Радиационные поправки к наблюдаемым величинам в экспериментах с поляризованными пучками

(по материалам кандидатской диссертации)

Выступающий:
Кампф Алексей Андреевич
аспирант МГУ имени М.В. Ломоносова
м.н.с. сектора №1 НЭОВП ЛЯП ОИЯИ

Руководитель:
Калиновская Лидия Владимировна
д.ф.-м.н.
начальник сектора №1 НЭОВП ЛЯП ОИЯИ
Консультант:
Дыдышко Егор Вячеславович
к.ф.-м.н
с.н.с. сектора №1 НЭОВП ЛЯП ОИЯИ

Дубна, Московская обл., Россия
28.10.2026

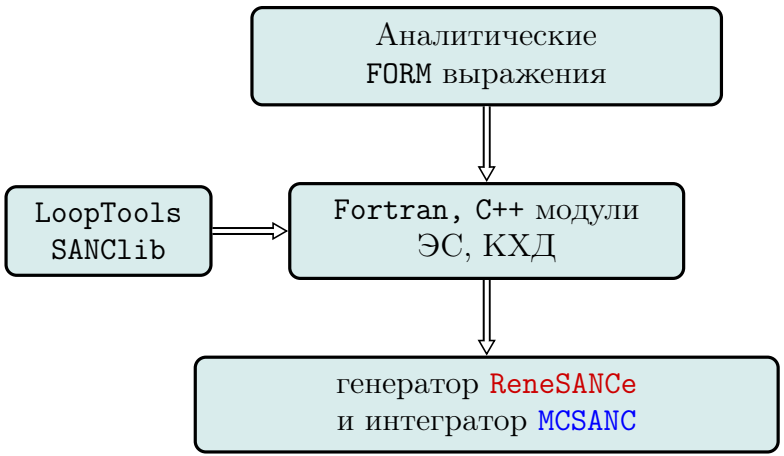
Содержание

1. Введение
2. SANC
3. Однопетлевое сечение рассеяния
4. Радиационные поправки к адронным процессам в поляризованных протонных столкновениях
   - 4.1 Процессы рождения прямых фотонов
   - 4.2 Процесс Дрелла-Яна в канале заряженного тока
5. Радиационные поправки к поляризованным лептонным процессам и оценка светимости
   - 5.1 Малоугловое Баба-рассеяние
   - 5.2 Процесс рождения фотонной пары в электрон-позитронной аннигиляции
6. Заключение

Введение


Будущие коллайдеры
Высокая статистика и повышенные требования к точности измерения физических величин
Поляризация пучков
Спиновые асимметрии и корреляции
Радиационные поправки
Виртуальные и реальные QED/QCD/EW-вклады, включая жёсткое тормозное излучение
Теоретическая поддержка экспериментов
Точные предсказания физических наблюдаемых с учётом поляризации и радиационных поправок
Прецизионные тесты СМ
Определение параметров и проверка предсказаний СМ
Эффекты за пределами СМ
Поиск возможных дополнительных эффектов, вкладов, частиц и т.д.
Калибровка светимости
Контроль теоретической неопределенности

SANC представляет собой набор процедур на языке программы FORM [1][1] и предназначена для аналитического расчета однопетлевых радиационных поправок.



[1] J. A. M. Vermaseren, «New features of FORM».

Однопетлевое сечение рассеяния

Полное однопетлевое сечение есть сумма вкладов:

$$\sigma^{\text{one-loop}} = \sigma^{\text{Born}} + \sigma^{\text{real}}(\lambda) + \sigma^{\text{virt}}(\lambda),$$

где
σ^{Born} — борновское сечение,
$\sigma^{\text{virt}}(\lambda)$ — вклад петлевых поправок,
$\sigma^{\text{real}}(\lambda) = \sigma^{\text{soft}}(\lambda, \bar{\omega}) + \sigma^{\text{hard}}(\bar{\omega})$ — вклад от излучения реальных фотонов.

$\bar{\omega}$ — энергетический параметр разделяющий фазовый объем на область жестких ($E_{\gamma/g} > \bar{\omega}$) и область мягких ($E_{\gamma/g} < \bar{\omega}$) фотонов.
λ («масса фотона») — параметр регуляризации расходимостей.

Независимость итогового результата от выбора $\bar{\omega}$ контролируется численными расчетами сечения для различных значений этого параметра.

Алгоритм вычисления в общем виде:

- Построение ковариантной амплитуды $\mathcal{A}$.
- Расчет формфакторов $\mathcal{F}$ (инвариантных амплитуд).
- Получение спиральных амплитуд $\mathcal{H}$.
- Расчет жесткого тормозного излучения с помощью алгоритма, реализованного на основе работы [2][2].

Методика расчета формфакторов $\mathcal{F}$ построена так, чтобы обеспечить внутреннюю согласованность результатов на всех этапах:

- Все однопетлевые вычисления проводятся в калибровке R_ξ с тремя калибровочными параметрами: ξ_A, ξ_Z, ξ_W.
- Петлевые интегралы выражаются через стандартные скалярные функции Пассарино-Вельтмана: A_0, B_0, C_0, D_0.

Таким образом можно проверить на уровне аналитических выражений калибровочную инвариантность, убедиться в сокращении ультрафиолетовых полюсов, а также проверить выполнение различных свойств симметрии и тождеств Уорда.

Особенности расчета тормозного излучения

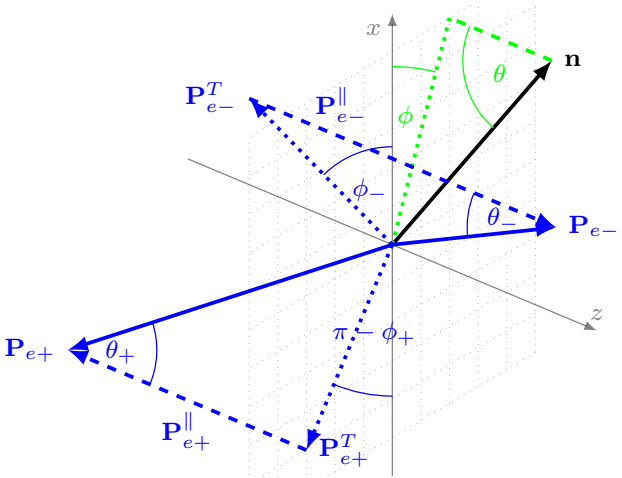
Ранее в SANC расчет производился только для неполяризованного случая классическими методами. Сейчас стал возможен учет поляризации за счет внедрения нового алгоритма аналитического вычисления тормозного излучения.

Благодаря этому подходу удается получить компактные выражения для спиральных амплитуд в явно калибровочно-инвариантном виде. К числу дополнительных преимуществ данного метода относятся численная устойчивость, а также возможность корректного учета масс частиц.

Алгоритм также был успешно применен к процессам Дрелла-Яна в канале заряженного тока, рождению прямых фотонов и фотонной пары в e^+e^--аннигиляции. Результаты опубликованы в работах [3, 4, 5] [3].

[2] Y. Dydyshka, «Development of the automatic procedures for spinor matrix element calculation with massive particles».
[3] ..., A.Kampf, ..., «One-loop radiative corrections to photon-pair production in polarized positron-electron annihilation»; ..., A.Kampf, ..., «EW One-Loop Corrections to the Longitudinally Polarized Drell–Yan Process. (II) Charged-Current Case»; A. Kampf, «Hard Bremsstrahlung for Prompt Photon Production Processes».

Подход спиральных амплитуд



Все вклады однопетлевого сечения вычисляются в подходе спиральных амплитуд ($\mathcal{H}$) [6, 7, 8][4]. Этот подход позволяет учитывать:

- поляризации начальных и конечных состояний,
- спиновые корреляции, передачу поляризации от начального к конечному состоянию.

$$
\begin{aligned}
|\mathcal{M}|^2 = {} & L^{\parallel}_{e^-} R^{\parallel}_{e^+} |\mathcal{H}_{-+}|^2 + R^{\parallel}_{e^-} L^{\parallel}_{e^+} |\mathcal{H}_{+-}|^2 \\
& + L^{\parallel}_{e^-} L^{\parallel}_{e^+} |\mathcal{H}_{--}|^2 + R^{\parallel}_{e^-} R^{\parallel}_{e^+} |\mathcal{H}_{++}|^2 \\
& - \frac{1}{2} P^{\perp}_{e^-} P^{\perp}_{e^+} \operatorname{Re}\left[e^{i(\Phi_+ - \Phi_-)} \mathcal{H}_{++} \mathcal{H}^*_{--} + e^{i(\Phi_+ + \Phi_-)} \mathcal{H}_{+-} \mathcal{H}^*_{-+} \right] \\
& + P^{\perp}_{e^-} \operatorname{Re}\left[e^{i\Phi_-} \left(L^{\parallel}_{e^+} \mathcal{H}_{+-} \mathcal{H}^*_{--} + R^{\parallel}_{e^+} \mathcal{H}_{++} \mathcal{H}^*_{-+} \right) \right] \\
& - P^{\perp}_{e^+} \operatorname{Re}\left[e^{i\Phi_+} \left(L^{\parallel}_{e^-} \mathcal{H}_{-+} \mathcal{H}^*_{--} + R^{\parallel}_{e^-} \mathcal{H}_{++} \mathcal{H}^*_{+-} \right) \right],
\end{aligned}
$$

здесь $L^{\parallel}_{e^\pm} = \frac{1}{2}(1 - P^{\parallel}_{e^\pm})$, $R^{\parallel}_{e^\pm} = \frac{1}{2}(1 + P^{\parallel}_{e^\pm})$, $\Phi_\pm = \phi_\pm - \phi$

$\mathcal{H}_{--}, \mathcal{H}_{++}, \mathcal{H}_{-+}, \mathcal{H}_{+-}$ — спиральные амплитуды.

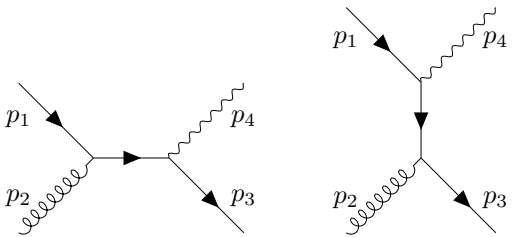
Радиационные поправки к адронным процессам в поляризованных протонных столкновениях



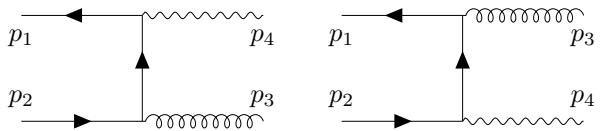
Поляризованные процессы рождения прямых фотонов

SPD NICA предназначен для всестороннего изучения поляризованной и неполяризованной глюонной структуры протона и дейтрона в pp и dd столкновениях [9, 10][5].

NLO и PT оказывают существенное влияние на сечение рис. 1 ([11][6].).



Quark-gluon Compton process $qg \to q\gamma$.



Annihilation process $q\bar{q} \to \gamma g$.

q – кварк, g – глюон, γ – фотон, p_i – импульсы

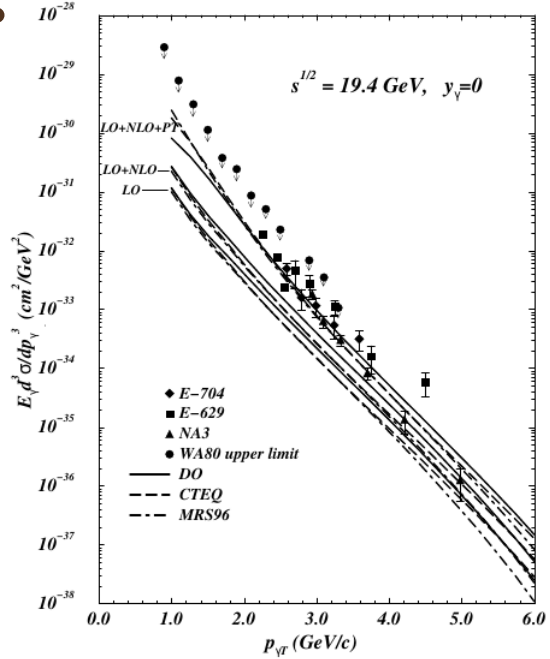


Рис. 1: Инвариантное сечение рождения фотонов в нуклон-нуклонных столкновениях при энергии в системе центра масс $\sqrt{s} = 19,4$ ГэВ и быстроте фотона $y_\gamma = 0$, рассчитанное при различных значениях среднего квадрата поперечного импульса $< p_T^2 >$, а также с использованием партонных функций распределения Дюка и Оуэнса (Duke and Owens).

[5] A. Guskov, «The SPD project at NICA»; A. Guskov «Probing Gluons at the Spin Physics Detector».

[6] Cheuk-Yin Wong, Hui Wang, «Effects of Parton Intrinsic Transverse Momentum on Photon Production in Hard-Scattering Processes»

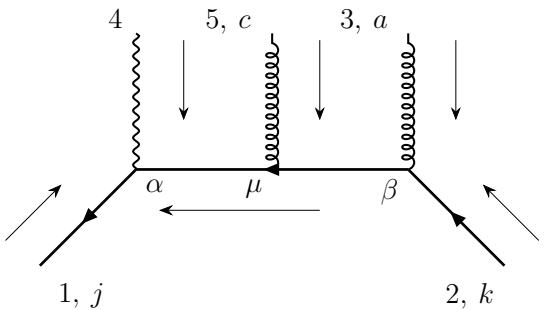
Жесткое тормозное излучение

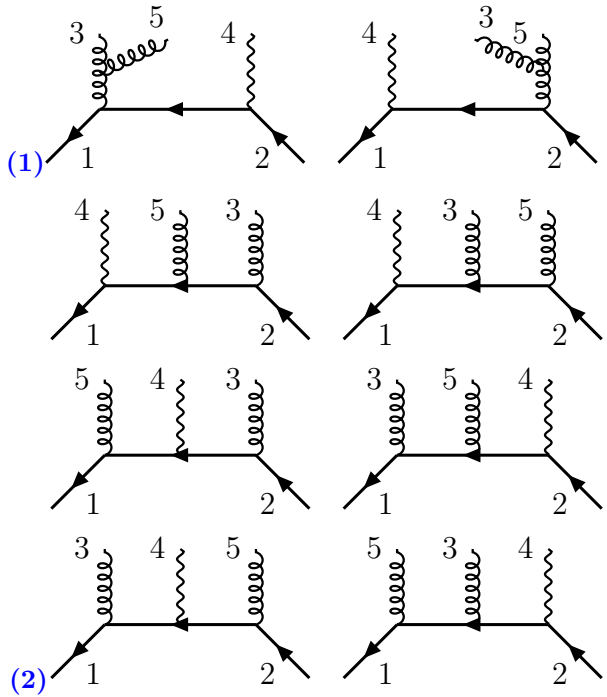
Равенство нулю суммы 4-х импульсов (χ_i – спиральность):

$$\sum_{i=1}^{5} p_i = 0,$$

$$\bar{q}(p_1,\chi_1) + q(p_2,\chi_2) + g(p_3,\chi_3) + \gamma(p_4,\chi_4) + (\gamma/g)(p_5,\chi_5) \to 0$$

Излучение тормозного глюона – **(1)** и **(2)**.
Излучение тормозного фотона – **(2)** и замена глюона (p_5) на фотон.
a, c – цвета глюонов, j, k – цвета кварков.





Алгоритм аналитического вычисления жесткого тормозного излучения

Амплитуда в конечной форме должна содержать только импульсы и структуры с калибровочно-инвариантными бивекторами $\mathbf{F}$, которые определяются следующим образом:

$$\mathbf{F}_i \equiv F_{i,\mu\nu}\gamma^\mu\gamma^\nu = \not{p}_i \wedge \not{\varepsilon}_i = \not{p}_i\not{\varepsilon}_i, \tag{1}$$

здесь ε_μ и p_μ — вектор поляризации и импульс. $\not{\varepsilon} \to \not{\varepsilon} + C\not{p}$ (C — константа).

I. На первом этапе амплитуду необходимо преобразовать к виду, в котором каждой бозонной вершине сопоставляется «собственный» импульс. Под «собственным» в данном контексте подразумевается импульс, не обязательно совпадающий с импульсом самого бозона. Это позволяет сгруппировать слагаемые в комбинации вида $\not{p}_i\not{\varepsilon}_j$ (где индекс i не обязательно совпадает с j).

II. Если импульсов не хватает, то недостающие добавляются путем вставки единичной матрицы слева или справа от оператора поляризации $\not{\varepsilon}_j$. Такая вставка приводит к появлению двух импульсов: один формирует пару с оператором поляризации и нужен для приведения амплитуды к бивекторной форме, а второй — «калибровочный» — остается произвольным. Его выбор можно подчинить условию обращения скалярной части амплитуды в ноль посредством уравнения Дирака.

III. На следующем этапе выполняются алгебраические преобразования, в результате которых из амплитуды выделяются все возможные тензорные структуры, содержащие бивекторы напряженности полей.

IV. На заключительном этапе осуществляется группировка полученных слагаемых по количеству входящих в них бивекторов напряженности полей.

