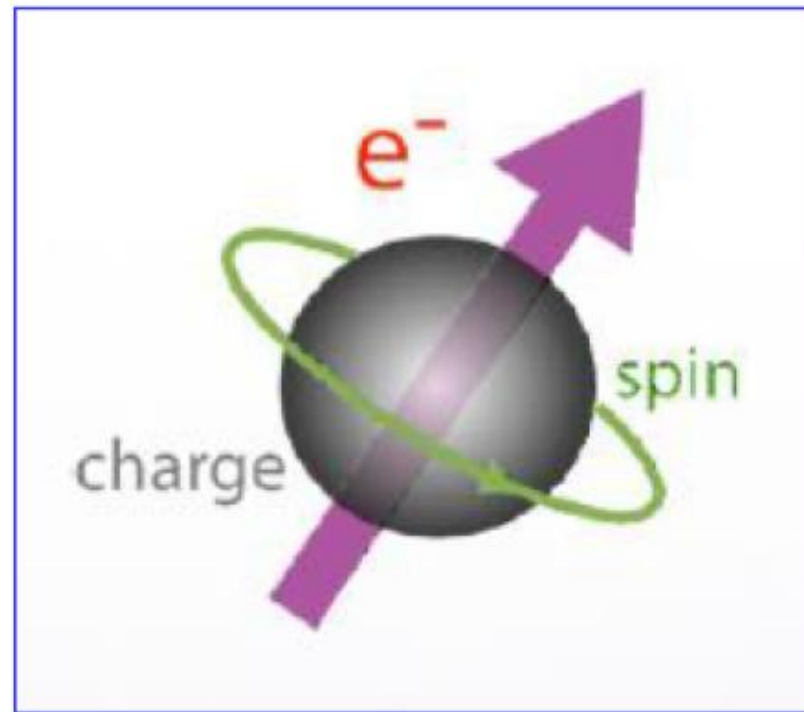


Аномальный магнитный момент  $g-2$ :  
статус эксперимента и теории

**И.Р.Бойко**  
(ЛЯП ОИЯИ)



$$\vec{\mu}_S = g \frac{q}{2m} \vec{S}$$

# Первые шаги КЭД



- Уравнение Дирака (1928)

$$(i\partial_\mu + eA_\mu(x)) \gamma^\mu \psi(x) = m \psi(x)$$

- Предсказание античастиц
- Предсказание  $g=2$  в формуле для магнитного момента

$$\vec{\mu} = g \frac{Qe}{2m} \vec{s}$$

- Предсказание  $g=2$  подтверждалось экспериментами...
- Но в 1947 обнаружено расхождение:  
 $g = 2.00229 \pm 0.00008$  (Kusch&Foley)



# Новая физика?!?!



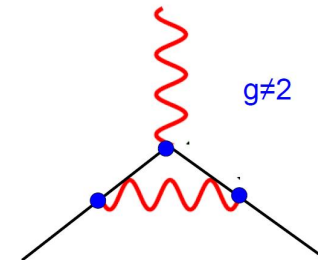
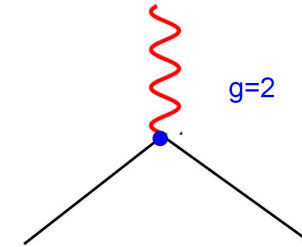
- Паули назвал наблюдаемое расхождение «аномальный магнитный момент» и ввёл обозначение “а”:  $a=(g-2)/2$
- Для спасения КЭД он «руками» вводит поправку к лагранжиану:

$$\delta\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{AMM}} = -\frac{Qe}{4m}a\bar{\psi}(x)\sigma^{\mu\nu}\psi(x)F_{\mu\nu}(x)$$

- Сегодня этот член назвали бы “Dimension-5 operator of Effective Field Theory”
  - Эта модель конечно же была неперенормируема, как и большинство «феноменологических моделей новой физики»
- Но оказалось, что «новая физика» и не требуется!

# Квантовые поправки!

- Магнитный момент был бы  $g=2$ , если бы мы изучали идеальную «голую» частицу
- В реальности мы изучаем сложную систему «заряженная частица плюс куча фотонов её собственного электромагнитного поля»
- Эффективный магнитный момент такой системы  $g \neq 2$  !

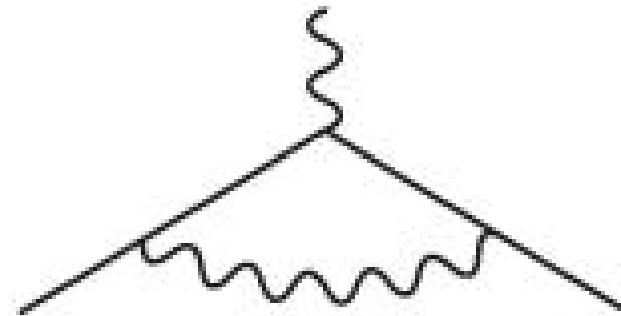


# Первая поправка

(это не про свободу религии)



- 1948: Швингер вычисляет первую радиационную поправку
- $a = (g-2)/2 = \alpha/2\pi = 0.001161$

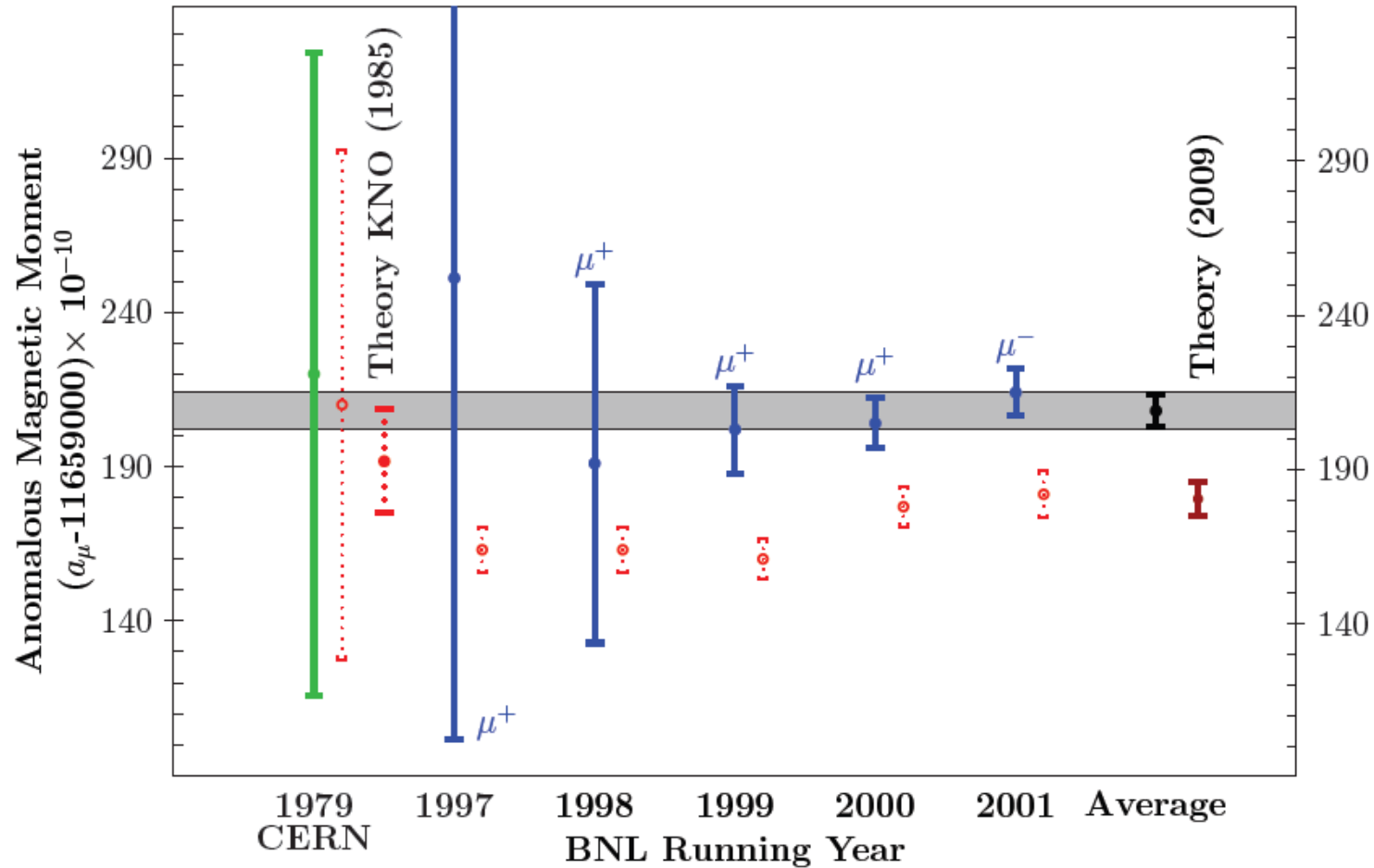


- Результат совпал с экспериментом и стал триумфом пертурбативной КФТ

# Какой лептон интересен?


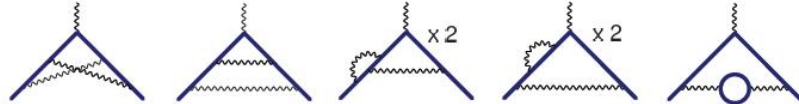
- $a_e = (1159652180.73 \pm 0.28) \times 10^{-12}$  (PRL 100 120801)
- $a_\mu = (1165920890 \pm 630) \times 10^{-12}$  (PRD 73 072003)
- $a_\tau = -0.018 \pm 0.017$  (Бойко, Журавлёв 2004)
- Для электрона измерение в 2000 раз точнее, чем для мюона (точность магнитного момента лучше одной триллионной!!!)
- Почему же всеобщий интерес вызывает  $a_\mu$ ?
- Петлевые поправки для электрона определяются фотонами очень малой виртуальности.
- Вклад новой физики на масштабах  $\Lambda$ :  $\Delta a_\ell \sim m_\ell^2/\Lambda^2$
- Мюон побеждает:  $m_\mu^2/m_e^2 = 43000$

