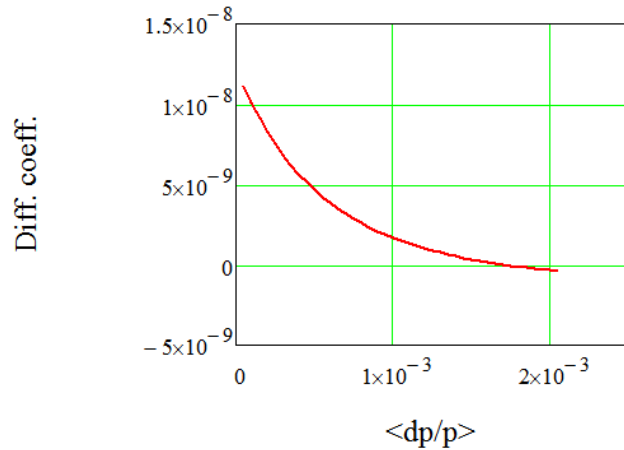
Рис. Максимальный накопленный ток ( $E_k = 3\text{GeV} / u$ ) с учетом пространственного заряда и пороговый ток для микроволновой неустойчивости.



## Внутрипучковое рассеяние.

Данные по магнитной структуре коллайдера NICA и программа расчета коэффициента диффузии за счет IBS (С. Нагайцев) получены от А.В. Смирнова).

$$D_{0,\gamma}(\sigma_p) = D(\sigma_p, \sigma_{\varphi 0}, N_0, \gamma)$$



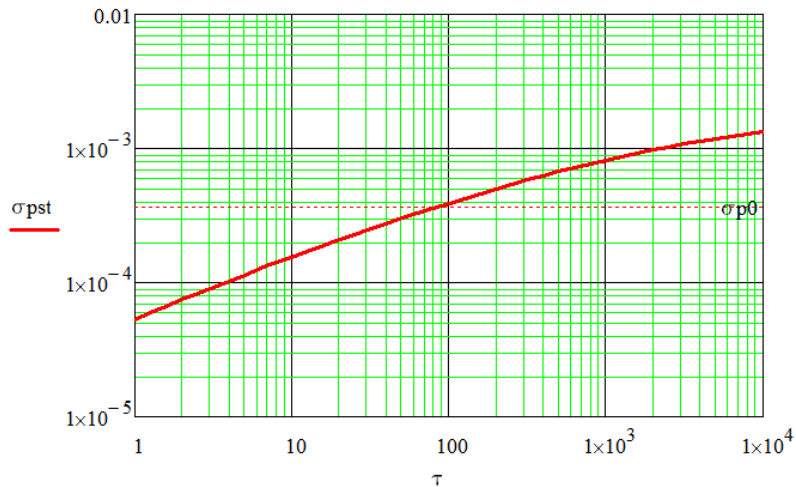
Коэффициент диффузии для  $N = 10^9$ ,  $\sigma_{s0} = 0.6 м$ ,  $E_k = 3 GeV$ .

Пересчет к-та диффузии для другого числа частиц и другой длины пучка  $L_b = 2\sqrt{3}\sigma_s$  :

$$D(\sigma_p, \sigma_s, N, \gamma) = D_{0,\gamma}(\sigma_p) \cdot \frac{N \cdot \sigma_{s0}}{N_0 \cdot \sigma_s}$$

Значение  $\sigma_p$ , при котором затухание (линейное) с постоянной времени  $\tau$  и диффузия из-за IBS находятся в равновесии:

$$\sigma_{pst}^2 = 2\tau D(\sigma_{pst}, \sigma_\varphi, N, \gamma) \Rightarrow \sigma_{pst}(\tau, \sigma_\varphi, N, \gamma) \text{ или } I_{st}(\tau, \sigma_p)$$



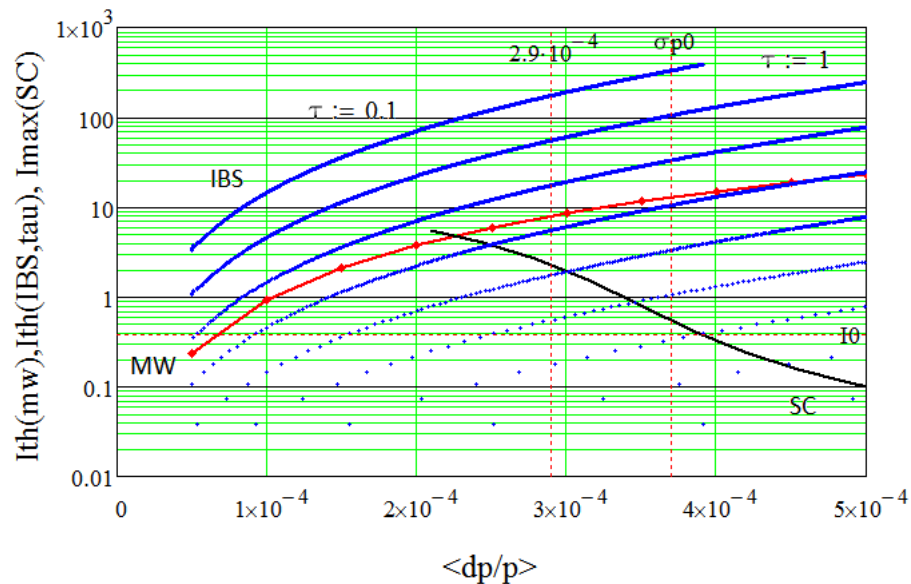


Рис. Пороговые токи по микроволновой неустойчивости и по пространственному заряду и токи, при которых достигается равновесие между IBS и затуханием с различными  $\tau_m = 10^{m/2-1}$ ,  $m = 0, 1, \dots$  (точки, слева направо).

