МФТИ
Лаборатория
Физики Ускорителей



ОИЯИ

Адиабатическое и прозрачное пересечения индуцированного спинового резонанса в Нуклотроне для пучка дейтронов с синхротронной модуляцией энергии

А.М. Кондратенко[1,2], Ю.Н. Филатов[2,3], М.А. Кондратенко[1,2], Е.Д. Цыплаков[2], В.П. Ладыгин[3]

[1] НТЛ «Заряд», Новосибирск, [2]МФТИ, Долгопрудный, [3]ОИЯИ, Дубна

(по результатам работ НТЛ “Заряд”)

Специализированный семинар «Релятивистская ядерная физика и поляризационные явления им. А.М. Балдина» № 846, 25 ноября 2026, ОИЯИ, г. Дубна

Содержание

1. Индуцированный спиновый внутренний резонанс $\gamma G = \nu_y - 8$ для дейтронов в Нуклотроне.

2. Спин-флип дейтронов при адиабатическом пересечении внутреннего резонанса для небанчированного пучка.

3. Переворот спина банчированного пучка дейтронов на центральном сателлите индуцированного внутреннего резонанса Нуклотрона

4. Прозрачное пересечение индуцированного спинового резонанса в Нуклотроне для пучка дейтронов с синхротронной модуляцией энергии.

5. Заключение.

Индуцированный спиновый внутренний резонанс

Дейтроны

Кинетическая энергий дейтронов

$$E_{kin} = 135 \text{ МэВ/нуклон} = \textbf{const}$$

Условие резонанса

$$\boldsymbol{\gamma G = \nu_y - 8}, \qquad \boldsymbol{G = -0.1426}$$

С помощью двух семейств фокусирующих и дефокусирующих квадруполей задается резонансная бетатронная частота

$$\nu_{res} = 7.837$$

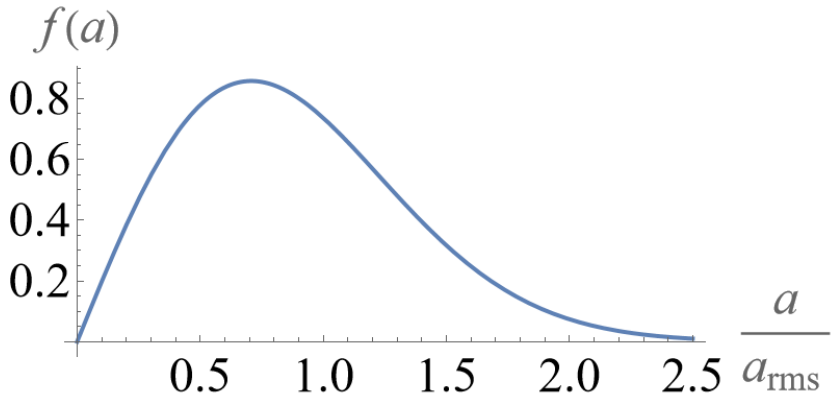
Отстройка от резонанса управляется корректирующими квадруполями

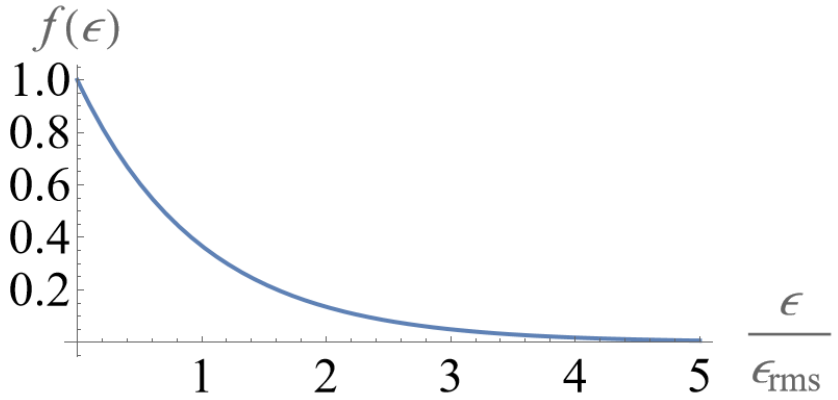
$$\varepsilon = \nu_y - \nu_{res}$$

Сила внутреннего резонанса ω пропорциональна амплитудам вертикальных бетатронных колебаний:

$$\boldsymbol{\omega \sim a}$$

Распределение по амплитудам бетатронных колебаний



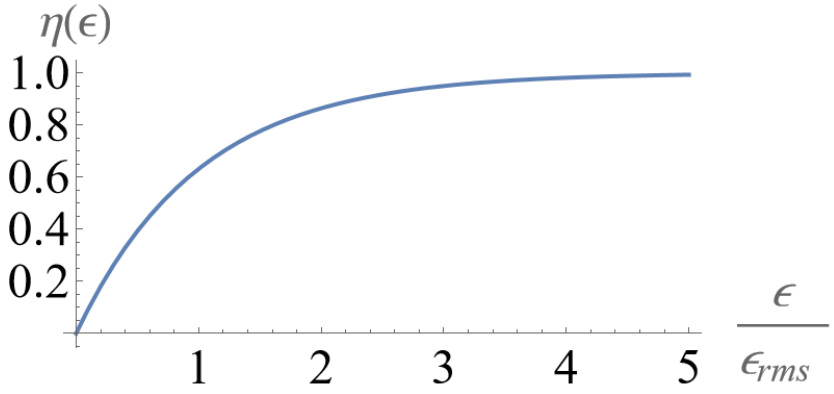


Функция распределения по амплитудам:

$$f(a) = \frac{2a}{a_{\text{rms}}^2} \exp\left(-\frac{a^2}{a_{\text{rms}}^2}\right)$$

Функция распределения по эмиттансам:

$$f(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon_{\text{rms}}} \exp\left(-\frac{\epsilon}{\epsilon_{\text{rms}}}\right)$$



Доля частиц с эмиттансами меньше ϵ :

$$\eta(\epsilon) = 1 - \exp\left(-\frac{\epsilon}{\epsilon_{\text{rms}}}\right)$$

$$\eta(0.01\epsilon_{\text{rms}}) \approx 1\%\,, \quad \eta\,(\epsilon_{\text{rms}}) \approx 63\%$$

$$\eta(3\,\epsilon_{\text{rms}}) \approx 95\%\,, \quad \eta(4.6\,\epsilon_{\text{rms}}) \approx 99\%$$

Пересечение уединенного внутреннего резонанса

$$\boldsymbol{\omega(\epsilon) = \sqrt{\epsilon}\,\omega_\epsilon} \qquad \epsilon_D = \frac{2\varepsilon'}{\pi\omega_\epsilon^2}$$

Формула Фруассар-Стора:

$$\frac{S_f}{S_0} = -1 + 2\exp\left(-\frac{\epsilon}{\epsilon_D}\right)$$

Усредняя по эмиттансам после пересечения резонанса, получаем:

$$\zeta = \left\langle\frac{S_f}{S_0}\right\rangle = \int_0^\infty \left(-1 + 2\exp\left(-\frac{\epsilon}{\epsilon_D}\right)\right) f(\epsilon)d\epsilon = \frac{1-\chi}{1+\chi}, \qquad \chi = \frac{\epsilon_{\text{rms}}}{\epsilon_D}$$

Быстрое пересечение резонанса ($\chi \ll 1$):

$$\zeta \approx 1 - 2\,\chi \qquad D \approx 2\,\chi = \frac{2\epsilon_{\text{rms}}}{\epsilon_D} \ll 1$$

Медленное пересечение резонанса ($\chi \gg 1$):

$$\zeta \approx -1 + \frac{2}{\chi} \qquad D \approx \frac{2}{\chi} = \frac{2\epsilon_D}{\epsilon_{\text{rms}}} \ll 1$$

Деполяризация пучка ($\chi = 1$):