Спиральные амплитуды жесткого тормозного излучения

Ответ для спиральных амплитуд жесткого глюонного тормозного излучения имеет вид:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{ac} =& \frac{i(t^a t^c)_{jk}\bar v_1 \grave p_2}{2(p_1p_2)+2m^2}\Bigg[\frac{\mathbf{F}_3\mathbf{F}_4\mathbf{F}_5}{z_{245}z_{25}}+\frac{\mathbf{F}_3\mathbf{F}_5\mathbf{F}_4}{z_{245}z_{24}}+\frac{\mathbf{F}_4\mathbf{F}_3\mathbf{F}_5}{z_{235}z_{25}}+\frac{\mathbf{F}_4[\mathbf{F}_3,\mathbf{F}_5]}{z_{14}z_{241}}+\frac{[\mathbf{F}_3,\mathbf{F}_5]\mathbf{F}_4}{z_{24}z_{241}}\\ &+\left(\frac{\mathrm{Tr}[\not p_2\not p_5\mathbf{F}_3]}{z_{25}z_{35}z_{235}}+\frac{\mathrm{Tr}[\not p_5\not p_1\mathbf{F}_3]}{z_{13}z_{25}z_{35}}\right)\mathbf{F}_4\mathbf{F}_5+\frac{\mathrm{Tr}[\not p_5\not p_1\mathbf{F}_3]}{z_{13}z_{24}z_{35}}\mathbf{F}_5\mathbf{F}_4\\ &+\left(\frac{\mathrm{Tr}[\not p_2\not p_3\mathbf{F}_5]}{z_{25}z_{241}z_{245}}+\frac{\mathrm{Tr}[\not p_3\not p_1\mathbf{F}_5]}{z_{24}z_{241}z_{245}}\right)\mathbf{F}_3\mathbf{F}_4+\frac{\mathrm{Tr}[\not p_2\not p_3\mathbf{F}_5]}{z_{14}z_{25}z_{35}}\mathbf{F}_4\mathbf{F}_3\\ &+\left(\frac{\mathrm{Tr}[\not p_2\not p_1\mathbf{F}_4]}{z_{14}z_{24}z_{245}}+\frac{\mathrm{Tr}[\not p_1\not p_3\mathbf{F}_4]}{z_{14}z_{25}z_{245}}\right)\mathbf{F}_3\mathbf{F}_5+\frac{\mathrm{Tr}[\not p_2\not p_1\mathbf{F}_4]}{z_{14}z_{24}z_{241}}[\mathbf{F}_3,\mathbf{F}_5]\\ &+\left(\frac{2\,\mathrm{Tr}[\not p_2\langle\not p_2\mathbf{F}_4\rangle_1\mathbf{F}_5]}{z_{24}z_{25}z_{245}}+\frac{\mathrm{Tr}[\not p_2\not p_1\mathbf{F}_4]\,\mathrm{Tr}[\not p_2\not p_3\mathbf{F}_5]}{z_{24}z_{25}z_{35}z_{235}}\right)\mathbf{F}_3\\ &+\left(\frac{2\,\mathrm{Tr}[\not p_2\langle\not p_1\mathbf{F}_3\rangle_1\mathbf{F}_5]}{z_{13}z_{35}z_{25}}+\frac{2\,\mathrm{Tr}[\langle\not p_1\mathbf{F}_3\rangle_1\not p_1\mathbf{F}_5]}{z_{13}z_{35}z_{135}}+\frac{2\,\mathrm{Tr}[\langle\not p_2\mathbf{F}_3\rangle_1\not p_2\mathbf{F}_5]}{z_{25}z_{35}z_{235}}\right)\mathbf{F}_4\\ &+\left(\frac{\mathrm{Tr}[\not p_5\not p_1\mathbf{F}_3]\,\mathrm{Tr}[\not p_2\not p_1\mathbf{F}_4]}{z_{24}z_{25}z_{35}z_{245}}+\frac{2\,\mathrm{Tr}[\not p_1\langle\not p_2\mathbf{F}_4\rangle_1\mathbf{F}_3]}{z_{24}z_{25}z_{245}}+\frac{\mathrm{Tr}[\not p_2\not p_1\mathbf{F}_4]\,\mathrm{Tr}[\not p_2\not p_5\mathbf{F}_3]}{z_{24}z_{25}z_{35}z_{235}}\right)\\ &\mathbf{F}_5\Bigg]u_2,\end{aligned}$$

Ответ для спиральных амплитуд жесткого фотонного тормозного излучения имеет вид:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}^\gamma =& \frac{(eQ)^2 g_s i t^a_{jk}\bar v_1\grave p_2}{2(p_1p_2)+2m^2}\Bigg[\\ &\sum_{\substack{i,j,k=\{3,4,5\}\\ i\neq j\neq k}}\left(\frac{\mathbf{F}_i\mathbf{F}_j\mathbf{F}_k}{z_{2jk}z_{2k}}+\mathbf{F}_i\mathbf{F}_j\left[\frac{\mathrm{Tr}[\not p_{2j}\not p_2\mathbf{F}_k]}{z_{2k}z_{2j}z_{2jk}}+\frac{\mathrm{Tr}[\not p_2\not p_1\mathbf{F}_k]}{z_{2j}z_{2k}z_{1k}}\right]\right)\\ &+\sum_{\substack{i=3,j=4,k=5\\ i=4,j=5,k=3\\ i=5,j=4,k=3}}\mathbf{F}_i\left(\frac{\mathrm{Tr}[\not p_1\not p_2\mathbf{F}_j]\,\mathrm{Tr}[\not p_1\not p_2\mathbf{F}_k]}{z_{1j}z_{2j}z_{1k}z_{2k}}+\frac{2\,\mathrm{Tr}[\not p_1\langle\not p_1\mathbf{F}_j\rangle_1\mathbf{F}_k]}{z_{1j}z_{1k}z_{1jk}}\right.\\ &\left.+\frac{2\,\mathrm{Tr}[\not p_2\langle\not p_2\mathbf{F}_j\rangle_1\mathbf{F}_k]}{z_{2j}z_{2k}z_{2jk}}\right)\Bigg]u_2.\end{aligned}$$

$$\bar v_i \equiv \bar v^{\chi_i}(p_i) \equiv [\![i^{\chi_i}|, \quad u_i \equiv u^{\chi_i}(p_i) \equiv |i^{\chi_i}]\!].$$

Учитывая, что бивектор $\mathbf{F}_i$ выражается через спиноры как $\mathbf{F}_i^{\chi_i} = \sqrt{2}u^{\chi_i}(p_i)\bar v^{\chi_i}(p_i)$, получим:

$$\begin{aligned}\bar v_q\grave{\not p}_2\mathbf{F}_i\mathbf{F}_j u_m &= (\sqrt{2})^2[\![q^{\chi_q}|\grave{\not p}_2|i^{\chi_i}]\!][\![i^{\chi_i}|j^{\chi_j}]\!][\![j^{\chi_i}|m^{\chi_m}]\!],\\ \bar v_q\grave{\not p}_2\,\mathrm{Tr}[\mathbf{F}_i\mathbf{F}_j]u_m &= (\sqrt{2})^2[\![q^{\chi_q}|\grave{\not p}_2|m^{\chi_m}]\!][\![j^{\chi_j}|i^{\chi_i}]\!][\![i^{\chi_i}|j^{\chi_j}]\!],\\ \bar v_q\grave{\not p}_2\,\mathrm{Tr}[\not p_l\mathbf{F}_i\not p_n\mathbf{F}_j]u_m &= (\sqrt{2})^2[\![q^{\chi_q}|\grave{\not p}_2|m^{\chi_m}]\!][\![j^{\chi_j}|\not p_l|i^{\chi_i}]\!][\![i^{\chi_i}|\not p_n|j^{\chi_j}]\!],\\ \bar v_q\grave{\not p}_2\mathbf{F}_i\mathbf{F}_j\mathbf{F}_k u_m &= (\sqrt{2})^3[\![q^{\chi_q}|\grave{\not p}_2|i^{\chi_i}]\!][\![i^{\chi_i}|j^{\chi_j}]\!][\![j^{\chi_i}|k^{\chi_k}]\!][\![k^{\chi_k}|m^{\chi_m}]\!]\\ \bar v_q\grave{\not p}_2\,\mathrm{Tr}[\not p_l\not p_n\mathbf{F}_i]u_m &= \sqrt{2}[\![q^{\chi_q}|\grave{\not p}_2|m^{\chi_m}]\!][\![i^{\chi_i}|\not p_l\not p_n|i^{\chi_i}]\!]\end{aligned}$$

$$\bar v_1 = \frac{\bar v_1(\acute p_1\grave q+\acute q\grave p_1)}{2(\acute p_1\grave q)} = -\frac{\bar v_1\grave p_2\acute p_{2345}}{2(p_1p_2)+2m^2},$$

$$\begin{aligned}\acute p_i &= \not p_i + m_i, \quad \grave p_i = \not p_i - m_i,\\ \acute p_i\grave p_j + \acute p_j\grave p_i &= 2(\acute p_i\grave p_j), \quad (\acute p_i\grave p_j) = (p_ip_j) - m_im_j.\\ z_{i\ldots j} &= \acute p_{i\ldots j}\cdot\grave p_{i\ldots j} = p^2_{i\ldots j} - (m_i+\cdots+m_j)^2,\\ p_{i\ldots j} &= p_i + \ldots + p_j.\end{aligned}$$

I. Численные результаты

Проверка полученных аналитических результатов проведена на примере амплитуды излучения тормозного глюона $\mathcal{H}^g$ канала аннигиляции пары $\bar{c}c$-кварков:

$$\bar{c}(p_1,\chi_1)+c(p_2,\chi_2)\to g(p_3,\chi_3)+\gamma(p_4,\chi_4)+(g(p_5,\chi_5)). \tag{2}$$

В расчетах использовались значения параметров из таблицы:

Таблица 1: Набор входных параметров.

$\alpha^{-1}(0)$	=	137,035999084	m_c	=	1,67 ГэВ
$\alpha_s(M_Z)$	=	0,1178	M_Z	=	91,1876 ГэВ
M_W	=	80,379 ГэВ			

Применены следующие кинематические условия:

1. энергии g и γ удовлетворяют условию $E_{g,\gamma} > 0{,}0001\dfrac{\sqrt{s}}{2}$ ГэВ;
2. углы вылета глюона и фотона ограничены диапазоном $20^\circ < \theta_{g,\gamma} < 160^\circ$;
3. инвариантная масса двух глюонов удовлетворяет условию $M_{gg} > 1$ ГэВ.

Используются следующие обозначения: $s=(p_1+p_2)^2$ — квадрат энергии системы в системе центра масс (с.ц.м.) и одна из переменных Мандельштама, θ_γ — полярный угол вылета прямого фотона; θ_g — обозначение для полярных углов глюонов. Углы $\theta_{g,\gamma}$ откладываются от оси пучка $\bar{c}$ в лабораторной системе. M_{gg} — инвариантная масса пары глюонов. Ось z направлена вдоль импульса антикварка.

Все численные результаты получены с помощью Монте-Карло генератора `ReneSANCe` для энергий $\sqrt{s}=24$, 91 и 500 ГэВ. Сравнение проводилось с `CalcHEP`[12][7] и `WHIZARD`[13, 14][8].

[7] A. Belyaev, D.N. Christensen, A. Pukhov, «CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model».

[8] M. Moretti, T. Ohl, J. Reuter, «O'Mega: An Optimizing matrix element generator»; W. Kilian, T. Ohl, J. Reuter, «WHIZARD: Simulating Multi-Particle Processes at LHC and ILC».

II. Численные результаты

Таблица 2: Полное сечение процесса (2) в нанобарнах, усредненного по спиральностям, при различных энергиях в с.ц.м.

$\sqrt{s}$, ГэВ	24	91	500
ReneSANCe	10,6(1)	1,33(1)	0,0698(1)
CalcHEP	10,6(1)	1,33(1)	0,0697(1)
WHIZARD	10,6(1)	1,33(1)	0,0697(2)

Таблица 3: Полное сечение процесса (2) в нанобарнах при энергии 24 ГэВ в с.ц.м. для различных комбинаций спиральностей χ_1 и χ_2.

$\chi_1\chi_2$	$++$	$--$	$+-$	$-+$
ReneSANCe	1,67(1)	1,67(1)	19,7(1)	19,7(1)
CalcHEP	1,67(1)	1,67(1)	19,7(1)	19,7(1)
WHIZARD	1,66(1)	1,66(1)	19,6(1)	19,6(1)

Таблица 4: Тоже, что и в табл. 3, но для 91 ГэВ.

$\chi_1\chi_2$	$++$	$--$	$+-$	$-+$
ReneSANCe	0,01522(1)	0,01522(1)	2,65(1)	2,65(1)
CalcHEP	0,01521(1)	0,01521(1)	2,66(1)	2,66(1)
WHIZARD	0,01521(1)	0,01521(1)	2,64(1)	2,64(1)

Таблица 5: Тоже, что и в табл. 3, но для 500 ГэВ.

$\chi_1\chi_2$	$++$	$--$	$+-$	$-+$
ReneSANCe	0,0000259(1)	0,0000259(1)	0,139(1)	0,139(1)
CalcHEP	0,0000259(1)	0,0000259(1)	0,139(1)	0,139(1)
WHIZARD	0,0000259(1)	0,0000259(2)	0,139(1)	0,139(1)

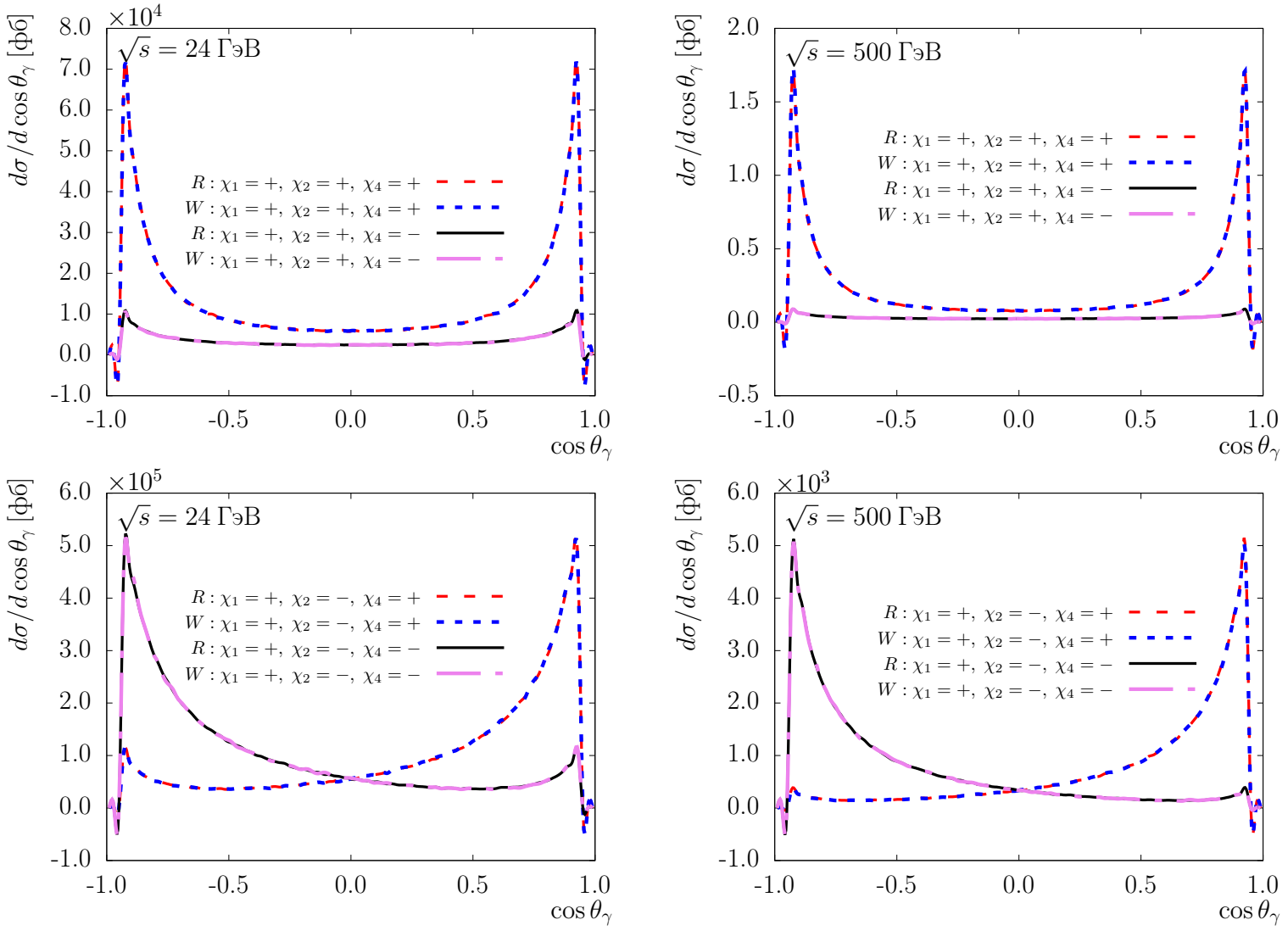


Рис. 2: Дифференциальные сечения процесса (2) в фемтобарнах в зависимости от $\cos\theta_\gamma$ фотона. Значения получены для энергий в с.ц.м. 24 и 500 ГэВ и для различных комбинаций спиральностей кварков и прямого фотона. Обозначения R и W соответствуют генераторам `ReneSANCe` и `WHIZARD`.

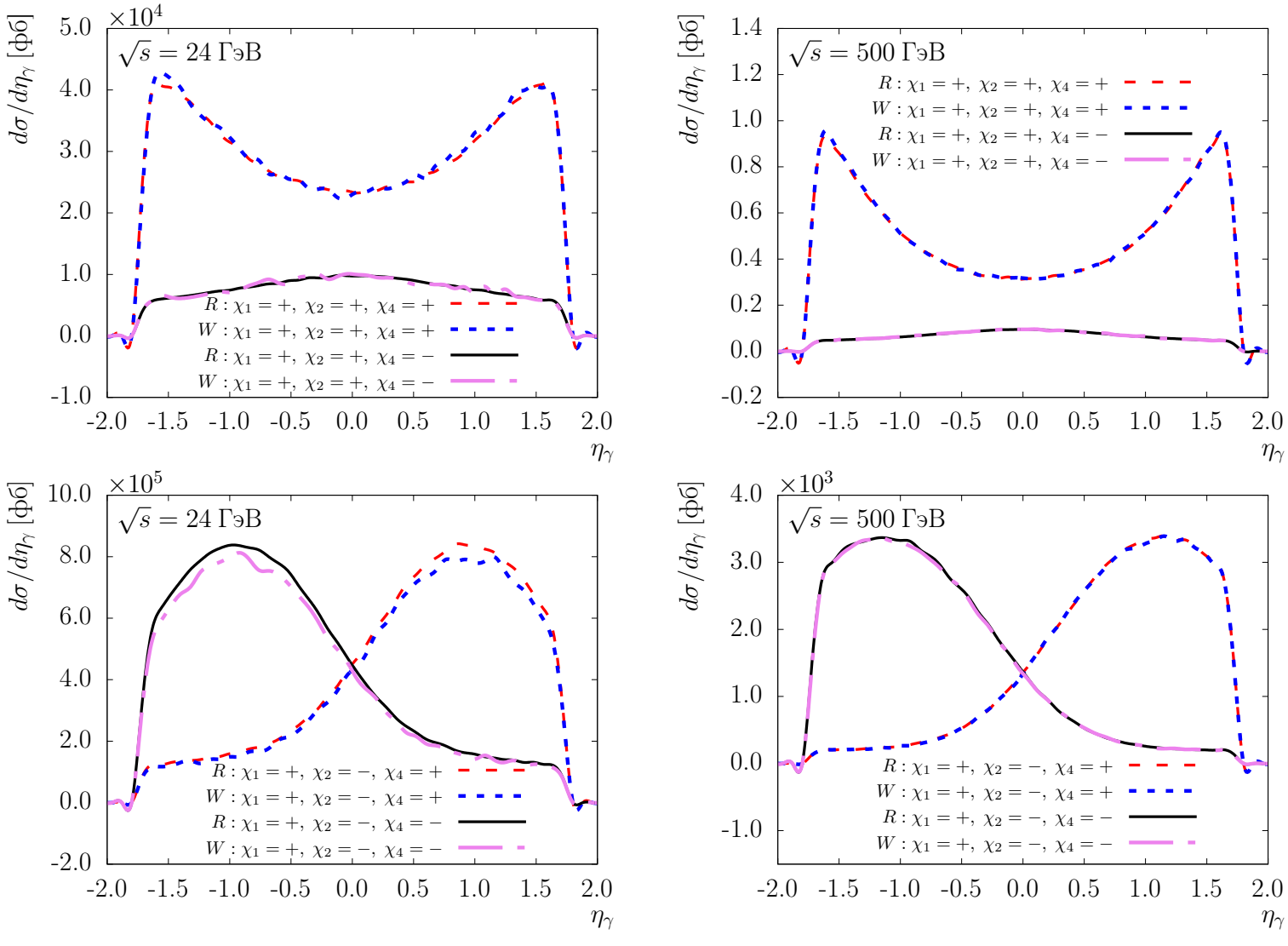


Рис. 3: Дифференциальные сечения процесса (2) в фемтобарнах в зависимости от η_γ фотона. Значения получены для энергий в с.ц.м. 24 и 500 ГэВ и для различных комбинаций спиральностей кварков и прямого фотона. Обозначения R и W соответствуют генераторам `ReneSANCe` и `WHIZARD`.