Ограничения по пространственному заряду и по микроволновой неустойчивости дают диапазон  $\sigma_p$  от  $0.7 \cdot 10^{-4}$  до  $3.9 \cdot 10^{-4}$ , число инъекций не больше 55, при  $\sigma_p < 2.9 \cdot 10^{-4}$ . При этом возможные значения  $\tau$  от 2 до 45 сек.

Предельное значение  $\sigma_p$  по микроволновой неустойчивости  $\sigma_p = 0.7 \cdot 10^{-4}$  достигается при  $\tau = 2$  sec.

### Время охлаждения до предела.

Для оценки  $D(\sigma_p) \rightarrow D(\sigma_{pst}) \Rightarrow \sigma_p(t, \sigma_{p0})^2 = \sigma_{pst}^2 + (\sigma_{p0}^2 - \sigma_{pst}^2) e^{-2t/\tau}$

$$\Delta t \approx \frac{\tau}{2} \ln \frac{\sigma_{p0}^2 - \sigma_{pst}^2}{\sigma_{pf}^2 - \sigma_{pst}^2}$$

Для  $\tau = 2$  sec,  $\sigma_{p0} = 3.7 \cdot 10^{-4}$ ,  $\sigma_{pst} = 0.7 \cdot 10^{-4}$   $\delta = 0.1$   $\Delta t_{охл} \approx 5$  sec .

Для  $\tau = 20$  sec,  $\sigma_{p0} = 3.7 \cdot 10^{-4}$ ,  $\sigma_{pst} = 2 \cdot 10^{-4}$   $\delta = 0.1$   $\Delta t_{охл} \approx 27$  sec .

## 2. Инжекция, захват частиц и накопление.

### Захват частиц

Из нуклотрона инжектируется сгусток  $N_{i0} = 10^9$  частиц,

Ek, GeV	1	3	4.5
$\varepsilon_{inj} = \sigma_s \sigma_p$	16.6e-4	10(?)	5.75e-4
$\sigma_s$ , m	17.5-5.9	<b>10</b>	6.2-2.5
$\sigma_p$		<b>1e-4</b>	

Ограничивающие импульсы напряжения в коллайдере находятся на расстоянии  $\varphi_{bb2}$  (длина сепаратрисы). В такую сепаратрису захватывается количество частиц  $N_{i1} = N_{i0} \operatorname{erf}(\varphi_{bb2} / 2\sqrt{2}\sigma_{\varphi i0})$ , с тем же разбросом по импульсам  $\sigma_{pi0}$ .

## Эффективность захвата улавливающими барьерами

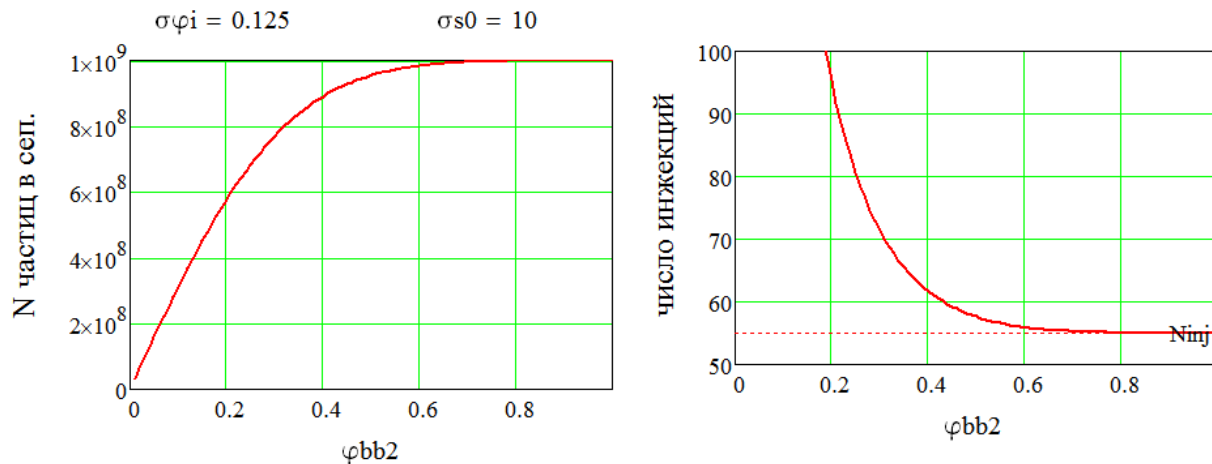


Рис. Слева - число частиц, захваченных в сепаратрису в зависимости от длины сепаратрисы. Справа - необходимое число инжекций в зависимости от длины сепаратрисы, без учета емкости стека и затухания.