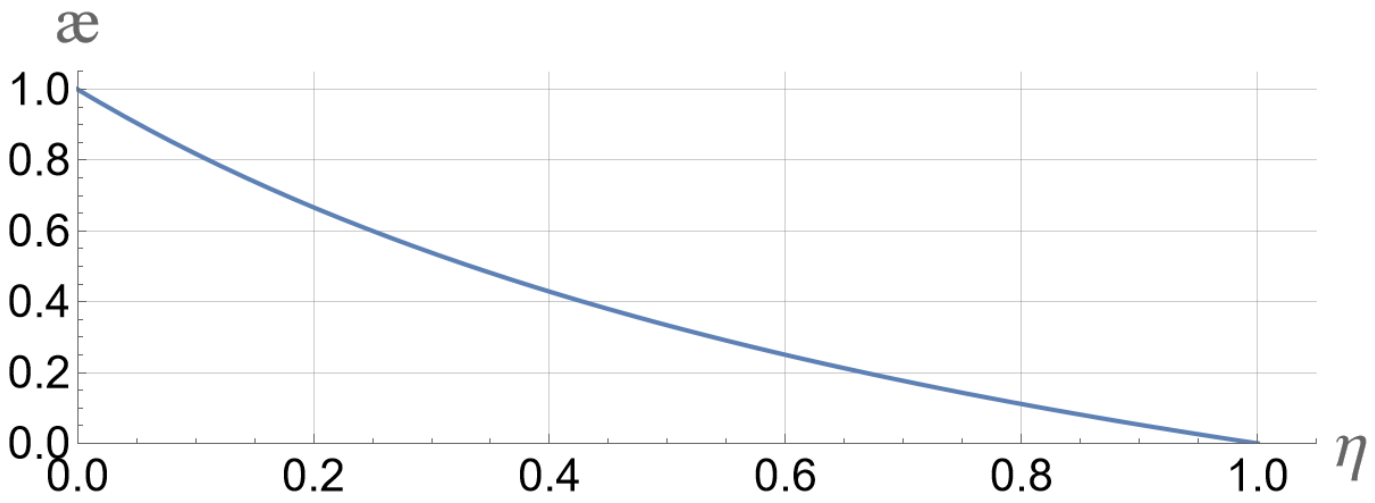
$$\zeta = 0 \qquad D = 1$$

Эффективность переворота поляризации

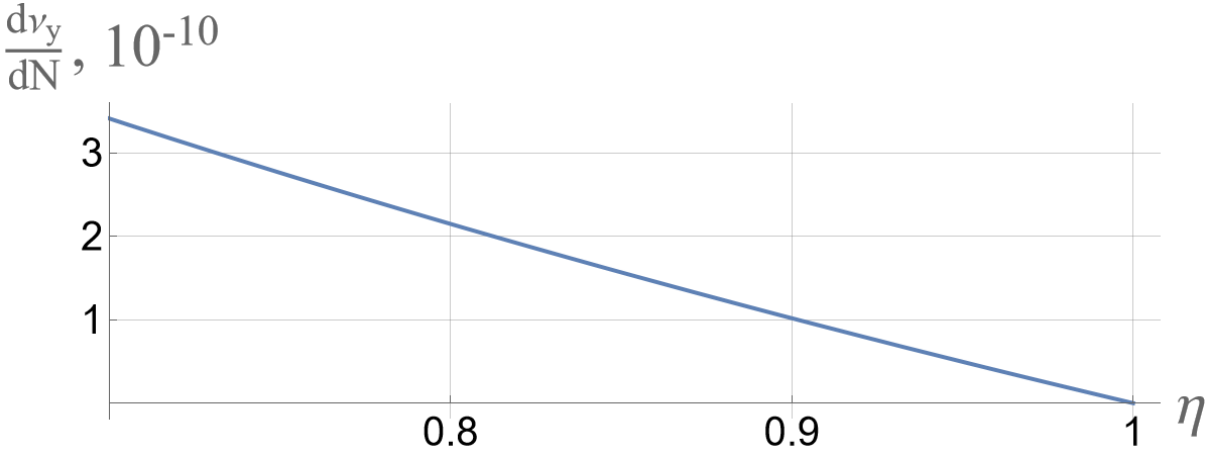
$$æ = \chi^{-1} = \frac{d\nu_y}{dN} \Big/ \left(\frac{d\nu_y}{dN}\right)_D$$ безразмерная скорость пересечения резонанса

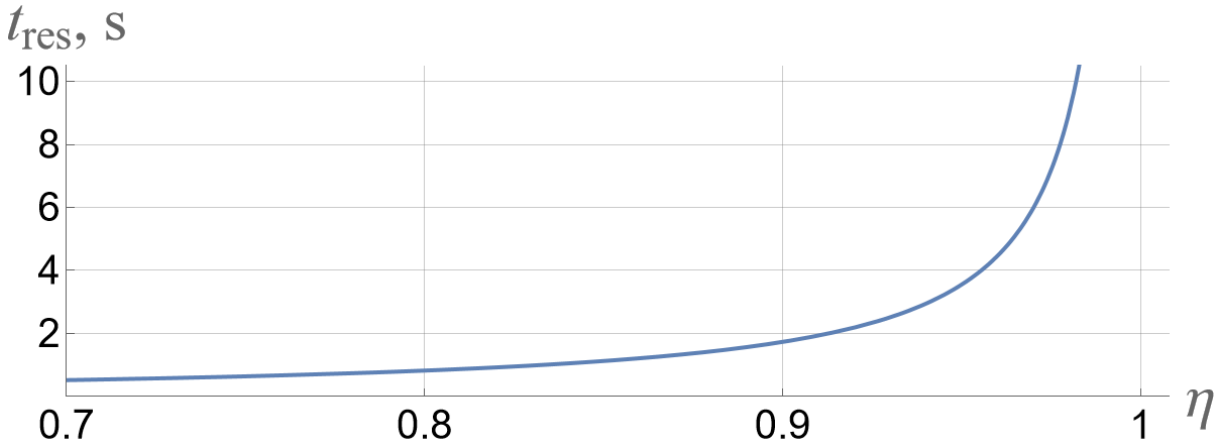
$\left(\frac{d\nu_y}{dN}\right)_D = \pi^2 \omega_{rms}^2$ – характерная скорость пересечения резонанса, которой соответствует полная деполяризация пучка

$$\eta = \left|\frac{\langle S\rangle_f}{\langle S\rangle_0}\right| = \frac{1-æ}{1+æ}, \qquad 0 < æ < 1$$ - эффективность переворота поляризации



Спин-флип для уединенного резонанса $\gamma G = \nu_y - 8$





$\nu_y = 7.837$

$\epsilon_{rms} \approx 1\ \pi$ ·мм·мрад

$\omega_{rms} \approx 1.4 \cdot 10^{-5}$

$$\left(\frac{d\nu_y}{dN}\right)_D = 1.9 \cdot 10^{-9}$$

Область резонанса

$\varepsilon_{res} \sim \omega$

$N_{res} = 2\ \omega/(d\,\nu_y/d\,N)$

$t_{res} = N_{res}\,\tau$

$\tau = 1.56$ мкс – время оборота

Для адиабатического переворота с эффективностью переворота 90% потребуется около 2 секунд, а с эффективностью 95% — около 4 секунд

Синхротронные колебания. Сателлитные резонансы

Отстройка от резонанса: $\varepsilon = \bar{\varepsilon} + \Delta_\gamma \cos\left(2\pi\nu_\gamma z/L + \Psi_\gamma\right)$

ν_γ, Ψ_γ - частота и фаза синхротронных колебаний

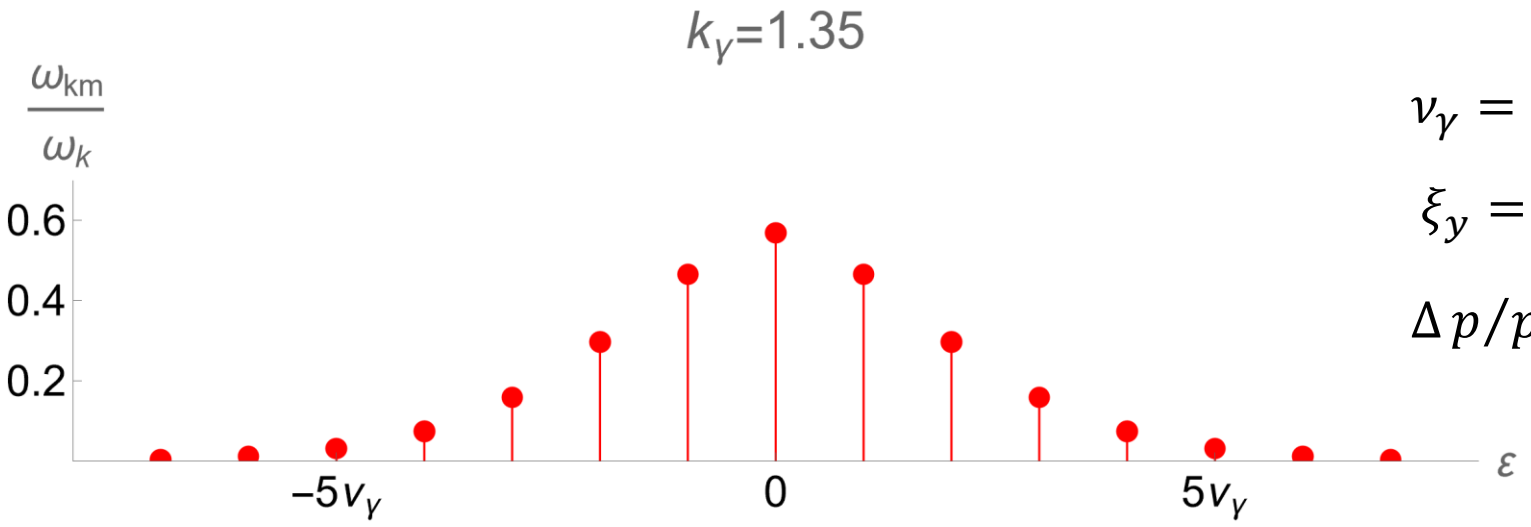
Δ_γ- амплитуда модуляции отстройки от резонанса