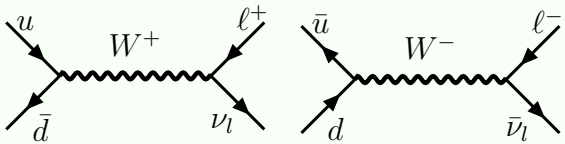
Поляризованный процесс Дрелла-Яна в канале заряженного тока

Адронный уровень:

$$p + p \to W^{\pm} + X \to \ell^{\pm}\nu_{\ell} + X, \qquad \ell = e, \mu. \tag{3}$$

На партонном уровне с возможным испусканием тормозного фотона:

$$\begin{aligned} &\bar{d}(p_1, \chi_1) + u(p_2, \chi_2) \to \ell^{+}(p_3, \chi_3) + \nu_{\ell}(p_4, \chi_4)\ (+\gamma(p_5, \chi_5)), \\ &\bar{u}(p_1, \chi_1) + d(p_2, \chi_2) \to \ell^{-}(p_3, \chi_3) + \bar{\nu}_{\ell}(p_4, \chi_4)\ (+\gamma(p_5, \chi_5)). \end{aligned} \tag{4}$$



Цели работы:

- Вклад в глобальный анализ поляризованных партонных функций.
- Исследовать влияние ЭС рад. поправок на односпиновые и двуспиновые асимметрии.
- Дополнить `ReneSANCe` и `MCSANC` поляризованным процессом Дрелла-Яна в канале заряженного тока.

Полученные результаты ориентированы преимущественно на эксперименты, проводимые на ускорителе RHIC, но могут быть востребованы и в других протон-протонных ускорительных проектах.

Ковариантная и спиральные амплитуды для виртуального вклада

Ковариантная амплитуда, разложенная по базису, включающему структуры LL, LD и RD, с учетом ненулевой массы лептона в первой степени ($m_l \neq 0$):

$$\mathcal{A} = ie^2 \frac{\chi_W(\hat{s})}{4\hat{s}} \sum_{i=1}^{2} Str_i \mathcal{F}_i(\hat{s},\hat{t},\hat{u}), \quad \chi_W(\hat{s}) = \frac{V_{12}}{2s_W^2} \frac{\hat{s}}{\hat{s}-M_W^2}.$$

Здесь V_{12} — элемент матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскавы, s_W — синус угла Вайнберга. Переменные Мандельштама: $\hat{s} = (p_1+p_2)^2$, $\hat{t} = (p_1 - p_3)^2$, $\hat{u} = (p_1-p_4)^2$.

Ненулевые структуры:

$$Str_1 = Str_{LL} = \gamma_\mu(1+\gamma_5) \otimes \gamma^\mu(1+\gamma_5),$$
$$Str_2 = Str_{LD} = \gamma_\mu(1+\gamma_5) \otimes (-im_\ell D^\mu)$$

в случае канала W^+, и

$$Str_2 = Str_{RD} = \gamma_\mu(1-\gamma_5) \otimes (-im_\ell D^\mu)$$

в случае канала W^-, где $D_\mu = (p_4 - p_3)_\mu$. Знак $\otimes$ — свертка биспинорных токов вида $\gamma_\mu \otimes \gamma^\nu = \bar{v}(p_1)\gamma_\mu u(p_2)\bar{u}(p_3)\gamma^\nu v(p_4)$. Индексы скалярных форм-факторов $\mathcal{F}_{LL,LD,RD}$ соответствуют типам их лоренцевых структур.

В приближении $m_\ell^2 = 0$ (при условии удержания линейных по массе лептона m_ℓ слагаемых):

Канал обмена W^+

$$\mathcal{H}^{W^+}_{+--+} = -e^2(1+\cos\vartheta_{23})\chi_W(\hat{s})\frac{1}{\sqrt{\hat{s}}}\mathcal{F}_{LL},$$
$$\mathcal{H}^{W^+}_{+---} = -e^2\sin\vartheta_{23}\chi_W(\hat{s})\left(\frac{m_\ell}{\hat{s}}\mathcal{F}_{LL} + \mathcal{F}_{RD}\right).$$

Канал обмена W^-

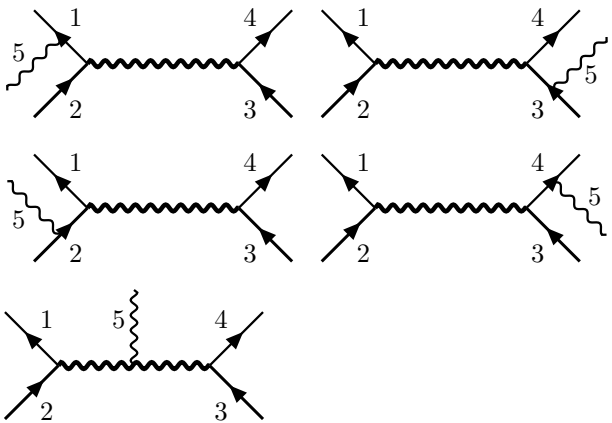
$$\mathcal{H}^{W^-}_{+--+} = \mathcal{H}^{W^+}_{+--+},$$
$$\mathcal{H}^{W^-}_{+-++} = \mathcal{H}^{W^+}_{+---}\,(\mathcal{F}_{RD} \to \mathcal{F}_{LD}).$$

Здесь ϑ_{23} — угол вылета между частицами 2 и 3 для процессов (4).

Жесткое тормозное излучение

$$\bar{u}(p_1) + d(p_2) + c(p_3) + \bar{s}(p_4) + \gamma(p_5) \to 0,$$

здесь $\bar{u}, d, c, \bar{s}$ — кварки, γ — тормозной фотон.



Q_i — электрический заряд частицы с четырехимпульсом p_i.
$p_{i\dots j} = p_i + \dots + p_j$ и $Q_{i\dots j} = Q_i + \dots + Q_j$ — сумма импульсов и зарядов.
Из законов сохранения энергии-импульса и электрического заряда следуют соотношения $p_{12345} = 0$ и $Q_{1234} = 0$.
Отделяем скалярную КЭД часть и часть, содержащую зависимость от спиновых состояний:

$$(\not{p}_{25} + m_2)\not{\varepsilon}_5 u_2 = (2\varepsilon_5 \cdot p_2 + \mathbf{F}_5)u_2, \qquad \bar{v}_1\not{\varepsilon}_5(\not{p}_{15} - m_1) = \bar{v}_1(2\varepsilon_5 \cdot p_1 - \mathbf{F}_5).$$

Для упрощения записи введены следующие конструкции:

$$\begin{aligned} &\mathcal{B}_{12,43} = \bar{v}_1\gamma^\mu\omega_- u_2 \otimes \bar{v}_4\gamma_\mu\omega_- u_3, \quad \mathcal{G}_{5,12,43} = 4F_5^{\nu\mu}\big(\bar{v}_1\gamma_\mu\omega_- u_2\big)\otimes\big(\bar{v}_4\gamma_\nu\omega_- u_3\big), \\ &\mathcal{G}_{5,12,43} = -\mathcal{G}_{5,43,12}, \quad \mathcal{C}_{ij} = \frac{\bar{v}_i u_j}{z_{ij}}. \end{aligned} \tag{5}$$

Разложение на простейшие дроби позволяет распределить слагаемые амплитуды между излучением начального (ISR) и конечного (FSR) состояний, сохраняя калибровочную инвариантность полной амплитуды жесткого тормозного излучения:

$$\mathcal{H}^{\text{hard}} = ie^2\Big[\frac{\chi_W(\hat{s}_{34})}{\hat{s}_{34}}A^{\text{ISR}} + \frac{\chi_W(\hat{s}_{12})}{\hat{s}_{12}}A^{\text{FSR}}\Big]$$

$$A^{\text{ISR}} = \frac{\text{Tr}[\not{p}_1\not{p}_2\mathbf{F}_5]}{z_{15}+z_{25}}\left(\frac{Q_1}{z_{15}} - \frac{Q_2}{z_{25}}\right)\mathcal{B}_{12,43} + Q_2\mathcal{B}_{15,43}\mathcal{C}_{52} - Q_1\mathcal{C}_{15}\mathcal{B}_{52,43} - \frac{Q_{12}}{z_{15}+z_{25}}\mathcal{G}_{5,12,43},$$

$$A^{\text{FSR}} = \frac{\text{Tr}[\not{p}_3\not{p}_4\mathbf{F}_5]}{z_{35}+z_{45}}\left(\frac{Q_3}{z_{35}} - \frac{Q_4}{z_{45}}\right)\mathcal{B}_{12,43} + Q_3\mathcal{B}_{12,45}\mathcal{C}_{53} - Q_4\mathcal{C}_{45}\mathcal{B}_{12,53} - \frac{Q_{34}}{z_{35}+z_{45}}\mathcal{G}_{5,43,12},$$

Вклад мягкого тормозного излучения

Данный вклад имеет факторизованную структуру, при которой борновское сечение, зависящее от спиновых конфигураций начальных состояний, умножается на коэффициент, содержащий радиационные поправки:

$$d\hat{\sigma}^{\text{soft}}_{\chi_1\chi_2}(\lambda,\bar{\omega}) = \frac{\alpha}{2\pi} K^{\text{soft}}(\lambda,\bar{\omega}) d\hat{\sigma}^{\text{Born}}_{\chi_1\chi_2}.$$

Инфракрасные расходимости мягкого вклада компенсируют соответствующие инфракрасные расходимости виртуальных однопетлевых КЭД поправок.

Вычитание коллинеарных расходимостей

1. При расчете возникают логарифмические члены вида $\ln(\hat{s}/m^2_{u,d})$, связанные с коллинеарными сингулярностями.
2. Для протонных столкновений эти вклады уже учитываются в PDF.
3. Их повторное включение в однопетлевой вклад приводит к двойному учету, поэтому к сумме вкладов однопетлевого сечения добавляется слагаемое $\hat{\sigma}^{\text{Subt}}$, отвечающее за их вычитание.
4. Процедура вычитания на партонном уровне реализована так же, как и в [15][9].

[9] A. Arbuzov, D. Bardin, S. Bondarenko and others «One-loop corrections to the Drell-Yan process in SANC. I. The Charged current case».

Адронное дифференциальное сечение, входные параметры

Адронное дифференциальное сечение:

$$d\sigma(\Lambda_1,\Lambda_2,s)=\sum_{q_1q_2}\sum_{\chi_1\chi_2}\int_0^1\int_0^1 dx_1dx_2 f_{q_1}^{\Lambda_1\chi_1}(x_1)\times f_{q_2}^{\Lambda_2\chi_2}(x_2)\,d\hat{\sigma}_{q_1q_2}(\chi_1,\chi_2,\hat{s}).$$

Здесь $\hat{s}=x_1x_2s$, $\Lambda_i=\pm1$ обозначает спиральность протона, а $\chi_i=\pm1$ — спиральность кварка. $d\hat{\sigma}_{q_1q_2}(\chi_1,\chi_2,\hat{s})$ — сечение на партонном уровне.

Распределение партонов $f_{q_i}^{\Lambda_i\chi_i}$ представляет собой комбинацию неполяризованных f_{q_i} и продольно поляризованных Δf_{q_i} функций распределения:

$$f_{q_i}^{\Lambda_i\chi_i}=\frac{1}{2}(f_{q_i}+\Lambda_i\chi_i\Delta f_{q_i}).$$

В расчетах использовались PDF из библиотеки `LHAPDF6`. Для неполяризованного случая — набор `NNPDF23_nlo_as_0119`, для продольной поляризации — `NNPDFpol11_100`. Масштаб факторизации: $\mu_F=M_{\ell\ell}$ [16][10].

Таблица 6: Набор входных параметров.

$\alpha^{-1}(0)=$	$137,035999084$	$m_c=$	$1,67$ ГэВ
$G_F=$	$1,1663787\cdot10^{-5}$ ГэВ$^{-2}$	$m_t=$	$172,76$ ГэВ
$M_W=$	$80,379$ ГэВ	$m_d=$	$0,066$ ГэВ
$\Gamma_W=$	$2,085$ ГэВ	$m_s=$	$0,15$ ГэВ
$M_Z=$	$91,1876$ ГэВ	$m_b=$	$4,78$ ГэВ
$\Gamma_Z=$	$2,4952$ ГэВ	$\lvert V_{ud}\rvert=$	$0,9737$
$M_H=$	$125,25$ ГэВ	$\lvert V_{us}\rvert=$	$0,2252$
$m_e=$	$0,51099895$ МэВ	$\lvert V_{ub}\rvert=$	0
$m_\mu=$	$0,1056583745$ ГэВ	$\lvert V_{cd}\rvert=$	$0,221$
$m_\tau=$	$1,77686$ ГэВ	$\lvert V_{cs}\rvert=$	$0,987$
$m_u=$	$0,066$ ГэВ	$\lvert V_{cb}\rvert=$	0

Все численные результаты получены с помощью Монте-Карло генератора `ReneSANCe` для энергии $\sqrt{s}=500$ ГэВ. Сравнение проводилось с `SPHINX` [17][11] и работами [18, 19][12].

[10] Review of Particle Physics

[11] S. Gullenstern, O. Martin, P. Gornicki and others, «Sphinx v1.1: Monte Carlo program for polarized nucleon-nucleon collisions (update)».

[12] V. Zykunov, «Electroweak corrections to the observables of W boson production at RHIC»; V. Zykunov, «Radiative corrections to observables of W-boson production in collisions of polarized hadrons».

Спин-зависимые наблюдаемые

В расчетах рассматривался набор спин-зависимых наблюдаемых, включающий поляризованные/неполяризованные сечения σ^i, где

$$i = \{00,\ ++,\ --,\ +-,\ -+\}; \tag{6}$$

односпиновую асимметрию, A_L; двухспиновую асимметрию A_{LL}; а также относительную электрослабую поправку δ^i, выраженную в процентах:

$$\delta^i = \frac{\sigma^{\mathrm{NLO},i}}{\sigma^{\mathrm{LO},i}} - 1,\ \%.$$

Индекс i в определении δ^i принимает значения из (6). Введем следующие комбинации:

$$\sigma = \frac{1}{4}\left(\sigma^{++} + \sigma^{+-} + \sigma^{-+} + \sigma^{--}\right),$$
$$\Delta\sigma_L = \frac{1}{4}\left(\sigma^{++} + \sigma^{+-} - \sigma^{-+} - \sigma^{--}\right),$$
$$\Delta\sigma_{LL} = \frac{1}{4}\left(\sigma^{++} - \sigma^{+-} - \sigma^{-+} + \sigma^{--}\right)$$

где σ — неполяризованное сечение.

Определения односпиновой $A_L(\mathcal{O})$ и двухспиновой $A_{LL}(\mathcal{O})$ асимметрий с учетом введенных комбинаций имеют вид:

$$A_{L(LL)}(\mathcal{O}) = \frac{d\Delta\sigma_{L(LL)}/d\mathcal{O}}{d\sigma/d\mathcal{O}}, \tag{7}$$

где $\mathcal{O}$ — некоторая наблюдаемая. В нашем случае в качестве $\mathcal{O}$ рассматриваются псевдобыстрота лептона η_ℓ, определяемая как

$$\eta_\ell = -\ln\left(\tan\frac{\vartheta_\ell}{2}\right),$$

или его поперечный импульс $p_\ell^\perp$. Здесь ϑ_ℓ — полярный угол вылета лептона ℓ в лабораторной системе отсчета. Ось z направлена вдоль импульса первого протона.

Поляризованные дифференциальные сечения рассматриваются как функции быстроты лептона:

$$Y_\ell = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right), \quad \beta = v/c \ \ (v - \text{скорость лептона}).$$

Сравнение со сторонними кодами, кинематические условия

Неполяризованный случай
Результаты для неполяризованного случая (3) с учетом однопетлевых ЭС поправок представлены в работе [20][13] (см. раздел 4.4). Получено хорошее согласие между `HORACE` [21, 22][14], `WGRAD2` [23][15] и `SANC` [15].

Поляризованный случай
•Born
Проведено сравнение одно- и двухспиновых асимметрий с результатами работ [18, 19] (рис. 6), а также компонент поляризованного дифференциального сечения с программой `SPHINX` (рис. 5).Получено хорошее согласие.
•ЭС поправки
Прямое сравнение на однопетлевом уровне невозможно, поскольку в работах [18, 19] коллинеарные сингулярности регуляризовались с помощью конечных масс кварков и не вычитались. Функционал программы `SPHINX` ограничен лишь борновским приближением.
С работами [18, 19] проведено сравнение отдельных функций. Получено хорошее согласие.

Сравнение с [18, 19]

- Для сравнения асимметрий с результатами [18, 19] использовались наборы входных параметров и кинематических ограничений, приведенные в этих работах.
- Однако некоторые значения параметров, примененных при получении наших результатов, не полностью совпадают с указанными в статьях (например, в них отсутствуют данные о ширине W-бозона и синусе угла Вайнберга).
- На рис. 6 представлены одно- и двухспиновые асимметрии как функции поперечного импульса для значений псевдобыстроты -1, 0, 1 и 2, что соответствует кривым 1, 2, 3 и 5 в [19]. Сравнение следует проводить с пунктирными кривыми, приведенными в указанной работе. Несмотря на различия в некоторых входных параметрах, наблюдается хорошее согласие между результатами `ReneSANCe` и данными из [19].

Сравнение с `SPHINX`
При сравнении поляризованных дифференциальных сечений с `SPHINX` использовался набор параметров, указанный в таблице 6, а также следующие кинематические ограничения:

$$W^+ : p_\perp(\ell^+) > 2 \text{ ГэВ},\ p_\perp(\nu_\ell) > 2 \text{ ГэВ},\ M(\ell^+\nu_\ell) > 1 \text{ ГэВ};$$
$$W^- : p_\perp(\ell^-) > 2 \text{ ГэВ},\ p_\perp(\bar{\nu}_\ell) > 2 \text{ ГэВ},\ M(\ell^-\bar{\nu}_\ell) > 1 \text{ ГэВ}.$$

[13] C.E. Gerber, and others, «Tevatron-for-LHC Report: Top and Electroweak Physics».
[14] C.M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini, M. Treccani, «Higher order QED corrections to W boson mass determination at hadron colliders»; C.M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini, A. Vicini, «Precision electroweak calculation of the charged current Drell-Yan process».
[15] U. Baur, S. Keller, D. Wackeroth, «Electroweak radiative corrections to W boson production in hadronic collisions».