## Возрастание эмиттанса при улавливании

$P = \dot{\varphi} = \omega_0 \eta (\Delta p / p)$  - скорость изменения фазы частицы

За время  $\Delta t \sim \varphi_{bb2} / \sigma_p \sim 0.1 \text{ sec}$

(для  $\sigma_p = \sigma_{pi0} \cdot \omega_0 \eta = 13.3$ ,  $\omega_0 \eta = 1.33 \cdot 10^5 (E_k = 3 \text{ GeV})$ ,  $\varphi_{bb2} = 0.5\pi$ ,  $\sigma_{pi0} = 10^{-4}$ )

частицы обрезанного гауссовского сгустка равномерно размазываются по длине сепаратрисы  $\varphi_{bb2}$ .

При этом разброс по импульсам не меняется. Эмиттанс сгустка после этого равен  $\varepsilon_{\varphi i0} = \sigma_{pi0} \varphi_{bb2} / 2\sqrt{3}$

$$\sigma\varphi_i = 0.125$$

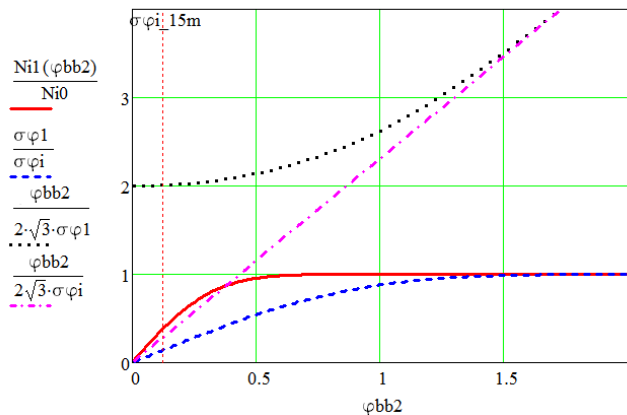


Рис. Сравнение эмиттансов  $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2$  - инжектированного сгустка, захваченного сгустка и захваченного сгустка после равномерного распределения по сепаратрисе. Штрихи -  $\varepsilon_1 / \varepsilon_0$ , пунктир -  $\varepsilon_2 / \varepsilon_0$ , точки -  $\varepsilon_2 / \varepsilon_1$ . Сплошная линия - доля захваченных частиц.



## Накопление тока:

сжатие пучков в двух сепаратрисах для выравнивания разброса по импульсам, перемещение инжектированного сгустка по направлению к стеку и слияние его со стеком.

В первом приближении считаем, что

1) при адиабатическом сжатии сгустка эмиттанс сохраняется, то есть  $\sigma_{pi}$  меняется  $\propto \varphi_{bb}^{-1}$ ; 2) при уменьшении ширины барьеров между двумя сепаратрисами при сохранении длин сепаратрис считаем, что  $\sigma_{pi}$  не меняется вплоть до исчезновения барьеров.

**Оценка точности** этого приближения.

1. Сжатие сепаратрисы со скоростью  $\varphi_{bb}'$ .

$$\Delta P_{m \text{ appr}}(\varphi_{bb}, \varphi_{bb0}, P_{m0}) = P_{m0} \left( \frac{\varphi_{bb0} - \varphi_{bb}}{\varphi_{bb}} \right) \quad (0)$$

Точное интегрирование уравнений движения при перемещении фронтов барьеров, усредненных га период движения в сепаратрисе  $\Rightarrow$

$$\frac{dP_m}{dt} = \frac{-\varphi_{bb}'}{\left( \frac{2P_m}{\Omega_0^2} + (\varphi_{bb0} + \varphi_{bb}' \Delta t) / P_m \right)} \Rightarrow \Delta P_m(\varphi_{bb}, \varphi_{bb0}, P_{m0}), \quad (1)$$

$$\frac{P_{m0}^2}{\Omega_0^2} \ll 1 \Rightarrow \Delta P_{m1}(\varphi_{bb}, \varphi_{bb0}, P_{m0}) \approx P_{m0} \ln \left( \frac{\varphi_{bb0} + 2P_{m0}^2 / \Omega_0^2}{\varphi_{bb} + 2P_{m0}^2 / \Omega_0^2} \right) \quad (2)$$

$$\Omega_0^2 = ZeU_0\omega_0 |\eta| / \beta^2$$

(0) - упрощенная модель, (1) - точное решение (сглаженное за период движения в сепаратрисе), (2) - приближение точного решения (1) для малых  $P_{m0}^2 / \Omega_0^2$ .