$\boldsymbol{\nu = \gamma G = k + m\,\nu_\gamma}$ – сателлитные резонансы $\qquad \boldsymbol{\varepsilon = \gamma G - k = m\,\nu_\gamma}$

$k_\gamma = \sigma_\gamma/\nu_\gamma$- индекс сателлитных резонансов ($\sigma_\gamma^2 = \langle\Delta_\gamma^2\rangle$)

$\omega_{km} = \omega_k \exp\left(-\frac{k_\gamma^2}{2}\right)\sqrt{\mathrm{I}_m(k_\gamma^2)}$ - мощности сателлитных резонансов

Число «заметных» сателлитных резонансов $\sim k_\gamma$



$\nu_\gamma = 3.5 \cdot 10^{-3}$

$\xi_y = -9.5$

$\Delta p/p \sim 5 \cdot 10^{-4}$

Быстрое пересечение спинового резонанса $\omega_k^2 \ll \varepsilon'$

Деполяризация при быстром пересечении сателлитных резонансов:

$$\frac{\mathbf{S_0 - S_f}}{\boldsymbol{S_0}} = \sum_m \frac{\pi|\omega_{km}|^2}{\varepsilon'} = \frac{\pi\,\omega_k^2}{\varepsilon'} \exp(-k_\gamma^2) \sum_m \mathrm{I}_m\left(k_\gamma^2\right) = \frac{\boldsymbol{\pi\,\omega_k^2}}{\boldsymbol{\varepsilon'}}$$

эквивалентна пересечению уединенного резонанса

Индекс сателлитных резонансов k_γ

$$\gamma G = \nu_y - 8 \qquad \gamma = \bar{\gamma} + \Delta\gamma \qquad \nu_y = \overline{\nu_y} + \xi_y \Delta p/p$$

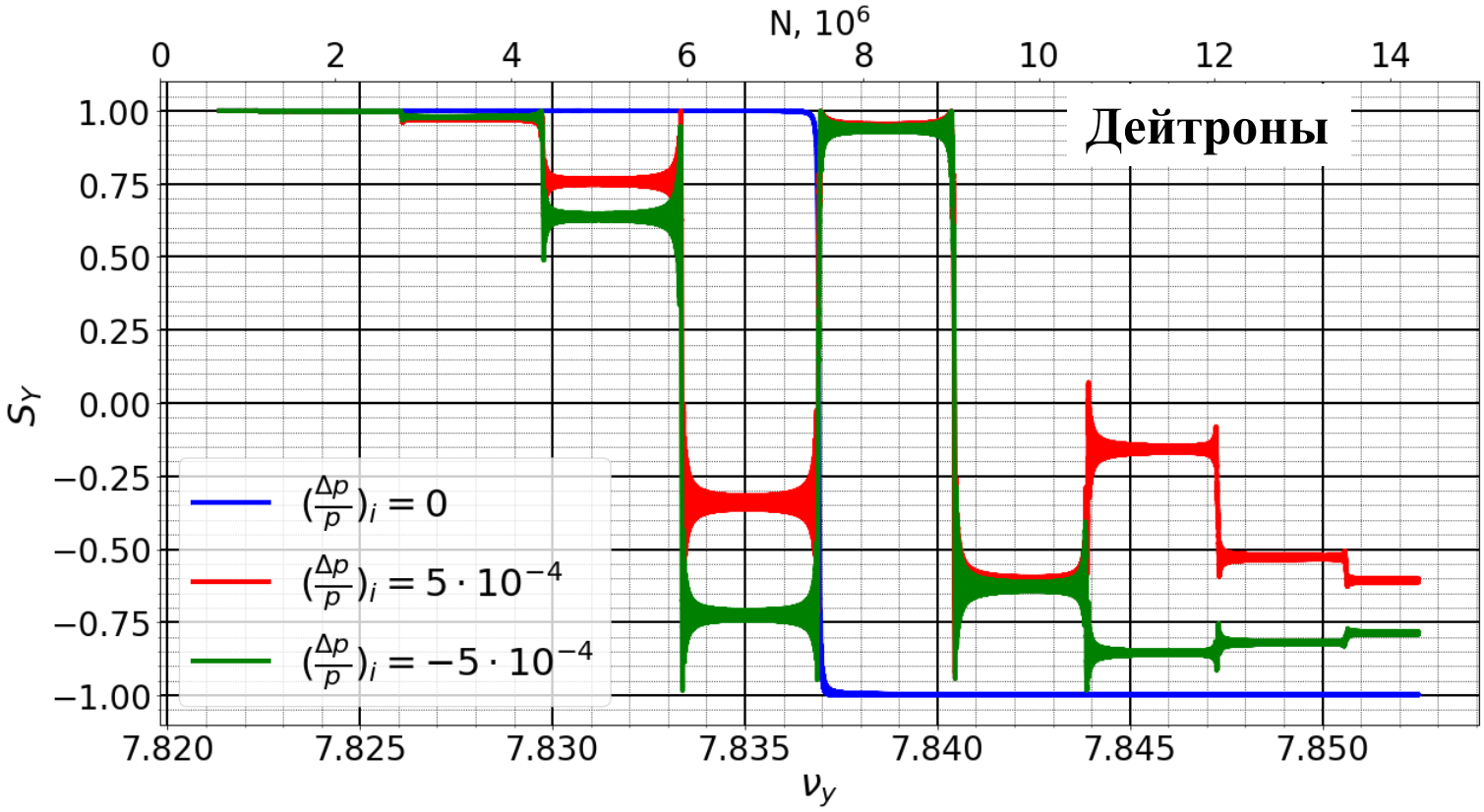
$$\sigma_\gamma = \Delta\gamma G \Rightarrow \quad \boldsymbol{\sigma_\gamma^{eff}} = \frac{\boldsymbol{\Delta p}}{\boldsymbol{p}}\left(\boldsymbol{\gamma G \beta^2 - \xi_y}\right) \qquad k_\gamma = \frac{\sigma_\gamma^{eff}}{\nu_\gamma}$$

ξ_y – нормализованная хроматичность вертикальной бетатронной частоты

Управление индексом сателлитных резонансов секступолями

$$\Delta\xi_x = \frac{1}{4\pi}\oint k_3 D_x \beta_x ds \qquad \Delta\xi_y = -\frac{1}{4\pi}\oint k_3 D_x \beta_y ds \qquad k_3 = \frac{1}{2B\rho}\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}$$