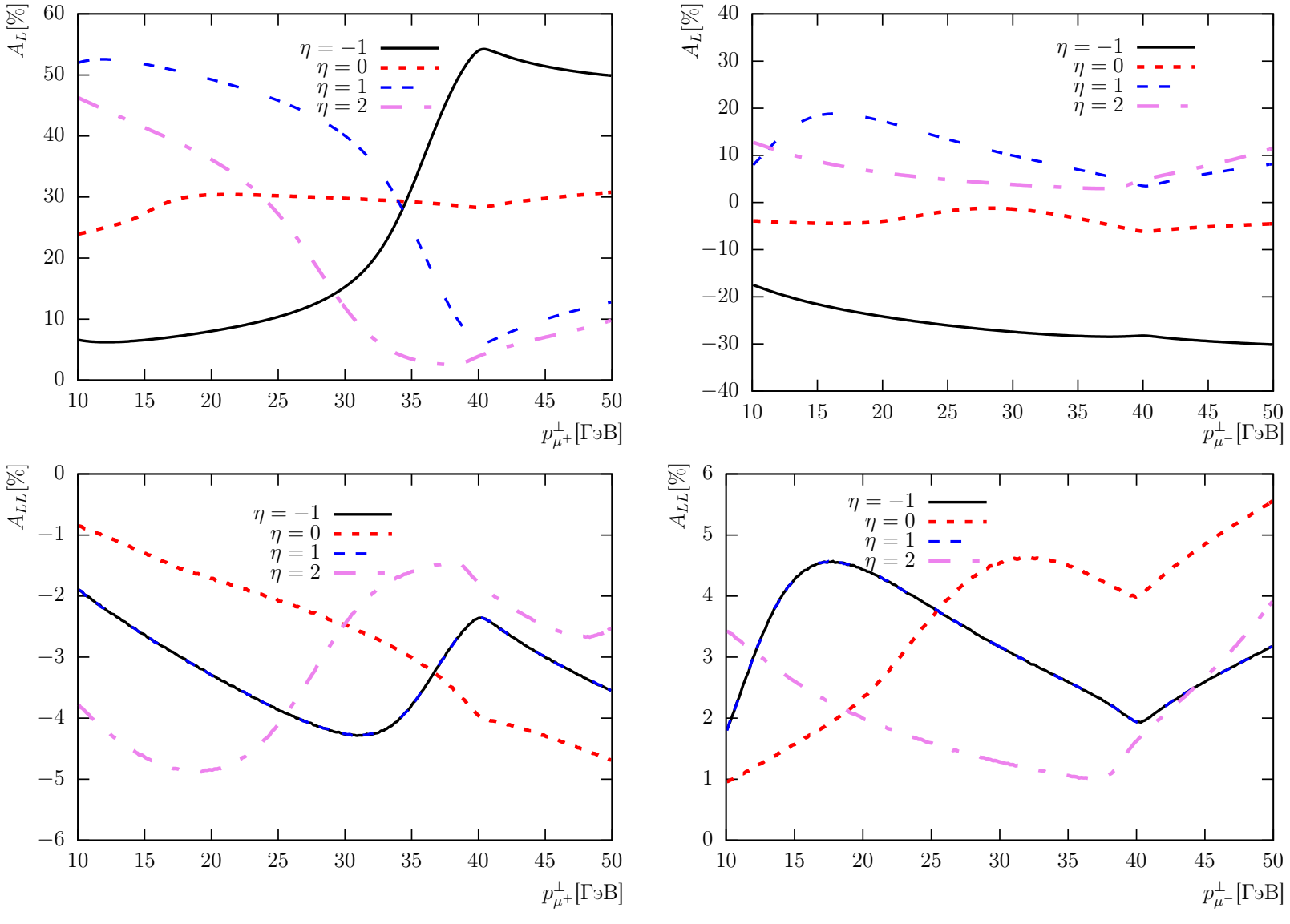


Рис. 4: **Сверху:** зависимость односпиновых асимметрий от поперечного импульса при различных значениях псевдобыстроты η для W^+-канала (слева) и W^--канала (справа). **Снизу:** то же, что и сверху, но для двухспиновых асимметрий.

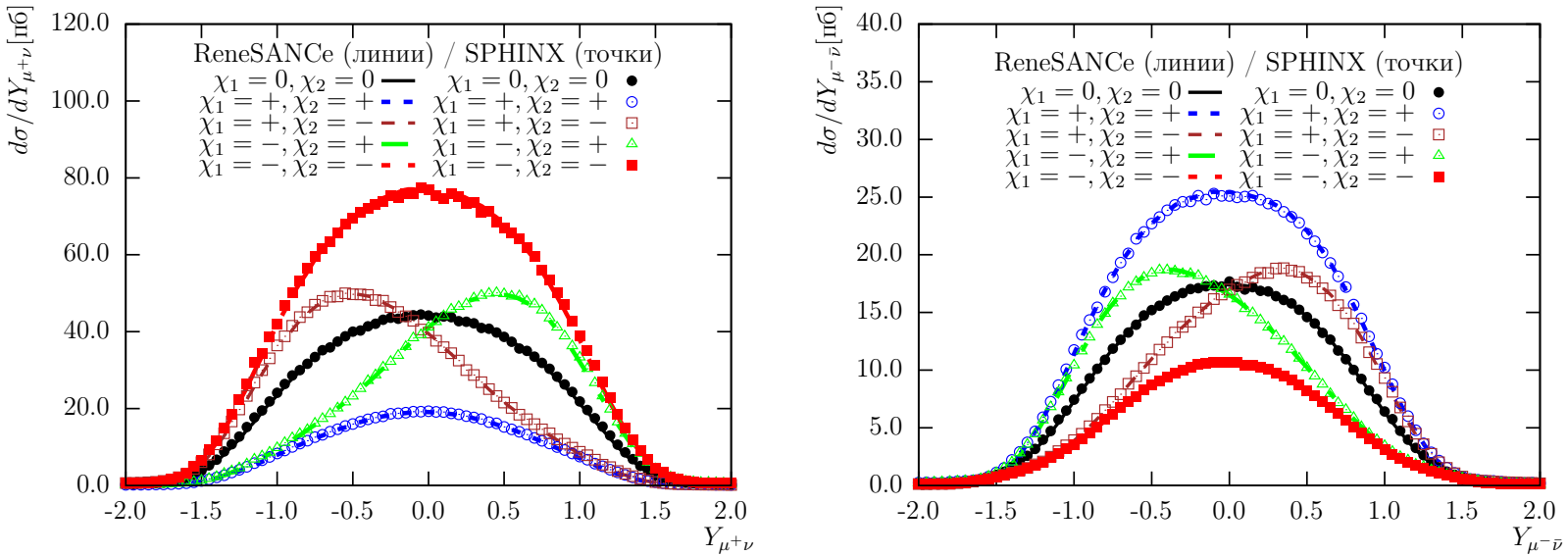


Рис. 5: **Левый график:** сравнение дифференциальных сечений в зависимости от быстроты лептон-нейтринной пары для W^+-канала, полученных с помощью `ReneSANCe` и `SPHINX`. **Правый график:** то же для W^--канала.

III. Численные результаты: ЭС поправки

Для исследования влияния электрослабых поправок на сечения и асимметрии использовались параметры, указанные в таблице 6, а также следующие кинематические ограничения ($\ell = e,\ \mu$):

$$W^+ : p_\perp(\ell^+) > 25\ \text{ГэВ},\ p_\perp(\nu_\ell) > 25\ \text{ГэВ},\ |\eta(\ell^+)| < 2{,}5,\ M(\ell^+\nu_\ell) > 1\ \text{ГэВ};$$
$$W^- : p_\perp(\ell^-) > 25\ \text{ГэВ},\ p_\perp(\bar\nu_\ell) > 25\ \text{ГэВ},\ |\eta(\ell^-)| < 2{,}5,\ M(\ell^-\bar\nu_\ell) > 1\ \text{ГэВ}.$$

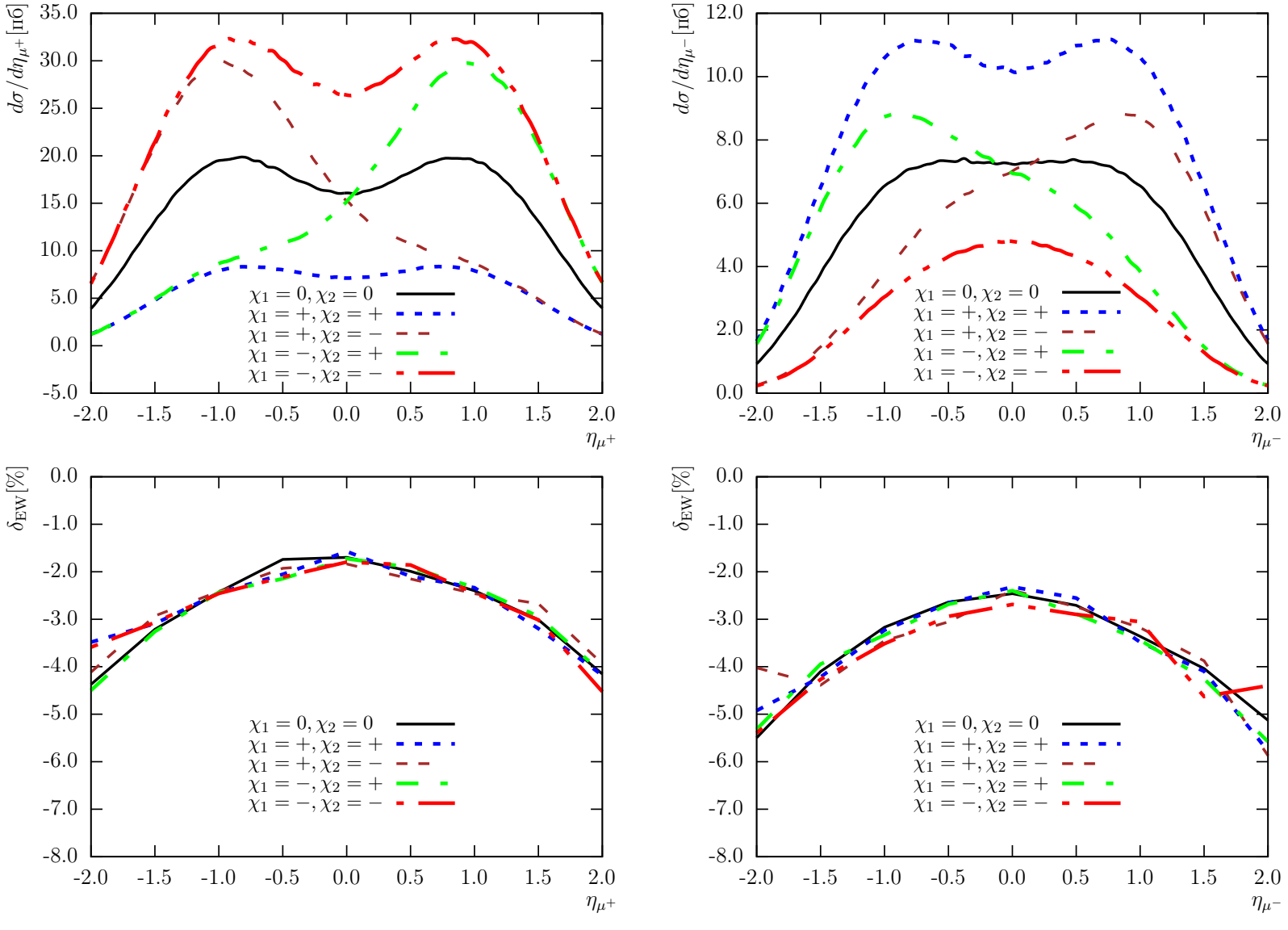


Рис. 6: **Сверху:** распределения поляризованных компонент борновского сечения по псевдобыстроте лептона для W^+-канала (слева) и W^--канала (справа). **Снизу:** то же, что и сверху, но для относительных поправок δ^i в %.

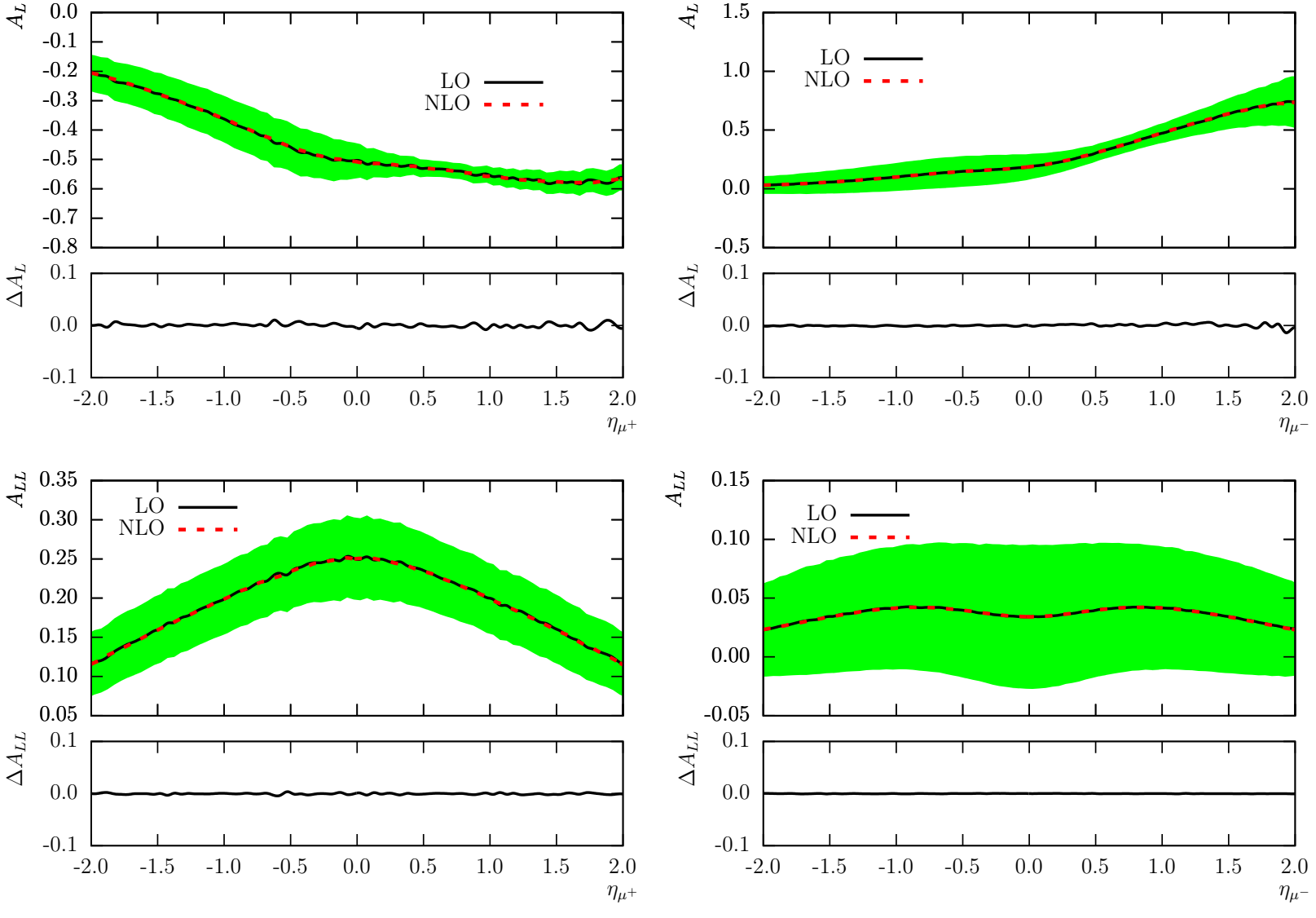


Рис. 7: **Сверху:** зависимость односпиновой асимметрии A_L от псевдобыстроты лептона в LO- и NLO-приближениях ЭС взаимодействия с учетом вклада неопределенностей поляризованных функций распределения партонов на уровне 1σ (верхний график). В нижней части приведена разность ΔA_L. **Снизу:** то же, что и сверху, но для двухспиновых асимметрий.

Выводы

Что сделано:

- Создан новый алгоритм для аналитического расчета жесткого тормозного излучения на основе работы [2], ставший основным методом вычислений с учетом поляризации.
- Рассчитано жесткое тормозное излучение для поляризованных процессов рождения прямых фотонов и Дрелла-Яна в канале заряженного тока.
- Вычислены полные ЭС поправки для поляризованного процесса Дрелла-Яна в канале заряженного тока.
- Полученные результаты востребованы на адронных ускорителях, таких как `NICA` и `RHIC`.

Планы на ближайшее будущее:

- Вычисление виртуального вклада для поляризованных процессов рождения прямых фотонов, а также исследование возможности его расчета с помощью «chirality-flow formalism» [24][16].
- Расчет петлевых поправок к процессу рождения J/ψ-мезона.

[16] A. Lifson, S. Plätzer, M. Sjodahl, «One-loop calculations in the chirality-flow formalism».

Радиационные поправки к поляризованным лептонным процессам и оценка светимости

Будущие лептонные ускорители и оценка светимости

- Новые лептонные коллайдеры (FCC-ee, CEPC, ILC, CLIC) призваны обеспечить прецизионные измерения на уровне, превышающем точность предыдущих экспериментов.
- Планируемая относительная погрешность измерений достигает 10^{-4}, что требует прецизионных теоретических предсказаний.
- Для мониторинга светимости и калибровки детекторов необходим расчёт сечений калибровочных процессов с точностью не хуже 10^{-4}.
- В данной работе выполнено вычисление однопетлевых электрослабых поправок к процессу $e^+e^- \to \gamma\gamma$ — одному из возможных каналов оценки светимости на будущих коллайдерах.

- Предполагается, что пучки на будущих ускорителях будут поляризованными.
- К настоящему времени выполнена первая работа по оценке светимости с помощью процесса Баба-рассеяния [25][17].
- Наша конечная задача — предоставить экспериментаторам события, учитывающие радиационные поправки.

- FCC-ee (Z, W, Higgs, топ-кварки, ...):
  - длина кольца около 90,7 км, энергия пучка до 182,5 ГэВ ($\sqrt{s} = 365$ ГэВ);
  - светимость в Z-режиме около $1{,}4 \times 10^{36}$ см$^{-2}$ с$^{-1}$ на одну точку взаимодействия (4 IP);
  - интегральная светимость за 4 года в Z-режиме $\sim 2{\times}10^{44}$ см$^{-2}$ (суммарно по 4 IP, ≈ 205 ab^{-1}).
- CEPC (Z, W, Higgs, ...):
  - длина кольца 100 км, энергия пучка 120 ГэВ ($\sqrt{s} = 240$ ГэВ);
  - светимость в Z-режиме около $1{,}15 \times 10^{36}$ см$^{-2}$ с$^{-1}$ на одну точку взаимодействия (2 IP).
- ILC:
  - длина около 20,5 км, $\sqrt{s} = 250$ ГэВ с возможностью повышения энергии до 500 ГэВ и 1 ТэВ;
  - пиковая светимость $1{,}35 \times 10^{34}$ см$^{-2}$ с$^{-1}$ в исходной конфигурации 250 ГэВ и до $2{,}7 \times 10^{34}$ см$^{-2}$ с$^{-1}$ при модернизации ускорителя.
- CLIC:
  - длина около 11,4 км, $\sqrt{s} = 380$ ГэВ с возможностью последующего повышения энергии до 1,5 и 3 ТэВ;
  - светимость $4{,}5 \times 10^{34}$ см$^{-2}$ с$^{-1}$ для 380 ГэВ.

[17] ..., A. Kampf, ..., «Monte Carlo programs for small-angle Bhabha scattering*».

Светимость

Светимость $\mathcal{L}$ характеризует интенсивность столкновений и определяет скорость рождения событий данного процесса (без учета акцептанса и эффективности детектора):

$$\frac{dN}{dt} = \sigma \times \mathcal{L}.$$

Например $\mathcal{L}_{\text{LHC}} = 10^{34}$ см$^{-2}$сек$^{-1}$ и сечение рождения бозона Хиггса $\sigma_{Higgs} = 2 \times 10^{-35}$ см^2:

$$\mathcal{L}_{\text{LHC}} \times \sigma_{Higgs} = 0,2 \text{ сек}^{-1}$$

- На FCC-ee ожидается $\sim 10^{12}$ событий рождения Z-бозонов, что обеспечивает статистическую неопределённость порядка

$$\delta_{\text{stat}} \sim \frac{1}{\sqrt{10^{12}}} = 10^{-6}.$$

- Точность эксперимента будет ограничиваться систематическими неопределенностями, в частности точностью определения интегральной светимости:

$$\delta_{\mathcal{L}} \sim 10^{-4}.$$

Систематическая относительная ошибка.
Сейчас: $\delta_{M_Z} \approx 2,4 \times 10^{-5}$, $\delta_{M_W} \approx 1,8 \times 10^{-2}$;
На FCC-ee: $\delta_{M_Z} \approx 1,1 \times 10^{-6}$, $\delta_{M_W} \approx 3,7 \times 10^{-4}$; [26, 27].[18]

- Для определения абсолютной светимости используется эталонный процесс с хорошо известным теоретическим сечением:

$$\mathcal{L} = \frac{N_{\text{ref}}}{\sigma_{\text{ref}}^{\text{theory}}}.$$

- Для достижения точности светимости $\sim 10^{-4}$ теоретическая неопределённость эталонного процесса должна быть сопоставимой или, в идеале, меньше:

$$\boxed{\delta_{\text{theory}} \lesssim 10^{-4}}.$$

[18] A. Blondel and others, «Standard model theory for the FCC-ee Tera-Z stage»; A. Blondel, A. Freitas, J. Gluza and others, «Theory Requirements and Possibilities for the FCC-ee and other Future High Energy and Precision Frontier Lepton Colliders».