$$\varphi_{bb0} := \pi \cdot 0.5 \quad \varphi_{bb} := \varphi_{bb0} - 0.75$$

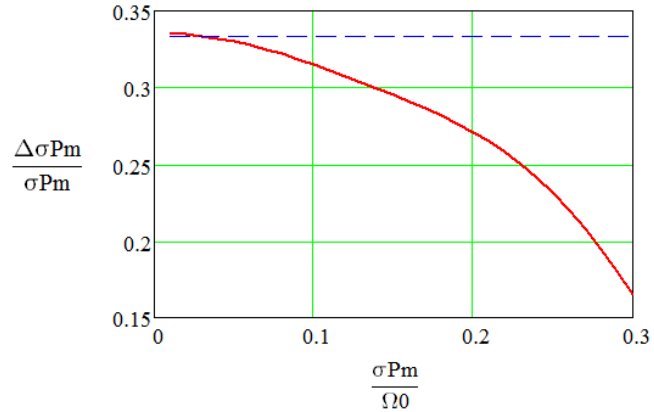
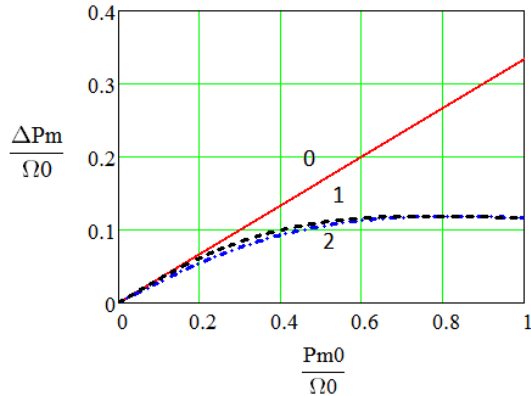


Рис. Слева - изменение скорости изменения фазы част при сжатии сепаратрисы по моделям (0), (1), (2); справа - относительное изменение разброса по импульсам при сжатии сепаратрисы по моделям (0), (1).

Упрощенная модель (0) совпадает с точным интегрированием (1) при малых скоростях изменения фазы. При увеличении скорости изменения фазы модель (0) дает оценку сверху для увеличения разброса по импульсам по сравнению с точным решением.

## 2. Уменьшение ширины внутренних барьеров и слияние сепаратрис.

Пока частица движется в своей первоначальной сепаратрисе, амплитуда (максимальное значение) ее скорости не меняется. Когда ширина барьеров между сепаратрисами уменьшится настолько, что частица начнет из пролетать насквозь, замедляясь в первом и ускоряясь во втором, амплитуде ее скорости уменьшается, так как время ускорения оказывается меньше, чем время замедления. В результате, для частиц со скоростью  $P_m > \sqrt{2\varphi_b \Omega_0^2 + 3\varphi_b'^2} - \varphi_b'$  (где  $\varphi_b'$  - скорость уменьшения ширины барьеров). Из уравнений движения через барьеры получаем время пролета через первый и второй барьер:

$$\Delta t_{1,2} = \frac{\pm 1}{\Omega_0^2} \left( (P_{m1} + \varphi_b') - \sqrt{(P_{m1} + \varphi_b')^2 \mp 2\varphi_{b1} \Omega_0^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta P_m = \Omega_0^2 (\Delta t_2 - \Delta t_1), \quad T_{sb/2} = \frac{\varphi_{bb} + \varphi_{bbi}}{P_{m1}} + \frac{2P_{m1}}{\Omega_0^2} + \Delta t_1 + \Delta t_2$$

$$dP_m / dt = \Delta P_m / T_{sb/2}$$

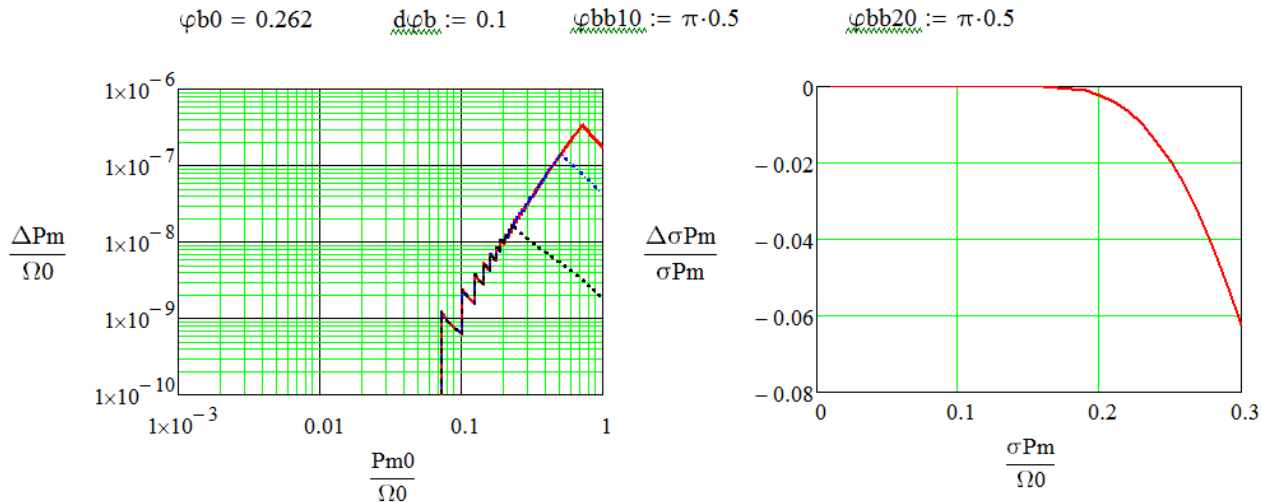


Рис. Слева - изменение скорости частицы при пролете сквозь барьеры при уменьшении их ширины при текущем значении этой ширины  $\varphi_b = \varphi_{b0} \cdot \{1; 0.5; 0.1\}$  и  $\varphi_b' = 0.1 \text{ sec}^{-1}$ . Справа - относительное изменение разброса по импульсам.