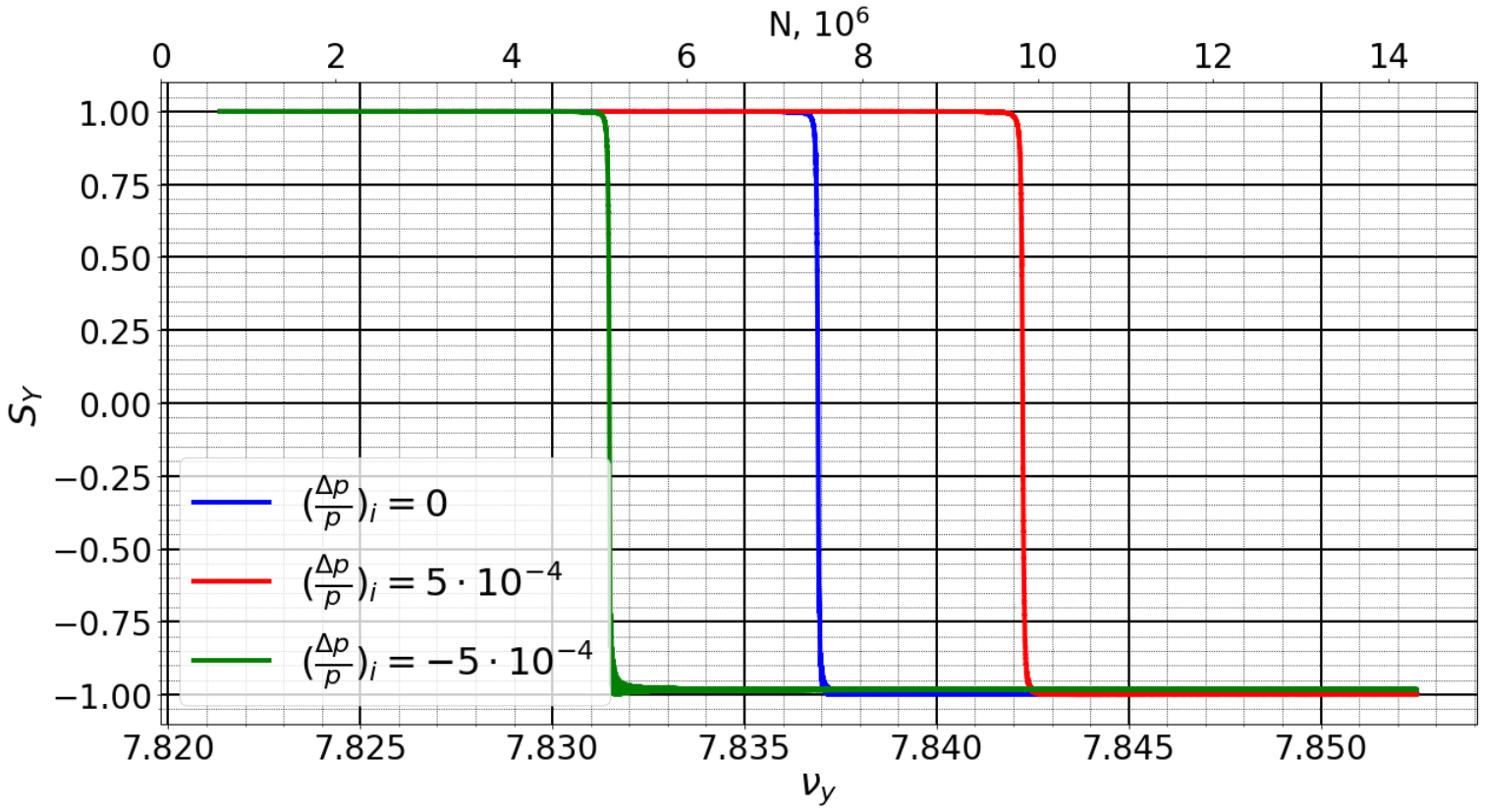
FS пересечение сателлитных резонансов



$\gamma G = \nu_y - 8$ $E_{kin} = 270$ МэВ $\varepsilon_y = 45$ мм·мрад $\nu_{res} = 7.837$

$\Delta p/p \sim 5 \cdot 10^{-4}$ $\nu_\gamma \sim 3.5 \cdot 10^{-3}$ $k_\gamma = 1.35$ $\frac{d\nu_y}{dN} \sim 2 \cdot 10^{-9}$

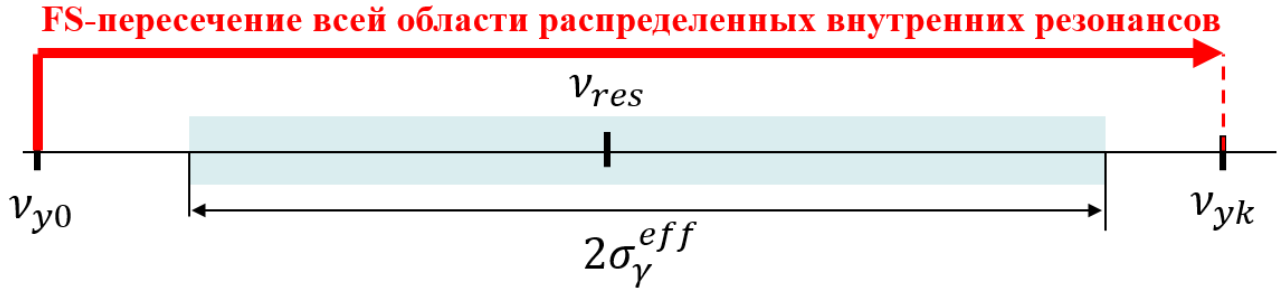
Ширина области внутренних резонансов без ВЧ поля



$\epsilon = 4.5\ \pi$ ·мм·мрад $\qquad \omega_{rms} \approx 1.4 \cdot 10^{-5} \qquad \frac{d\nu_y}{dN} = 2.1 \cdot 10^{-9}$

$\xi_y \sim 10 \qquad \Delta\nu_y = \xi_y \frac{\Delta p}{p} \qquad \Delta\nu_y = \pm 5 \cdot 10^{-3}$

Спин-флип дейтронов для небанчированного пучка

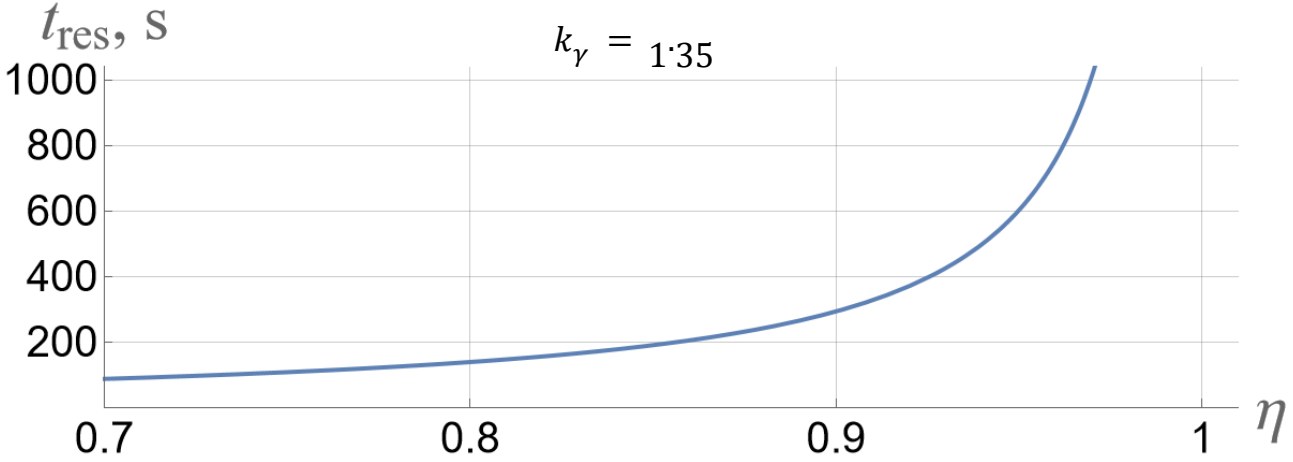


$\Delta p/p \sim 10^{-3}$

$\xi_y \sim 10$

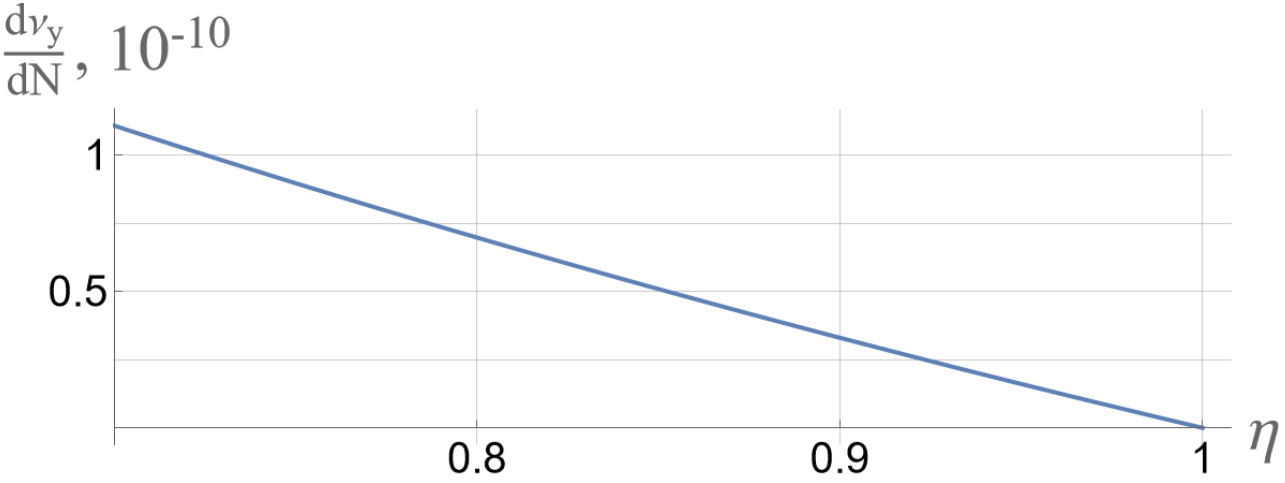
$\sigma_\gamma^{eff} \sim 10^{-2}$

Для небанчированного пучка с фиксированной эффективностью переворота спина время пересечения увеличится в $\dfrac{2\sigma_\gamma^{eff}}{4\,\omega_{rms}} \sim 360$ раз