# АММ мюона: история теории и эксперимента





# Петлевые поправки КЭД

- 1 петля: 1 диаграмма  (Швингер 1948)
- 2 петли: 7 диаграмм 
- 3 петли: 72 диаграммы
- 4 петли: 891 диаграмма
- 5 петель: 12672 диаграммы

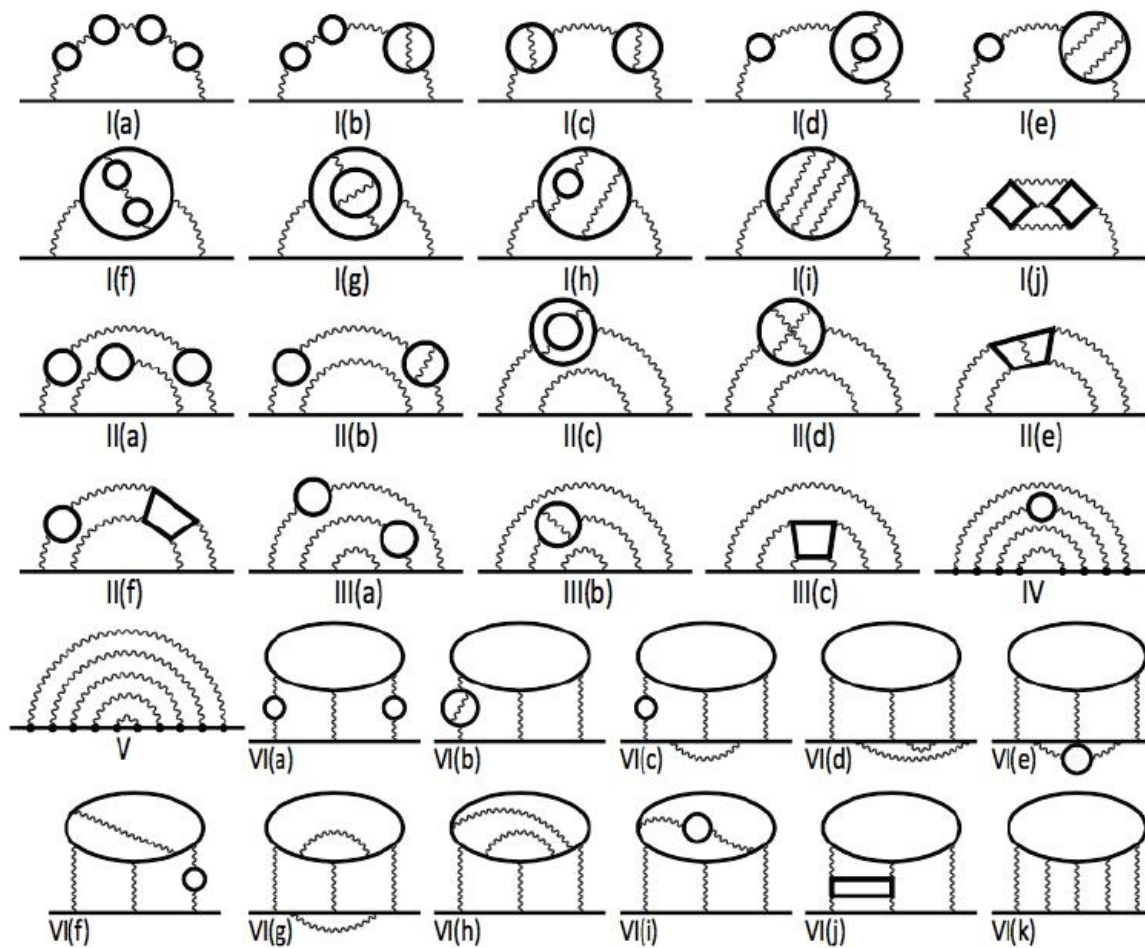
Aoyama, Hayakawa,  
Kinoshita, Nio (2012)




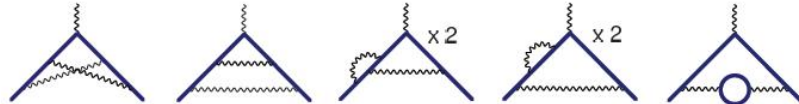
$$a_{\mu}^{\text{QED}} = \sum_n C_{\mu}^{2n} \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^n$$

$$C_{\mu}^{2,4,6,8,10} = 0.5 \quad | \quad 0.76585742 \quad | \quad 24.0505100 \quad | \quad 130.880 \quad | \quad 753$$

# Как выглядят некоторые из 12672 5-петлевых диаграмм

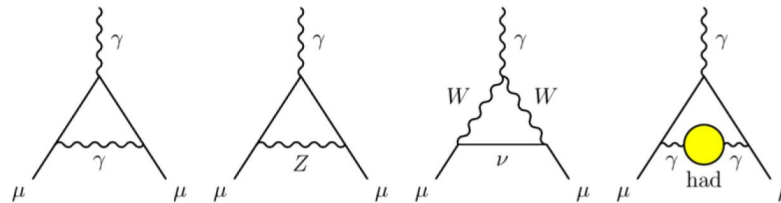


# Петлевые поправки КЭД

- 1 петля: 1 диаграмма  (Швингер 1948)
- 2 петли: 7 диаграмм 
- 3 петли: 72 диаграммы
- 4 петли: 891 диаграмма
- 5 петель: 12672 диаграммы Aoyama, Hayakawa, Kinoshita, Nio (2012)
- Для  $\alpha_\mu$  точность вычислений КЭД в тысячу раз лучше экспериментальной (ограничена погрешностью измерения заряда электрона; точность самих вычислений ещё на порядок выше)
- Но... Не всё так просто...

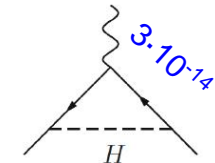
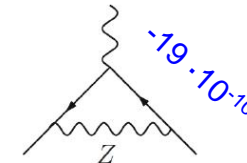
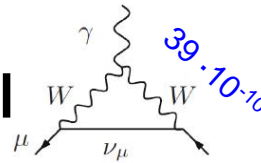
# Есть не только КЭД!

$$a_{\mu} = a_{\mu}^{\text{QED}} + a_{\mu}^{\text{EW}} + a_{\mu}^{\text{hadronic}} + a_{\mu}^{\text{NP?}}$$



# Электрослабые петли

- 1 петля: 3 диаграммы



- 2 петли: 1650 диаграмм

- $a_{\mu}^{EW} = (15.4 \pm 0.1) \times 10^{-10}$

- Для сравнения:

$$a_{\mu}^{QED} = (11658471.895 \pm 0.008) \times 10^{-10}$$

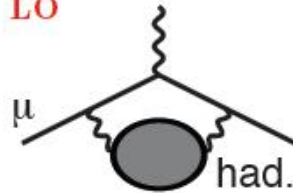
- Точность вычислений в 10 раз хуже чем КЭД – но в 100 раз лучше эксперимента

# Адронные поправки

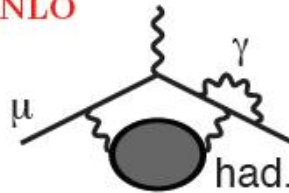
$$a_\mu = a_\mu^{\text{QED}} + a_\mu^{\text{EW}} + a_\mu^{\text{hadronic}} + a_\mu^{\text{NP?}}$$

$$a_\mu^{\text{had}} = a_\mu^{\text{had,VP LO}} + a_\mu^{\text{had,VP NLO}} + a_\mu^{\text{had,Light-by-Light}}$$