Таким образом, упрощенная модель перемещения, сжатия и объединения сгустков в стек дает оценку сверху для разброса по импульсам, по сравнению с точным интегрированием сглаженных уравнений движения.

## Емкость стека.

### Накопление без затухания.

Если после слияния сепаратрис  $\varphi_{bb1} + \varphi_{bb2} > \varphi_{bb1\max} = \frac{10}{12}\pi$ , то сгусток в стеке адиабатически сжимается, так, чтобы освободить место для следующей порции частиц. При этом в стеке  $\sigma_{p1}$  меняются  $\propto \varphi_{bb1}^{-1}$ , а следующая инжектированная порция частиц сжимается во второй сепаратрисе так, чтобы  $\sigma_{p2} = \sigma_{p1}$  и  $\varphi_{bb1} + \varphi_{bb2} \leq \varphi_{bb1\max}$ :

$$\begin{cases} \sigma_{p1}\varphi_{bb1} = \sigma_{p1n}\varphi_{bb1n} \\ \sigma_{pi0}\varphi_{bb2} = \sigma_{p1n}\varphi_{bb2n} \\ \varphi_{bb1n} + \varphi_{bb2n} = \varphi_{bb1\max} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{p1n} > \varphi_{bb1n} > \varphi_{bb2n} \quad (*)$$

В результате после  $N_{inj}$  в стеке длиной  $\varphi_{bb1\max}$  окажется сгусток с  $\sigma_{p1} = N_{inj} \frac{\sigma_{pi0}\varphi_{bb2}}{\varphi_{bb1\max}}$ , как если бы все инжектированные сгустки сначала стыковались бы без сжатия, с сохранением  $\sigma_{pi0}$ , а потом весь накопленный в стеке пучок был бы сжат до нужной длины  $\varphi_{bb1\max}$  (без учета потерь частиц, выбиваемых кикером при инжекции новой порции, и затухания):

$$N = N_{inj} N_{i1} = N_{i1} \frac{\sigma_{p1} \varphi_{bb1max}}{\sigma_{pi0} \varphi_{bb2}} = N_{i0} \operatorname{erf} \left( \varphi_{bb2} / 2\sqrt{2}\sigma_{\varphi i0} \right) \frac{\sigma_{p1} \varphi_{bb1max}}{\sigma_{pi0} \varphi_{bb2}}.$$

### Накопление с затуханием.

1) Пока не требуется сжатие из-за превышения максимальной длины стека, будем сжимать стек для выравнивания разброса по импульсам (второй сгусток не сжимается):

$$\varphi_{bb1n} \leq \varphi_{bb1max} - \varphi_{bb2} \Rightarrow \sigma_{p1} \varphi_{bb1} = \sigma_{pi0} e^{-\Delta t_{inj}/\tau} \varphi_{bb1} = \sigma_{pi0} \varphi_{bb1n} \Rightarrow \varphi_{bb1n} = e^{-\Delta t_{inj}/\tau} \varphi_{bb1},$$

После слияния сепаратрис  $\varphi_{bb1,k} = e^{-\Delta t_{inj}/\tau} \varphi_{bb1,k-1} + \varphi_{bb2}$  (\*\*)

После  $k$ -й инжекции и слияния сепаратрис

$$\varphi_{bb1,k} = \frac{1 - e^{-k\Delta t_{inj}/\tau}}{1 - e^{-\Delta t_{inj}/\tau}} \varphi_{bb2}, N_2 = kN_{i1}, k = 0, 1, \dots, k_1,$$

$$k_1 = -\frac{\tau}{\Delta t_{inj}} \ln \left[ 1 - \left( \frac{\varphi_{bb1max}}{\varphi_{bb2}} - 1 \right) \left( 1 - e^{-\Delta t_{inj}/\tau} \right) \right] + 1$$

$$\sigma_{p1,k} = \sigma_{pi0},$$

$$N_k = N_0 + (k-1)N_{i1}$$

В (\*) надо учесть затухания к моменту следующей инжекции  $\sigma_{p1n} = \sigma_{p1n} e^{-\Delta t_{inj}/\tau}$  (\*\*\*)