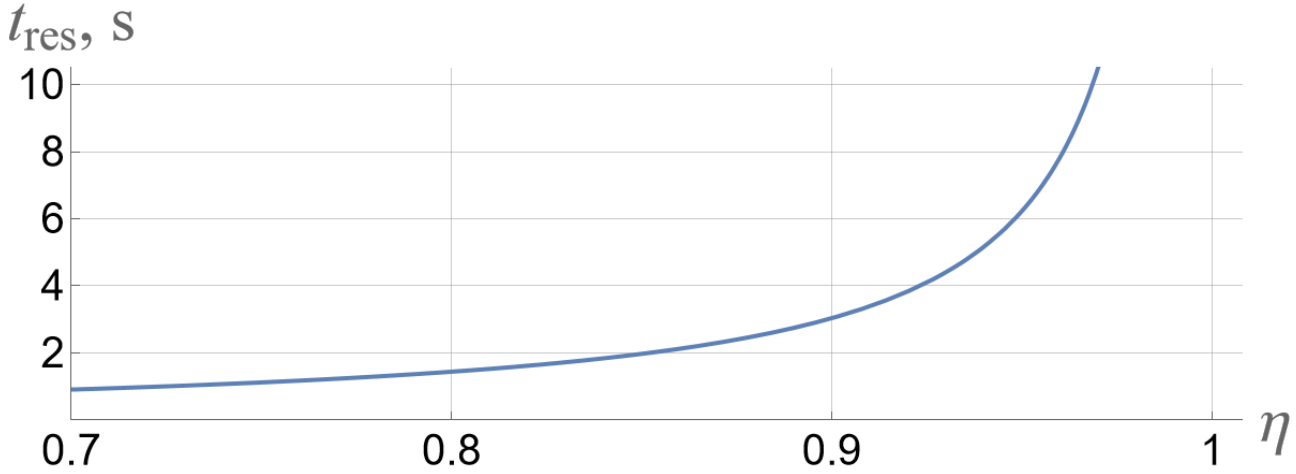
Для адиабатического переворота с эффективностью переворота 90% потребуется около 5 минут, а с эффективностью 95% — около 10 минут

Адиабатическое пересечение центрального сателлита



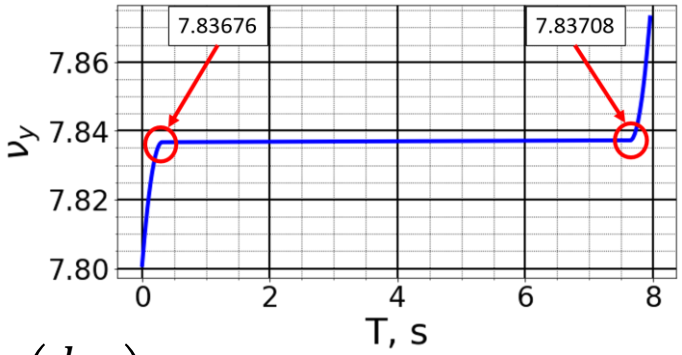
$$k_\gamma = 1.35$$

$$\frac{\omega_k}{\omega_{k0}} \approx 1.8$$



Для адиабатического переворота с эффективностью переворота 90% потребуется около 3 секунд, а с эффективностью 95% — около 6 секунд

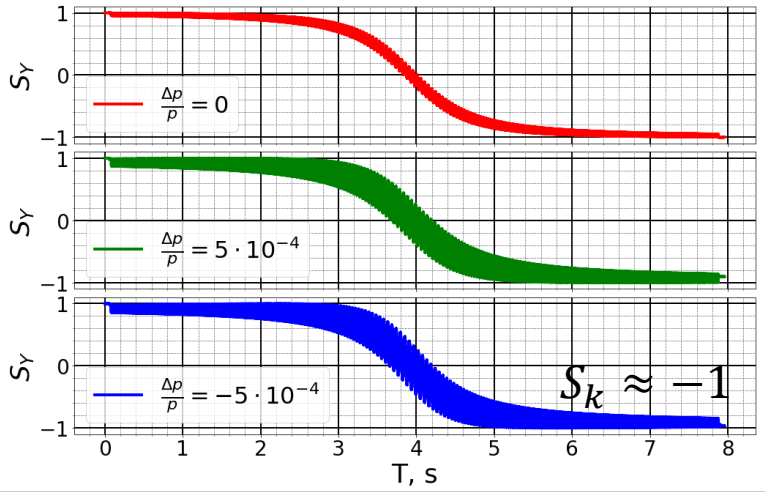
Адиабатическое пересечение центрального сателлита



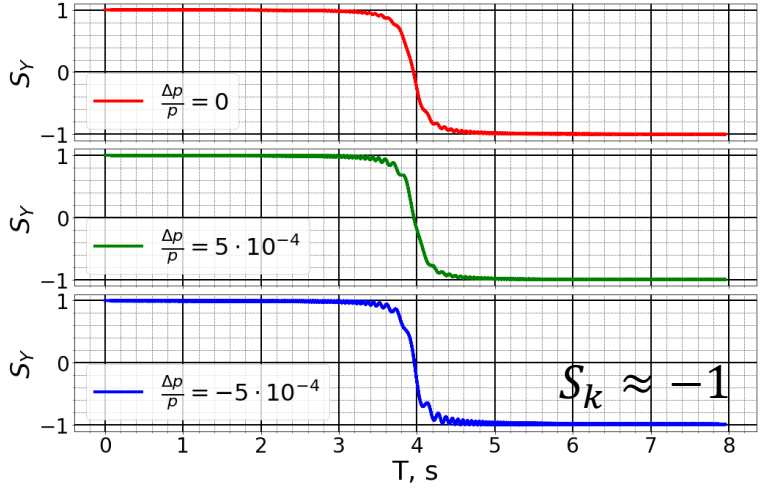
$$\left(\frac{d\nu_y}{dN}\right) = 5.0 \cdot 10^{-11},\ \omega_D = 2.25 \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_{rms} = 1.0\,\pi \text{ мм} \cdot \text{мрад},\quad \eta \approx 0.85$$

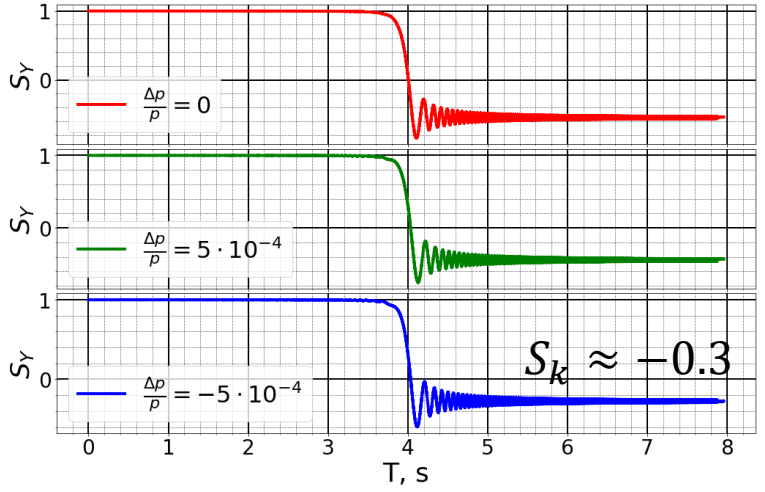
$\epsilon = 1.0\,\pi$ мм · мрад, $\omega = 7.3 \cdot 10^{-6}$