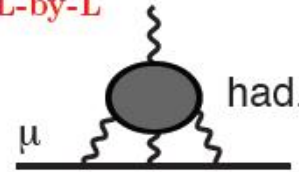
LO



NLO

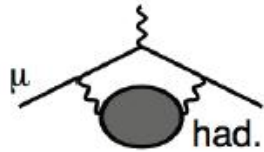


L-by-L



- Непертурбативны! Несчитабельны!
- Ограничивают точность предсказаний теории
- Складываются из
  - VP-LO: поляризация вакуума в первом порядке;
  - VP-NLO: поляризация вакуума высших порядков;
  - LBL: рассеяние света на свете

# Как же считать адронные поправки???



pQCD not useful. Use the **dispersion relation** and the **optical theorem**.

$$\text{had. loop} = \int \frac{ds}{\pi(s-q^2)} \text{Im} \text{had. loop}$$

$$2 \text{Im} \text{had. loop} = \sum_{\text{had.}} \int d\Phi \left| \text{had.} \right|^2$$

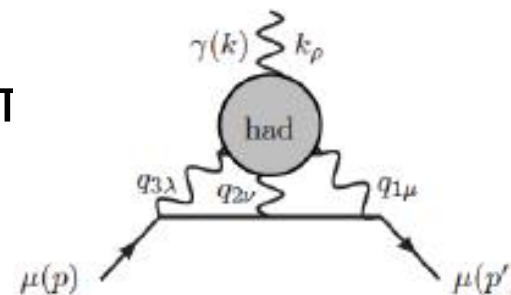
$$a_{\mu}^{\text{had,LO}} = \frac{m_{\mu}^2}{12\pi^3} \int_{s_{\text{th}}}^{\infty} ds \frac{1}{s} \hat{K}(s) \sigma_{\text{had}}(s)$$

- Weight function  $\hat{K}(s)/s = \mathcal{O}(1)/s$   
 $\Rightarrow$  **Lower** energies more important

- Используя дисперсионное соотношение, адронную петлю можно «разрезать», заменив её на интеграл от сечения  $e^+e^- \rightarrow$  адроны
- Интеграл берётся от пороговой до бесконечной энергии
- Важны низкие энергии, т.к. под интегралом стоит  $\sigma_{\text{had}}(s)/s$
- Роль теории сводится к вычислению “Kernel factor”  $K(s)$ , который меняется слабо и близок к единице

# А как посчитать вклад рассеяния свет-на-свете?

- До последнего времени LBL считали на основе моделей (нпКХД, КХД на решётке, и т.д.)
- Колоссальная погрешность: 30-50%
- К счастью, вклад LBL в  $a_\mu^{\text{had}}$  в 100 раз меньше адронной поляризации вакуума
- Тем не менее, благодаря успехам вычисления VP, погрешности двух вкладов стали сравнимы
- Поэтому сейчас приступают к вычислениям на основе дисперсионного соотношения: диаграмму «разрезают» и превращают в интеграл от (экспериментально измеренного) сечения  $\gamma\gamma \rightarrow \text{адроны}$





# Конец теории?

- Итак, эпоха сравнения прямых измерений с вычислениями «чистой теории» завершилась ещё в 80-е годы
- Погрешность вычислений QED+EW стала меньше, чем погрешность невычислимых адронных поправок
- С тех пор прямые **экспериментальные** измерения  $a_\mu$  сравниваются с предсказаниями, получаемыми из **экспериментальных** измерений адронных сечений

# Роль теории

- Вычисление «ядра интеграла»  $K(s)$
- Вычисление (пока ещё в основном теоретическое) рассеяния света на свете
- Интерпретация измерений адронных сечений
  - Комбинирование инклюзивных и эксклюзивных измерений
  - Интерполяция измерений гладкой функцией
  - Экстраполяция на необследованные области фазового пространства
  - Оценка неизмеренных эксклюзивных каналов
  - Учёт узких резонансов и других особенностей
  - Выбор «правильного значения» из массива противоречивых экспериментальных результатов
- Ну а когда наконец обнаружится новая физика, вот тогда...

# Сравнение эксперимента с предсказанием Hagiwara 2011

<b>QED</b> contribution	11 658 471.808 (0.015) $\times 10^{-10}$	Kinoshita & Nio, Aoyama et al
<b>EW</b> contribution	15.4 (0.2) $\times 10^{-10}$	Czarnecki et al
<b>Hadronic</b> contribution		
<b>LO</b> hadronic	694.9 (4.3) $\times 10^{-10}$	HLMNT11
<b>NLO</b> hadronic	-9.8 (0.1) $\times 10^{-10}$	HLMNT11
<b>light-by-light</b>	10.5 (2.6) $\times 10^{-10}$	Prades, de Rafael & Vainshtein
<b>Theory TOTAL</b>	<b>11 659 182.8 (4.9) <math>\times 10^{-10}</math></b>	
<b>Experiment</b>	<b>11 659 208.9 (6.3) <math>\times 10^{-10}</math></b>	world avg
<b>Exp – Theory</b>	<b>26.1 (8.0) <math>\times 10^{-10}</math></b>	<b>3.3 <math>\sigma</math> discrepancy</b>

# Данные чуть посвежее

## Davier 2016

QED	11658471.885	+ - 0.004
EW	15.4	+ - 0.1
had LBL	10.5	+ - 2.6
had LO	692.8	+ - 3.3
had NLO	-9.87	+ - 0.09
had NNLO	1.24	+ - 0.01
prediction	11659181.9	+ - 4.2
exp BNL	11659208.9	+ - 6.3

deviation	27.0	+ - 7.6	3.6 $\sigma$
-----------	------	---------	--------------

# Оценка от другого теоретика

Jegerlehner 2017

---

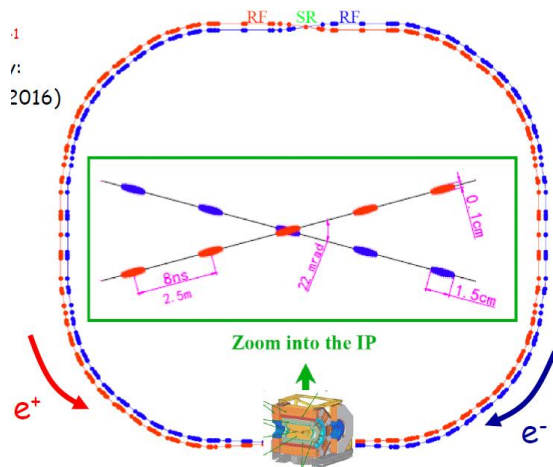
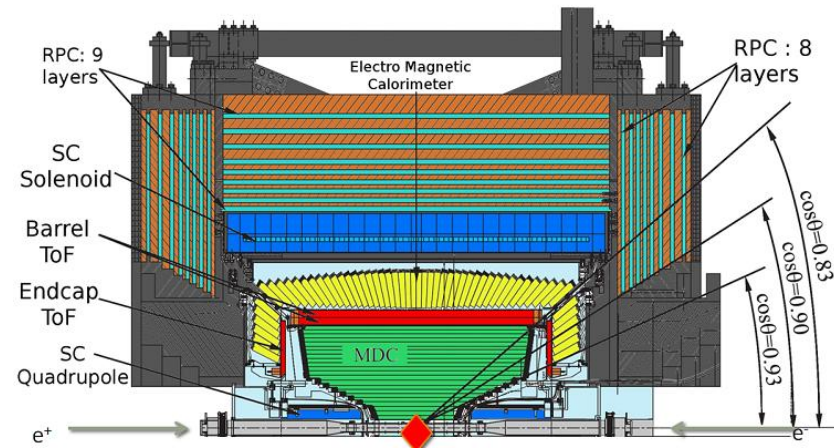
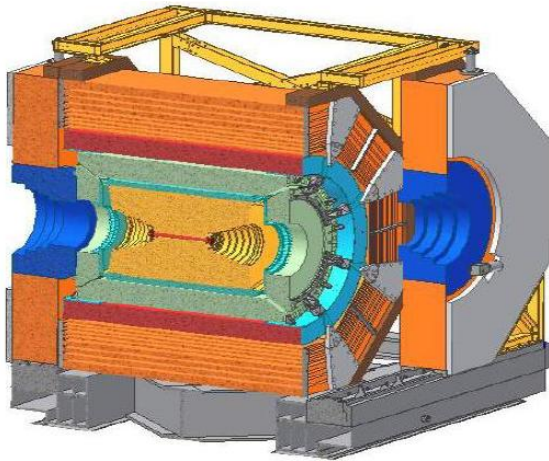
Contribution	Value	Error
QED incl. 4-loops+5-loops	11 658 471 . 8851	0 . 036
Leading hadronic vac. pol.	688 . 77	3 . 38
Subleading hadronic vac. pol.	-9 . 927	0 . 072
NNLO hadronic vac. pol.	1 . 224	0 . 010
Hadronic light-by-light	10 . 34	2 . 88
Weak incl. 2-loops	15 . 36	0 . 11
Theory	11 659 177 . 6	4 . 4
Experiment	11 659 209 . 1	6 . 3
Exp.- The. 4.1 standard deviations	31 . 3	7 . 7

---

# Как улучшить «предсказание теории»?

- Точность «предсказаний теории» ограничена адронной поляризацией вакуума и рассеянием света на свете
- Требуются высокоточные измерения  $e^+e^- \rightarrow$ адроны от порога  $\pi\pi$  до  $\sim 5$  ГэВ, а также  $\gamma\gamma \rightarrow$ адроны от порога  $\pi^0$
- Кто может сделать это?