Опорные процессы для определения светимости ускорителя

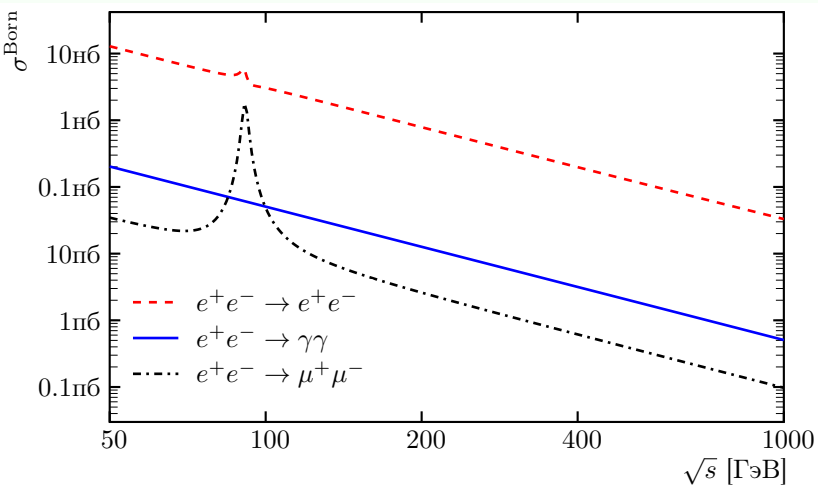
- Баба-рассеяние (малые углы): $e^+ + e^- \to e^+ + e^-$
- Рождение мюонной пары: $e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^-$
- Рождение фотонной пары (большие углы): $e^+ + e^- \to \gamma + \gamma$

Рождение фотонной пары как опорный процесс.

1. адронный вклад $\Delta\alpha_5^{\text{hadr}}(s)$ в $\Pi_{\gamma\gamma}$ появляется только начиная с двухпетлевого уровня, а его влияние на теоретическое сечение не превышает 10^{-6} [28][19]; Для сравнения, полная теоретическая ошибка при определении светимости через Баба-рассеяние составляет около 0,01% [29][20].
2. отсутствие заряженных частиц в конечном состоянии, благодаря чему снижается чувствительность к потерям частиц и эффектам, связанным с их взаимодействием с материалом детектора;
3. два высокоэнергичных фотона, разлетающихся на большие углы → четкая экспериментальная сигнатура.

Публикации по расчетам рад. поправок:

- Первые работы в середине XX века [30, 31, 32][21] (отдельные куски рад. поправок (например только КЭД), приближения, поляризация не учитывалась).
- Вклад полных электрослабых однопетлевых поправок [33, 28][22].



[19] C.M. Carloni Calame, M. Chiesa, G. Montagna and others, «Electroweak corrections to $e^+e^- \to \gamma\gamma$ as a luminosity process at FCC-ee».
[20] S. Jadach, W. Płaczek, M. Skrzypek and others, «The path to 0.01% theoretical luminosity precision for the FCC-ee».
[21] L.M. Brown, R.P. Feynman, «Radiative Corrections to Compton Scattering»; I. Harris, M.L. Brown, «Radiative Corrections to Pair Annihilation»; A.F. Berends, R. Gastmans, «Hard photon corrections for $e^+e^- \to \gamma\gamma$».
[22] M. Bohm, T. Sack, «ELECTROWEAK RADIATIVE CORRECTIONS TO E+ E- —> GAMMA GAMMA».

$$e^+(p_1) + e^-(p_2) \to e^-(p_3) + e^+(p_4)$$

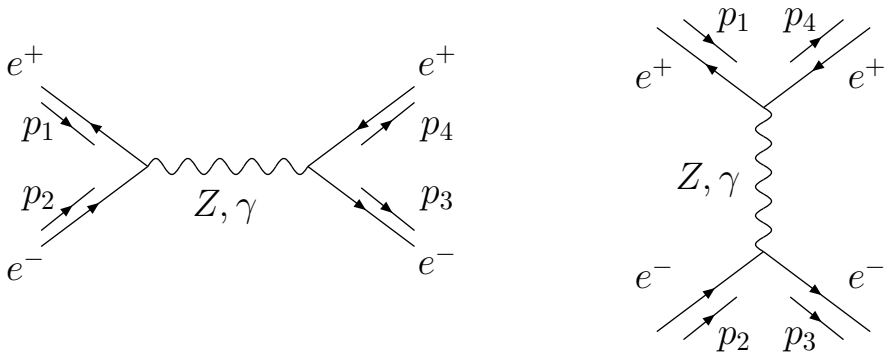


Рис. 8: s- и t-каналы Баба-рассеяния в низшем порядке.

Входные параметры и кинематические условия

Во всех вычислениях ЭС взаимодействия описывались в схеме $\alpha(0)$; значения входных параметров перечислены в таблице 7.

Таблица 7: Набор входных параметров.

$\alpha^{-1}(0) =$	$137,035999084$	$m_u =$	$0,062$ ГэВ
$M_W =$	$80,379$ ГэВ	$m_c =$	$1,5$ ГэВ
$\Gamma_W =$	$2,0836$ ГэВ	$m_t =$	$172,76$ ГэВ
$M_Z =$	$91,1876$ ГэВ	$m_d =$	$0,083$ ГэВ
$\Gamma_Z =$	$2,4952$ ГэВ	$m_s =$	$0,215$ ГэВ
$M_H =$	$125,0$ ГэВ	$m_b =$	$4,7$ ГэВ
$m_e =$	$0,51099895$ МэВ		
$m_\mu =$	$0,1056583745$ ГэВ		
$m_\tau =$	$1,77686$ ГэВ		

Кроме того, учитывались следующие условия:

- рассеяние электронов допускалось на произвольные углы, не исключался и случай нулевого угла;
- угловой акцептанс люминометра принимался равным 30 мрад $< \theta <$ 174,5 мрад.

Моделирование Баба-рассеяния выполнялось с использованием генератора `ReneSANCe`.

- Для каждого из двух значений энергии в системе центра масс ($\sqrt{s} = 91{,}18$ и 240 ГэВ) генерировалось по 10^8 событий.
- Предполагалось, что любое плечо люминометра чувствительно к электромагнитным ливням, порождаемым как заряженными частицами (электронами и позитронами), так и фотонами.
- Отсечка снизу по углу рассеяния электрона отсутствовала, т. е. он мог отклоняться на любой угол, включая нулевой.

Отбор событий (event selection, ES)

ES-BARE
Сечение SABS строится по тем событиям, где в каждом плече люминометра зафиксирован электрон или позитрон, причем его энергия составляет минимум половину энергии пучка E_{beam}.

ES-CALO
Опирается на модель калориметра, который не позволяет различить электрон, позитрон и фотон. Здесь отбирались события с зарегистрированным в каждом плече калориметра электромагнитным ливнем — независимо от инициировавшей его частицы — при условии, что наблюдаемая энергия достигает половины E_{beam}.

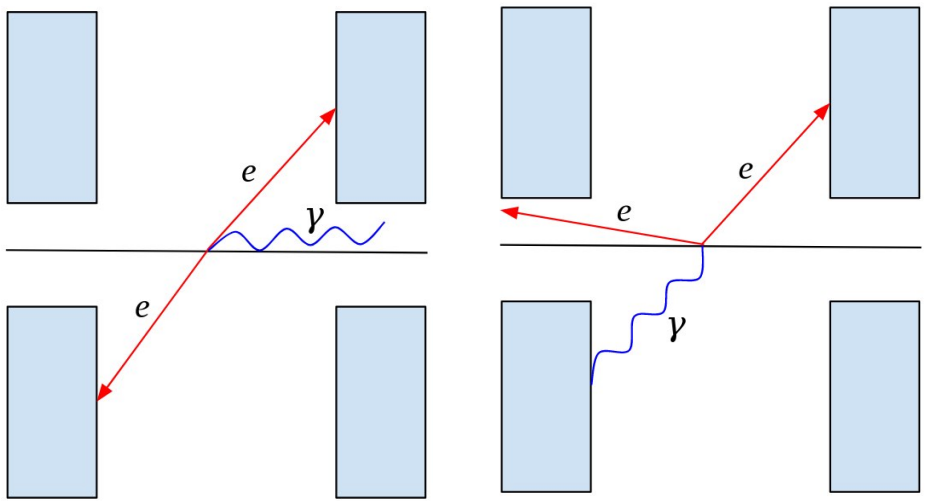


Рис. 9: Схемы отбора событий: ES-BARE (слева) и ES-CALO (справа).

Сравнение с результатами семинара LEP 1996 года

Результаты сравнения с семинаром LEP [34][23]:

Таблица 8: Сравнение BARE1 и CALO1 для матричного элемента порядка $\mathcal{O}(\alpha)$. Обмен Z, s-канал, интерференция между начальным и конечным состояниями и вакуумная поляризация не учитываются. Энергия в системе центра масс составляет $\sqrt{s} = 92,3$ ГэВ. Результаты представлены для различных значений энергетического ограничения $z_{\min} = s'/s$.

$z_{\min}$	ReneSANCe	BHLUMI	ReneSANCe	BHLUMI
	BARE1: σ [нб]		CALO1: σ [нб]	
,100	166,06(1)	166,05(2)	166,34(1)	166,33(2)
,300	164,76(1)	164,74(2)	166,06(1)	166,05(2)
,500	162,26(1)	162,24(2)	165,30(1)	165,29(2)
,700	155,44(1)	155,43(2)	161,80(1)	161,79(2)
,900	134,39(1)	134,39(2)	149,93(1)	149,93(2)

- s — квадрат полной энергии в системе центра масс сталкивающихся пучков e^+e^-:
$$s = (p_{e^+} + p_{e^-})^2 = 4E^2_{\text{beam}} \tag{8}$$
(в пренебрежении массой электрона).

- s' — квадрат инвариантной массы системы конечных электрона и позитрона после излучения фотонов (в основном начального состояния):
$$s' = (p'_{e^+} + p'_{e^-})^2. \tag{9}$$
Из-за начального излучения (ISR) $s' \leq s$. Величина $1 - s'/s$ характеризует долю энергии, унесенную фотонами.

Таким образом, $z = s'/s$ — безразмерная переменная, показывающая, какая доля исходной энергии осталась у пары e^+e^- после излучения. Условие $z > z_{\min}$ (или $s' > z_{\min}\, s$) задает минимально допустимую энергию конечных частиц / максимально допустимые потери на излучение.

[23] S. Jadach and others, «Event generators for Bhabha scattering».

Численные результаты

Таблица 9: Различные радиационные вклады в полное сечение в области Z-пика и $\sqrt{s} = 240$ ГэВ для конфигурации ES-BARE.

$\sqrt{s}$, ГэВ	91,18	240
σ^{Born}, pb	135008,970(1)	19473,550(1)
$\delta^{1-\text{loop}}$, %	−1,634(1)	−0,821(1)
δ^{total}, %	−1,492(1)	−0,574(1)
δ^{QED}, %	−6,296(1)	−7,002(1)
δ^{VP}, %	4,6527(1)	6,1866(1)
δ^{weak}, %	0,0088(1)	−0,0064(1)
δ^{ho}, %	0,1418(1)	0,2475(1)

При $\sqrt{s}$ = 91,18 и 240 ГэВ сечение, полученное в схеме ES-CALO, превышает сечение Баба-рассеяния в схеме ES-BARE (в предположении о попадании обеих пучковых частиц в люминометр) на 3%.
Данное различие обусловлено двумя типами событий:

- с коллинеарным фотоном;
- с рассеянием электрона на угол, превышающий акцептанс люминометра, при одновременном попадании в него жесткого фотона испущенного в начальном состоянии.

Кроме того, около 1,4 тысячных долей полного сечения при обеих энергиях приходится на события с рассеянием электрона на угол, меньший порога акцептанса люминометра (30 мрад.).
Величина данного вклада $\Delta^{\text{QED}}(\vartheta < 0,030)$ определяется по данным в таблице 10 как разность δ_3^{QED} и δ_2^{QED}.

Таблица 10: Борновские сечения и относительные поправки для двух значений энергии в системе центра масс, $\sqrt{s}$ = 91,18 и 240 ГэВ. Смысл обозначений следующий: $\delta_1^{\text{QED}} = \delta(\text{ES-BARE})$ отвечает схеме отбора ES-BARE; $\delta_2^{\text{QED}} = \delta(\text{ES-CALO},\ \vartheta > 0{,}030)$ соответствует схеме ES-CALO, в которой электрон должен рассеиваться под углами, не меньшими нижней границы акцептанса люминометра; $\delta_3^{\text{QED}} = \delta(\text{ES-CALO})$ описывает схему ES-CALO, допускающую произвольные углы рассеяния электрона.

$\sqrt{s}$, ГэВ	91,18	240
σ^{Born}, пб	135008,970(1)	19473,550(1)
δ_1^{QED}, %	−6,296(1)	−7,002(1)
δ_2^{QED}, %	−3,618(1)	−3,986(1)
δ_3^{QED}, %	−3,488(1)	−3,854(1)
$\Delta^{\text{QED}}(\vartheta < 0,030)$	$1,30(1) \times 10^{-3}$	$1,32(1) \times 10^{-3}$

Рождение фотонной пары

Все аналитические расчеты проведены для процесса

$$\bar{f} + f + \gamma + \gamma \to 0, \tag{10}$$

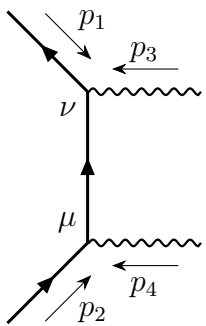
в предположении равенства нулю закона сохранения энергии-импульса:

$$\sum_i p_i = 0. \tag{11}$$

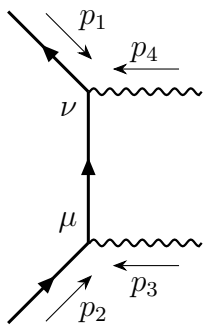
Затем спиральные амплитуды получены кроссинг симметрией для рождения фотонной пары:

$$e^+(p_1, \chi_1) + e^-(p_2, \chi_2) \to \gamma(p_3, \chi_3) + \gamma(p_4, \chi_4)(+\gamma(p_5, \chi_5)), \tag{12}$$

где p_i — 4-импульсы, а χ_i — спиральности частиц.



u – channel



t – channel

Ковариантная амплитуда и структуры для виртуальных электрослабых поправок

$$\mathcal{A} = \bar{v}(p_1)\left[\mathrm{Str}^{v,1}_{\mu\nu}\left(v_f \mathcal{F}^{v,1}(s,t,u)\right) + \sum_{j=2}^{8} \mathrm{Str}^{v,j}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{v,j}(s,t,u) + \sum_{i=1}^{4} \mathrm{Str}^{a,i}_{\mu\nu}\gamma_5\mathcal{F}^{a,i}(s,t,u)\right] u(p_2)\,\varepsilon^{\gamma}_{\nu}(p_3)\varepsilon^{\gamma}_{\mu}(p_4),$$

$$\mathrm{Str}^{v,1}_{\mu\nu} = \frac{s}{(m_e^2-t)(m_e^2-u)}\Big[-(i\not{K}_2 + m_e)\boldsymbol{\tau}^6_{\mu\nu} + 2i\frac{1}{m_e^2-u}\left(\boldsymbol{\tau}^7_{\mu\nu} - \boldsymbol{\tau}^9_{\mu\nu} - \frac{1}{2}(\not{p}_3 - \not{p}_4)\boldsymbol{\tau}^{10}_{\mu\nu}\right)\Big],$$

$$\mathrm{Str}^{v,2}_{\mu\nu} = i\not{K}_2\left(\frac{2}{s}\boldsymbol{\tau}^3_{\mu\nu} + \boldsymbol{\tau}^{10}_{\mu\nu}\right),$$

$$\mathrm{Str}^{v,3}_{\mu\nu} = -i\left(\not{K}_2(k_t^2\boldsymbol{\tau}^3_{\mu\nu} - \boldsymbol{\tau}^4_{\mu\nu}) + \frac{1}{2}k_t\left[\boldsymbol{\tau}^1_{\mu\nu} + 2im_e(\boldsymbol{\tau}^5_{\mu\nu} + sk_t\boldsymbol{\tau}^{10}_{\mu\nu})\right]\right),$$

$$\mathrm{Str}^{v,4}_{\mu\nu} = i\left[\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}^1_{\mu\nu} + 2\not{K}_2k_t\boldsymbol{\tau}^3_{\mu\nu} + (-\not{K}_2 + im_e)\boldsymbol{\tau}^5_{\mu\nu} + im_esk_t\boldsymbol{\tau}^{10}_{\mu\nu}\right],$$

$$\mathrm{Str}^{v,5}_{\mu\nu} = \frac{4im_e}{s}\not{K}_2\boldsymbol{\tau}^3_{\mu\nu} + \frac{s}{2}\boldsymbol{\tau}^6_{\mu\nu} + \not{p}_4\boldsymbol{\tau}^7_{\mu\nu} - \not{p}_3\boldsymbol{\tau}^9_{\mu\nu} - (m_e^2+t)\boldsymbol{\tau}^{10}_{\mu\nu},$$

$$\mathrm{Str}^{v,6}_{\mu\nu} = -\boldsymbol{\tau}^0_{\mu\nu} - \frac{2}{s}im_e\boldsymbol{\tau}^1_{\mu\nu} - \frac{1}{2}(m_e^2-t)\boldsymbol{\tau}^6_{\mu\nu} - 2k_t\left[\frac{2}{s}im_e\not{K}_2\boldsymbol{\tau}^3_{\mu\nu} - \boldsymbol{\tau}^5_{\mu\nu} - \frac{(3m_e^2-t)}{2}\boldsymbol{\tau}^{10}_{\mu\nu}\right],$$

$$\mathrm{Str}^{v,7}_{\mu\nu} = \frac{s}{2}\left(\frac{2}{s}\boldsymbol{\tau}^3_{\mu\nu} + \boldsymbol{\tau}^{10}_{\mu\nu}\right), \quad \mathrm{Str}^{v,8}_{\mu\nu} = \boldsymbol{\tau}^4_{\mu\nu} - k_t\left(\boldsymbol{\tau}^5_{\mu\nu} + \frac{m_e^2-t}{2}\boldsymbol{\tau}^{10}_{\mu\nu}\right),$$

$$\mathrm{Str}^{a,1}_{\mu\nu} = -i\left(\not{K}_2\boldsymbol{\tau}^6_{\mu\nu} + \frac{4}{s}k_t\not{K}_2\boldsymbol{\tau}^3_{\mu\nu} - \left(k_t - i\frac{2m_e}{s}\not{p}_4\right)\boldsymbol{\tau}^7_{\mu\nu} + (k_t + im_e\not{p}_3)\boldsymbol{\tau}^9_{\mu\nu}\right),$$

$$\mathrm{Str}^{a,2}_{\mu\nu} = i\not{K}_2\left(\frac{2}{s}\boldsymbol{\tau}^3_{\mu\nu} + \boldsymbol{\tau}^{10}_{\mu\nu}\right),$$

$$\mathrm{Str}^{a,3}_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}^2_{\mu\nu} - i\not{K}_2\left(k_t^2\boldsymbol{\tau}^3_{\mu\nu} - \boldsymbol{\tau}^4_{\mu\nu}\right),$$

$$\mathrm{Str}^{a,4}_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}^2_{\mu\nu} + i\not{K}_2k_t\left(2k_t\boldsymbol{\tau}^3_{\mu\nu} + \boldsymbol{\tau}^5_{\mu\nu}\right),$$

$$\tau^0_{\mu\nu} = \gamma^\mu\not{p}_3p_2^\nu + \not{p}_4\gamma^\nu p_1^\mu,$$
$$\tau^1_{\mu\nu} = s\left[\gamma^\nu(k_up_1^\mu - k_t(p_2^\mu - p_4^\mu)) - \gamma^\mu(k_up_2^\nu - k_t(p_1^\nu - p_3^\nu))\right],$$
$$\tau^2_{\mu\nu} = (m_e\not{K}_2 - it)\left[\gamma^\nu(p_1^\mu + k_tp_3^\mu) + \gamma^\mu(p_2^\nu + k_tp_4^\nu)\right],$$
$$\tau^3_{\mu\nu} = p_3^\mu p_4^\nu, \quad \tau^4_{\mu\nu} = p_1^\mu p_2^\nu, \quad \tau^5_{\mu\nu} = p_1^\mu p_4^\nu + p_2^\nu p_3^\mu,$$
$$\tau^6_{\mu\nu} = \gamma^\mu\gamma^\nu, \quad \tau^7_{\mu\nu} = \gamma^\nu p_3^\mu, \quad \tau^9_{\mu\nu} = \gamma^\mu p_4^\nu, \quad \tau^{10}_{\mu\nu} = \delta^{\mu\nu},$$

здесь $\not{K}_2 = \frac{1}{2}(\not{p}_3 - \not{p}_4 + \not{p}_2 - \not{p}_1)$; $k_I = \dfrac{m_e^2 - I}{s}$, где $I = t, u$; m_e — масса внешних фермионов.