$\epsilon = 0.5\,\pi$ мм · мрад, $\omega = 5.1 \cdot 10^{-6}$



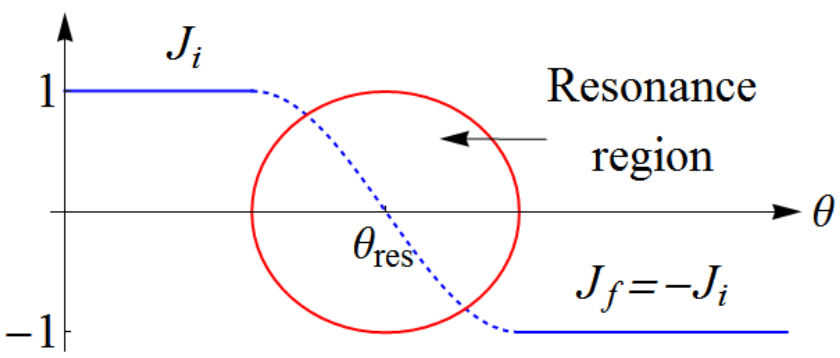
$\epsilon = 0.1\,\pi$ мм · мрад, $\omega = 2.3 \cdot 10^{-6}$

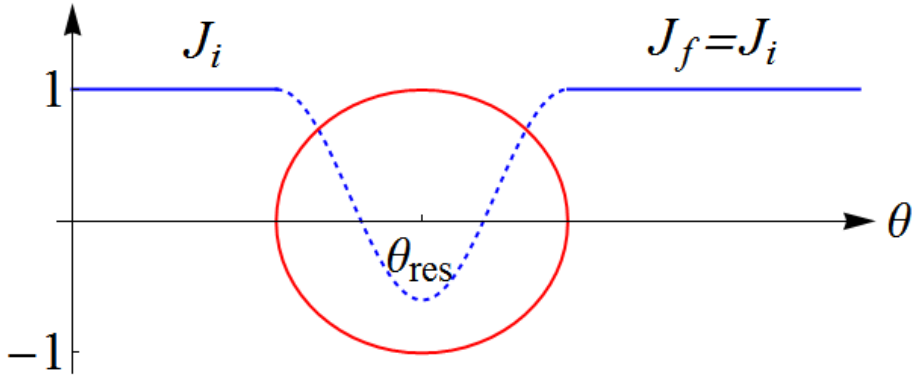


Прозрачное пересечение спинового резонанса

При прозрачном пересечении изменение отстройки происходит таким образом, чтобы проекция спина на n-ось до J_i и после J_f пересечения эффективной области резонанса удовлетворяла условиям сохранения степени поляризации

$$J_i = \pm J_f \qquad \textbf{(ST-crossing)}$$



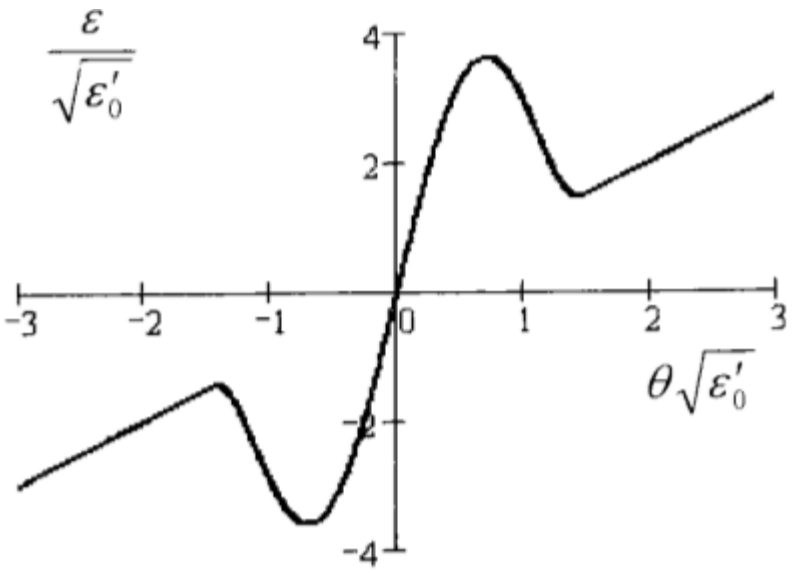


$\theta_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\prime}}$ – характерная ширина области резонанса

Изменение отстройки при ST- пересечении

Прозрачное пересечение полностью исключает деполяризацию за счёт управления отстройкой спина в области спинового резонанса

Kondratenko A.M., Kondratenko M.A., Filatov Yu.N. Compensation for Particle Beam Depolarization of Spin Resonance Intersection at Accelerators // Particles and Nuclei Letters. 2004. V. 1(5) P. 266–269.



$$\varepsilon(\theta) = \begin{cases} \varepsilon_0'\theta + \varepsilon_1'\theta\left(1 - \dfrac{\theta^2}{\tau^2}\right), & |\theta| \le \tau \\ \varepsilon_0'\theta, & |\theta| > \tau \end{cases}$$

$$\varepsilon_1' \approx 7{,}04\varepsilon_0', \qquad \tau \approx \frac{1{,}45}{\sqrt{\varepsilon_0'}}$$

$$\varepsilon_{max} \approx 3{,}6\sqrt{\varepsilon_0'}, \qquad \tau_{max} \approx \frac{0{,}71}{\sqrt{\varepsilon_0'}}$$

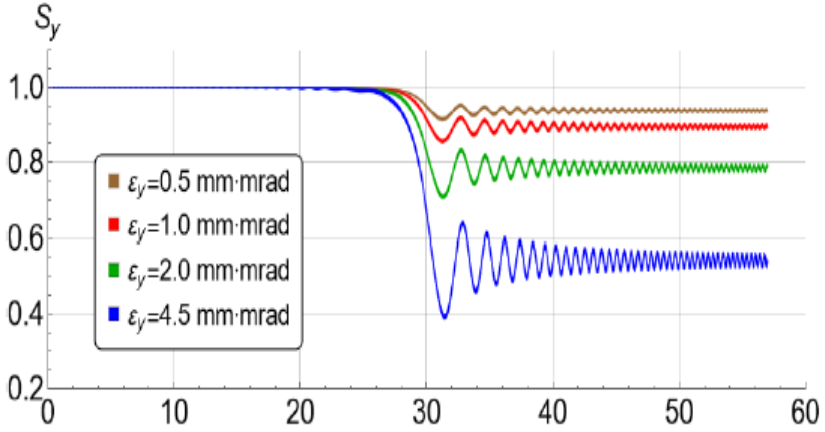
Параметры ST- пересечения для $\gamma G = \nu_y - 8$

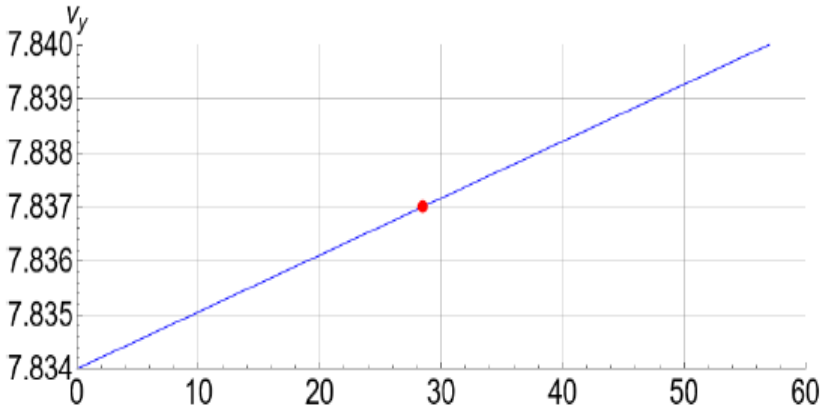
Кинетическая энергия	$E_k = 270$ МэВ
Резонансная частота бетатронных колебаний	$\nu_r = 7{,}837$
Нормализованный эмиттанс бетатронных колебаний	$\sim 4{,}5$ мм · мрад
Сила уединенного внутреннего резонанса	$\omega \sim 6 \cdot 10^{-5}$

Темп пересечения резонанса	$\varepsilon_0' \sim 10^{-8}$
Эффективная ширина резонанса	~ 2000 оборотов
Изменение бетатронной частоты	$\Delta\nu_y \sim 5 \cdot 10^{-4}$
Время пересечения области резонанса	$\tau \sim 2 \div 5$ мс