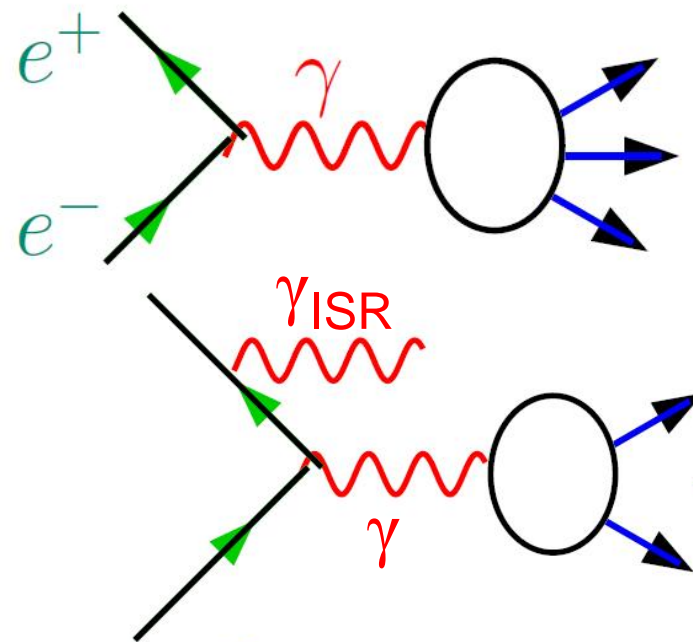
# Эксперимент BESIII



- Участие ОИЯИ с 2005
- Набор данных с 2009
- $e^+e^-$  коллайдер:
- $2 < E < 4.6$  ГэВ,  $L = 10^{33}$

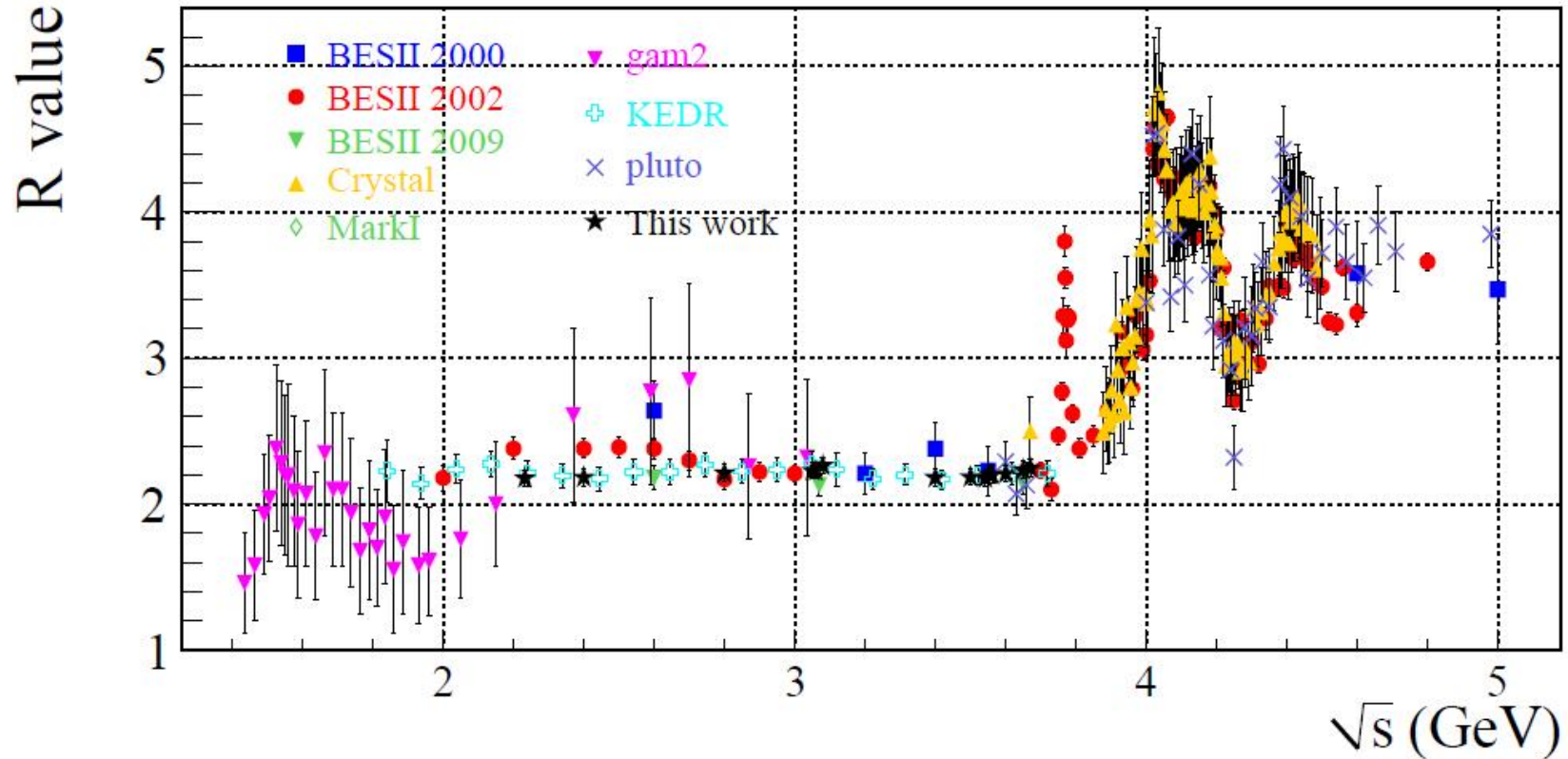
# Как измерить $\sigma_{\text{had}}(s)$ на BES-III

- $2 < E < 4.6$  ГэВ: прямое сканирование -  $\sqrt{s}$  задаётся энергией коллайдера
- $0.3 < E < 2$  ГэВ: радиационный возврат -  $\sqrt{s}$  задаётся излучением фотона перед столкновением (ISR)
- В области 2-4.6 ГэВ точность BESIII вне конкуренции
- Ниже 2 ГэВ точность сравнима с KLOE и BABAR



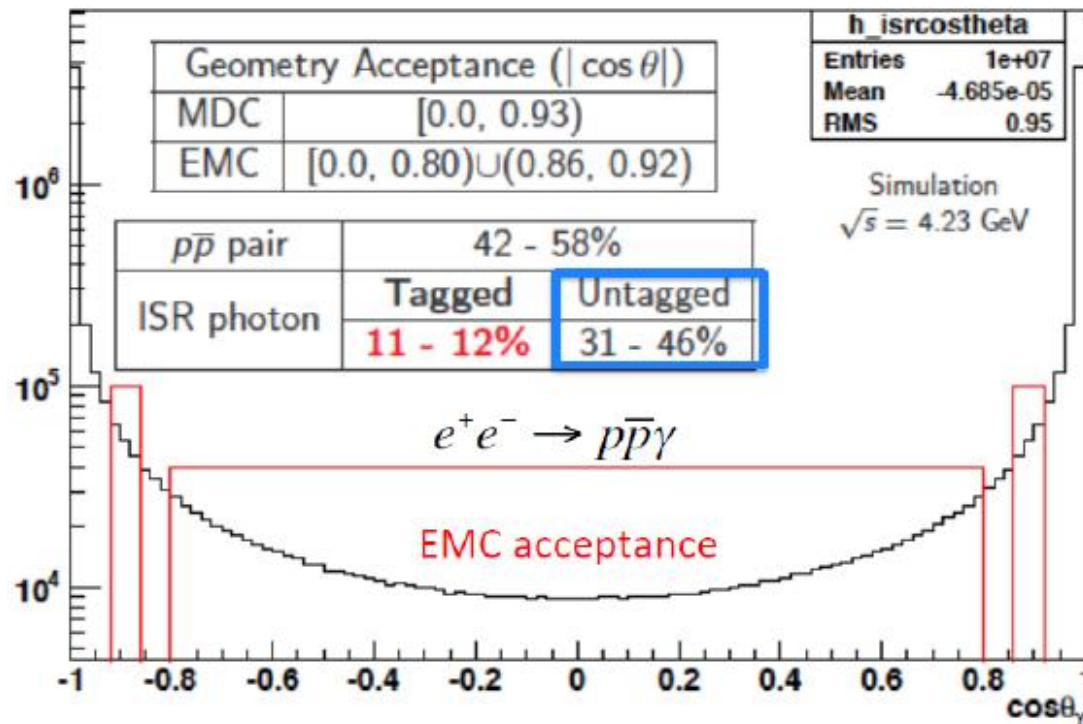
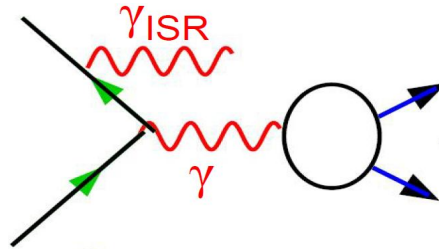