Спиральные амплитуды петлевого вклада

С учетом свойств C-, P- и бозе-симметрии, были найдены четыре набора спиральных амплитуд. Учет массы электрона приводит к появлению дополнительных членов, пропорциональных m_e, которые играют существенную роль при вычислениях в области низких энергий.

I.

$$\mathcal{H}_{---+}, \quad \mathcal{H}_{+++-}, \quad \mathcal{H}_{++-+}, \quad \mathcal{H}_{--+-}$$

II.

$$\mathcal{H}_{+-++}, \quad \mathcal{H}_{-+++}, \quad \mathcal{H}_{-+--}, \quad \mathcal{H}_{+---}$$

III.

$$\mathcal{H}_{-++-}, \quad \mathcal{H}_{+--+}, \quad \mathcal{H}_{-+-+}, \quad \mathcal{H}_{+-+-}$$

IV.

$$\mathcal{H}_{++++}, \quad \mathcal{H}_{----}, \quad \mathcal{H}_{--++}, \quad \mathcal{H}_{++--}$$

Спиральные амплитуды петлевого вклада

I. $\mathcal{H}^{\rm virt}_{++-+} = -\mathcal{H}^{\rm virt}_{---+}(A=1)$, $\mathcal{H}^{\rm virt}_{+++-} = -\mathcal{H}^{\rm virt}_{---+}(A=-1)$,
$\mathcal{H}^{\rm virt}_{--+-} = \mathcal{H}^{\rm virt}_{---+}(A=-1)$,

$$\mathcal{H}^{\rm virt}_{---+} = -\frac{\sqrt{s}}{8}c^+c^-\Big\{sm_e\cos\vartheta_{13}\mathcal{F}^{v,3}$$
$$+\sqrt{\lambda_{ee}}[m_e(\frac{8}{z_{13}z_{14}}\mathcal{F}^{v,1}+\mathcal{F}^{v,3}-4\mathcal{F}^{v,4})$$
$$-2\mathcal{F}^{v,6}+\mathcal{F}^{v,8}-Am_e(\mathcal{F}^{a,3}+\mathcal{F}^{a,4})]\Big\}.$$

II. $\mathcal{H}^{\rm virt}_{-+\pm\pm} = \mathcal{H}^{\rm virt}_{-+--}(A=1)$, $\mathcal{H}^{\rm virt}_{+-\pm\pm} = \mathcal{H}^{\rm virt}_{-+--}(A=-1)$,

$$\mathcal{H}^{\rm virt}_{-+--} = \frac{1}{2}\sin\vartheta_{13}\Big\{s\Big(\mathcal{F}^{v,2}-\frac{s}{8}(1+\cos^2\vartheta_{13})\mathcal{F}^{v,3}$$
$$+A\cos\vartheta_{13}\Big[(\mathcal{F}^{a,1}+\frac{s}{4}(\mathcal{F}^{a,3}+\mathcal{F}^{a,4})\Big]\Big)$$
$$-\sqrt{\lambda_{ee}}\Big[s\cos\vartheta_{13}(\frac{1}{4}\mathcal{F}^{v,3}-\frac{1}{2}\mathcal{F}^{v,4}+\frac{m_e}{s}\mathcal{F}^{v,6})$$
$$-A\Big(\mathcal{F}^{a,1}-\mathcal{F}^{a,2}+\frac{s}{8}[(1+\cos^2\vartheta_{13})\mathcal{F}^{a,3}+2\cos^2\vartheta_{13}\mathcal{F}^{a,4}]\Big)\Big]\Big\}.$$

где $c^\pm = 1\pm\cos\vartheta_{13}$, $\sqrt{\lambda_{ee}} = s\beta_e$, $z_{13} = (m_e^2-u)$, $z_{14} = (m_e^2-t)$.

III. $\mathcal{H}^{\rm virt}_{+--+} = \mathcal{H}^{\rm virt}_{-++-}(A=-1)$, $\mathcal{H}^{\rm virt}_{-+-+} = \mathcal{H}^{\rm virt}_{-++-}(A=1, c^-\to -c^+)$,
$\mathcal{H}^{\rm virt}_{+--+} = \mathcal{H}^{\rm virt}_{-++-}(A=-1, c^-\to -c^+)$,

$$\mathcal{H}^{\rm virt}_{-++-} = \frac{1}{8}\sin\vartheta_{13}sc^-\Big\{s[\frac{1}{2}c^-\mathcal{F}^{v,3}+A(\frac{4}{s}\mathcal{F}^{a,1}+\mathcal{F}^{a,3}+\mathcal{F}^{a,4})]$$
$$-\sqrt{\lambda_{ee}}(\frac{4}{z_{13}z_{14}}\mathcal{F}^{v,1}+\mathcal{F}^{v,3}-2\mathcal{F}^{v,4}+\frac{4m_e}{s}\mathcal{F}^{v,6}$$
$$+A(\frac{1}{2}c^-\mathcal{F}^{a,3}-\cos\vartheta_{13}\mathcal{F}^{a,4}))\Big\}.$$

IV. $\mathcal{H}^{\rm virt}_{----} = -\mathcal{H}^{\rm virt}_{++++}(V=1)$, $\mathcal{H}^{\rm virt}_{--++} = -\mathcal{H}^{\rm virt}_{++++}(c^-\leftrightarrow c^+, V=-1)$,
$\mathcal{H}^{\rm virt}_{++--} = \mathcal{H}^{\rm virt}_{++++}(c^-\leftrightarrow c^+, V=-1)$,

$$\mathcal{H}^{\rm virt}_{++++} = -\frac{\sqrt{s}}{8}\Big\{s\Big[V\Big(\frac{8m_e}{z_{13}z_{14}}\mathcal{F}^{v,1}-2c^+\mathcal{F}^{v,6}\Big)$$
$$+\cos\vartheta_{13}\Big(m_e[\frac{8}{s}\mathcal{F}^{v,2}-(4-c^+c^-)\mathcal{F}^{v,3}+4\mathcal{F}^{v,4}]-4\mathcal{F}^{v,5}+2\mathcal{F}^{v,8}\Big)\Big]$$
$$+\sqrt{\lambda_{ee}}\Big[m_e(\frac{8}{z_{13}z_{14}}\mathcal{F}^{v,1}+\frac{8}{s}\mathcal{F}^{v,2}-(4-3c^+c^-)\mathcal{F}^{v,3}+4\cos^2\vartheta_{13}\mathcal{F}^{v,4})$$
$$-4(1+c^-)\mathcal{F}^{v,5}-2c^+\mathcal{F}^{v,6}-4\mathcal{F}^{v,7}+2\mathcal{F}^{v,8}\Big]\Big\},$$

Вклад от излучения мягких фотонов

Вклад мягкого излучения сопровождается инфракрасными расходимостями, которые сокращаются с соответствующими расходимостями виртуальных поправок. Этот вклад пропорционален борновскому сечению σ^{Born}, содержащему всю информацию о поляризации, и зависит от двух вспомогательных параметров: $\bar{\omega}$ и λ.

- λ — параметр регуляризации расходимостей.
- $\bar{\omega}$ — разделяет фазовый объем на область жестких фотонов ($E_\gamma > \bar{\omega}$) и область мягких ($E_\gamma < \bar{\omega}$).

Выражение для сечения имеет следующий вид:

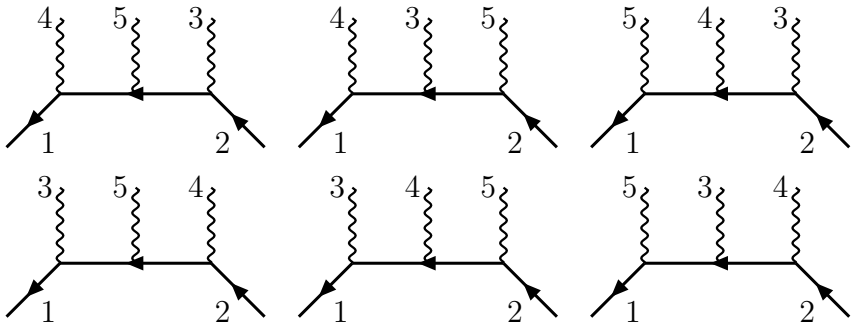
$$\sigma^{\text{soft}}_{\chi_1\chi_2}(\lambda,\bar{\omega}) = -N\sigma^{\text{Born}}_{\chi_1\chi_2}\frac{2}{\beta_e}\left\{2\left[\beta_e - k\ln x^2\right]\ln\frac{2\bar{\omega}}{\lambda} - \ln x + k\left[\ln^2 x + \text{Li}_2\left(1-1/x^2\right)\right]\right\},$$

$$N = \frac{\alpha}{2\pi}Q_e^2, \quad r_s = \frac{m_e^2}{s}, \quad k = 1-2r_s, \quad x = \frac{1}{\sqrt{r_s}}\frac{1+\beta_e}{2}.$$

Жесткое тормозное излучение

$$e^+(p_1,\chi_1)+e^-(p_2,\chi_2)+\gamma(p_3,\chi_3)+\gamma(p_4,\chi_4)+\gamma(p_5,\chi_5)\to 0$$

Шесть диграмм для жесткого тормозного излучения:



Спиральные амплитуды жесткого тормозного излучения

Ответ для спиральных амплитуд жесткого фотонного тормозного излучения имеет вид:

$$\mathcal{H}^{\rm hard} = \frac{i(eQ)^3 \bar v_1 \grave p_2}{2(p_1p_2)+2m_e^2}\Bigg[\sum_{\substack{i,j,k=\{3,4,5\}\\ i\neq j\neq k}}\left(\frac{\mathbf{F}_i\mathbf{F}_j\mathbf{F}_k}{z_{2jk}z_{2k}}+\mathbf{F}_i\mathbf{F}_j\left[\frac{\mathrm{Tr}[\not p_{2j}\not p_2\mathbf{F}_k]}{z_{2k}z_{2j}z_{2jk}}+\frac{\mathrm{Tr}[\not p_{2j}\not p_1\mathbf{F}_k]}{z_{2j}z_{2k}z_{1k}}\right]\right)$$
$$+\sum_{\substack{i=3,j=4,k=5\\ i=4,j=5,k=3\\ i=5,j=4,k=3}}\mathbf{F}_i\left(\frac{\mathrm{Tr}[\not p_1\not p_2\mathbf{F}_j]\mathrm{Tr}[\not p_1\not p_2\mathbf{F}_k]}{z_{1j}z_{2j}z_{1k}z_{2k}}+\frac{2\mathrm{Tr}[\not p_1\langle\not p_1\mathbf{F}_j\rangle_1\mathbf{F}_k]}{z_{1j}z_{1k}z_{1jk}}+\frac{2\mathrm{Tr}[\not p_2\langle\not p_2\mathbf{F}_j\rangle_1\mathbf{F}_k]}{z_{2j}z_{2k}z_{2jk}}\right)\Bigg]u_2,$$

$$\bar v_i \equiv \bar v^{\chi_i}(p_i) \equiv [\![i^{\chi_i}|, \quad u_i \equiv u^{\chi_i}(p_i) \equiv |i^{\chi_i}]\!].$$

Учитывая, что бивектор $\mathbf{F}_i$ выражается через спиноры как $\mathbf{F}_i^{\chi_i} = \sqrt{2}u^{\chi_i}(p_i)\bar v^{\chi_i}(p_i)$, получим:

$$\begin{aligned}
\bar v_q\grave{\not p}_2\mathbf{F}_i\mathbf{F}_ju_m &= (\sqrt{2})^2[\![q^{\chi_q}|\grave{\not p}_2|i^{\chi_i}]\!][\![i^{\chi_i}|j^{\chi_j}]\!][\![j^{\chi_i}|m^{\chi_m}]\!],\\
\bar v_q\grave{\not p}_2\,\mathrm{Tr}[\mathbf{F}_i\mathbf{F}_j]u_m &= (\sqrt{2})^2[\![q^{\chi_q}|\grave{\not p}_2|m^{\chi_m}]\!][\![j^{\chi_j}|i^{\chi_i}]\!][\![i^{\chi_i}|j^{\chi_j}]\!],\\
\bar v_q\grave{\not p}_2\,\mathrm{Tr}[\not p_l\mathbf{F}_i\not p_n\mathbf{F}_j]u_m &= (\sqrt{2})^2[\![q^{\chi_q}|\grave{\not p}_2|m^{\chi_m}]\!][\![j^{\chi_j}|\not p_l|i^{\chi_i}]\!][\![i^{\chi_i}|\not p_n|j^{\chi_j}]\!],\\
\bar v_q\grave{\not p}_2\mathbf{F}_i\mathbf{F}_j\mathbf{F}_ku_m &= (\sqrt{2})^3[\![q^{\chi_q}|\grave{\not p}_2|i^{\chi_i}]\!][\![i^{\chi_i}|j^{\chi_j}]\!][\![j^{\chi_i}|k^{\chi_k}]\!][\![k^{\chi_k}|m^{\chi_m}]\!]\\
\bar v_q\grave{\not p}_2\,\mathrm{Tr}[\not p_l\not p_n\mathbf{F}_i]u_m &= \sqrt{2}[\![q^{\chi_q}|\grave{\not p}_2|m^{\chi_m}]\!][\![i^{\chi_i}|\not p_l\not p_n|i^{\chi_i}]\!]
\end{aligned}$$

$$\bar v_1 = \frac{\bar v_1(\acute p_1\grave q+\acute q\grave p_1)}{2(\acute p_1\grave q)} = -\frac{\bar v_1\grave p_2\acute p_{2345}}{2(p_1p_2)+2m^2},$$

$$\begin{aligned}
\acute p_i &= \not p_i + m_i, \quad \grave p_i = \not p_i - m_i,\\
\acute p_i\grave p_j + \acute p_j\grave p_i &= 2(\acute p_i\grave p_j), \quad (\acute p_i\grave p_j) = (p_ip_j) - m_im_j.\\
z_{i\ldots j} &= \acute p_{i\ldots j}\cdot\grave p_{i\ldots j} = p^2_{i\ldots j} - (m_i+\cdots+m_j)^2,\\
p_{i\ldots j} &= p_i + \ldots + p_j.
\end{aligned}$$

I. Численные результаты

Численные результаты были получены с помощью программных инструментов системы `SANC`: Монте-Карло генератора `ReneSANCe` и интегратора `MCSANCee`. Если не оговорено иное, в расчетах используется набор входных параметров, представленный в Таблице 11.

Таблица 11: Набор входных параметров.

$\alpha^{-1}(0) =$	$137,035999084$	$m_u =$	$0,062$ ГэВ
$M_W =$	$80,379$ ГэВ	$m_c =$	$1,5$ ГэВ
$\Gamma_W =$	$2,0836$ ГэВ	$m_t =$	$172,76$ ГэВ
$M_Z =$	$91,1876$ ГэВ	$m_d =$	$0,083$ ГэВ
$\Gamma_Z =$	$2,4952$ ГэВ	$m_s =$	$0,215$ ГэВ
$M_H =$	$125,0$ ГэВ	$m_b =$	$4,7$ ГэВ
$m_e =$	$0,51099895$ МэВ		
$m_\mu =$	$0,1056583745$ ГэВ		
$m_\tau =$	$1,77686$ ГэВ		

Использовались кинематические ограничения:

- как минимум два фотона должны попадать в область $|\cos\vartheta_\gamma| < 0,9$, где $\vartheta_\gamma = \vartheta_{13}, \vartheta_{14}, \vartheta_{15}$,
- энергия всех трех фотонов в системе центра масс должна превышать пороговое значение $\bar{\omega}$.

Кроме того, в численных расчетах ширины распадов W- и Z-бозонов полагались равными нулю: $\Gamma_W = \Gamma_Z = 0$.

II. Численные результаты: сравнение со сторонними генераторами

Среди современных Монте-Карло генераторов, моделирующих рассматриваемый процесс, можно выделить:

- `MCGPJ` [35][24],
- `BabaYaga@NLO` [36, 37, 38, 28][25].

Последняя версия `BabaYaga@NLO` включает однопетлевые радиационные поправки и повышает точность вычислений за счет учета ведущих логарифмических QED-вкладов от многофотонного излучения, а также фотонных и фермионных поправок следующего за ведущим порядка [28].

Для σ^{Born} сравнение проведено при энергиях $\sqrt{s} = 250,\ 500,\ 1000$ ГэВ в системе центра масс. Достигнуто согласие на уровне пяти значащих цифр.

Для тех же значений энергии в с.ц.м. результаты для σ^{hard} получены в рамках $\alpha(0)$-схемы и представлены в табл. 12. Были наложены следующие кинематические ограничения:

- по энергии фотонов $E_\gamma \geq \omega = 10^{-4}\sqrt{s}/2$ в с.ц.м.
- как минимум для двух фотонов выполняется угловое ограничение $|\cos\vartheta_\gamma| < 0,9$.

Сравнение результатов с кодом `BabaYaga` выполнено на уровне NLO QED и представлено в таблицах 13 и 14.