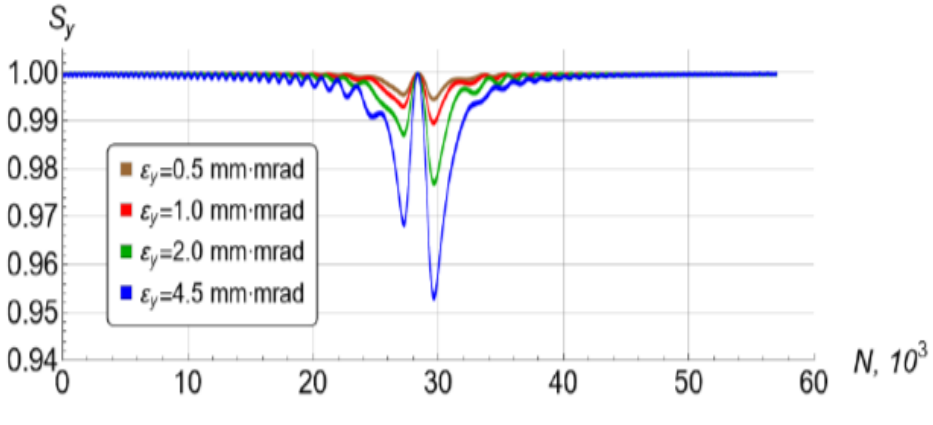
FS- и ST- пересечения уединенного резонанса