# R-скан на BESIII



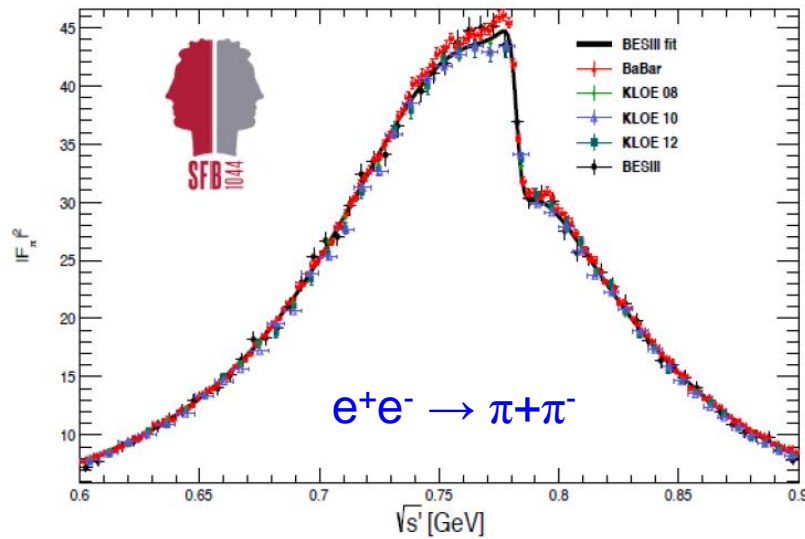
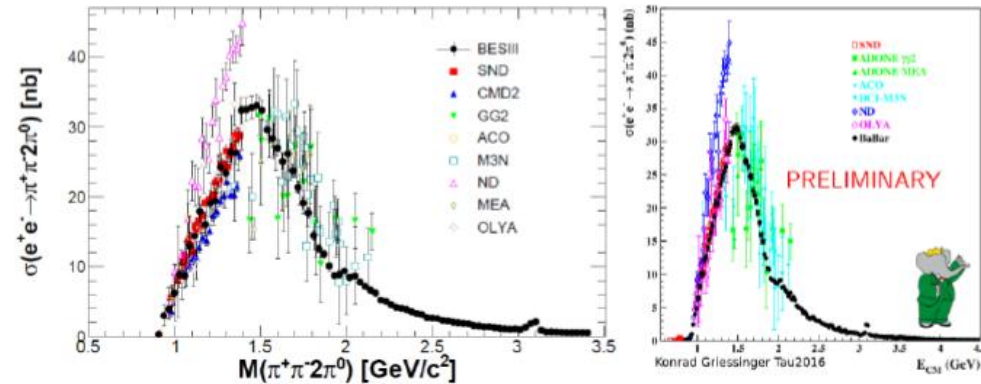
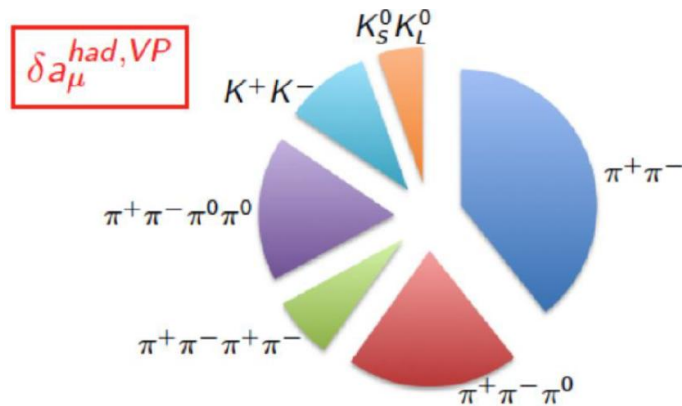
- Набрано  $1.3 \text{ fb}^{-1}$  в 130 точках по энергии,  $2 < E < 4.6 \text{ ГэВ}$
- Измеряется не абсолютное сечение, а “R-ratio”:  $R(s) = \sigma_{\text{had}}(s) / \sigma_{\mu\mu}(s)$
- Мюонное сечение вычисляется в КЭД с почти бесконечной точностью

# BESIII: радиационный возврат



- Tagged:  $\gamma_{ISR}$  регистрируется в калориметре
- Untagged:  $\gamma_{ISR}$  вне акцептанса, реконструируется через кинематический фит
- Untagged: большая статистика, но также растёт фон и систематика