Сравнение с `WHIZARD`, `CalcHEP` и `BabaYaga` показало хорошее согласие.

[24] S.I. Eidelman, G.V. Fedotovich, E.A. Kuraev, A.L Sibidanov, «Monte-Carlo Generator Photon Jets for the process $e^+e^- > \gamma\ \gamma$».
[25] C. M. Carloni Calame, H. Czyz, J. Gluza and others, «NNLO massive corrections to Bhabha scattering and theoretical precision of BabaYaga@NLO»

Таблица 12: Сравнение сечения жесткого тормозного излучения, полученного с помощью SANC, CalcHEP и WHIZARD при различных энергиях.

$\sqrt{s}$, ГэВ	250	500	1000
SANC, пб	4,467(2)	1,177(1)	0,3095(1)
CalcHEP, пб	4,465(1)	1,177(1)	0,3096(1)
WHIZARD, пб	4,465(1)	1,180(1)	0,3097(1)

Таблица 13: Сравнение интегральных сечений на борновском и NLO QED уровнях, полученных с помощью SANC и BabaYaga, при низких энергиях.

$\sqrt{s}$, ГэВ	1	10
	Born, нб	
SANC	137,532(1)	1,3755(1)
BabaYaga	137,53(1)	1,3753(1)
	NLO QED, нб	
SANC	129,46(2)	1,2623(3)
BabaYaga	129,45(1)	1,2620(1)

Таблица 14: Сравнение интегральных сечений на борновском и NLO QED уровнях, полученных с помощью SANC и BabaYaga, при низких энергиях.

$\sqrt{s}$, ГэВ	91	160	240	365
		Born, пб		
SANC	39,822(1)	12,884(1)	5,7252(1)	2,4758(2)
BabaYaga	39,821(1)	12,881(1)	5,7250(1)	2,4752(1)
		NLO QED, пб		
SANC	41,04(1)	13,289(3)	5,907(1)	2,556(1)
BabaYaga	41,043(1)	13,291(1)	5,9120(1)	2,5581(1)

IV. Численные результаты: сравнение со сторонними генераторами

Для сравнения слабых радиационных поправок на уровне NLO были построены энергетические и угловые распределения относительной поправки

$$\delta = \frac{\sigma^{\text{1-loop}}}{\sigma^{\text{Born}}} - 1 \quad (\%),$$

Полученные результаты демонстрируют хорошее согласие с данными, представленными на Рисунке 3 в работе [28].

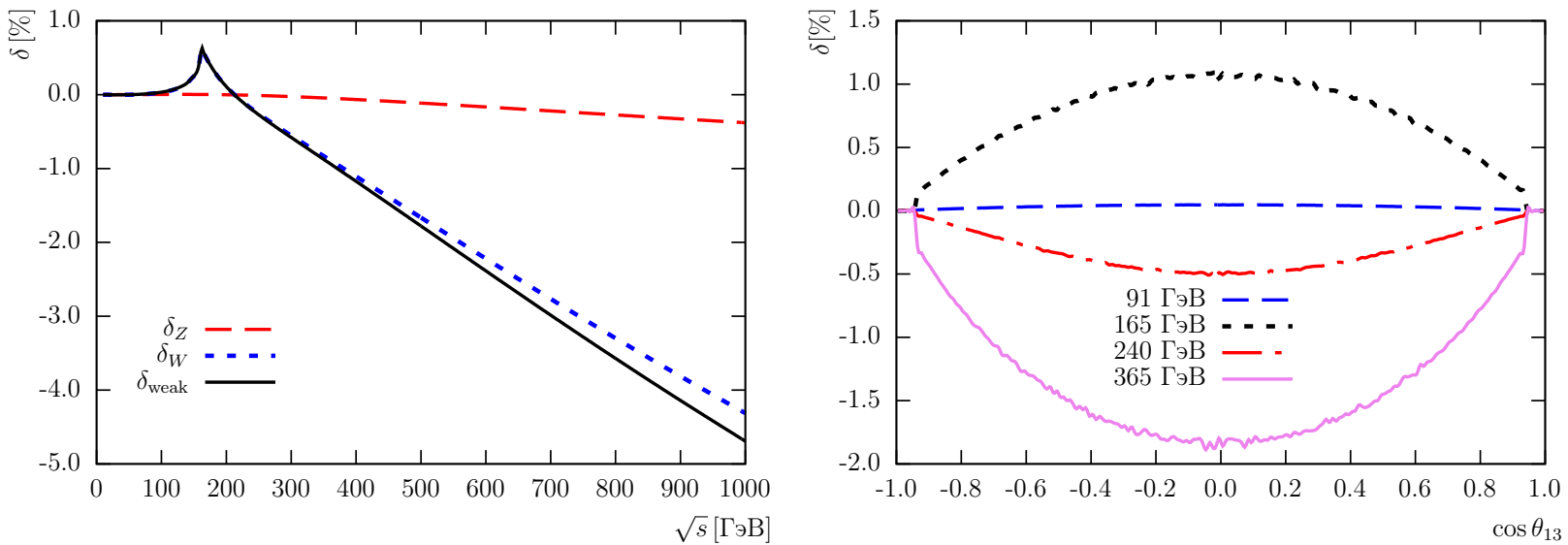


Рис. 10: **Левый график:** вклады интегральных относительных поправок виртуальных Z- и W-бозонов в слабые радиационные поправки. **Правый график:** дифференциальные относительные слабые радиационные поправки для различных энергий коллайдера `FCC-ee`.

Таблица 15: Борновское сечение рассеяния (пб), относительные NLO QED- и weak-поправки δ (%) для энергии в с.ц.м. $\sqrt{s} = 250$ ГэВ и набора степеней поляризации частиц в начальном состоянии.

P_{e^-}, P_{e^+}	0; 0	0,8; 0,3	-0,8; 0,3
σ^{Born}, пб	4,2617(1)	3,2388(1)	5,2845(1)
σ^{QED}, пб	4,535(2)	3,4488(5)	5,619(1)
δ^{QED},%	6,42(4)	6,48(1)	6,32(2)
σ^{weak}, пб	4,2481(1)	3,2345(1)	5,2544(1)
δ^{weak},%	−0,32(1)	−0,13(1)	−0,57(1)

Таблица 16: То же самое, что и в Таблице 15, но для энергии $\sqrt{s} = 500$ ГэВ

P_{e^-}, P_{e^+}	0; 0	0,8; 0,3	-0,8; 0,3
σ^{Born}, пб	1,06542(1)	0,80972(1)	1,32112(1)
σ^{QED}, пб	1,1365(2)	0,8641(1)	1,4085(3)
δ^{QED},%	6,67(2)	6,72(2)	6,62(2)
σ^{weak}, пб	1,04396(1)	0,81165(1)	1,25437(1)
δ^{weak},%	−2,01(1)	0,24(1)	−5,05(1)

Таблица 17: То же самое, что и в Таблице 15, но для энергии $\sqrt{s} = 1000$ ГэВ

P_{e^-}, P_{e^+}	0, 0	0,8, 0,3	-0,8, 0,3
σ^{Born}, пб	0,266353(1)	0,202429(1)	0,330279(1)
σ^{QED}, пб	0,28474(5)	0,21661(4)	0,3531(1)
δ^{QED},%	6,90(2)	7,00 (2)	6,90(4)
σ^{weak}, пб	0,252650(1)	0,197583(1)	0,301040(1)
δ^{weak},%	−5,14(1)	−2,39(1)	−8,85(1)

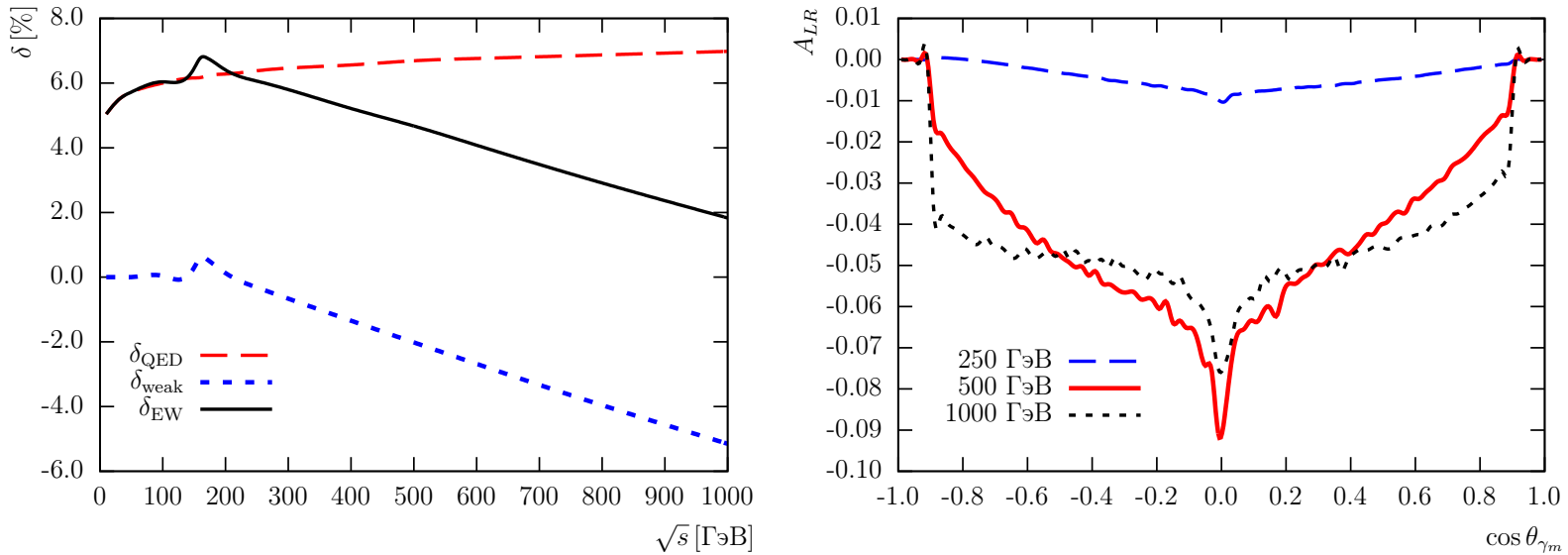


Рис. 11: **Левый график:** Относительные поправки NLO QED, weak и EW для диапазона энергий $\sqrt{s} = 10 - 1000$ ГэВ в с.ц.м..
Правый график: Угловые распределения асимметрии A_{LR} по углу фотона с наибольшей энергией (ϑ_{γ_m}) при нескольких энергиях в с.ц.м.

Выводы

Задачи, касающиеся оценки светимости:

Рождение фотонной пары

- Однопетлевые EW-поправки есть в `ReneSANCe` [3].
- Проведен аналитический расчет двухпетлевой QED-поправки к процессу $e^+e^- \to 2\gamma$ [39][26] (Р.Н. Ли, В.А. Стоцкий).
- В процессе расчет однопетлевой QED-поправки к процессу $e^+e^- \to 3\gamma$ (Р.Н. Ли, А.А. Кампф).
- Отдельная задача по интеграции полученных результатов в генератор `ReneSANCe`.

Баба-рассеяние

- Однопетлевые EW-поправки есть в `ReneSANCe` [40][27].
- Получены численные результаты однопетлевых рад. поправок при условиях `CEPC` [25] (малоугловое Баба-рассеяние).
- Интеграция двухпетлевых поправок в генератор `ReneSANCe`.

Рождение мюонной пары

- Однопетлевые EW-поправки есть в `ReneSANCe` [41][28].
- Интеграция двухпетлевых поправок в генератор `ReneSANCe` и проведение аналогичных численных расчетов.

[26] R.N. Lee, V.A. Stotsky, «Master integrals for $e^+e^- \to 2\gamma$ process at large energies and angles».
[27] A. Arbuzov, D. Bardin, S. Bondarenko and others, «Electroweak radiative corrections to polarized Bhabha scattering».
[28] A. Arbuzov, S. Bondarenko, Ya. Dydyshka, «Effects of Electroweak Radiative Corrections in Polarized Low-Energy Electron–Positron Annihilation into Lepton Pairs».

Положения выносимые на защиту

1. Новый алгоритм для аналитического расчета вкладов жесткого тормозного излучения на основе спинорного формализма, предложенного в работе [2];
2. впервые на основе разработанного алгоритма получены аналитические выражения для спиральных амплитуд жесткого тормозного излучения процессов рождения прямых фотонов и рождения фотонной пары в электрон-позитронной аннигиляции, а также процесса Дрелла-Яна в канале заряженного тока;
3. впервые в рамках подхода спиральных амплитуд вычислены полные электрослабые поправки в однопетлевом приближении для следующих поляризованных процессов: рождения фотонной пары при электрон-позитронной аннигиляции и Дрелла-Яна в канале заряженного тока;
4. впервые оценен вклад радиационных поправок в малоугловое Баба-рассеяние и доказана необходимость его учета для достижения целевой точности оценки светимости будущих коллайдеров;
5. созданы новые программные модули и интегрированы в Монте-Карло генератор событий `ReneSANCe` и интегратор `MCSANC`, а также получены оценки поляризованных наблюдаемых и псевдонаблюдаемых величин для будущих лептонных и адронных экспериментов.

Публикации по теме диссертации

1. **A. Kampf**
   «Hard Bremsstrahlung for Prompt Photon Production Processes»
   Moscow University Physics Bulletin, 80 (2025) 4, 730-740, **DOI:** 10.3103/S0027134925700754
2. S. Bondarenko, Ya. Dydyshka, L. Kalinovskaya, **A. Kampf**, R. Sadykov, V. Yermolchyk
   «Polarized Charged-Current Drell–Yan Process in ReneSANCe Generator»
   Physics of Particles and Nuclei, 56 (2025) 6, 1381-1384, **DOI:** 10.1134/S1063779625700534
3. S. Bondarenko, Ya. Dydyshka, L. Kalinovskaya, **A. Kampf**, R. Sadykov, V. Yermolchyk
   «EW One-Loop Corrections to the Longitudinally Polarized Drell–Yan Process. (II) Charged-Current Case»
   Physics of Particles and Nuclei Letters, 22 (2025) 1, 199-206, **DOI:** 10.1134/S1547477124702108
4. A. Arbuzov, S. Bondarenko, I. Boyko, Ya. Dydyshka, L. Kalinovskaya, **A. Kampf**, R. Sadykov, A. Tropina, V. Yermolchyk, Yu. Yermolchyk
   «Description of Bhabha-Scattering at Small Angles Using the Monte Carlo Generator ReneSANCe»
   Physics of Particles and Nuclei,55 (2024) 4, 1033-1036, **DOI:** 10.1134/S106377962470059X
5. A. Arbuzov, S. Bondarenko, I. Boyko, Ya. Dydyshka, L. Kalinovskaya, **A. Kampf**, R. Sadykov, V. Yermolchyk
   «Monte Carlo programs for small-angle Bhabha scattering*»
   Chinese Physics C, 48 (2024) 4, 043002, **DOI:** 10.1088/1674-1137/ad1fe6
6. S. Bondarenko, Ya. Dydyshka, L. Kalinovskaya, **A. Kampf**, L. Rumyantsev, R. Sadykov, V. Yermolchyk
   «One-loop radiative corrections to photon-pair production in polarized positron-electron annihilation»
   Physical Review D, 107 (2023) 7, 073003, **DOI:** 10.1103/PhysRevD.107.073003

Апробация результатов

1. 33rd International Scientific Conference for Undergraduate and Graduate Students and Young Scientists «Lomonosov» (Москва, Россия, 2026 г.).
2. The 28th International Scientific Conference of Young Scientists and Specialists (Дубна, Россия, 2024 г.).
3. International Conference Mathematical Modeling and Computational Physics (Ереван, Армения, 2024 г.).
4. The XXVth International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems (Дубна, Россия, 2023 г.).
5. 30th International Scientific Conference for Undergraduate and Graduate Students and Young Scientists (Москва, Россия, 2023 г.).
6. IV International Scientific Forum on Nuclear Science and Technologies, Institute of Nuclear Physics (Алма-Ата, Казахстан, 2022 г.).
7. Научная сессия секции ядерной физики ОФН РАН, Российская академия наук (Дубна, Россия, 2024 г.).
8. Семинар Лаборатории ядерных проблем им. В. П. Джелепова ОИЯИ (Дубна, Россия, 2026 г.).
9. Семинар Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ (Дубна, Россия, 2026 г.).
10. Семинар группы ATLAS Лаборатории ядерных проблем им. В. П. Джелепова ОИЯИ (Дубна, Россия, 2024 г.).

Поддержка работы грантами и стипендиями

1. Конкурс Фонда «Базис» «Стипендии» для аспирантов Физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова
   № 25-2-2-38-1 – ФФ АС25, исполнитель, 2025
2. Грант ОМУС
   № 24-201-03, исполнитель, 2024
3. Грант РНФ
   № 22-12-00021, участник, 2022

Благодарности

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю Л. В. Калиновской и научному консультанту Е. В. Дыдышко за руководство работой и постоянное внимание к исследованию, а также признателен всему коллективу группы SANC за помощь в работе, полезные дискуссии и ценные обсуждения.

Автор искренне благодарит свою семью за неоценимую моральную поддержку, терпение и веру на пути к завершению этого исследования.

Автор выражает признательность руководству ЛЯП ОИЯИ за создание благоприятных условий для проведения исследований и возможность выполнения работы на базе Лаборатории.

Спасибо за внимание!

Соискатель: Кампф Алексей Андреевич

Тема: Радиационные поправки к наблюдаемым величинам в экспериментах с поляризованными пучками

Контакты: kampf@jinr.ru

Список литературы

[1] J. A. M. Vermaseren. «New features of FORM». В: (окт. 2000). arXiv: math-ph/0010025.

[2] Y. Dydyshka. «Development of the automatic procedures for spinor matrix element calculation with massive particles». В: J. Phys. Conf. Ser. 2438.1 (2023), с. 012028. DOI: 10.1088/1742-6596/2438/1/012028.

[3] S. Bondarenko и др. «One-loop radiative corrections to photon-pair production in polarized positron-electron annihilation». В: Phys. Rev. D 107.7 (2023), с. 073003. DOI: 10.1103/PhysRevD.107.073003. arXiv: 2211.11467 [hep-ph].

[4] S. Bondarenko и др. «EW one-loop corrections to the longitudinally polarized Drell-Yan process. Charged-current case II». В: (май 2024). arXiv: 2405.12692 [hep-ph].

[5] A. A. Kampf. «Hard Bremsstrahlung for Prompt Photon Production Processes». В: Moscow Univ. Phys. Bull. 80.4 (2025), с. 730—740. DOI: 10.3103/S0027134925700754. arXiv: 2506.09700 [hep-ph].

[6] Roberto Vega и Jose Wudka. «A Covariant method for calculating helicity amplitudes». В: Phys. Rev. D 53 (1996). [Erratum: Phys.Rev.D 56, 6037–6038 (1997)], с. 5286—5292. DOI: 10.1103/PhysRevD.56.6037. arXiv: hep-ph/9511318.

[7] Stefan Dittmaier. «Weyl-van der Waerden formalism for helicity amplitudes of massive particles». В: Phys. Rev. D59 (1998), с. 016007. DOI: 10.1103/PhysRevD.59.016007. arXiv: hep-ph/9805445 [hep-ph].

[8] G. Moortgat-Pick и др. «The Role of polarized positrons and electrons in revealing fundamental interactions at the linear collider». В: Phys. Rept. 460 (2008), с. 131—243. DOI: 10.1016/j.physrep.2007.12.003. arXiv: hep-ph/0507011.