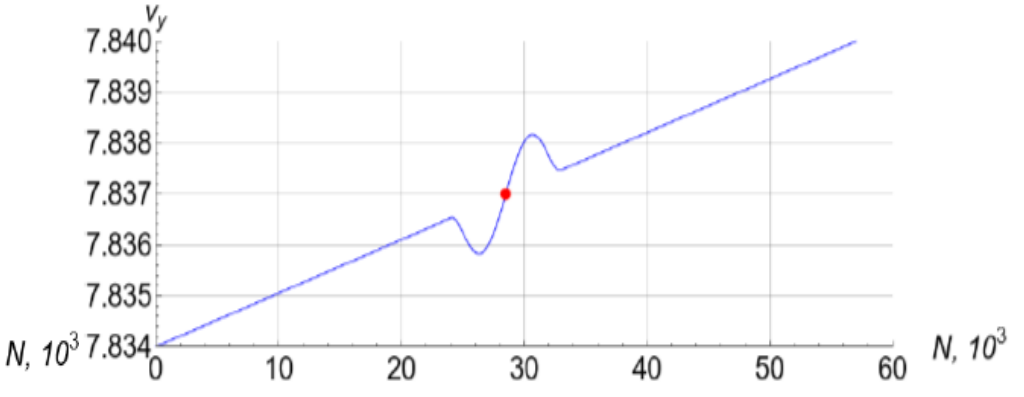
FS-пересечение





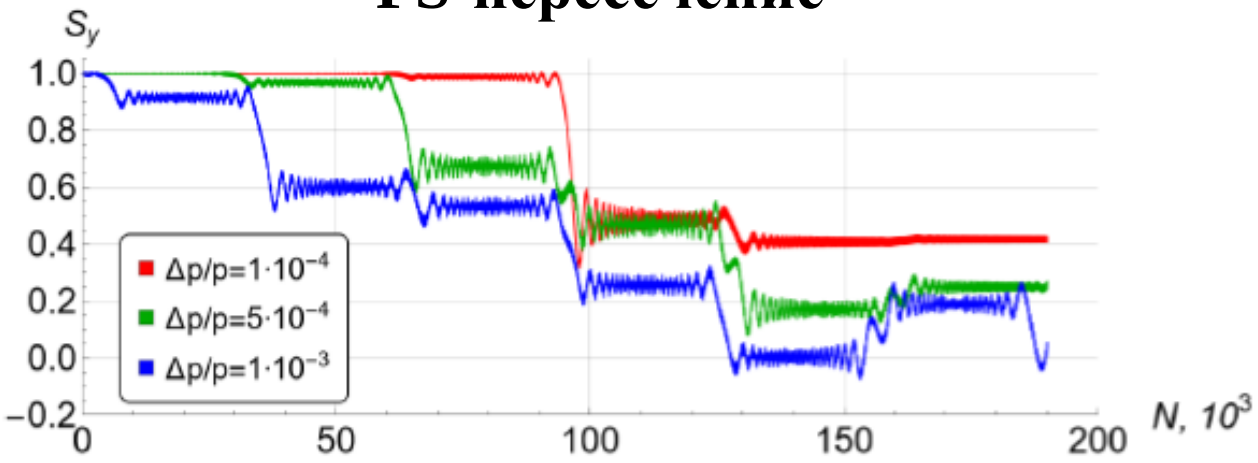
ST-пересечение





ST- пересечение центрального сателита

FS-пересечение



$\gamma G = \nu_y - 8$

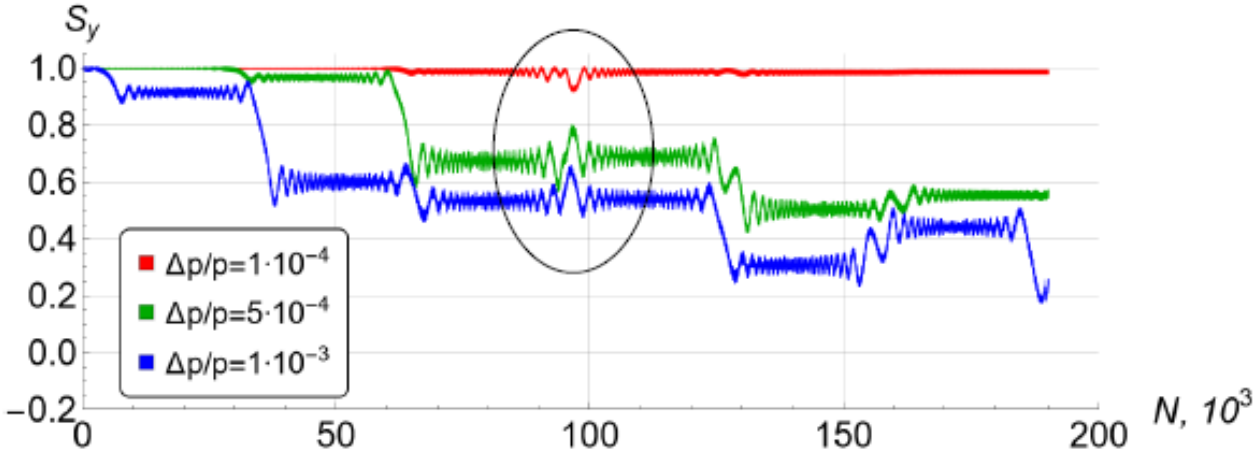
$E_{kin} = 270$ МэВ

$\varepsilon_y = 45$ мм · мрад

$\nu_{res} = 7{,}837$

$\frac{d\nu_y}{dN} \sim 10^{-7}$

ST-пересечение центрального сателлита



Начальная и конечная отстройки от резонанса $\sim 3 \cdot 10^{-3}$

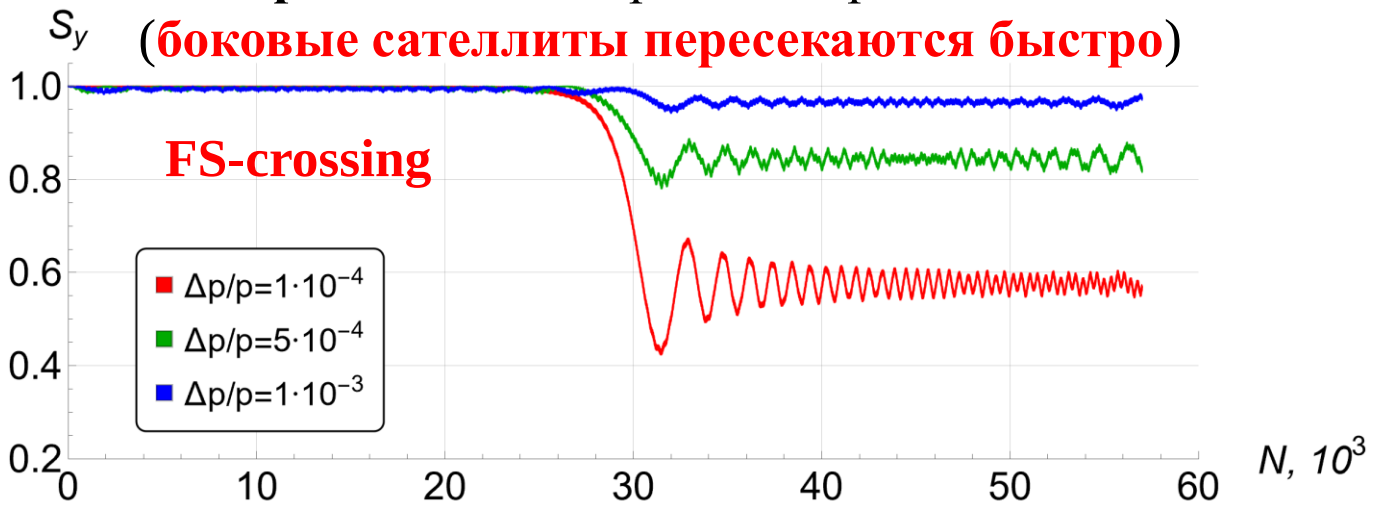
Область резонанса

$\sim 1{,}2 \cdot 10^{-4}$

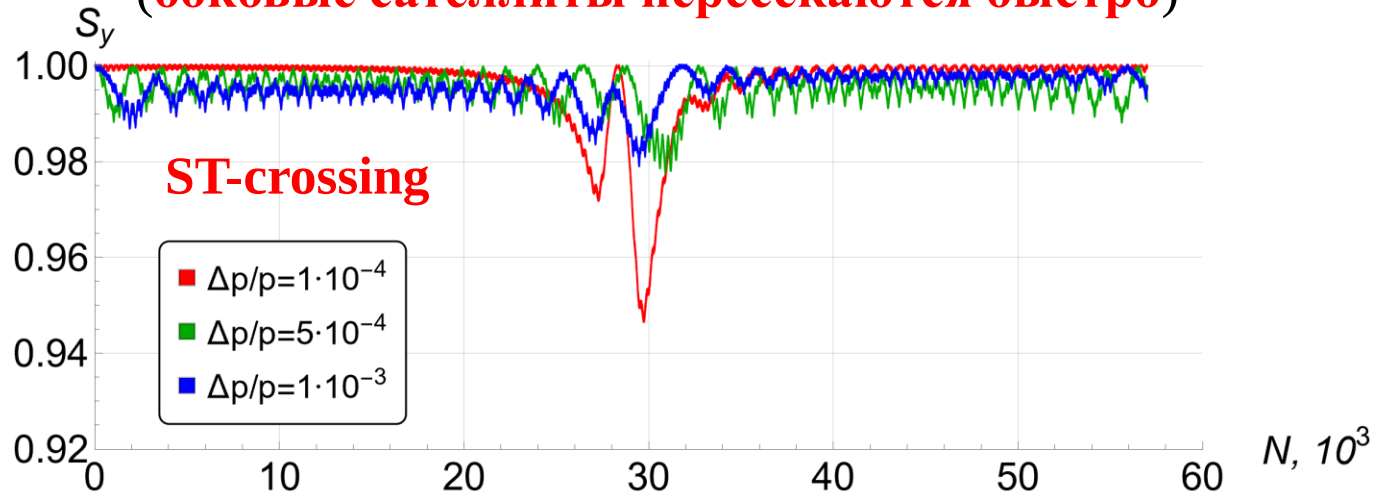
Синхротронная частота $\nu_y \sim 4 \cdot 10^{-3}$

ST-пересечение центрального сателлита

FS-пересечение центрального резонанса
(**боковые сателлиты пересекаются быстро**)



Прозрачное пересечение центрального резонанса
(**боковые сателлиты пересекаются быстро**)



Дейтроны

$\gamma G = \nu_y - 8$

$E_{kin} = 270$ МэВ

$\varepsilon_y = 45$ мм·мрад

$\nu_{res} = 7.837$

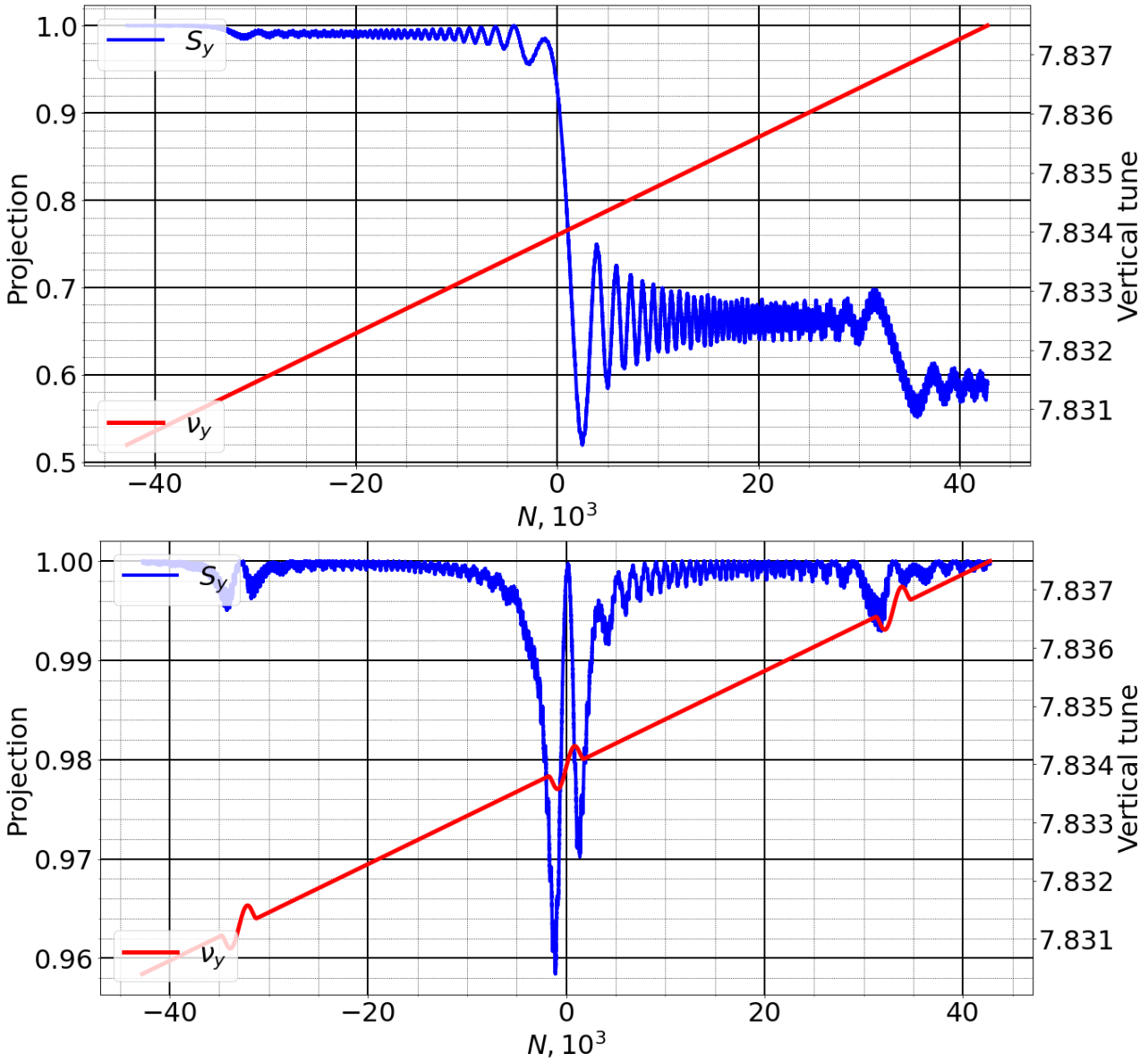
$\frac{d\nu_y}{dN} \sim 10^{-7}$

Начальная и конечная отстройки $\sim 3 \cdot 10^{-3}$

Область резонанса $\sim 1.2 \cdot 10^{-4}$

$\nu_\gamma \sim 4 \cdot 10^{-3}$

ST-пересечение центрального и боковых сателлитов



Заключение

- Использование индуцированного внутреннего резонанса для экспериментов с поляризованными дейтронами
  - Энергия пучка E_{kin} =270 МэВ **не изменяется во время эксперимента**
  - Вертикальная бетатронная частота $\nu_y = 7.837$ задается с помощью двух семейств фокусирующих и дефокусирующих квадруполей
  - Необходимо разработать систему управления вертикальной бетатронной частотой с помощью корректирующих квадруполей
  - Эксперимент можно проводить как на поляриметре с внутренней мишенью, так и на выведенном пучке на любой энергии

- Возможность проведения экспериментов с дейтронами на Нуклотроне:
  - Спин-флип дейтронов на банчированном и небанчированном пучке
  - Верификация прозрачного пересечения внутреннего резонанса для банчированного пучка дейтронов

Thank you for your attention!