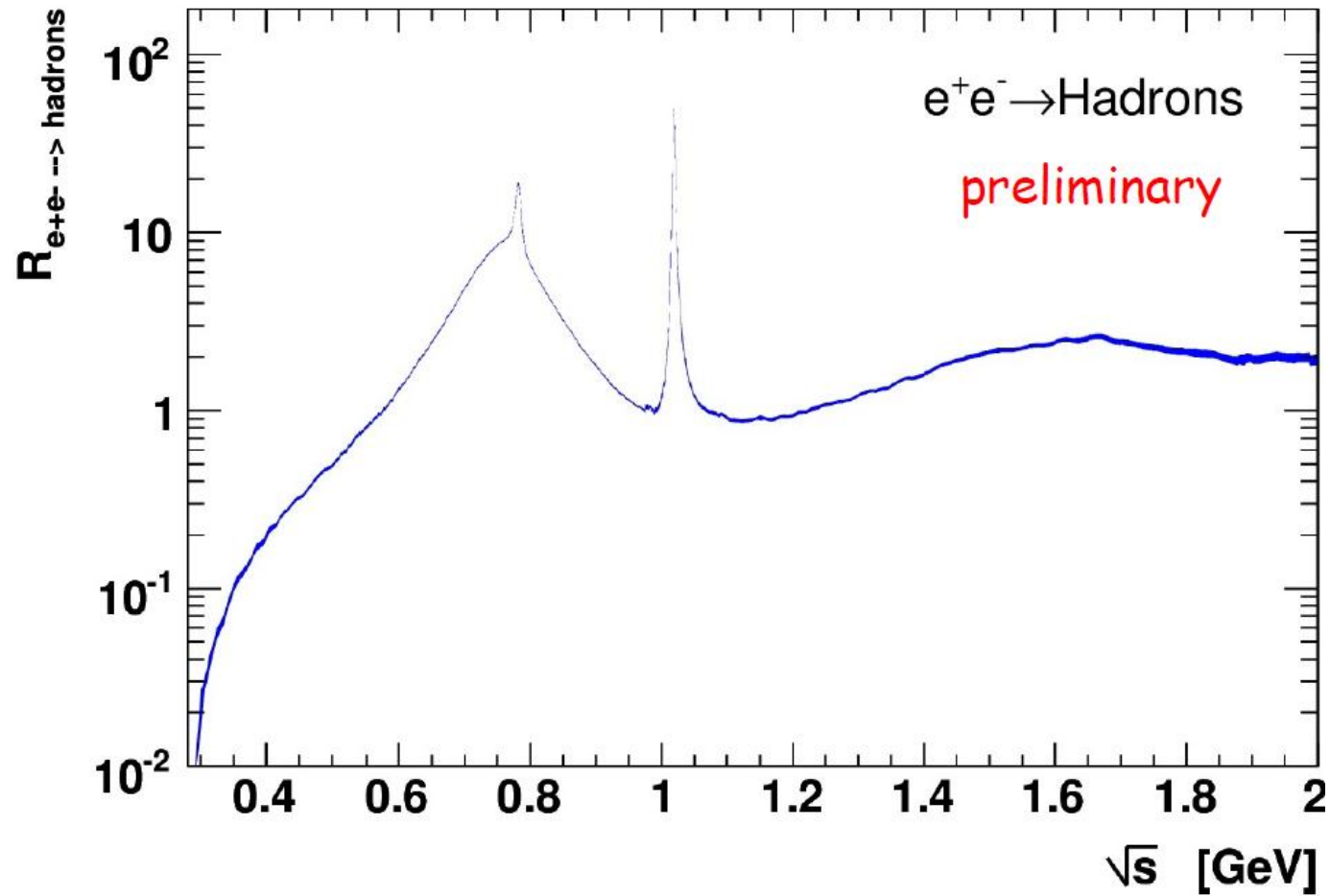
# Адронные сечения при $E < 2$ ГэВ



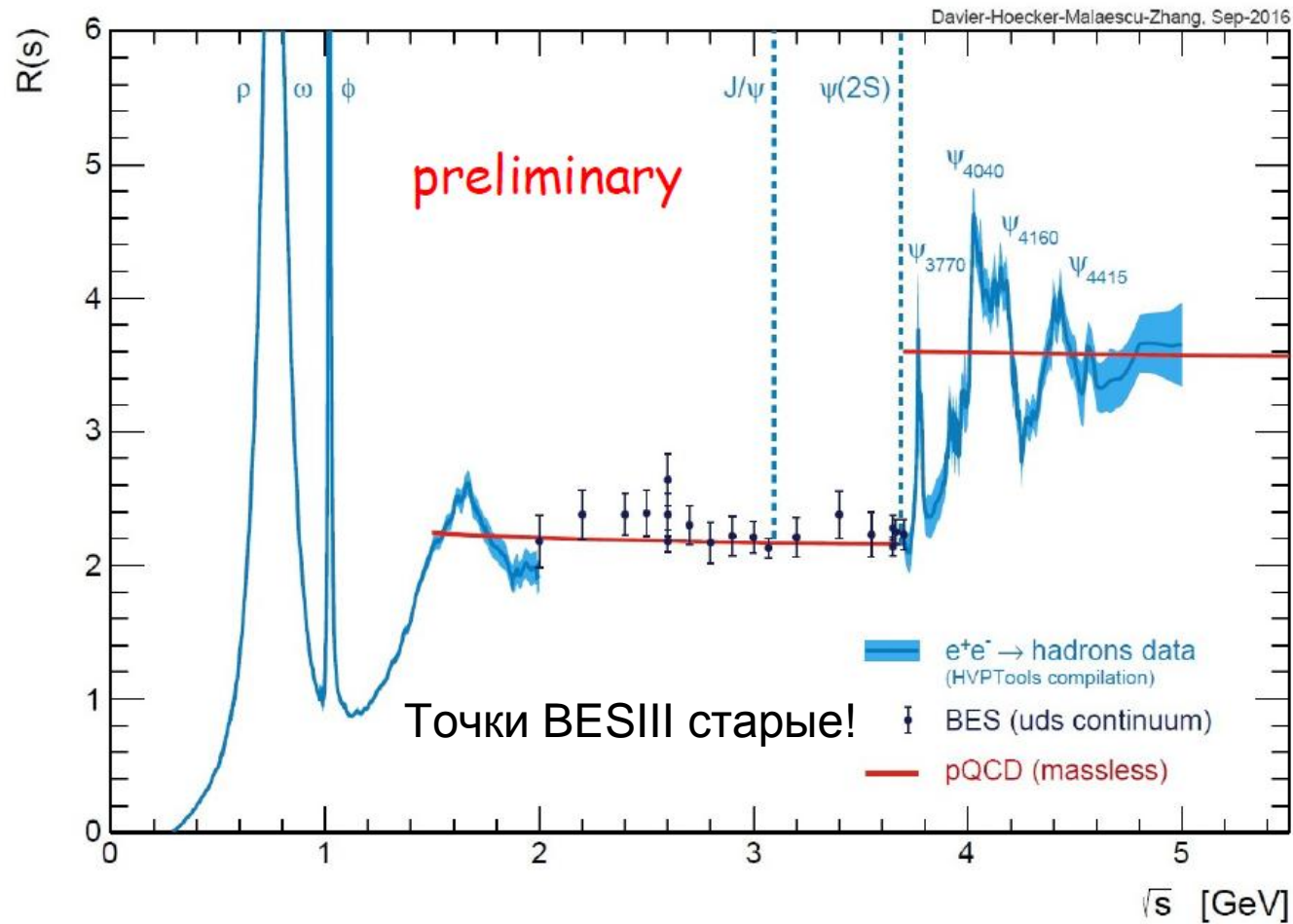
	$a_\mu^{\pi^+\pi^-2\pi^0[0.92-1.8 \text{ GeV}],LO} / 10^{-10}$
BESIII (preliminary)	$18.63 \pm 0.27 \pm 0.57$
BABAR (preliminary)	$17.9 \pm 0.1 \pm 0.6$

- Измеряются эксклюзивные каналы
- Непромеренные каналы оцениваются модельно
- Точность одного порядка у **BESIII** и **BaBar** (а ниже 1 ГэВ – также и у **KLOE**)

# Что из этого делают теоретики



# ...и в более широком диапазоне

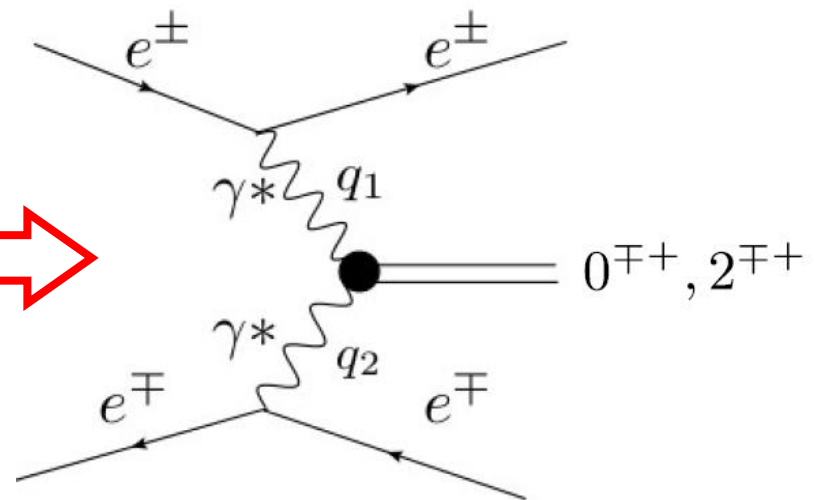
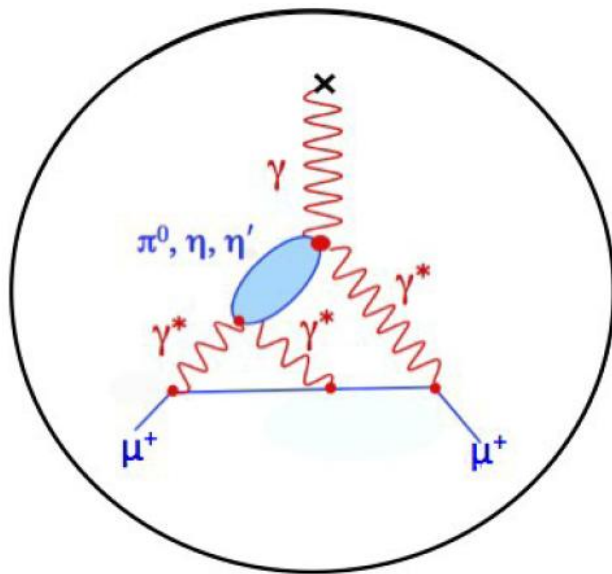


# Эволюция оценки вклада поляризации вакуума

- 2003:  $696.3 \pm 7.1$
- 2011:  $692.3 \pm 4.2$
- 2016:  $692.8 \pm 3.3$
  
- Прямое измерение  $a_\mu$  :  $\pm 6.3$  (2006)

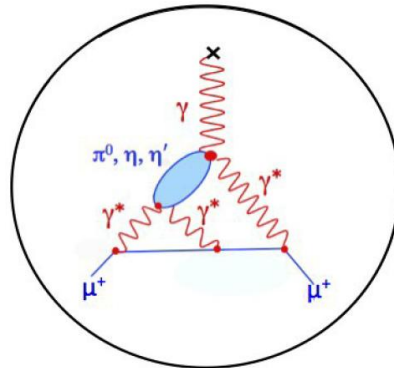
# Как измерить вклад в $a_\mu$ рассеяния свет-на-свете?