2) После того, как в (\*\*)  $\varphi_{bb1n} > \varphi_{bb1\max} - \varphi_{bb2}$ ,

$$k \geq k_1 + 1 \Rightarrow \sigma_{p1,k} = \left( \sigma_{p1,k-1} \frac{\varphi_{bb1,k-1}}{\varphi_{bb1\max}} + \sigma_{pi0} \frac{\varphi_{bb2}}{\varphi_{bb1\max}} \right) e^{-\Delta t_{inj}/\tau} =$$

$$= \sigma_{p1,(k_1+1)} e^{-(k-(k_1+1))\Delta t_{inj}/\tau} + \sigma_{pi0} \frac{\varphi_{bb2}}{\varphi_{bb1\max}} e^{-\Delta t_{inj}/\tau} \frac{1 - e^{-(k-(k_1+1))\Delta t_{inj}/\tau}}{1 - e^{-\Delta t_{inj}/\tau}}$$

$$\varphi_{bb1,k} = \varphi_{bb1\max}$$

$$N_k = N_k + N_{i1} = k \cdot N_{i1}$$

### С учетом выбивания частиц при инжекции

$\varphi_{bb}$  и  $\sigma_p$  пересчитываются так же, как и выше, пересчитываются только  $N_k$

$$N_k = N_{k-1} + N_{i1} - \Delta N_i(N_{k-1})$$

Если разбросы по импульсам не выравнивать, то при слиянии сепаратрис надо пересчитывать разброс с учетом  $N_k$  частиц в первой сепаратрисе и  $N_{i1}$  - во второй.



Без учета выбивания частиц число инжекций, необходимых для накопления  $N_0$  частиц, в зависимости от  $\varphi_{bb2}$ , равно:

$$N_{inj1}(\varphi_{bb2}, \sigma_{\varphi i0}) = \frac{N_0}{N_{i0} \operatorname{erf}(\varphi_{bb2} / 2\sqrt{2}\sigma_{\varphi i0})}$$

С другой стороны, при сжатии эмиттанс каждого сгустка сохраняется, при объединении сепаратрис эмиттансы складываются, а после объединения сепаратрис общий эмиттанс уменьшается как  $e^{-\Delta t_{inj}/\tau}$  до момента следующей инжекции.

В результате получаем

$$\sigma_{p1f} \varphi_{bb1\max} = \frac{1 - e^{-N_{inj} \Delta t_{inj} / \tau}}{1 - e^{-\Delta t_{inj} / \tau}} \sigma_{pi0} \varphi_{bb2} \Rightarrow$$

$$N_{inj}(\tau, \varphi_{bb2}, \sigma_{p1f}) = -\frac{\tau}{\Delta t_{inj}} \ln \left[ 1 - \frac{\sigma_{p1f} \varphi_{bb1\max}}{\sigma_{pi0} \varphi_{bb2}} \left( 1 - e^{-\Delta t_{inj} / \tau} \right) \right]$$

$$\sigma_{p1f} = \frac{1 - e^{-(N_0/N)_{i0} \operatorname{erf}(\varphi_{bb2} / 2\sqrt{2}\sigma_{\varphi i0})^{-1} \Delta t_{inj} / \tau}}{1 - e^{-\Delta t_{inj} / \tau}} \frac{\sigma_{pi0} \varphi_{bb2}}{\varphi_{bb1\max}}$$

При  $\tau \rightarrow \infty$

$$\sigma_{p1f}(N_0, \varphi_{bb2}, \sigma_{pi0}, \sigma_{\varphi i0}) = \frac{\sigma_{pi0} \varphi_{bb2}}{\varphi_{bb1\max}} (N_0 / N)_{i0} \operatorname{erf} \left( \varphi_{bb2} / 2\sqrt{2}\sigma_{\varphi i0} \right)^{-1}$$

- после накопления.

При дальнейшем охлаждении  $\sigma_{p1}$  будет уменьшаться со временем как было показано выше.

### **Зависимость разброса по импульсам от числа уникальных инъекций**

Пусть  $k_1$  - число уникальных инъекций (без превышения максимальной длины сепаратрисы после слияния сепаратрис). Тогда длина второй сепаратрисы

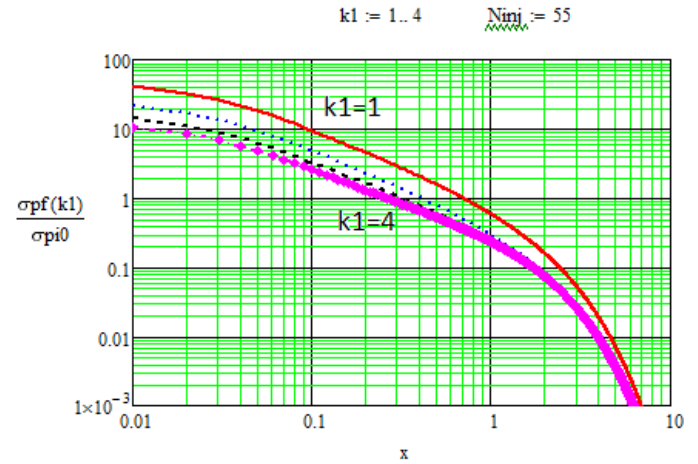
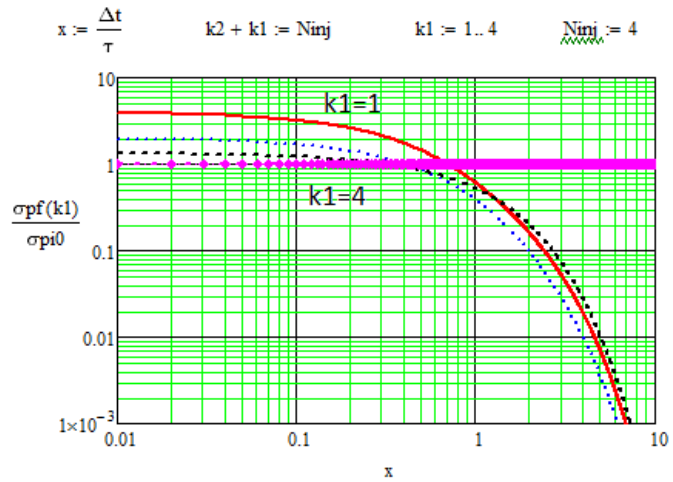
$$\varphi_{bb2} = \varphi_{bb1\max} \left[ 1 + \frac{1 - e^{-(k_1-1)\Delta t_{inj}/\tau}}{1 - e^{-\Delta t_{inj}/\tau}} \right]^{-1}$$