[9] A. Guskov. «The SPD project at NICA». В: 26th International Symposium on Spin Physics. Янв. 2026. arXiv: 2601.22304 [hep-ex].

[10] A. Guskov и др. «Probing Gluons at the Spin Physics Detector». В: (апр. 2023). DOI: 10.3390/physics5030044. arXiv: 2304.04604 [hep-ex].

[11] Cheuk-Yin Wong и Hui Wang. «Effects of parton intrinsic transverse momentum on photon production in hard scattering processes». В: Phys. Rev. C 58 (1998), с. 376—388. DOI: 10.1103/PhysRevC.58.376. arXiv: hep-ph/9802378.

[12] Alexander Belyaev, Neil D. Christensen и Alexander Pukhov. «CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model». В: Comput. Phys. Commun. 184 (2013), с. 1729—1769. DOI: 10.1016/j.cpc.2013.01.014. arXiv: 1207.6082 [hep-ph].

[13] Mauro Moretti, Thorsten Ohl и Jurgen Reuter. «O'Mega: An Optimizing matrix element generator». В: (2001), с. 1981—2009. arXiv: hep-ph/0102195 [hep-ph].

[14] Wolfgang Kilian, Thorsten Ohl и Jurgen Reuter. «WHIZARD: Simulating Multi-Particle Processes at LHC and ILC». В: Eur. Phys. J. C71 (2011), с. 1742. DOI: 10.1140/epjc/s10052-011-1742-y. arXiv: 0708.4233 [hep-ph].

[15] A. Arbuzov и др. «One-loop corrections to the Drell-Yan process in SANC. I. The Charged current case». В: Eur. Phys. J. C 46 (2006). [Erratum: Eur.Phys.J.C 50, 505 (2007)], с. 407—412. DOI: 10.1140/epjc/s2006-02505-y. arXiv: hep-ph/0506110.

[16] P. A. Zyla и др. «Review of Particle Physics». В: PTEP 2020.8 (2020), с. 083C01. DOI: 10.1093/ptep/ptaa104.

[17] Stefan Gullenstern и др. «Sphinx v1.1: Monte Carlo program for polarized nucleon-nucleon collisions (update)». В: (дек. 1996). arXiv: hep-ph/9612278.

[18] V. A. Zykunov. «Electroweak corrections to the observables of W boson production at RHIC». В: Eur. Phys. J. direct 3.1 (2001), с. 9. DOI: 10.1007/s1010501c0009. arXiv: hep-ph/0107059.

[19] V. A. Zykunov. «Radiative corrections to observables of W-boson production in collisions of polarized hadrons». В: Phys. Atom. Nucl. 66 (2003), с. 878—892. DOI: 10.1134/1.1577911.

[20] C. E. Gerber и др. «Tevatron-for-LHC Report: Top and Electroweak Physics». В: май 2007. arXiv: 0705.3251 [hep-ph].

[21] C. M. Carloni Calame и др. «Higher order QED corrections to W boson mass determination at hadron colliders». В: Phys. Rev. D 69 (2004), с. 037301. DOI: 10.1103/PhysRevD.69.037301. arXiv: hep-ph/0303102.

[22] C. M. Carloni Calame и др. «Precision electroweak calculation of the charged current Drell-Yan process». В: JHEP 12 (2006), с. 016. DOI: 10.1088/1126-6708/2006/12/016. arXiv: hep-ph/0609170.

[23] U. Baur, S. Keller и D. Wackeroth. «Electroweak radiative corrections to W boson production in hadronic collisions». В: Phys. Rev. D 59 (1999), с. 013002. DOI: 10.1103/PhysRevD.59.013002. arXiv: hep-ph/9807417.

[24] Andrew Lifson, Simon Plätzer и Malin Sjodahl. «One-loop calculations in the chirality-flow formalism». В: (март 2023). arXiv: 2303.02125 [hep-ph].

[25] A. B. Arbuzov и др. «Monte Carlo programs for small-angle Bhabha scattering*». В: Chin. Phys. C 48.4 (2024), с. 043002. DOI: 10.1088/1674-1137/ad1fe6. arXiv: 2312.14766 [hep-ph].

[26] A. Blondel и др. «Standard model theory for the FCC-ee Tera-Z stage». В: Mini Workshop on Precision EW and QCD Calculations for the FCC Studies : M T. 3. CERN. Geneva: CERN, 2019. DOI: 10.23731/CYRM-2019-003. arXiv: 1809.01830 [hep-ph].

[27] Alain Blondel и др. «Theory Requirements and Possibilities for the FCC-ee and other Future High Energy and Precision Frontier Lepton Colliders». В: (2019). arXiv: 1901.02648 [hep-ph].

[28] Carlo M. Carloni Calame и др. «Electroweak corrections to $e^+e^- \to \gamma\gamma$ as a luminosity process at FCC-ee». В: Phys. Lett. B798 (2019), с. 134976. DOI: 10.1016/j.physletb.2019.134976. arXiv: 1906.08056 [hep-ph].

[29] S. Jadach и др. «The path to 0.01% theoretical luminosity precision for the FCC-ee». В: Phys. Lett. B 790 (2019), с. 314—321. DOI: 10.1016/j.physletb.2019.01.012. arXiv: 1812.01004 [hep-ph].

[30] L. M. Brown и R. P. Feynman. «Radiative corrections to Compton scattering». В: Phys. Rev. 85 (1952). [,120(1952)], с. 231—244. DOI: 10.1103/PhysRev.85.231.

[31] Isadore Harris и Laurie M. Brown. «Radiative Corrections to Pair Annihilation». В: Phys. Rev. 105 (1957), с. 1656—1661. DOI: 10.1103/PhysRev.105.1656.

[32] Frits A. Berends и R. Gastmans. «Hard photon corrections for $e + e- \to \gamma\gamma$». В: Nucl. Phys. B61 (1973), с. 414—428. DOI: 10.1016/0550-3213(73)90372-6.

[33] M. Bohm и T. Sack. «ELECTROWEAK RADIATIVE CORRECTIONS TO E+ E- —> GAMMA GAMMA». В: Z. Phys. C 33 (1986), с. 157—165. DOI: 10.1007/BF01410463.

[34] S. Jadach и др. «Event generators for Bhabha scattering». В: CERN Workshop on LEP2 Physics (followed by 2nd meeting, 15-16 Jun 1995 and 3rd meetin Февр. 1996. DOI: 10.5170/CERN-1996-001-V-2.229. arXiv: hep-ph/9602393.

[35] S.I. Eidelman и др. «Monte-Carlo Generator Photon Jets for the process $e^+e^- - > \gamma\ \gamma$». В: Eur. Phys. J. C 71 (2011), с. 1597. DOI: 10.1140/epjc/s10052-011-1597-2. arXiv: 1009.3390 [hep-ex].

[36] C. M. Carloni Calame и др. «NNLO massive corrections to Bhabha scattering and theoretical precision of BabaYaga@NLO». В: Nucl. Phys. Proc. Suppl. 225-227 (2012), с. 293—297. DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2012.02.061. arXiv: 1112.2851 [hep-ph].

[37] C. M. Carloni Calame. «Present Accuracy And Future Prospects Of Monte Carlo Generators For Bhabha And $e^+e^- \to \gamma\gamma$». В: Mini-Proceedings, 16th meetin 2014, с. 5—7.

[38] Carlo M. Carloni Calame. «Radiative corrections in e^+e^- collisions with the BabaYaga event generator». В: EPJ Web Conf. 142 (2017), с. 01006. DOI: 10.1051/epjconf/201714201006.

[39] Roman N. Lee и Vyacheslav A. Stotsky. «Master integrals for $e^+e^- \to 2\gamma$ process at large energies and angles». В: JHEP 12 (2024), с. 106. DOI: 10.1007/JHEP12(2024)106. arXiv: 2410.03336 [hep-ph].

[40] Andrej Arbuzov и др. «Electroweak radiative corrections to polarized Bhabha scattering». В: PoS LL2018 (2018), с. 010. DOI: 10.22323/1.303.0010.

[41] A. Arbuzov и др. «Effects of Electroweak Radiative Corrections in Polarized Low-Energy Electron–Positron Annihilation into Lepton Pairs». В: JETP Lett. 116.4 (2022), с. 199—204. DOI: 10.1134/S0021364022601415. arXiv: 2206.09469 [hep-ph].

Дополнительные слайды

Таблица 18: Сравнение работ, посвященных поляризованному процессу Дрелла–Яна в канале заряженного тока.

Статья	**V. Zykunov (2001,2003)**	**S. Bondarenko et al. (2024)**
Источник	10.1007/s1010501c0009 и 10.1134/1.1577911	10.1134/S1547477124702108
Основная цель	Схема изучения спина нуклона; извлечение Δq при малых x; расчет $O(\alpha)$ EWC	Полный однопетлевой EW-расчет поляризованного CC Drell-Yan; количественная оценка влияния поправок на A_L и A_{LL}
Поляризация	Одна или две продольно поляризованные начальные частицы	Одна или две продольно поляризованные начальные частицы + возможность учета поляризации конечных частиц
Метод	Аналитические формулы в QPM + численное интегрирование; регуляризация коллинеарных сингулярностей конечными массами кварков	Система SANC (covariant amplitude → form factors → helicity amplitudes) + spinor formalism; современное вычитание коллинеарных сингулярностей
Реализация	Собственная FORTRAN-программа автора	Полноценный Monte-Carlo генератор **ReneSANCe** (готов к использованию в экспериментальном анализе)
Коллинеарные сингулярности	Регуляризация массами кварков (результаты заметно зависят от выбора масс)	Сингулярности вычитаются и поглощаются PDF (стандартный современный подход, независимость от масс кварков)
Сравнение с другими кодами	Только с неполяризованными расчетами	Сравнение с HORACE, WGRAD2, SPHINX и предыдущими версиями SANC
PDF	GRV94, MRS LO 98 (устаревшие наборы)	NNPDF23 (unpolarized) + NNPDFpol1.1 + оценка PDF-неопределенности (100 реплик)
Ключевой результат по асимметриям	Рассчитаны численные значения A_L и A_{LL} с учётом EWC	**Доказано, что влияние однопетлевых EW-поправок на A_L и A_{LL} пренебрежимо мало**
Практическая ценность	Важный исторический вклад и идея извлечения Δq при $x \sim 10^{-3}$	Готовый инструмент + выводы, необходимые для современного глобального NLO-анализа поляризованных PDF

Таблица 19: Сравнение трех статей по процессу $e^+e^- \to \gamma\gamma$.

Статья	**M. Bohm & T. Sack (1986)**	**C.M. Carloni Calame et al. (2019)**	**S. Bondarenko et al. (2022)**
Источник	10.1007/BF01410463	10.1016/j.physletb.2019.134976	10.1103/PhysRevD.107.073003
Суть работы	Первые аналитические результаты для однопетлевых EW поправок	Оценка теоретической точности процесса как люминометрического на FCC-ee	Полный однопетлевой расчет с учетом массы электрона, поляризации. Реализация в виде MC-кода.
Масса электрона	В безмассовом приближении ($s \gg m_e^2$)	Учитывают (через BabaYaga@NLO)	**Точная** зависимость от m_e
Поляризация	Продольная (± 1)	Нет	**Произвольная продольная** поляризация начальных пучков
QED-поправки	Soft + virtual (из литературы + перерасчет)	NLO QED + LL resummation (PS + matching)	Полный soft + hard (3γ) + virtual
Слабые поправки	Аналитические выражения для δ^Z и δ^W	Добавлены в BabaYaga@NLO через Recola (on-shell, complex masses)	Полные EW через form-factors + helicity amplitudes
NNLO / higher-order	Нет	Оценка photonic $O(\alpha^2 L)$ + fermion-loop (включая неопределённость hadronic VP)	Нет
Hard photons	Нет	Full exclusive PS + hard matrix element	Hard-bremsstrahlung + helicity amplitudes
MC-реализация	Нет	BabaYaga@NLO	MCSANCee + ReneSANCe
Энергии	До 1000 ГэВ	FCC-ee: 91, 160, 240, 365 ГэВ	от 1 до 1000 ГэВ

При $\sqrt{s} = 24$ ГэВ наибольший вклад дает конфигурация спиральностей $\chi_1 = +$, $\chi_2 = -$, $\chi_4 = \pm$. Ее вклад примерно на порядок превышает вклад конфигурации $\chi_1 = +$, $\chi_2 = +$, $\chi_4 = \pm$.

Такое различие обусловлено динамикой сохранения спиральности в калибровочных теориях при высоких энергиях. Векторные токи КХД и КЭД строго сохраняют киральность полей, вследствие чего безмассовая часть амплитуды для спирально-запрещенной конфигурации $(\chi_1 = +, \chi_2 = +)$ тождественно обнуляется. Ненулевой вклад в этом канале возникает исключительно за счет массового члена, который перемешивает разные киральные состояния. В результате данная конфигурация оказывается подавленной: на уровне амплитуды процесса — линейно по массе кварка $\mathcal{O}(m_c/E)$, а на уровне сечения — квадратично $\mathcal{O}(m_c^2/s)$.

При увеличении энергии до $\sqrt{s} = 500$ ГэВ характер этого соотношения сохраняется, однако в силу асимптотического восстановления киральной симметрии и быстрого стремления отношения $m_c^2/s \to 0$ различие между вкладами этих двух конфигураций возрастает до трех–четырех порядков.

Переворот спина ($e^+e^- \to \gamma\gamma$)

В данном процессе происходит переворот спиральности для фермионной линии, однако его вклад существенно выражен лишь в области низких энергий.
Физическая причина возникновения *helicity-flip* амплитуд заключается в учете конечной массы электрона m_e.
В рамках КЭД стандартный векторный ток $\bar{u}\gamma^\mu u$ в безмассовом приближении ($m_e = 0$) строго сохраняет киральность. Это накладывает запрет на фермионные конфигурации с одинаковыми спиральностями в системе центра масс, то есть:

$$\mathcal{M}(\chi_{e^-} = \chi_{e^+}) = 0 \quad \text{при} \quad m_e = 0$$

Однако массовое слагаемое в лагранжиане КЭД ($\mathcal{L}_{\text{mass}} = -m_e\bar{\psi}\psi$) связывает левые и правые киральные компоненты полей ($\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L$).
Поскольку в нашем расчете масса электрона m_e **сохранена во всех кинематических членах**, спиральность не является интегралом движения. Полученные *helicity-flip* амплитуды $\mathcal{M}_{\text{flip}}$ обладают следующими свойствами:

1. Они прямо пропорциональны массе фермиона: $\mathcal{M}_{\text{flip}} \propto m_e$.
2. Они содержат кинематический фактор подавления вида $\sim \frac{m_e}{E}$, где E — энергия электрона в с.ц.м.

Таким образом, переворот спина играет важную роль в области низких энергий, а в ультрарелятивистском пределе ($s \gg m_e^2$) вклад этих конфигураций подавлен по степенному закону как $\sim \frac{m_e^2}{s}$ и стремится к нулю, что полностью согласуется с теоремой сохранения киральности при высоких энергиях.

Физический смысл $z_{\min}$

Это один из основных кинематических разрезов при отборе событий для малоуглового Баба-рассеяния, который используются для измерения светимости. Типичные экспериментально интересные значения лежат в диапазоне

$$0,25 \lesssim z_{\min} \lesssim 0,75$$

- При больших $z_{\min}$ отбираются события с малыми потерями энергии $\rightarrow$ меньше радиационных поправок высших порядков.
- При меньших $z_{\min}$ допускается большее излучение $\rightarrow$ сильнее проявляются высшие порядки QED-поправок.

Асимметрии

• **1.** Односпиновая асимметрия (Single-spin asymmetry, A_L)

Односпиновая асимметрия возникает, когда поляризована только одна из сталкивающихся частиц:

$$A_L = \frac{\sigma(\uparrow) - \sigma(\downarrow)}{\sigma(\uparrow) + \sigma(\downarrow)},$$

где $\uparrow$ и $\downarrow$ обозначают направление спина поляризованной частицы (вдоль или против её импульса). Она чувствительна к отношению поляризованных и неполяризованных кварковых распределений $\Delta q/q$.

• **2.** Двуспиновая асимметрия (Double-spin asymmetry, A_{LL})

Двуспиновая асимметрия измеряется, когда обе сталкивающиеся частицы продольно поляризованы:

$$A_{LL} = \frac{\sigma(++) - \sigma(+-)}{\sigma(++) + \sigma(+-)},$$

где $++$ соответствует параллельным спинам, а $+-$ — антипараллельным. Асимметрия A_{LL} особенно чувствительна к поляризации морских кварков и глюонов.

• **3.** Лево-правая асимметрия (Left-Right asymmetry, A_{LR})

Лево-правая асимметрия сравнивает сечения с левой и правой спиральностью:

$$A_{LR} = \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R},$$

где L — левая спиральность (спин против импульса), R — правая спиральность (спин по импульсу). В электрослабых процессах A_{LR} напрямую связана с нарушением пространственной чётности. Для W-бозонов она велика, поскольку W взаимодействует почти исключительно с левыми фермионами.

• **4.** Forward-Backward асимметрия (A_{FB})

Forward-Backward асимметрия является пространственной (не спиновой):

$$A_{FB} = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B},$$

где F (forward) — частицы, вылетающие вперёд (в направлении одного из пучков), а B (backward) — частицы, вылетающие назад. Эта асимметрия возникает вследствие интерференции векторного и аксиально-векторного токов (например, в процессах $e^+e^- \to f\bar{f}$ или в нейтральном токе Дрелла–Яна).

Абстракт

В настоящее время разрабатываются перспективные проекты циклических и линейных коллайдеров, нацеленные на существенное повышение точности измерения наблюдаемых физических величин. Особое значение для таких исследований имеет анализ спиновых корреляций в столкновениях поляризованных пучков, поскольку он позволяет более детально изучать структуру взаимодействий. Одно из направлений исследований — прецизионный анализ наблюдаемых с учетом радиационных поправок в процессах с поляризованными частицами. С помощью нового алгоритма были вычислены вклады жесткого тормозного излучения для процессов рождения прямых фотонов, процессов Дрелла-Яна в канале заряженного тока и рождения фотонной пары при электрон-позитронной аннигиляции. Для двух последних процессов также рассчитаны полные электрослабые поправки. Ещё одной задачей стала высокоточная оценка светимости. В этой связи для процесса Баба-рассеяния проведен численный анализ различных вкладов радиационных поправок. Полученные результаты уточняют теоретическое описание рассматриваемых процессов и могут быть использованы при интерпретации данных будущих прецизионных экспериментов.

(По материалам кандидатской диссертации.)

Promising projects for circular and linear colliders are currently being developed, aiming to substantially improve the precision of measurements of physical observables. Of particular importance for such studies is the analysis of spin correlations in collisions of polarized beams, since it allows the structure of interactions to be investigated in greater detail. One direction of such research is the precision analysis of observables, including radiative corrections, in processes involving polarized particles. Using a new algorithm, we have calculated the contributions of hard bremsstrahlung to the processes of direct photon production, charged-current Drell-Yan production, and photon-pair production in electron–positron annihilation. For the latter two processes, the complete electroweak corrections are also calculated. Another objective is the high-precision determination of the luminosity. In this context, a numerical analysis of the various contributions of radiative corrections is performed for the Bhabha scattering process. The results obtained refine the theoretical description of the processes under consideration and can be used in the interpretation of the results of future precision experiments.

(Based on the materials of the candidate dissertation.)