- Дисперсионное соотношение: разрезаем диаграмму по адронной петле, и переходим к сечению  $\gamma\gamma \rightarrow$  адроны



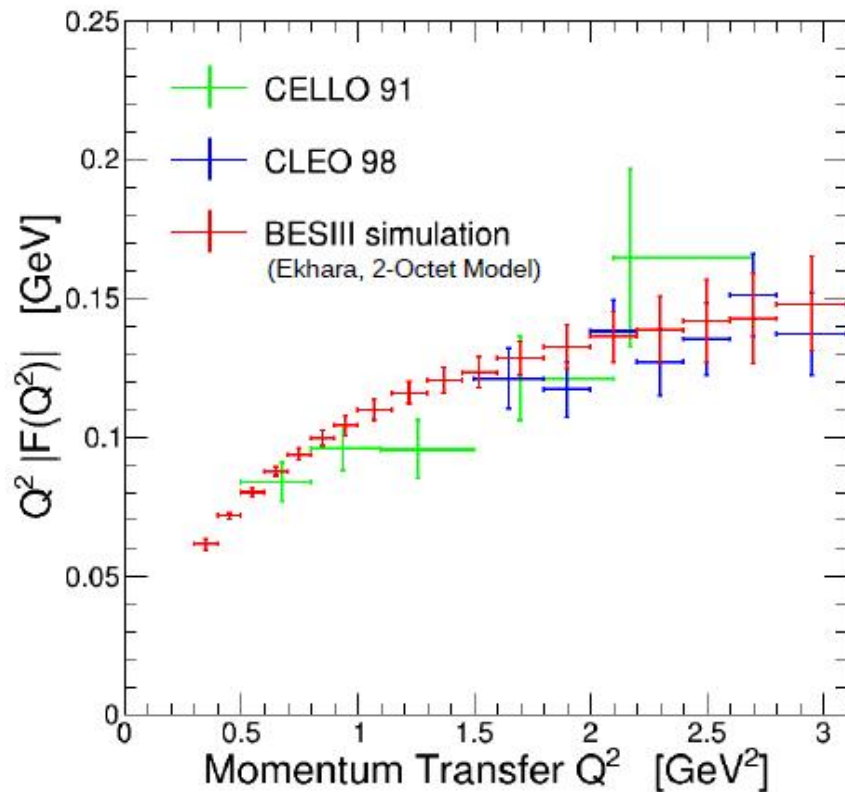
# Самое время этим заняться!

- Экспериментальная точность  $a_\mu$ 
  - Сейчас:  $6.3 \cdot 10^{-10}$
  - Скоро:  $1.6 \cdot 10^{-10}$
- Вклад рассеяния свет-на-свете:
  - $\pi^0$  :  $7 \cdot 10^{-10}$
  - $\eta$  :  $1.5 \cdot 10^{-10}$
  - $\eta'$  :  $1.5 \cdot 10^{-10}$





# BESIII: измерение $\gamma\gamma \rightarrow$ адроны



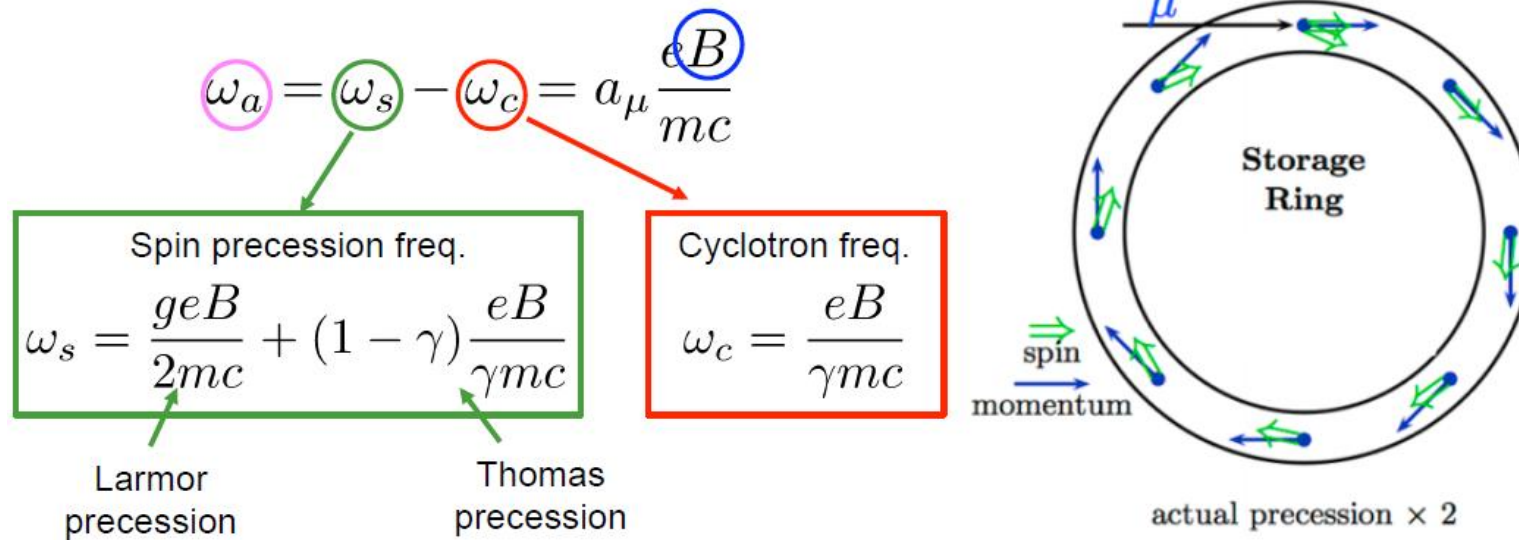
- BESIII приступил к измерениям
- Результаты пока не публикуются
- На рисунке показаны только статистические ошибки

До сих пор мы говорили  
о «предсказании теории»

А что с прямыми измерениями?

# Принцип измерений

- В накопительном кольце мюон движется по кругу, а его спин прецессирует
- За один оборот фазы расходятся ровно на аномальный магнитный момент



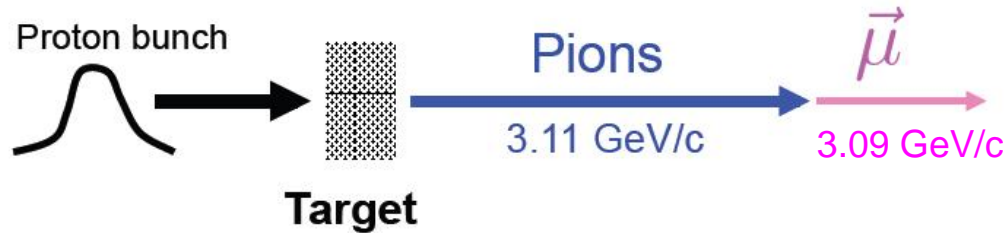
# Как быть с электрическим полем: два подхода

- При наличии электрического поля

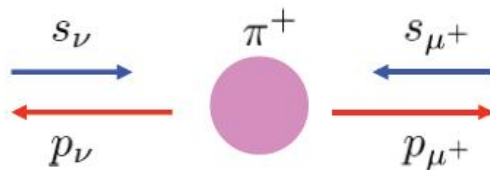
$$\vec{\omega}_a = -\frac{q}{m} \left[ a_\mu \vec{B} - \left( a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right]$$

- Как избавиться от этой добавки?
- Есть 2 подхода:
  - **J-PARC E34**: нулевое электрическое поле!  
(Ультрахолодные мюоны)
  - **BNL E821** и **FNAL E989**: при «магическом импульсе» **3.094 ГэВ/с** ( $\gamma=29.3$ ) добавка зануляется!

# Устройство пучка BNL/FNAL



- In the delivery ring, pions decay into negative helicity  $\mu^+$



- Create a ~90% polarised beam by selecting highest energy  $\mu^+$
- Momentum of selected  $\mu^+$  centred on 3.09 GeV ( $\gamma = 29.3$ ) to reduce E-field effects:

$$\vec{\omega}_a = \frac{e}{mc} \left[ a_\mu \vec{B} - \left( a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) (\vec{\beta} \times \vec{E}) \right]$$

0 for  $\gamma = 29.3$

# История измерений $a_\mu$

Experiment	Years	Polarity	$a_\mu \times 10^{10}$	Precision [ppm]
CERN I	1961	$\mu^+$	11 450 000(220 000)	4300
CERN II	1962-1968	$\mu^+$	11 661 600(3100)	270
CERN III	1974-1976	$\mu^+$	11 659 100(110)	10
CERN III	1975-1976	$\mu^-$	11 659 360(120)	10
BNL	1997	$\mu^+$	11 659 251(150)	13
BNL	1998	$\mu^+$	11 659 191(59)	5
BNL	1999	$\mu^+$	11 659 202(15)	1.3
BNL	2000	$\mu^+$	11 659 204(9)	0.73
BNL	2001	$\mu^-$	11 659 214(9)	0.72
Average			11 659 208.0(6.3)	0.54

# FNAL E989

Статус: набор данных с февраля  
Уже превышена статистика BNL E821  
Цель:  $\pm (6.3 \rightarrow 1.6) \cdot 10^{-10}$