После  $k_1$  инъекций  $\sigma_{p1} = \sigma_{pi0} \varphi_{bb1} = \varphi_{bb1\max}$

$k_2 = N_{inj} - k_1$  - число дополнительных инъекций после  $k_1$ .

$$\sigma_{k_2} = \sigma_{pi0} \left[ e^{-k_2 \Delta t_{inj}/\tau} + e^{-\Delta t_{inj}/\tau} \frac{1 - e^{-k_2 \Delta t_{inj}/\tau}}{1 - e^{-\Delta t_{inj}/\tau}} \left( 1 + \frac{1 - e^{-(k_1-1)\Delta t_{inj}/\tau}}{1 - e^{-\Delta t_{inj}/\tau}} \right)^{-1} \right] \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} \sigma_{pi0} (k_1 + k_2) / k_1$$

$$N = N_{ij} \cdot (k_1 + k_2)$$



## II. ВЧ2,3.

### 1. Сравнение темпов ускорения с помощью ВЧ2 и ВЧ1. Ограничение на темп ускорения в ВЧ2.

Ограничение темпа ускорения в ВЧ2

Параметры (Таб.7.2.1):

$$Z = 0.4, \quad U_{ac\ rf1} = 300B, \quad B_{\max} = 1.8 T, \quad L_m = 1.94 m, \quad N_m = 80,$$

$$2\pi\rho = L_m N_m \Rightarrow \rho = 24.7 m$$

$$da / dt = 10 \text{ (5 полос / сек)}$$

1) Ограничение на темп ускорения **скоростью изменения магнитного поля:**

$$pc = ZeB\rho c, \quad E(B)^2 = (ZeB\rho c)^2 + E_0^2$$

$$d(E) / dt = \frac{pc}{E} \cdot d(pc) / dt = \beta \cdot Ze\rho c \cdot d(B) / dt = \beta \cdot 300 \text{ MeV / sec}$$

2) Ограничение на темп ускорения **скоростью перестройки резонаторов ВЧ2,3 :**

$$\left| \eta(E) / \beta^2 \right| \left| \frac{\Delta E}{E} \right| = \left| \frac{\Delta \omega_0}{\omega_0} \right| = \left| \frac{\Delta \omega_{rf}}{\omega_{rf}} \right| = \left| \frac{\Delta a}{Q} \right|$$

$$\left(\frac{da/dt}{Q_2}\right)_{rf2} = \frac{10}{3900} = 2.5 \cdot 10^{-3}, \quad \left(\frac{da/dt}{Q_3}\right)_{rf3} = \frac{10}{6700} = 1.5 \cdot 10^{-3}$$

$$dE/dt = \frac{da/dt}{Q} \frac{E}{|\eta(E)/\beta^2|} = \left(\frac{10}{Q} \frac{\gamma\beta^2}{|\gamma_{cr}^{-2} - \gamma^{-2}|} E_0\right)_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 250 \\ 150 \end{array} \right\} \text{ MeV/sec} \quad (\text{для ВЧ2,3})$$

3) Темп ускорения с помощью ВЧ1:

$$dE/dt = f_0(E)Ze \cdot U_{ac} \approx 60 \text{ MeV/sec}$$

### **Вывод.**

Скорость изменения магнитного поля (0.1 Тл/сек) дает менее жесткое ограничение на темп ускорения, чем скорость перестройки частот ВЧ2,3 (5 полос/сек). При этом возможный темп ускорения ~ в 2.5 раз больше, чем при ускорении с помощью ВЧ1.

## 2. Группировка пучка при адиабатическом подъеме напряжения ВЧ2,3, в зависимости от затухания (трэкинг).

1. Финальные параметры (разброс по импульсам и доля частиц в боковых сепаратрисах).

$$E_k = 3\text{GeV} / u$$

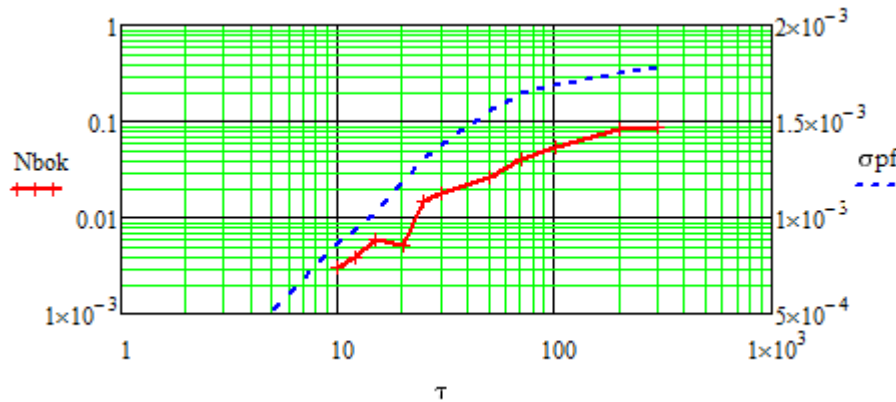


Рис.  $\sigma_{pf}$ ,  $2\Delta N_1$  в зависимости от  $\tau$ .

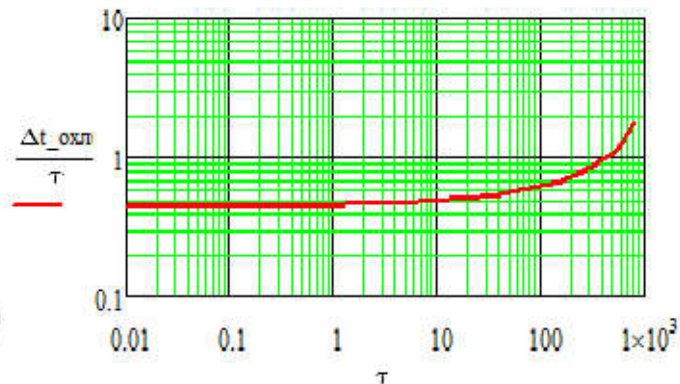
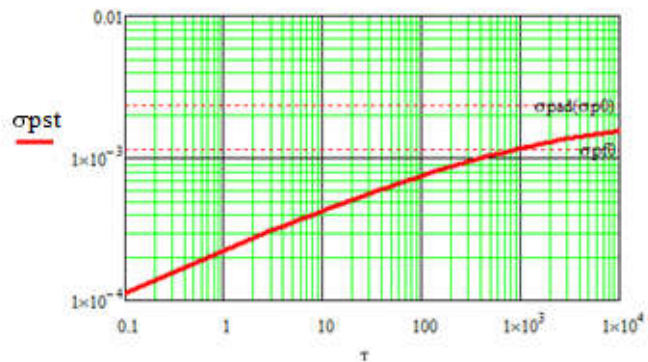
2. Время доохлаждения после захвата пучка в сепаратрисы ВЧ2 без охлаждения до стационарного значения разброса по импульсам.

$$\sigma_{p0} = 0.37 \cdot 10^{-3}, \sigma_{pf}(\tau = \infty) = 1.79 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$$

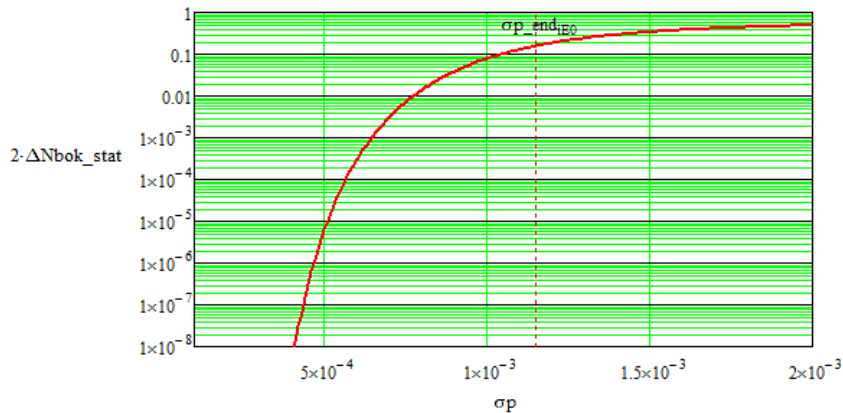
$$\Delta t_{охл}(\tau = 100 \text{ sec}) = 62 \text{ sec}, \quad \sigma_{pst} = 7.5 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta t_{охл}(\tau = 300 \text{ sec}) = 250 \text{ sec}, \quad \sigma_{pst} = 9.4 \cdot 10^{-4}$$

$$NN0 = 2.4 \times 10^9 \quad Ek = 3 \times 10^9 \quad IO = 0.386 \quad IOI = 0.018$$



3..Доля частиц в боковых сепаратрисах в стационарном пределе.



(устанавливается, когда  $t > t_{жизни}$  )

Время жизни в конце подъема напряжения.

$$t_{ж}(\sigma_{pf}, r) = \frac{\tau}{2r} e^r = \tau \cdot 700, \quad r = \frac{\Delta W_{\max}}{\sigma_{pf}^2}, \quad \sigma_{pf} = 1.15 \cdot 10^{-3}, \quad r = 9.5$$

Таким образом, решение, полученное трэкингом, - не стационарное.