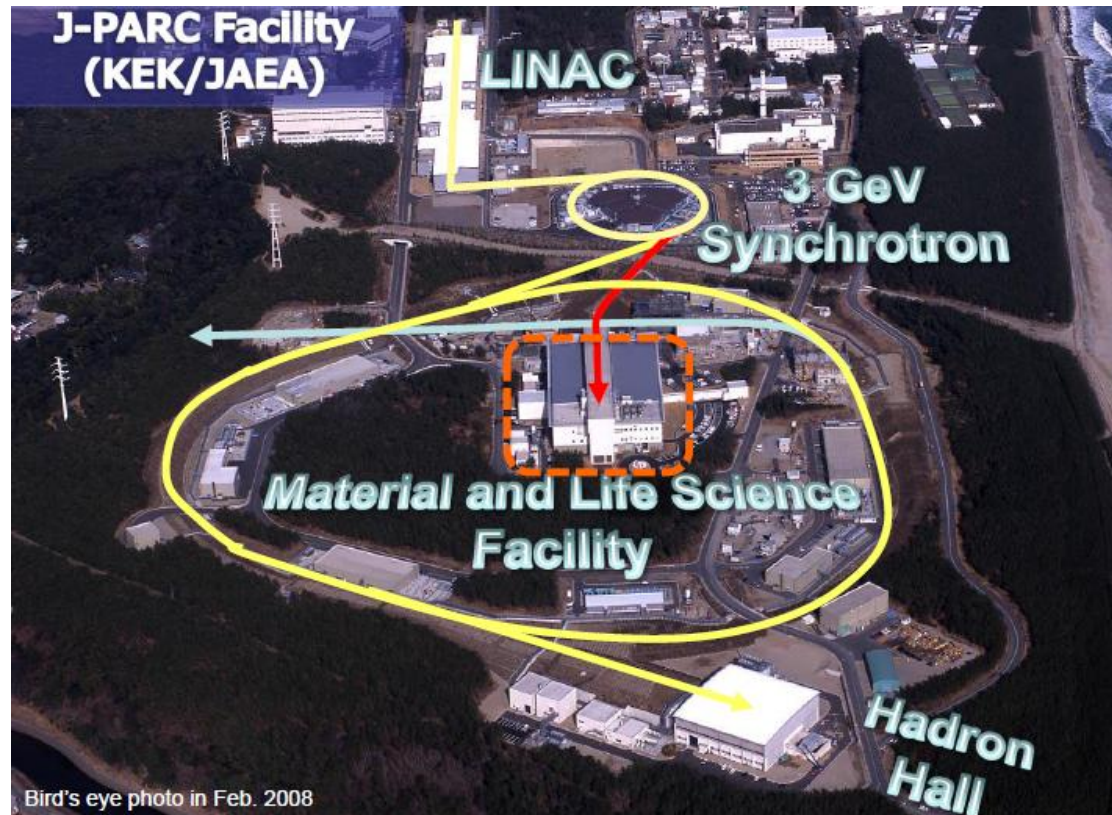


# J-PARC E34

Статус: подан TDR

Цель:  $\pm (6.3 \rightarrow 5.3) \cdot 10^{-10}$  (Фаза 1, одобрена)

$\pm (6.3 \rightarrow 1.2) \cdot 10^{-10}$  (Фаза 2, обсуждается)



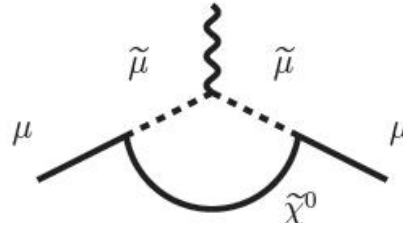
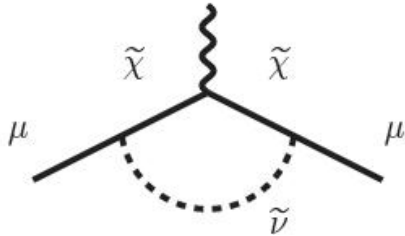


# Чего можно ожидать

- Предсказание:  $\pm 4.2$ 
  - VP:  $\pm 3.3$
  - LBL:  $\pm 2.6$
- BNL E821:  $\pm 6.3$
- FNAL E989:  $\pm 1.6$
- J-PARC E34:  $\pm 1.2(?)$
- В ближайшие годы погрешность «теории» может сократиться до  $\pm 2.5$  (BESIII VP&LBL)
- Точность сравнения с E989 станет  $\pm 3.0$  (сейчас сравнение с E821  $\pm 7.7$ )
- $3.6\sigma$  превратятся в  $9\sigma!!!$

} Сейчас

# А зачем всё это нужно?



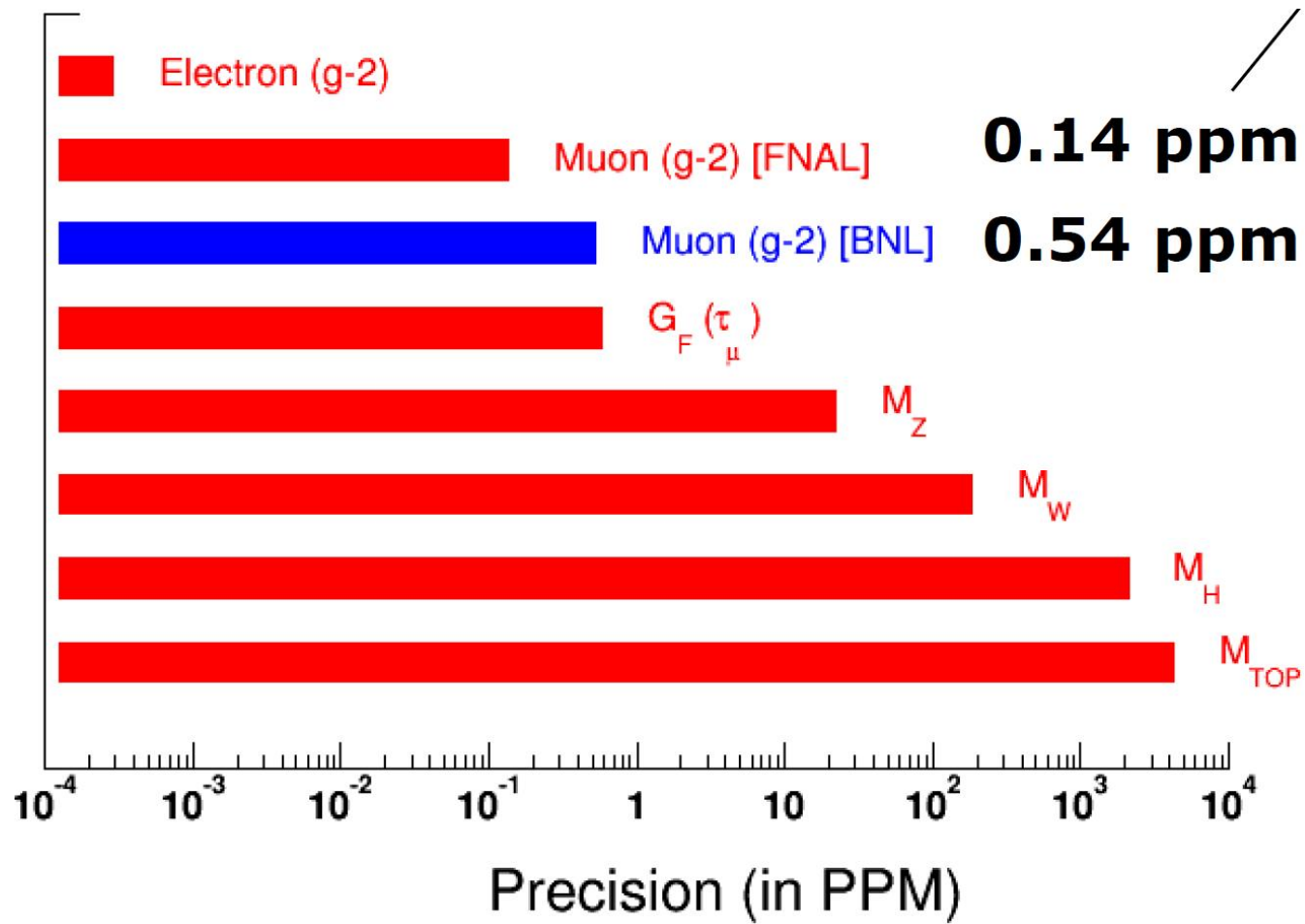
$$a_{\mu}^{\text{SUSY}} \simeq \text{sgn}(\mu) 130 \times 10^{-11} \tan \beta \left( \frac{100 \text{ GeV}}{\Lambda_{\text{SUSY}}} \right)^2$$

- Новая физика!!!
- Например, уже при нынешней точности,  $a_{\mu}$  чувствительна к суперсимметрии масштаба **1000 ГэВ** (при больших тангенсах)
- А ещё: расширенные хиггсовские модели (напр. **2HDM**), лептокварк  **$M \sim 1 \text{ ТэВ}$** , сверхлёгкий  **$Z'$** , аксионы, «тёмные фотоны»...

# Заключение

- Эксперимент и теория достигли поразительной точности в определении аномального магнитного момента
- Наметилось расхождение  $3-4\sigma$  между экспериментом и предсказанием
- В ближайшие годы новые данные BESIII могут улучшить точность предсказаний в 1.5-2 раза; точность прямого измерения улучшится в 4-5 раз
- Очень скоро ждите новостей!

Запасные слайды





$\frac{\alpha}{2\pi}$

JULIAN SCHWINGER

2·12·1918 — 7·16·1994

CLARICE CARROL SCHWINGER

9·23·1917 — 1·9·2011